

ПРОЦЕССЫ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА АКУСТИЧЕСКИХ ФОНОНАХ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ В НАКЛОННОМ КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

М. П. Теленков, Ю. А. Митягин*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 16 мая 2026 г.,

после переработки 4 июня 2026 г.

Принята к публикации 9 июня 2026 г.

Рассмотрены процессы рассеяния электронов на продольных акустических фононах в квантующем магнитном поле. Получены выражения для скорости рассеяния в магнитном поле, наклоненном к слоям квантовой ямы. Посредством анализа этих выражений установлены тенденции поведения скорости рассеяния при изменении величины и ориентации магнитного поля, а также потенциального профиля квантовой ямы.

Ключевые слова: квантовые ямы, уровни Ландау, рассеяние на акустических фононах, наклонное магнитное поле

DOI: 10.31857/S0044451026080055

1. ВВЕДЕНИЕ

Магнитное поле, приложенное перпендикулярно слоям квантовой ямы, приводит к изменению характера ее энергетического спектра. Непрерывные двумерные подзоны размерного квантования становятся дискретными сериями уровней Ландау, каждый из которых вырожден с макроскопической кратностью [1]. Это изменение структуры энергетического спектра оказывает существенное влияние на процессы рассеяния и релаксации электронов в квантовых ямах [2–27].

Рассеяние электронов на акустических колебаниях кристаллической решетки является одним из важных механизмов релаксации электронов в структурах из полупроводниковых квантовых ям [28–40]. По этой причине процессы рассеяния на акустических фононах довольно подробно изучались, в том числе и в квантующем магнитном поле [6, 8, 12, 17].

Однако процессы рассеяния изучались в квантующем магнитном поле, перпендикулярном слоям квантовой ямы.

В то же время хорошо известно, что, наклоняя магнитное поле относительно плоскости слоев квантовой ямы, можно существенно повлиять на туннельные [41, 42] и оптические [43–45] переходы. Недавно нами это было продемонстрировано и для ряда процессов рассеяния — электрон-электронного рассеяния [24, 25], рассеяния на оптических фононах [26] и на шероховатостях гетерограниц [27].

В данной работе получены выражения для скорости рассеяния на продольных длинноволновых акустических фононах в квантующем магнитном поле, наклоненном по отношению к слоям квантовой ямы. Проведен анализ этих выражений, в результате которого установлено поведение процессов рассеяния на акустических фононах при изменении величины и ориентации магнитного поля, а также потенциального профиля квантовой ямы.

2. СКОРОСТЬ РАССЕЯНИЯ НА АКУСТИЧЕСКИХ ФОНОНАХ

В данном разделе представлена процедура расчета скорости рассеяния электрона в квантовой яме в квантующем магнитном поле $\mathbf{B} = B_{\parallel}\mathbf{e}_y + B_{\perp}\mathbf{e}_z$, наклоненном под углом θ к оси z роста структуры.

* E-mail: telenkovmp@lebedev.ru

Оператор Гамильтона для огибающей волновой функции электрона в параболическом приближении [46]

$$\hat{H} = \left(\hat{\mathbf{p}} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) \frac{1}{2m(z)} \left(\hat{\mathbf{p}} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) + U(z) \quad (1)$$

в калибровке Ландау $\mathbf{A} = (B_{\parallel}z - B_{\perp}y) \mathbf{e}_x$ принимает вид

$$\hat{H} = \hat{\mathbf{p}} \frac{1}{2m(z)} \hat{\mathbf{p}} + U(z) + \frac{m_w}{m(z)} \left[\frac{m_w}{2} (\omega_c y - \omega_{\parallel} z)^2 + (\omega_{\parallel} z - \omega_c y) \hat{p}_x \right]. \quad (2)$$

Здесь $U(z)$ — потенциальный профиль квантовой ямы, $m(z)$ — эффективная масса электрона (m_w в яме и m_b в барьере), $\omega_c = eB_{\perp}/m_w c$ — циклотронная частота, $\omega_{\parallel} = eB_{\parallel}/m_w c$.

Мы пренебрегаем спиновым расщеплением уровней Ландау в силу его малости по сравнению с шириной уровней Ландау в рассматриваемых структурах (из полупроводников $A^{III}B^V$ типа GaAs) и магнитных полях [5, 47, 48].

Поскольку $\hat{H}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{H} = 0$, можно построить базис из стационарных состояний с определенным значением проекции импульса $p_x = \hbar k_x$ на ось x . Волновые функции такого базиса имеют вид

$$\Psi_{k_x}(x, y, z) = \frac{\exp(ik_x x)}{\sqrt{L}} \psi(y - k_x \ell_c^2, z), \quad (3)$$

где L — поперечный размер гетероструктуры, $\ell_c = \sqrt{\hbar/m_w \omega_c} = \sqrt{\hbar c/eB_{\perp}}$ — магнитная длина. Уровни энергии E электрона и волновые функции $\psi(y, z)$ стационарных состояний определяются двумерным гамильтонианом [49]

$$\hat{H}_{2D} = \hat{H}_{\perp} + \hat{H}_{\parallel}, \quad (4)$$

где

$$\hat{H}_{\perp} = -\frac{\partial}{\partial z} \frac{\hbar^2}{2m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) + \frac{m_w}{m(z)} \left[\frac{\hat{p}_y^2}{2m_w} + \frac{m_w \omega_c^2}{2} y^2 \right] \quad (5)$$

— гамильтониан электрона в случае, когда магнитное поле направлено вдоль оси роста структуры ($B_{\parallel} = 0$). Вклад

$$\hat{H}_{\parallel} = \frac{m_w}{m(z)} \left(\frac{m_w \omega_{\parallel}^2 z^2}{2} - m_w \omega_{\parallel} \omega_c y z \right) \quad (6)$$

обусловлен компонентой магнитного поля $B_{\parallel}$, параллельной слоям квантовой ямы.

Переменные в уравнении Шредингера с гамильтонианом $\hat{H}_{\perp}$ разделяются. Уровни энергии имеют вид

$$E_{(\nu, n)} = \varepsilon_{\nu} + \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (7)$$

а волновые функции даются выражением [50]

$$\Psi(x, y, z) = \frac{\exp(ik_x x)}{\sqrt{L}} \varphi_{\nu}(z) \Phi_n(y), \quad (8)$$

где $\varphi_{\nu}(z)$ — волновая функция уровня ε_{ν} размерного квантования, а именно, собственная волновая функция гамильтониана

$$\hat{H}_z = -\frac{\partial}{\partial z} \frac{\hbar^2}{2m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z),$$

$\Phi_n(y)$ — волновая функция n -го ($n = 0, 1, 2, \dots$) уровня энергии линейного гармонического осциллятора с циклотронной частотой ω_c .

Мы пренебрегаем эффектом понижения высоты барьера с увеличением номера уровня Ландау n [51] в силу его малости для рассматриваемых глубоко лежащих подзон.

Матрица гамильтониана (2) в базисе из волновых функций (8) является диагональной по k_x , и при $k_{x1} = k_{x2}$ матричный элемент

$$\left\langle \frac{\exp(ik_x x)}{\sqrt{L}} \psi_1(y - k_x \ell_c^2, z) \left| \hat{H} \right| \frac{\exp(ik_x x)}{\sqrt{L}} \psi_2(y - k_x \ell_c^2, z) \right\rangle = \left\langle \psi_1(y, z) \left| \hat{H}_{2D} \right| \psi_2(y, z) \right\rangle \quad (9)$$

не зависит от k_x . Поэтому в наклонном квантующем магнитном поле уровни энергии вырождены по k_x и кратность вырождения α определяется только компонентой магнитного поля $B_{\perp}$:

$$\alpha = \frac{e}{\pi \hbar c} B_{\perp} = 4.9 \cdot 10^{10} [\text{см}^{-2}/\text{Тл}] B_{\perp}. \quad (10)$$

Матричный элемент между уровнями Ландау (ν_1, n_1) и (ν_2, n_2) дается выражением [52]

$$\begin{aligned} \langle \nu_1, n_1 | \hat{H}_{2D} | \nu_2, n_2 \rangle &= [\varepsilon_{\nu_1} + \hbar \omega_c (n_1 + 1/2)] \delta_{\nu_1, \nu_2} \delta_{n_1, n_2} + \\ &+ \frac{m_w \omega_{\parallel}^2}{2} \langle z^2 \rangle_{\nu_1, \nu_2} \delta_{n_1, n_2} - \hbar \omega_{\parallel} \sqrt{\hbar \omega_c} \sqrt{\frac{m_w}{2 \hbar^2}} \langle z \rangle_{\nu_1, \nu_2} \times \\ &\times [\sqrt{n_2 + 1} \delta_{n_1, n_2 + 1} + \sqrt{n_2} \delta_{n_1, n_2 - 1}]. \end{aligned} \quad (11)$$

В квантовой яме в наклонном магнитном поле имеются три масштаба энергии — межподзонное расстояние $\Delta\varepsilon$, энергия Ландау $\hbar \omega_c = \hbar e B_{\perp} / m_w c$ и параметр $\hbar \omega_{\parallel} = \hbar e B_{\parallel} / m_w c$. Нас интересует случай, когда энергия Ландау $\hbar \omega_c$ в несколько раз меньше межподзонного расстояния $\Delta\varepsilon$. В этом случае вплоть до

значений $\hbar\omega_{\parallel}$, близких к межподзонному расстоянию (т.е. при углах наклона магнитного поля, при которых $\tan\theta \lesssim \Delta\varepsilon/\hbar\omega_c$), можно пренебречь связью между подзонами (элементами с $\nu_1 \neq \nu_2$) в матрице (11) [45], что позволяет диагонализировать эту матрицу аналитически [41, 45, 53, 54]. В результате получаются следующие выражения для уровней Ландау и волновых функций стационарных состояний:

$$E_{(\nu,n)} = \varepsilon_{\nu} + \Delta_{\nu}(B_{\parallel}) + \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (12)$$

и

$$\begin{aligned} \psi_{(\nu,n),k_x}(x,y,z) &= \\ &= \frac{\exp(ik_x x)}{\sqrt{L}} \varphi_{\nu}(z) \Phi_n \left(y - k_x \ell_c^2 - \langle z \rangle_{\nu} \frac{B_{\parallel}}{B_{\perp}} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь

$$\Delta_{\nu}(B_{\parallel}) = \frac{m_w \omega_{\parallel}^2}{2} (\delta z)_{\nu}^2 = \frac{e^2}{2m_w c^2} (\delta z)_{\nu}^2 B_{\parallel}^2 \quad (14)$$

— сдвиг подзоны, вызванный компонентой магнитного поля $B_{\parallel}$,

$$\langle z \rangle_{\nu} = \int dz \varphi_{\nu}^*(z) z \varphi_{\nu}(z) \quad (15)$$

— среднее значение координаты z электрона, $(\delta z)_{\nu}$ — ее среднеквадратичное отклонение. В дальнейшем уровень Ландау будем обозначать $i = (\nu_i, n_i)$, где n_i — номер уровня Ландау в ν_i -й подзоне.

