

РЕЗОНАНСНОЕ КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ В ЗАМАГНИЧЕННОЙ СРЕДЕ

Д. А. Румянцев^{a*}, А. А. Ярков^{a,b**}, Д. М. Шленев^{b***}

^a Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
150000, Ярославль, Россия

^b Ярославское высшее военное училище противовоздушной обороны
150001, Ярославль, Россия

Поступила в редакцию 3 декабря 2025 г.,
после переработки 24 апреля 2026 г.
Принята к публикации 25 апреля 2026 г.

Рассмотрен процесс комптоновского рассеяния в замагниченной плазме с учетом резонанса на виртуальном электро-не. В пределах как относительно слабо, так и сильно замагниченной плазмы вычислен коэффициент поглощения фотона для узкого резонансного пика. Показано, что в рассматриваемых случаях для коэффициента поглощения фотона имеется хорошее согласие с аналогичными результатами, полученными для пика конечной ширины.

Ключевые слова: сильное магнитное поле, комптоновское рассеяние, резонанс

DOI: 10.31857/S0044451026060022

1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к изучению комптоновского рассеяния $\gamma e \rightarrow \gamma e$ в сильном магнитном поле ($B \gtrsim B_e = m^2/e = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс¹) первоначально был вызван неожиданным открытием циклотронных спектральных линий у двойных рентгеновских пульсаров [1–3], которые изначально интерпретировались либо как циклотронное поглощение, либо как циклотронное излучение [1]. Дальнейшее повышение разрешения детекторов по энергии позволило уверенно заключить, что циклотронные особенности связаны именно с резонансным поглощением фотона [4]. При этом под циклотронным резонансом обычно понимается резкое увеличение сечения рассеяния по сравнению с классическим томсоновским сечением, $\sigma_T = 8\pi\alpha^2/(3m^2)$. В одной из первых работ по этой тематике [5] выражение для сечения комптоновского рассеяния в магнитном

поле без плазмы было получено в нерелятивистском пределе, и для фотона, распространяющегося вдоль магнитного поля, в сечении был обнаружен резонансный пик при энергии

$$\omega_B \simeq \frac{\beta}{m}, \quad (1)$$

где введено обозначение $\beta = eB$.

Кроме того, в работе [5] также было показано, что сечение рассеяния фотона на электро-не значительно зависит как от поляризационного состояния фотона, так и от угла между направлением импульса начального фотона и направлением магнитного поля. В последовавшей за ней статье [6] исследовалось изменение энергии фотона в комптоновском процессе, кратное циклотронной частоте ω_B . В следующих работах [7, 8] были получены результаты для полного сечения рассеяния фотона на электро-не с использованием формализма работы [5]. Тем не менее эти результаты будут справедливыми только для относительно слабого магнитного поля, $B \lesssim 10^{12}$ Гс. Однако при значениях магнитного поля $B > 10^{12}$ Гс, как было показано в работах [9, 10], учет релятивистских эффектов в сечении комптоновского рассеяния становится существенным.

В представленных выше работах предполагалось, что начальный и конечные электро-ны нахо-

* E-mail: rda@uniyar.ac.ru

** E-mail: a121@mail.ru

*** E-mail: allen_caleb@rambler.ru

¹ В настоящей работе используется естественная система единиц: $c = \hbar = k_B = 1$, m — масса электро-на, $e > 0$ — элементарный заряд.

дятся на основном уровне Ландау, что является справедливым для предела сверхсильного магнитного поля, $B \gg B_e$, и/или низких температур, $T \ll m$. В этом случае резонансный пик (1) смещается в область более низких энергий фотона, а кроме него также возникает бесконечный ряд резонансных пиков, соответствующих разным уровням Ландау $n = 0, 1, \dots$ виртуального электрона. Эти пики реализуются при энергиях фотона [11]

$$\omega_n(\theta) = \frac{\sqrt{m^2 + 2\beta n \sin^2 \theta} - m}{\sin^2 \theta}, \quad (2)$$

где θ — угол между импульсом начального фотона и направлением магнитного поля.

С другой стороны, в результате комптоновского процесса могут возбуждаться высшие уровни Ландау начального электрона, что, в свою очередь, может выступать механизмом рождения фотонов малых энергий для магнитных полей $B \lesssim B_e$ [11, 12]. В таком случае для произвольного уровня Ландау ℓ начального электрона резонансные пики будут наблюдаться на энергиях

$$\omega_{n\ell}(\theta) = \frac{\sqrt{M_\ell^2 - \sin^2 \theta (M_\ell^2 - M_n^2)} - M_\ell}{\sin^2 \theta}, \quad (3)$$

где $M_\ell = \sqrt{m^2 + 2\beta\ell}$, $M_n = \sqrt{m^2 + 2\beta n}$.

В рассмотренных выше работах сечение комптоновского рассеяния становится бесконечным при энергиях фотона, соответствующих циклотронным резонансам (2), вследствие предположения о большом времени жизни виртуальных частиц. По этой причине их результаты справедливы только для областей энергий фотона вдали от резонансов и могут быть применены, например, для моделирования излучения замагниченной холодной плазмы вблизи поверхности нейтронных звезд [13] или же для относительно слабых магнитных полей, $B \lesssim 10^{10}$ Гс [14].

С другой стороны, учет резонансов в комптоновском процессе является необходимым при моделировании спектров излучения сильно замагниченных нейтронных звезд [15–22]. При этом вблизи поверхности нейтронной звезды, где формируется излучение, резонансный обратный комптоновский процесс рассеяния фотонов малых энергий на высокоэнергетических электронах является доминирующим процессом, который приводит к охлаждению плазмы внутренней магнитосферы и образованию высокоэнергетического хвоста в спектре излучения [23–26].

Вблизи циклотронных резонансов для расчета сечения комптоновского рассеяния требуется учесть полную ширину изменения состояния электрона.

Как было показано в работе [5], в нерелятивистском пределе присутствует лишь одна