Как видно, влияние компонент $B_{\perp}$ и $B_{\parallel}$ на электронный спектр существенно различается. Компонента $B_{\perp}$, перпендикулярная слоям квантовой ямы, приводит к квантованию энергии электрона (квантованию Ландау). Компонента $B_{\parallel}$, параллельная слоям, не приводит к дополнительному квантованию. Основное ее влияние на энергетический спектр электрона заключается в сдвиге каждой подзоны как целого на величину, определяемую выражением (14). Этот сдвиг пропорционален среднеквадратичной флуктуации $(\delta z)_{\nu}$, которая увеличивается с ростом ν . В результате расстояние между подзонами возрастает на величину

$$\delta\varepsilon_{if}(B_{\parallel}) = \frac{e^2}{2m_w c^2} \left[(\delta z)_{\nu_i}^2 - (\delta z)_{\nu_f}^2 \right] B_{\parallel}^2, \quad (16)$$

пропорциональную $B_{\parallel}^2$. Причем этот эффект существенно (примерно, как a^2) усиливается с увеличением ширины a квантовой ямы [25–27].

Поскольку мы рассматриваем глубокие уровни в достаточно широких квантовых ямах, в которых амплитуда волновой функции на интерфейсе мала, т.е.

малая часть волновой функции проникает в барьер, в дальнейшем будем использовать закон дисперсии фононов объемного GaAs. Кроме того, различие в скоростях звука в яме и в барьере рассматриваемых структур составляет несколько процентов.

В приближении потенциала деформации взаимодействие электрона с продольной длинноволновой акустической модой колебания кристаллической решетки с волновым вектором $\mathbf{q}$ и частотой $\omega(\mathbf{q}) = c_s q$ описывается гамильтонианом [5, 30]

$$\begin{aligned} \hat{H}_{e-ph}(\mathbf{q}) &= C_{LA}(\mathbf{q}) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) \hat{b}_{\mathbf{q}}^{\dagger} + \\ &+ C_{LA}^*(\mathbf{q}) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \hat{b}_{\mathbf{q}}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\hat{b}_{\mathbf{q}}$ и $\hat{b}_{\mathbf{q}}^{\dagger}$ — операторы уничтожения и рождения соответствующего фонона,

$$C_{LA}(\mathbf{q}) = i \sqrt{\frac{D^2}{2\rho c_s^2 V} \hbar\omega(q)}, \quad (18)$$

D — деформационный потенциал, ρ — плотность, c_s — скорость звука. Первое слагаемое в (17) описывает процесс с испусканием акустического фонона, второе — при его поглощении.

В соответствии с правилом Ферми отнесенная к единице времени вероятность перехода электрона из состояния $(\nu_i, n_i, k_i, \sigma_i)$ в состояние $(\nu_f, n_f, k_f, \sigma_f)$ с испусканием (поглощением) акустического фонона с волновым вектором $\mathbf{q}$ равна

$$\begin{aligned} \dot{P}_{i \rightarrow f}(k_i, k_f, \mathbf{q}) &= \frac{2\pi}{\hbar} \delta_{\sigma_i, \sigma_f} \times \\ &\times |\langle \nu_f, n_f, k_f | C_{LA}(\mathbf{q}) \exp(\mp i\mathbf{q}\mathbf{r}) | \nu_i, n_i, k_i \rangle|^2 \times \\ &\times \delta(E_f - E_i \pm \hbar\omega(q)) \left[N_B \left(\frac{\hbar\omega(q)}{T_L} \right) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right] \times \\ &\times N(\nu_i, n_i, k_i, \sigma_i) [1 - N(\nu_f, n_f, k_f, \sigma_f)], \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$N_B(x) = \frac{1}{\exp(x) - 1}$$

— функция распределения Планка, T_L — температура кристаллической решетки, $N(\nu, n, k, \sigma)$ — число заполнения одноэлектронного состояния (ν, n, k) с проекцией спина σ . Здесь и далее верхний знак соответствует испусканию фонона, нижний знак — его поглощению. Дельта-функция Дирака выражает закон сохранения энергии

$$E_f - E_i \pm \hbar\omega(q) = 0 \quad (20)$$

при рассеянии электрона.

Соответственно, для интенсивности переходов с уровня Ландау $i = (\nu_i, n_i)$ на уровень Ландау

$f = (\nu_f, n_f)$ (среднее число переходов в единицу времени, отнесенное к единице площади структуры) имеем

$$\begin{aligned} j_{i \rightarrow f} &= \frac{1}{L^2} \sum_{\mathbf{q}} 2 \sum_{k_i, k_f} \langle \dot{P}_{i \rightarrow f}(k_i, k_f, \mathbf{q}) \rangle = \\ &= \frac{1}{L^2} \frac{4\pi}{\hbar} \sum_{k_i, k_f, q} \left[N_B \left(\frac{\hbar\omega(q)}{T_L} \right) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right] \times \\ &\times |\langle \nu_f, n_f, k_f | C_{LA}(\mathbf{q}) \exp(\mp i \mathbf{q} \mathbf{r}) | \nu_i, n_i, k_i \rangle|^2 \times \\ &\times \delta(E_f - E_i \pm \hbar\omega(q)) \times \\ &\times \langle N(\nu_i, n_i, k_i, \sigma_i) [1 - N(\nu_f, n_f, k_f, \sigma_f)] \rangle. \quad (21) \end{aligned}$$

При статистическом усреднении $\langle \dots \rangle$ множителя Паули предполагаем, что число электронов на уровне Ландау существенно меньше кратности вырождения уровня. Это позволяет считать электроны распределенными независимо и равновероятно по состояниям уровня Ландау. В этом случае вероятность заполнения одночастичного стационарного состояния равна N/α и статистическое усреднение множителя Паули дает

$$\begin{aligned} &\langle N(\nu_i, n_i, k_i, \sigma_i) [1 - N(\nu_f, n_f, k_f, \sigma_f)] \rangle \approx \\ &\approx \langle N(\nu_i, n_i, k_i, \sigma_i) \rangle [1 - \langle N(\nu_f, n_f, k_f, \sigma_f) \rangle] = \\ &= \frac{N_i}{\alpha} \left[1 - \frac{N_f}{\alpha} \right], \quad (22) \end{aligned}$$

где N_i — двумерная концентрация электронов на уровне Ландау $i = (\nu_i, n_i)$.

С учетом (22) выражение (21) принимает вид

$$j_{i \rightarrow f} = \frac{1}{\tau_{i \rightarrow f}} N_i \left[1 - \frac{N_f}{\alpha} \right], \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{i \rightarrow f}} &= \frac{4\pi}{\hbar} \frac{1}{\alpha L^2} \sum_{k_i, k_f, q} \left[N_B \left(\frac{\hbar\omega(q)}{T_L} \right) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right] \times \\ &\times |\langle \nu_f, n_f, k_f | C_{LA}(\mathbf{q}) \exp(\mp i \mathbf{q} \mathbf{r}) | \nu_i, n_i, k_i \rangle|^2 \times \\ &\times \delta(E_f - E_i \pm \hbar\omega(q)) \quad (24) \end{aligned}$$

— полная скорость перехода с уровня Ландау $i = (\nu_i, n_i)$ на уровень Ландау $f = (\nu_f, n_f)$.

Подставляя выражение (13) для волновой функции, получаем для матричного элемента

$$\begin{aligned} \langle \nu_f, n_f, k_f | C_{LA}(\mathbf{q}) \exp(\mp i \mathbf{q} \mathbf{r}) | \nu_i, n_i, k_i \rangle &= \\ &= \delta_{k_f, k_i \mp q_x} i \sqrt{\frac{D^2}{2\rho c_s^2 V}} \hbar\omega(q) \times \\ &\times \langle \varphi_{\nu_f}(z) | \exp(\mp i q_z z) | \varphi_{\nu_i}(z) \rangle \times \\ &\times \frac{\exp\left(-\frac{\beta_x^2}{4}\right) \exp\left[\mp i \beta_y \left(k_i \ell_c - \frac{\beta_x}{2} + \langle z \rangle_{\nu_i} \frac{\ell_c}{\ell_{\parallel}^2}\right)\right]}{\sqrt{\pi} \sqrt{2^{n_f+n_i} n_f! n_i!}} \times \\ &\times I_{n_i, n_f}(\boldsymbol{\beta}), \quad (25) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} I_{n_i, n_f}(\boldsymbol{\beta}) &= \int dy \exp(-y^2 \mp i \beta_y y) \times \\ &\times H_{n_i}\left(y + \frac{\beta_x}{2}\right) H_{n_f}\left(y - \frac{\beta_x}{2}\right), \quad (26) \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\beta} = (\pm q_x \ell_c - \xi_{\nu_f, \nu_i}) \mathbf{e}_x + q_y \ell_c \mathbf{e}_y, \quad (27)$$

$$\xi_{\nu_1, \nu_2} = \sqrt{\frac{e}{\hbar c B_{\perp}}} [\langle z \rangle_{\nu_1} - \langle z \rangle_{\nu_2}] B_{\parallel}, \quad (28)$$

$H_n(y)$ — полином Эрмита, $\ell_{\parallel} = \sqrt{\hbar c / e B_{\parallel}}$.

Подставляя (25) в (24) и учитывая, что

$$|I_{n_i, n_f}(\boldsymbol{\beta})|^2 = \pi \cdot 2^{n_i+n_f} P_{n_i, n_f}^2\left(\frac{\beta^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{\beta_y^2}{2}\right), \quad (29)$$

где

$$P_{n_i, n_f}(x) = \sum_{j=0}^{\min(n_i, n_f)} (-1)^j \binom{n_i}{j} \binom{n_f}{j} j! x^{\frac{(n_i+n_f-2j)}{2}}, \quad (30)$$

получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{i \rightarrow f}} &= \frac{D^2}{8\pi^2 \hbar \rho c_s^2} \frac{1}{n_f! n_i!} \times \\ &\times \int d\mathbf{q} \left[N_B \left(\frac{\hbar\omega(q)}{T_L} \right) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right] f_{\nu_i, \nu_f}(q_z) \hbar\omega(q) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right) P_{n_i, n_f}^2\left(\frac{\beta^2}{2}\right) \delta(E_f - E_i \pm \hbar\omega(q)), \quad (31) \end{aligned}$$

где

$$f_{\nu_i, \nu_f}(q_z) = |\langle \varphi_{\nu_f}(z) | \exp(\mp i q_z z) | \varphi_{\nu_i}(z) \rangle|^2. \quad (32)$$

Отметим, что функция $f_{\nu_i, \nu_f}(q_z)$ является одинаковой для процессов с испусканием и с поглощением фона.

В цилиндрической системе координат выражение (31) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{i \rightarrow f}} &= \frac{D^2}{8\pi^2 \hbar \rho c_s^2} \frac{1}{n_f! n_i!} \int_{-\infty}^{\infty} dq_z \int_0^{\infty} dq_{\perp} q_{\perp} f_{\nu_i, \nu_f}(q_z) \times \\ &\times \left[N_B \left(\frac{\hbar \omega(q)}{T_L} \right) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right] \hbar \omega(q) \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\varphi \exp \left(- \frac{(q_{\perp} \ell_c)^2 + \xi_{\nu_f, \nu_i}^2 - 2q_{\perp} \ell_c \xi_{\nu_f, \nu_i} \cos \varphi}{2} \right) \times \\ &\times P_{n_i, n_f}^2 \left(\frac{(q_{\perp} \ell_c)^2 + \xi_{\nu_f, \nu_i}^2 - 2q_{\perp} \ell_c \xi_{\nu_f, \nu_i} \cos \varphi}{2} \right) \times \\ &\times \delta(E_f - E_i \pm \hbar \omega(q)), \quad (33) \end{aligned}$$

где $\mathbf{q}_{\perp} = q_x \mathbf{e}_x + q_y \mathbf{e}_y$ — компонента волнового вектора фонона, лежащая в плоскости слоев квантовой ямы.

Перейдем в интеграле в (33) к новым переменным x и φ_1 :

$$\begin{cases} q_z = \frac{x}{\hbar c_s} \cos \varphi_1, \\ q_{\perp} = \frac{x}{\hbar c_s} \sin \varphi_1, \end{cases} \quad 0 \leq x < +\infty, \quad 0 \leq \varphi < \pi, \quad (34)$$

которые представляют собой полярные координаты на плоскости $q_z q_{\perp}$. Радиальная координата x равна энергии акустического фонона с волновым вектором $\sqrt{q_z^2 + q_{\perp}^2}$:

$$x = \hbar \omega(q) = \hbar c_s \sqrt{q_z^2 + q_{\perp}^2}. \quad (35)$$

Поскольку $q_{\perp} \geq 0$, полярный угол φ_1 изменяется от 0 до π . После этой замены переменной получаем

$$\frac{1}{\tau_{i \rightarrow f}} = \int_0^{\infty} dx w_{i \rightarrow f}(x), \quad (36)$$

где

$$\begin{aligned} w_{i \rightarrow f}(x) &= \left[N_B \left(\frac{x}{T_L} \right) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right] \times \\ &\times A_{i \rightarrow f}(x) \delta(E_i - E_f \mp x) \quad (37) \end{aligned}$$

— спектральная плотность скорости испускания (поглощения) фононов ($w_{i \rightarrow f}(x) dx$ — вклад в скорость переходов с испусканием (поглощением) фононов, имеющих энергию в диапазоне от x до $x + dx$),

$$\begin{aligned} A_{i \rightarrow f}(x) &= \frac{D^2}{4\rho c_s \ell_c} \frac{1}{n_i! n_f!} x_0^2 g_{LA} \left(\frac{x}{x_0} \right) \frac{x}{x_0} \times \\ &\times \int_0^{\pi} d\varphi_1 \sin \varphi_1 f_{\nu_i, \nu_f} \left(\frac{1}{\ell_c} \frac{x}{x_0} \cos \varphi_1 \right) \times \\ &\times \Lambda_{i \rightarrow f} \left(\frac{x}{x_0}, \varphi_1, \xi_{\nu_f, \nu_i} \right) \quad (38) \end{aligned}$$

— спектральная амплитуда перехода,

$$\begin{aligned} \Lambda_{i \rightarrow f}(y, \varphi_1, \xi) &= \\ &= \int_0^{2\pi} d\varphi \exp \left(- \frac{(y \sin \varphi_1)^2 \mp 2\xi y \sin \varphi_1 \cos \varphi + \xi^2}{2} \right) \times \\ &\times P_{n_i, n_f}^2 \left(\frac{(y \sin \varphi_1)^2 \mp 2\xi y \sin \varphi_1 \cos \varphi + \xi^2}{2} \right), \quad (39) \end{aligned}$$

$$g_{LA}(x) = \frac{x^2}{2\pi^2 \hbar^3 c_s^3} \quad (40)$$

— плотность фононных состояний,

$$x_0 = \frac{\hbar c_s}{\ell_c} = \hbar c_s \sqrt{\frac{eB_{\perp}}{\hbar c}}. \quad (41)$$

В случае, когда $\xi_{\nu_f, \nu_i} = 0$, выражение (38) можно существенно упростить. В этом случае

$$\begin{aligned} \Lambda_{i \rightarrow f}(y, \varphi_1, \xi = 0) &= \\ &= 2\pi \exp \left(- \frac{(y \sin \varphi_1)^2}{2} \right) P_{n_i, n_f}^2 \left(\frac{(y \sin \varphi_1)^2}{2} \right), \quad (42) \end{aligned}$$

и амплитуда рассеяния после замены переменной $t = \cos \varphi_1$ принимает вид

$$\begin{aligned} A_{i \rightarrow f}(x) &= \frac{\pi D^2}{\rho c_s \ell_c} \frac{1}{n_i! n_f!} x_0^2 g_{LA} \left(\frac{x}{x_0} \right) \frac{x}{x_0} \times \\ &\times \int_0^1 dt f_{\nu_i, \nu_f} \left(\frac{1}{\ell_c} \frac{x}{x_0} t \right) \exp \left(- \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 [1 - t^2] \right) \times \\ &\times P_{n_i, n_f}^2 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 [1 - t^2] \right). \quad (43) \end{aligned}$$

При выводе (43) учтено, что $f_{\nu_i, \nu_f}(-q_z) = f_{\nu_i, \nu_f}(q_z)$.

3. СВОЙСТВА ПРОЦЕССОВ РАССЕЯНИЯ НА АКУСТИЧЕСКИХ ФОНОНАХ

В данном разделе проводится анализ полученных выражений, на основании которого устанавливаются тенденции поведения скорости рассеяния

от компонент магнитного поля $B_\perp$ и $B_\parallel$. Полученные закономерности иллюстрируются на примере квантовой ямы GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As шириной 25 нм, если иное не оговорено специально. В численных расчетах используются зонные параметры ($m_w = 0.067m_0$, $m_b = 0.0913m_0$, глубина квантовой ямы 240 мэВ) и параметры акустических фононов (константа деформационного потенциала $D = 8.6$ эВ, плотность $\rho = 5.3$ г/см³, скорость звука $c_s = 3.7 \cdot 10^5$ см/с), взятые из работ [55] и [30] соответственно.

Спектральная плотность испускания (поглощения) фононов $w_{i \rightarrow f}(x)$ есть произведение трех функций, имеющих различное происхождение.

Первая функция в (37),

$$N_B\left(\frac{x}{T_L}\right) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2},$$

обусловлена населенностью фононных состояний. Она определяется температурой и не зависит от электронных состояний.

Остальные два множителя, напротив, не зависят от статистики фононов и определяются параметрами квантовой ямы и магнитным полем. В данной работе мы акцентируем свое внимание на этих двух функциях.

Дельта-функция Дирака $\delta(E_i - E_f \mp x)$ выражает закон сохранения энергии при рассеянии электрона вследствие испускания (поглощения) фонона

$$x_{res}(\mathbf{B}) = \pm (E_i - E_f). \quad (44)$$

Спектральная амплитуда рассеяния $A_{i \rightarrow f}(x)$ не зависит от фононной статистики и описывает механику взаимодействия электрона с акустическими колебаниями в квантующем магнитном поле (определяет вероятность перехода электрона между двумя уровнями Ландау с испусканием/поглощением одного фонона с энергией x).

Амплитуда рассеяния стремится к нулю при $x \rightarrow 0$, с ростом x она возрастает, достигая максимума, и затем убывает как экспонента, умноженная на многочлен, слабо осциллируя (рис. 1). Точное значение энергии фонона $x_{\max}$, при которой амплитуда $A_{i \rightarrow f}(x)$ достигает максимума, зависит от типа перехода и напряженности магнитного поля. Однако эта энергия $x_{\max}$ близка к характерной энергии x_0 , определяемой выражением (41). Величина x_0 также определяет ширину этого максимума.

Величина x_0 представляет собой характерную энергию испущенного (поглощенного) фонона. Магнитная длина ℓ_c определяет масштаб области лока-

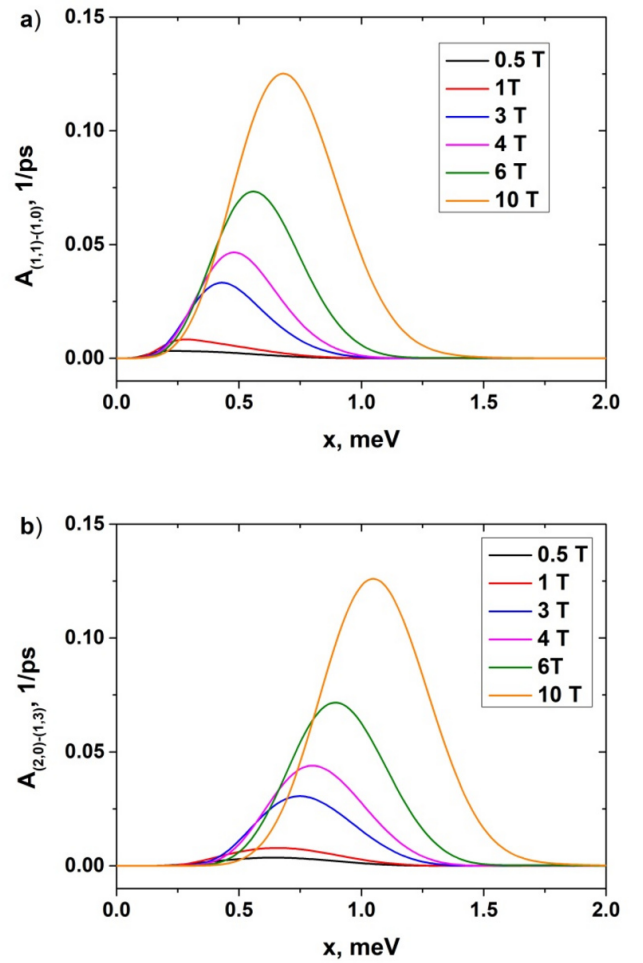


Рис. 1. Спектральная амплитуда $A_{i \rightarrow f}(x)$ скорости рассеяния на акустических фононах как функция их энергии при различных значениях квантующего магнитного поля. Данные приведены для внутриподзонного перехода $(1,1) \rightarrow (1,0)$ (a) и межподзонного перехода $(2,0) \rightarrow (1,3)$ (b). Магнитное поле направлено перпендикулярно слоям квантовой ямы

лизации волновой функции в плоскости слоев (среднеквадратичное отклонение координаты осциллятора $\delta y = \ell_c \sqrt{n+1/2}$). Поскольку фонон представляет собой плоскую волну, эффективно поглощаются фононы с волновыми векторами, при которых $q\ell_c$ меньше или порядка единицы. Величина x_0 представляет собой энергию фонона с волновым вектором $q = 1/\ell_c$.

Эта характерная энергия x_0 увеличивается с ростом компоненты магнитного поля $B_\perp$, перпендикулярной слоям квантовой ямы, пропорционально $\sqrt{B_\perp}$. В результате с ростом $B_\perp$ максимум $A_{i \rightarrow f}(x)$ сдвигается в сторону больших значений энергии фонона x и возрастает ширина этого максимума.

Из выражения (36) получаем

$$\frac{1}{\tau_{i \rightarrow f}} = \left[N_B \left(\frac{x_{res}(\mathbf{B})}{T_L} \right) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right] A_{i \rightarrow f}(x_{res}(\mathbf{B})). \quad (45)$$

Величина $x_{res}(\mathbf{B})$ представляет собой энергию фотона, при испускании (поглощении) которого выполняется закон сохранения энергии для перехода электрона с уровня Ландау i на уровень Ландау f . Используя выражения для уровней Ландау (12), получаем

$$x_{res}(\mathbf{B}) = \pm (\Delta \varepsilon_{if} - \hbar \omega_c \Delta n + \delta \varepsilon_{if}(B_{\parallel})), \quad (46)$$

где

$$\Delta \varepsilon_{if} = \varepsilon_{\nu_i} - \varepsilon_{\nu_f}, \quad (47)$$

— расстояние между подзонами при $B_{\parallel} = 0$, $\Delta n = n_f - n_i$, $\delta \varepsilon_{if}(B_{\parallel})$ — изменение расстояния между подзонами, обусловленное компонентой магнитного поля $B_{\parallel}$, параллельной слоям квантовой ямы (см. выражение (16)).

Таким образом, влияние компоненты магнитного поля $B_{\parallel}$, параллельной слоям квантовой ямы, имеет два аспекта. Во-первых, $B_{\parallel}$ приводит к увеличению расстояния между подзонами. В результате меняется энергия фотона, при которой выполняется закон сохранения энергии при переходе электрона.

Во-вторых, компонента $B_{\parallel}$ меняет волновые функции, сдвигая центр линейного гармонического осциллятора. Это приводит к зависимости амплитуды $A_{i \rightarrow f}(x)$ от $B_{\parallel}$. Причем $B_{\parallel}$ входит в выражение (38) для амплитуды рассеяния только через параметр ξ , определяемый выражением (28). В том случае, когда этот параметр равен нулю, амплитуда $A_{i \rightarrow f}(x)$ не зависит от компоненты магнитного поля $B_{\parallel}$, параллельной слоям квантовой ямы.

При $B_{\parallel} \neq 0$ параметр ξ равен нулю тогда и только тогда, когда совпадают средние координаты электрона $\langle z \rangle$ в начальном и конечном состояниях, т. е. когда $\langle z \rangle_{\nu_i} = \langle z \rangle_{\nu_f}$.

Это заведомо имеет место для всех переходов электрона между уровнями Ландау одной подзоны. Для всех внутрисубзонных процессов рассеяния также $\delta \varepsilon_{if}(B_{\parallel}) = 0$. Таким образом, компонента $B_{\parallel}$ не влияет на внутрисубзонные процессы рассеяния.

В этом случае выражение (45) принимает вид

$$\frac{1}{\tau_{i \rightarrow f}} = \left[N_B \left(\frac{\hbar e}{m_w c T_L} |\Delta n| B_{\perp} \right) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right] \times A_{i \rightarrow f} \left(\frac{\hbar e}{m_w c} |\Delta n| B_{\perp} \right). \quad (48)$$

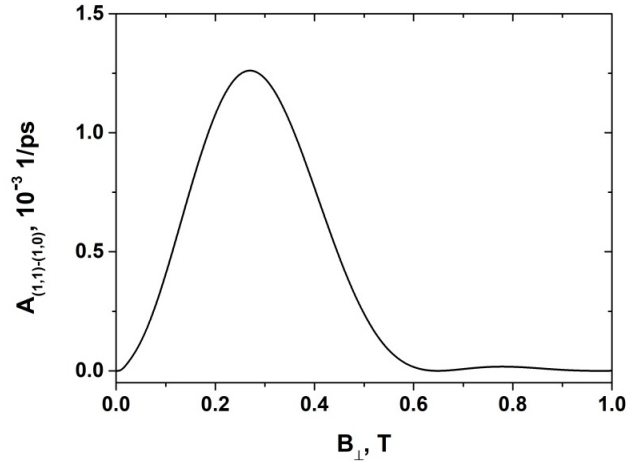


Рис. 2. Зависимость от магнитного поля значения спектральной амплитуды $A_{i \rightarrow f}(x)$ при энергии фотона, при испускании которого выполняется закон сохранения энергии при внутрисубзонном переходе электрона. Данные приведены для перехода $(1, 1) \rightarrow (1, 0)$ при $B_{\parallel} = 0$

Для внутрисубзонных переходов с испусканием фотонов $\Delta n < 0$, для переходов с поглощением $\Delta n > 0$.

Как видно из (48), при $B_{\perp} \rightarrow 0$ амплитуда стремится к нулю. При увеличении $B_{\perp}$ амплитуда увеличивается, достигает максимума и затем убывает (рис. 2).

При $T = 0$ скорость рассеяния с испусканием фотона совпадает с амплитудой:

$$\frac{1}{\tau_{i \rightarrow f}} = A_{i \rightarrow f} \left(\frac{\hbar e}{m c} |\Delta n| B_{\perp} \right). \quad (49)$$

Таким образом, при низких температурах необходимо предъявлять дополнительное требование к квантующим магнитным полям (при которых уровни Ландау разрешены) — необходимо требовать, чтобы характерная энергия x_0 не превышала энергию Ландау:

$$x_0 < \hbar \omega_c. \quad (50)$$

Условие (50) выполняется в диапазоне значений магнитного поля

$$B_{\perp} > \frac{m_w c}{e \hbar} m_w c_s^2. \quad (51)$$

В GaAs магнитное поле $(m_w c / e \hbar) m_w c_s^2$, ограничивающее этот диапазон снизу, составляет 0.2 Тл, что соответствует энергии Ландау 0.3 мэВ, что значительно меньше ширины уровня Ландау (~ 1 мэВ).

Таким образом, в квантующих магнитных полях спектральная амплитуда скорости рассеяния заметно отлична от нуля только для фотонов с энергией, существенно меньшей энергии Ландау. Вследствие этого внутрисубзонные процессы рассеяния

на акустических фононах в значительной степени подавляются.

Влияние компоненты $B_{\parallel}$ на межподзонные процессы рассеяния существенным образом зависит от симметрии потенциального профиля квантовой ямы $U(z)$.

В случае симметричной квантовой ямы ($U(-z) = U(z)$) волновые функции уровней размерного квантования являются либо четными, либо нечетными:

$$\varphi_{\nu}(-z) = (-1)^{\nu-1} \varphi_{\nu}(z). \quad (52)$$

Вследствие этого средние координаты $\langle z \rangle$ в начальном и конечном состояниях одинаковы, и для всех переходов параметр $\xi = 0$. В результате амплитуда рассеяния $A_{i \rightarrow f}(x)$ не зависит от компоненты магнитного поля $B_{\parallel}$, параллельной слоям квантовой ямы.

В этом случае основное влияние $B_{\parallel}$ сводится к увеличению расстояния между подзонами и, как следствие, к сдвигу резонансов переходов к другим значениям квантующей компоненты магнитного поля $B_{\perp}$.

В этом случае выражение (49) для перехода электрона из верхней подзоны в нижнюю принимает вид

$$\frac{1}{\tau_{i \rightarrow f}} = A_{i \rightarrow f} \left(\Delta \varepsilon_{if} \left(1 - \frac{B_{\perp}}{B_{\perp}^{(0)}} \right) + \gamma_{if} B_{\parallel}^2 \right), \quad (53)$$

где

$$B_{\perp}^{(0)} = \frac{m_w c}{\hbar e} \frac{\Delta \varepsilon_{if}}{\Delta n} \quad (54)$$

— величина компоненты магнитного поля $B_{\perp}$, при которой энергии начального и конечного уровней Ландау совпадают ($E_i = E_f$) при $B_{\parallel} = 0$,

$$\gamma_{if} = \frac{e^2}{2m_w c^2} \left[(\delta z)_{\nu_i}^2 - (\delta z)_{\nu_f}^2 \right]. \quad (55)$$

В случае магнитного поля $\mathbf{B} = B_{\perp} \mathbf{e}_z$, перпендикулярного слоям квантовой ямы, зависимость скорости испускания фонона представляет собой резонансный пик, сдвинутый от значения $B_{\perp}^{(0)}$ в сторону меньших магнитных полей вследствие дисперсии фононов (рис. 3).

Появление компоненты магнитного поля $B_{\parallel}$, параллельной слоям квантовой ямы, сдвигает этот пик в сторону больших магнитных полей (рис. 4). При этом высота этого пика возрастает вследствие того, что максимум функции $A_{i \rightarrow f}(x)$ увеличивается с ростом $B_{\perp}$.

Величина сдвига дается выражением

$$\delta B_{\perp} = \frac{e}{2\hbar c} \frac{1}{\Delta n} \left[(\delta z)_{\nu_i}^2 - (\delta z)_{\nu_f}^2 \right] B_{\parallel}^2. \quad (56)$$

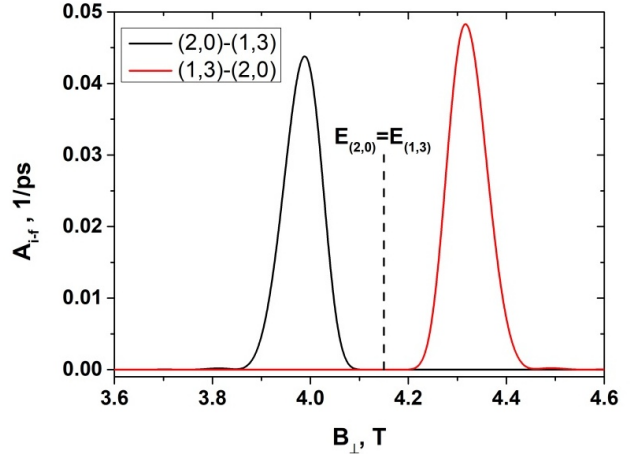


Рис. 3. Зависимости от магнитного поля спектральной амплитуды A межподзонного перехода из вышележащей подзоны в нижележащую подзону (черная кривая) и «обратного» перехода (красная линия) с испусканием акустических фононов. Вертикальной штриховой линией отмечено значение магнитного поля, при котором происходит выравнивание уровней Ландау, между которыми происходят переходы. Данные приведены для переходов $(2, 0) \rightarrow (1, 3)$ и $(1, 3) \rightarrow (2, 0)$ при $B_{\parallel} = 0$

Она возрастает пропорционально $B_{\parallel}^2$. Поскольку этот сдвиг пропорционален разности квадратов флуктуаций координаты электрона вдоль оси роста, влияние $B_{\parallel}$ существенным образом зависит от ширины квантовой ямы. Для глубоких уровней энергии зависимость сдвига от ширины квантовой ямы можно оценить, взяв волновые функции $\varphi(z)$ электрона в бесконечно глубокой квантовой яме. В этом случае

$$\delta B_{\perp} = \frac{e}{4\pi^2 \hbar c} \frac{1}{\Delta n} \left(\frac{1}{\nu_f^2} - \frac{1}{\nu_i^2} \right) a^2 B_{\parallel}^2. \quad (57)$$

Таким образом, индуцированный компонентой $B_{\parallel}$ сдвиг резонанса существенно увеличивается с шириной квантовой ямы (приблизительно как a^2).

Скорость рассеяния для «обратных» переходов $f \rightarrow i$ с испусканием фононов дается выражением

$$\frac{1}{\tau_{i \rightarrow f}} = A_{i \rightarrow f} \left(\Delta \varepsilon_{if} \left(\frac{B_{\perp}}{B_{\perp}^{(0)}} - 1 \right) - \gamma_{if} B_{\parallel}^2 \right). \quad (58)$$

Соответственно, при $B_{\parallel} = 0$ ее зависимость от магнитного поля представляет собой резонансный пик, сдвинутый относительно $B_{\perp}^{(0)}$ в сторону больших значений $B_{\perp}$ (рис. 3). Компонента $B_{\parallel}$ приводит к сдвигу этого пика в сторону больших значений квантующей компоненты магнитного поля на величину (57).

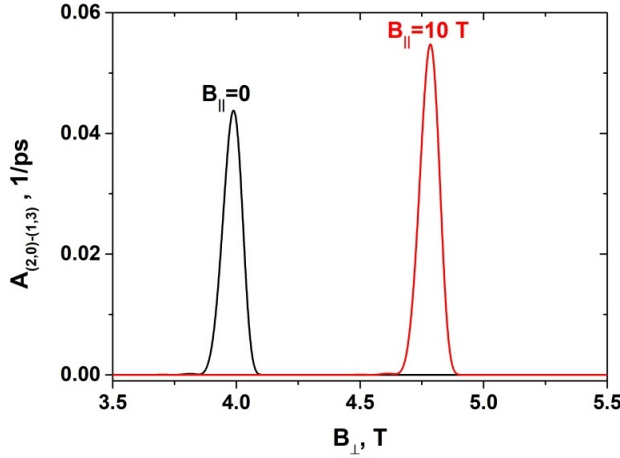


Рис. 4. Спектральная амплитуда A межподзонного перехода из вышележащей подзоны в нижележащую подзону с испусканием акустических фононов как функция квантующего магнитного поля (черная кривая) и аналогичная зависимость при добавлении магнитного поля, параллельного слоям квантовой ямы (красная кривая). Данные приведены для перехода $(2, 0) \rightarrow (1, 3)$ и $B_{\parallel} = 10$ Тл

При конечных температурах происходит увеличение интенсивности рассеяния с испусканием фононов (рис. 5). Кроме того, при конечных температурах появляются процессы с поглощением акустических фононов, обратные переходам с испусканием фононов.

Для перехода $f \rightarrow i$ и перехода $i \rightarrow f$ с поглощением фонона скорости рассеяния даются выражениями

$$\frac{1}{\tau_{f \rightarrow i}^{(abs)}} = N_B \left\{ \frac{\Delta \varepsilon_{if}}{T_L} \left(1 - \frac{B_{\perp}}{B_{\perp}^{(0)}} \right) + \frac{\gamma_{if}}{T_L} B_{\parallel}^2 \right\} \times A_{i \rightarrow f} \left\{ \Delta \varepsilon_{if} \left(1 - \frac{B_{\perp}}{B_{\perp}^{(0)}} \right) + \gamma_{if} B_{\parallel}^2 \right\} \quad (59)$$

и

$$\frac{1}{\tau_{i \rightarrow f}^{(abs)}} = N_B \left\{ \frac{\Delta \varepsilon_{if}}{T_L} \left(\frac{B_{\perp}}{B_{\perp}^{(0)}} - 1 \right) - \frac{\gamma_{if}}{T_L} B_{\parallel}^2 \right\} \times A_{i \rightarrow f} \left\{ \Delta \varepsilon_{if} \left(\frac{B_{\perp}}{B_{\perp}^{(0)}} - 1 \right) - \gamma_{if} B_{\parallel}^2 \right\}. \quad (60)$$

Соответственно, имеет место аналогичная зависимость скорости переходов с поглощением фононов от квантующей компоненты магнитного поля $B_{\perp}$ и компоненты магнитного поля $B_{\parallel}$, параллельной слоям квантовой ямы, — скорость перехода представляет собой резонансный пик, сдвинутый относительно

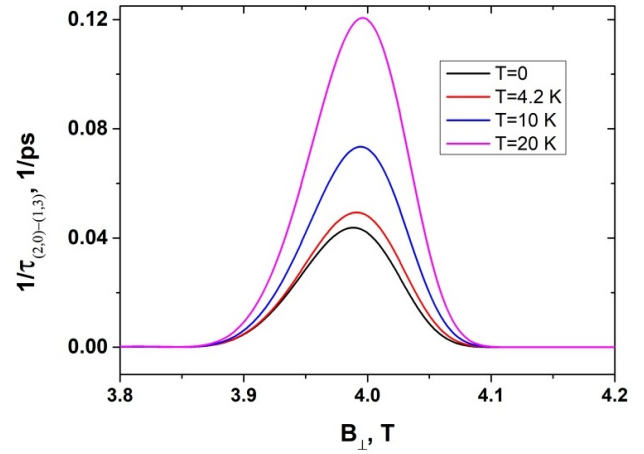


Рис. 5. Зависимости скорости рассеяния с испусканием фононов от магнитного поля при различных температурах. Данные приведены для перехода $(2, 0) \rightarrow (1, 3)$. Магнитное поле направлено перпендикулярно слоям квантовой ямы

$B_{\perp}^{(0)}$ вследствие дисперсии фонона (рис. 6 а). Компонента $B_{\parallel}$ сдвигает этот пик в сторону больших магнитных полей на величину (57) (рис. 6 б). При этом амплитуда резонанса увеличивается вследствие зависимости $A(x)$ от магнитного поля.

Следует отметить, что при низких температурах скорость испускания значительно превышает скорость поглощения.

Конечная ширина уровней Ландау приводит к тому, что дельта-функция Дирака в (37) заменяется на форм-фактор конечной ширины. Вид форм-фактора и его ширина зависят от целого ряда параметров — соотношения между столкновительным и неоднородным уширениями [5], соотношения столкновительного уширения и температуры [56–58], соотношения радиуса рассеивателей и магнитной длины (что определяется электронной плотностью и кратностью вырождения уровней Ландау) [1, 59]. Однако конкретная форма и ширина форм-фактора не влияют на основные результаты нашего анализа — тенденции поведения скорости рассеяния при изменении компонент магнитного поля $B_{\perp}$ и $B_{\parallel}$. Поэтому в дальнейшем мы заменяем дельта-функцию Дирака в (37) на гауссиан

$$F(E_i - E_f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{2}\Gamma} \exp\left(-\frac{(E_i - E_f)^2}{2(\sqrt{2}\Gamma)^2}\right) \quad (61)$$

с типичной шириной $\Gamma = 1$ мэВ.

Поскольку зависимость скорости каждого отдельного перехода $1/\tau_{i \rightarrow f}$ от $B_{\perp}$ представляет собой резонансный пик, полная скорость рассеяния элек-

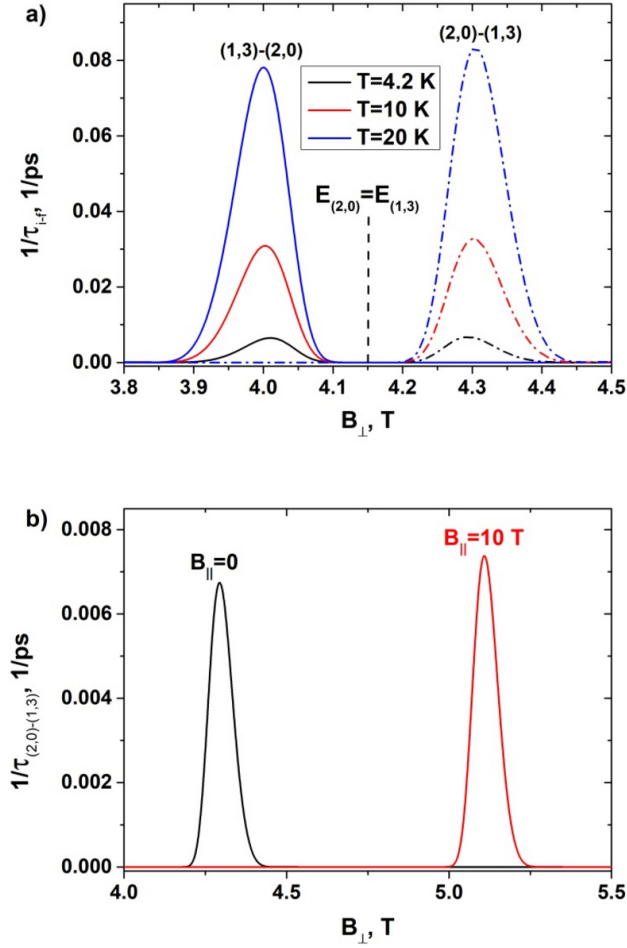


Рис. 6. *a* — Зависимости скорости рассеяния с поглощением фононов от магнитного поля при различных температурах. Данные приведены для перехода $(1,3) \rightarrow (2,0)$ (сплошные кривые) и перехода $(2,0) \rightarrow (1,3)$ (штрихпунктирные кривые) при $B_{||} = 0$; *b* — скорость перехода с поглощением акустического фонона как функция квантующего магнитного поля (черная кривая) и аналогичная зависимость при добавлении магнитного поля, параллельного слоям квантовой ямы (красная кривая). Данные приведены для перехода $(2,0) \rightarrow (1,3)$ и $B_{||} = 10$ Тл при температуре решетки $T_L = 4.2$ К

трона с уровня Ландау $i = (\nu_i, n_i)$ верхней подзоны в нижнюю подзону,

$$\frac{1}{\tau_{(\nu_i, n_i)}^{(tot)}} = \sum_{n_f} \frac{1}{\tau_{(\nu_i, n_i) \rightarrow (\nu_f, n_f)}},$$

является осциллирующей функцией квантующей компоненты магнитного поля $B_{\perp}$ (рис. 7).

Как видно из (54), резонансы имеются только у переходов с $\Delta n = n_f - n_i > 0$. Поэтому набор резонансных значений магнитного поля ограничен сверху значением, соответствующим $\Delta n = 1$. При этом

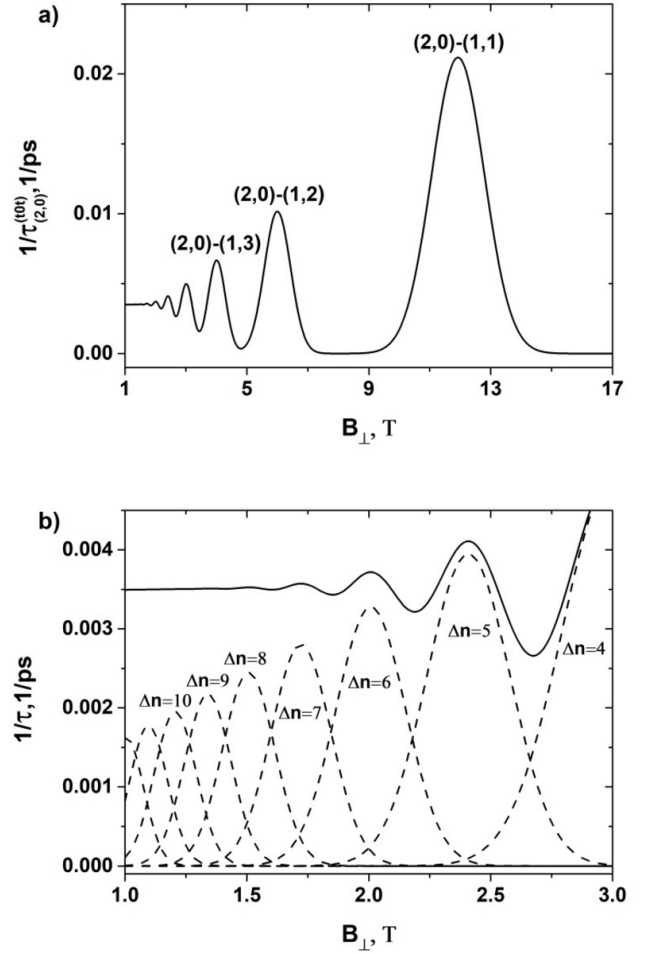


Рис. 7. *a* — Зависимость от магнитного поля полной скорости рассеяния электрона с уровня $(2,0)$ с испусканием акустического фонона. Температура кристаллической решетки 4.2 К, $B_{||} = 0$. *b* — Тот же график в области малых магнитных полей. Штриховыми линиями показаны скорости рассеяния с уровня $(2,0)$ на отдельные уровни Ландау $(1, \Delta n)$

снизу этот набор не ограничен — величина Δn может быть сколь угодно большой, и, соответственно, резонансное поле сколь угодно малым.

Резонансы переходов с большим изменением номера уровня Ландау Δn и, соответственно, с большим различием волновых функций начального и конечного состояний (в частности, Δn есть разница в количестве нулей волновых функций начального и конечного состояний) находятся в более слабых магнитных полях. Таким образом, амплитуда пиков в максимумах полной скорости рассеяния уменьшается с уменьшением магнитного поля. Расстояние между резонансами соседних переходов и различие величины их максимумов снижаются с уменьшением магнитного поля. В результате при относитель-

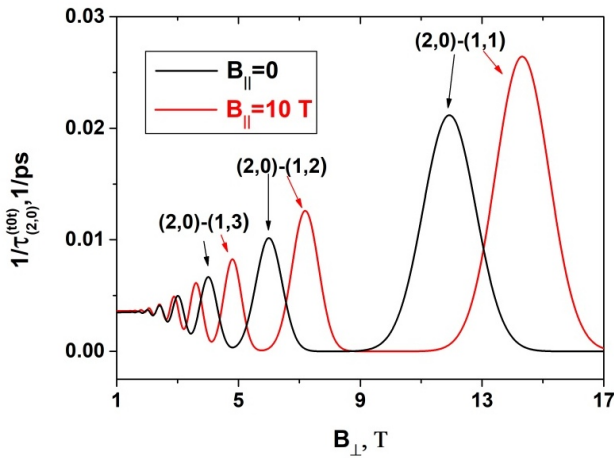


Рис. 8. Полная скорость рассеяния электрона с уровня (2,0) с испусканием акустического фонона как функция квантующего магнитного поля $B_{\perp}$ и аналогичная зависимость при добавлении магнитного поля $B_{\parallel} = 10$ Тл, параллельного слоям квантовой ямы

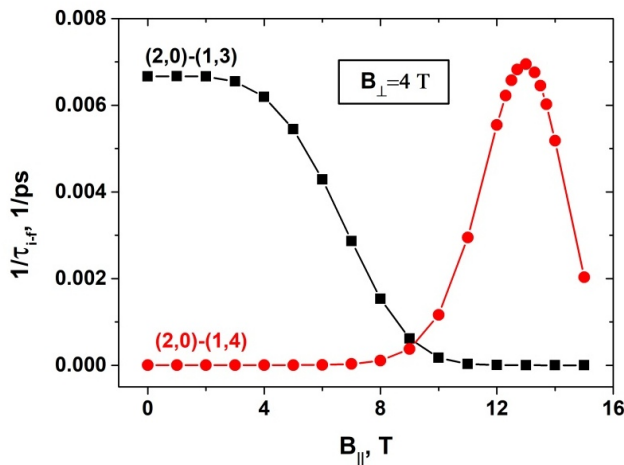


Рис. 9. Зависимости скорости межподзонных переходов электрона между различными уровнями Ландау первой и второй подзон от $B_{\parallel}$ при фиксированном значении квантующей компоненты магнитного поля $B_{\perp} = 4$ Тл

но небольших магнитных полях зависимость сглаживается (становится слабо осциллирующей) вследствие суммирования близко расположенных пиков с близкими амплитудами.

Компонента $B_{\parallel}$ магнитного поля, параллельная слоям квантовой ямы, сдвигает резонанс каждого перехода в сторону больших значений квантующей компоненты $B_{\perp}$. Эти сдвиги резонансных пиков, а также связанное с ними увеличение их амплитуды хорошо видны в зависимости полной скорости рассеяния с уровня Ландау (2,0), особенно в диапазоне $B_{\perp}$, где эти пики разрешены (рис. 8).

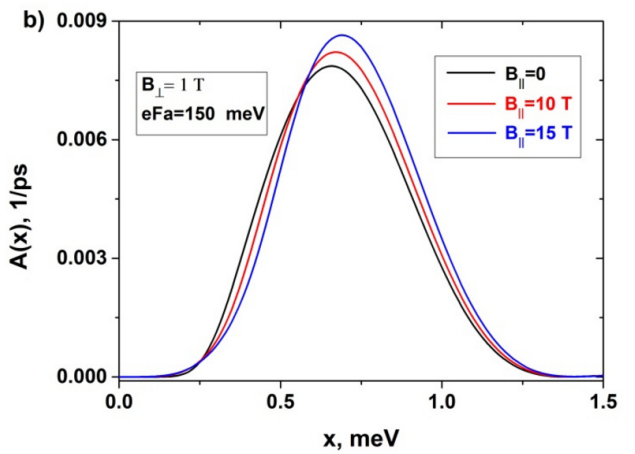
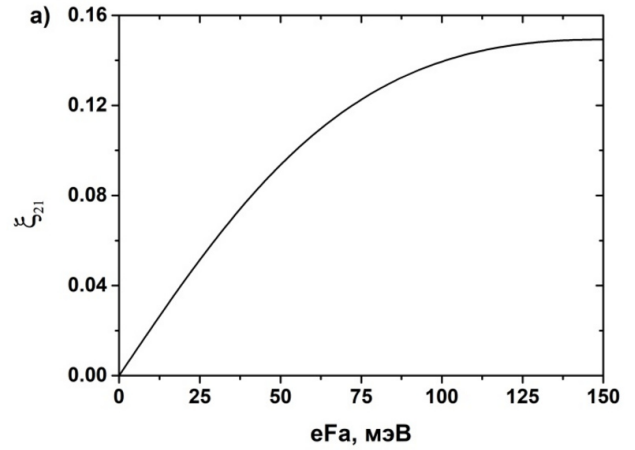


Рис. 10. а — Зависимость от электрического поля параметра ξ_{21} для переходов между двумя нижними подзонами квантовой ямы при $B_{\perp} = B_{\parallel} = 1$ Тл; б — спектральная амплитуда $A(x)$ перехода (2,0) $\rightarrow$ (1,3) для $B_{\perp} = 1$ Тл при различных значениях $B_{\parallel}$ в квантовой яме в поперечном электрическом поле F . Падение напряжения на ширине ямы $eFa = 150$ мэВ

Величина сдвига резонанса увеличивается пропорционально $B_{\parallel}^2$. Более того, согласно проведенным выше оценкам (см. выражение (57)), коэффициент пропорциональности существенно возрастает с ростом ширины a квантовой ямы (приблизительно как a^2). Поэтому в широких квантовых ямах влияние $B_{\parallel}$ на скорости переходов является весьма существенным (рис. 9).

Представленные выше эффекты обусловлены индуцированным компонентой $B_{\parallel}$ сдвигом подзон и имеют место в структурах из квантовых ям безотносительно к симметрии их потенциального профиля.

В структурах с несимметричным потенциальным профилем (например, в квантовой яме в поперечном электрическом поле $\mathbf{F} = -F\mathbf{e}_z$) волно-

вые функции $\varphi(z)$ уровней размерного квантования не делятся по четности, и поэтому $\langle z \rangle_{\nu_i} \neq \langle z \rangle_{\nu_f}$. Вследствие этого, параметр ξ_{ν_i, ν_f} отличен от нуля (рис. 10 а). В результате в этих структурах компонента $B_{\parallel}$ влияет не только на условие резонанса, но и на функцию $A(x)$ (рис. 10 б).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены выражения для скорости рассеяния электронов на продольных акустических фононах в квантующем магнитном поле, наклонном к слоям квантовой ямы. Проведен анализ этих выражений и установлены тенденции поведения скорости рассеяния при изменении величины и ориентации магнитного поля, а также потенциального профиля квантовой ямы.

Во влиянии компоненты магнитного поля $B_{\parallel}$, параллельной слоям квантовой ямы, можно выделить два аспекта.

Во-первых, компонента $B_{\parallel}$ увеличивает расстояние между подзонами. Это приводит к сдвигу резонансов скорости рассеяния между уровнями Ландау в сторону больших значений квантующей компоненты магнитного поля $B_{\perp}$. Величина этого сдвига пропорциональна $B_{\parallel}^2$ и существенным образом зависит от ширины a квантовой ямы (возрастает приблизительно как a^2). В результате в широких квантовых ямах наложение магнитного поля $B_{\parallel}$ дополнительно к квантующему магнитному полю $B_{\perp}$ приводит к существенному изменению скорости рассеяния.

Влияние компоненты магнитного поля $B_{\parallel}$ на амплитуду перехода существенным образом определяется симметрией потенциального профиля квантовой ямы $U(z)$.

В симметричных ($U(-z) = U(z)$) квантовых ямах матричный элемент электрон-фононного взаимодействия и, соответственно, спектральная амплитуда $A(x)$ практически не зависят от $B_{\parallel}$. Влияние компоненты $B_{\parallel}$ на скорость рассеяния сводится к сдвигу резонансов вследствие увеличения межподзонного расстояния. Эти сдвиги резонансов приводят к увеличению значений скорости рассеяния $1/\tau_{i \rightarrow f}$ в максимумах вследствие зависимости спектральной амплитуды $A(x)$ от квантующей компоненты магнитного поля $B_{\perp}$.

В структурах с несимметричным потенциальным профилем спектральная амплитуда $A(x)$ зависит как от $B_{\perp}$, так и от $B_{\parallel}$.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Ando, B. Fowler, and F. Stern, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982), doi: 10.1103/RevModPhys.54.437
2. A. Blank and S. Feng, J. Appl. Phys. **74**, 4795 (1993), doi: 10.1063/1.354354
3. D. Smirnov, O. Drachenko, J. Leotin, H. Page, C. Becker, C. Sirtori, V. Apalkov, and T. Chakraborty, Phys. Rev. B **66**, 125317 (2002), doi: 10.1103/PhysRevB.66.125317
4. K. Kempa, Y. Zhou, J. R. Engelbrecht, and P. Bakshi, Phys. Rev. B **68**, 085302 (2003), doi: 10.1103/PhysRevB.68.085302
5. C. Becker, A. Vasanelli, C. Sirtori, and G. Bastard, Phys. Rev. B **69**, 115328 (2004), doi: 10.1103/PhysRevB.69.115328
6. A. Leuliet, A. Vasanelli, A. Wade, G. Fedorov, D. Smirnov, G. Bastard, and C. Sirtori, Phys. Rev. B **73**, 085311 (2006), doi: 10.1103/PhysRevB.73.085311
7. I. Savić, Z. Ikonić, V. Milanović, N. Vukmirović, V. D. Jovanović, D. Indjin, and P. Harrison, Phys. Rev. B **73**, 075321 (2006), doi: 10.1103/PhysRevB.73.075321
8. B. Novaković, J. Radovanović, A. Mirčetić, V. Milanović, Z. Ikonić, and D. Indjin, Opt. Commun. **279**, 330 (2007), doi: 10.1016/j.optcom.2007.07.028
9. N. Péré-Laperne, L. A. de Vaultier, Y. Guldner, G. Bastard, G. Scalari, M. Giovannini, J. Faist, A. Vasanelli, S. Dhillon, and C. Sirtori, Appl. Phys. Lett. **91**, 062102 (2007), doi: 10.1063/1.2766862
10. A. Wade, G. Fedorov, D. Smirnov, S. Kumar, B. S. Williams, Q. Hu, and J. L. Reno, Nat. Photonics **3**, 41 (2009), doi: 10.1038/nphoton.2008.251
11. M. P. Telenkov, Yu. A. Mityagin, and P. F. Kartsev, JETP Lett. **92**, 401 (2010) [М. П. Теленков, Ю. А. Митягин, П. Ф. Карцев, Письма в ЖЭТФ **92**, 444 (2010)], doi: 10.1134/S0021364010180086
12. A. Daničić, J. Radovanović, V. Milanović, D. Indjin, and Z. Ikonić, J. Phys. D: Appl. Phys. **43**, 045101 (2010), doi: 10.1088/0022-3727/43/4/045101
13. M. Žeželj, V. Milanović, J. Radovanović, and I. Stanković, J. Phys. D: Appl. Phys. **44**, 325105 (2011), doi: 10.1088/0022-3727/44/32/325105

14. D. Timotijević, J. Radovanović, and V. Milanović, *Semicond. Sci. Technol.* **27**, 045006 (2012), doi: 10.1088/0268-1242/27/4/045006
15. A. Daničić, J. Radovanović, D. Indjin, and Z. Ikonić, *Phys. Scr.* **2012**, 014017 (2012), doi: 10.1088/0031-8949/2012/T149/014017
16. Yu. G. Arapov, S. V. Gudina, A. S. Klepikova, V. N. Neverov, S. M. Podgornyykh, M. V. Yakunin, and B. N. Zvonkov, *Semiconductors* **47**, 1447 (2013) [Ю. Г. Арапов, С. В. Гудина, А. С. Клепикова, В. Н. Неверов, С. М. Подгорных, М. В. Якунин, Б. Н. Звонков, *ФТП* **47**, 1457 (2013)], doi: 10.1134/S1063782613110055
17. M. P. Telenkov, Yu. A. Mityagin, and P. F. Kartsev, *Opt. Quant. Electron.* **46**, 759 (2014), doi: 10.1007/s11082-013-9784-z
18. M. P. Telenkov, Yu. A. Mityagin, V. V. Agafonov, and K. K. Nagaraja, *JETP Lett.* **102**, 678 (2015) [М. П. Теленков, Ю. А. Митягин, В. В. Агафонов, К. К. Нагараджа, *Письма в ЖЭТФ* **102**, 770 (2015)], doi: 10.1134/S0021364015220129
19. A. Daničić, J. Radovanović, V. Milanović, D. Indjin, and Z. Ikonić, *Physica E* **81**, 275 (2016), doi: 10.1016/j.physe.2016.03.019
20. M. P. Telenkov, Yu. A. Mityagin, T. N. V. Doan, and K. K. Nagaraja, *Physica E* **104**, 11 (2018), doi: 10.1016/j.physe.2018.07.007
21. Yu. A. Mityagin, M. P. Telenkov, Sh. Amiri, and K. K. Nagaraja, *Physica E* **122**, 114104 (2020), doi: 10.1016/j.physe.2020.114104
22. A. Gajić, J. Radovanović, N. Vuković, V. Milanović, and D. L. Boiko, *Phys. Lett. A* **387**, 127007 (2021), doi: 10.1016/j.physleta.2020.127007
23. Yu. A. Mityagin, M. P. Telenkov, I. A. Bulygina, Ravi Kumar, and K. K. Nagaraja, *Physica E* **142**, 115288 (2022), doi: 10.1016/j.physe.2022.115288
24. M. P. Telenkov and Yu. A. Mityagin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **168**, 425 (2025) [М. П. Теленков, Ю. А. Митягин, *ЖЭТФ* **168**, 425 (2025)], doi: 10.7868/S3034641X25090154
25. M. P. Telenkov and Yu. A. Mityagin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **168**, 537 (2025) [М. П. Теленков, Ю. А. Митягин, *ЖЭТФ* **168**, 537 (2025)], doi: 10.7868/S3034641X25100105
26. M. P. Telenkov, Yu. A. Mityagin, and D. S. Korchagin, *Physica E* **174**, 116351 (2025), doi: 10.1016/j.physe.2025.116351
27. M. P. Telenkov and Yu. A. Mityagin, *Physica E* **182**, 116555 (2026), doi: 10.1016/j.physe.2026.116555
28. P. J. Price, *Ann. Phys.* **133**, 217 (1981), doi: 10.1016/0003-4916(81)90250-5
29. V. Karpus, *Sov. Phys. Semicond.* **20**, 12 (1986) [В. Карпус, *ФТП* **20**, 6 (1986)], <https://www.mathnet.ru/rus/phs/v20/i1/p12>
30. R. Ferreira and G. Bastard, *Phys. Rev. B* **40**, 1074 (1989), doi: 10.1103/PhysRevB.40.1074
31. T. Kawamura, S. Das Sarma, R. Jalabert, and J. K. Jain, *Phys. Rev. B* **42**, 5407 (1990), doi: 10.1103/PhysRevB.42.5407
32. J. S. Bhat, S. S. Kubakaddi, and B. G. Mulimani, *J. Appl. Phys.* **70**, 2216 (1991), doi: 10.1063/1.349432
33. T. Kawamura and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **45**, 3612 (1992), doi: 10.1103/PhysRevB.45.3612
34. V. N. Murzin, Yu. A. Mityagin, and V. A. Chukhenkov, *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **64**, 235 (2000) [В. Н. Мурзин, Ю. А. Митягин, В. А. Чуенков, *Изв. РАН. Сер. физ.* **64**, 235 (2000)].
35. Takeya Unuma, Masahiro Yoshita, Takeshi Noda, Hiroyuki Sakaki, and Hideofumi Akiyama, *J. Appl. Phys.* **93**, 1586 (2003), doi: 10.1063/1.1535733
36. D. A. Pshenai-Severin and Y. I. Ravich, *Semiconductors* **36**, 908 (2002) [Д. А. Пшенай-Северин, Ю. И. Равич, *ФТП* **36**, 974 (2002)], doi: 10.1134/1.1500470
37. S. I. Borisenko, *Semiconductors* **38**, 824 (2004) [С. И. Борисенко, *ФТП* **38**, 858 (2004)], doi: 10.1134/1.1777608
38. Nguyen Dinh Hien, *Optik* **206**, 164348 (2020), doi: 10.1016/j.ijleo.2020.164348
39. Tran Cong Phong, Le Ngoc Minh, and Nguyen Dinh Hien, *Nanoscale Adv.* **6**, 832 (2024), doi: 10.1039/D3NA00274H
40. I. L. Drichko, I. Yu. Smirnov, M. O. Safonchik, M. A. Shakhov, A. K. Bakarov, and A. A. Bykov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **167**, 226 (2025) [И. Л. Дричко, И. Ю. Смирнов, М. О. Сафончик, М. А. Шахов, А. К. Бакаров, А. А. Быков, *ЖЭТФ* **167**, 226 (2025)], doi: 10.7868/S3034641X25020087
41. M. L. Leadbeater, F. W. Sheard, and L. Eaves, *Semicond. Sci. Technol.* **6**, 1021 (1991), doi: 10.1088/0268-1242/6/10/012
42. M. P. Telenkov and Yu. A. Mityagin, *Int. J. Mod. Phys. B* **21**, 1594 (2007), doi: 10.1142/S0217979207043269

43. V. M. Apalkov and T. Chakraborty, Appl. Phys. Lett. **78**, 1973 (2001), doi: 10.1063/1.1359488
44. T. Chakraborty and V. M. Apalkov, Adv. Phys. **52**, 455 (2003), doi: 10.1080/0001873031000119619
45. M. P. Telenkov, Yu. A. Mityagin, T. N. V. Doan, and K. K. Nagaraja, J. Phys. Commun. **2**, 085019 (2018), doi: 10.1088/2399-6528/aad885
46. G. Bastard, *Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures*, Les Editions de Physique, Les Ulis Cedex, France (1988).
47. *Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology*, ed. by O. Madelung, Landolt-Börnstein, New Series, Group III, Vol. 17, Pt. 2.10.1, Springer-Verlag, Berlin (1982).
48. U. Bockelmann and G. Bastard, Phys. Rev. B **45**, 1700 (1992), doi: 10.1103/PhysRevB.45.1700
49. D. M. Mitrović, V. Milanović, and Z. Ikonić, Phys. Rev. B **54**, 7666 (1996), doi: 10.1103/PhysRevB.54.7666
50. S. Živanović, V. Milanović, and Z. Ikonić, Phys. Rev. B **52**, 8305 (1995), doi: 10.1103/PhysRevB.52.8305
51. V. V. Капаев, Yu. V. Копеев, and I. V. Tokatly, Phys. Usp. **40**, 538 (1997) [В. В. Капаев, Ю. В. Копеев, И. В. Токачлы, УФН **167**, 562 (1997)], doi: 10.3367/UFNr.0167.199705n.0562
52. M. P. Telenkov and Yu. A. Mityagin, Semiconductors **40**, 581 (2006) [М. П. Теленков, Ю. А. Митягин, ФТП **40**, 597 (2006)], doi: 10.1134/S1063782606050125
53. J. Hu and A. H. MacDonald, Phys. Rev. B **46**, 12554 (1992), doi: 10.1103/PhysRevB.46.12554
54. S. K. Lyo, N. E. Harff, and J. A. Simmons, Phys. Rev. B **58**, 1572 (1998), doi: 10.1103/PhysRevB.58.1572
55. I. Vurgaftman, J. R. Meyer, and L. R. Ram-Mohan, J. Appl. Phys. **89**, 5815 (2001), doi: 10.1063/1.1368156
56. S. K. Lyo, Phys. Rev. B **40**, 8418 (1989), doi: 10.1103/PhysRevB.40.8418
57. K. Kempa, P. Bakshi, J. Engelbrecht, and Y. Zhou, Phys. Rev. B **61**, 11083 (2000), doi: 10.1103/PhysRevB.61.11083
58. V. N. Golovach and M. E. Portnoi, Phys. Rev. B **74**, 085321 (2006), doi: 10.1103/PhysRevB.74.085321
59. T. Uenoyama and L. J. Sham, Phys. Rev. B **39**, 11044 (1989), doi: 10.1103/PhysRevB.39.11044

Electron Scattering by Acoustic Phonons in Quantum Wells in a Tilted Quantizing Magnetic Field

M. P. Telenkov, Yu. A. Mityagin*

P. N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences
119991, Moscow, Russia,

*E-mail: telenkovmp@lebedev.ru

Received May 16, 2026

Revised June 04, 2026

Accepted June 09, 2026

Abstract

Electron scattering by longitudinal acoustic phonons in a quantizing magnetic field is considered. Expressions for the scattering rate in a magnetic field tilted to the quantum well layers are derived. By analyzing these expressions, trends in the behavior of the scattering rate are established with changes in the magnetic field strength and orientation, as well as the potential profile of the quantum well.

Keywords: quantum wells, Landau levels, acoustic phonon scattering, tilted magnetic field

Funding. The study was not sponsored.

Conflict of interest. The authors declare that they have no conflict of interest.

Authors' contributions. The contributions of the authors are equal.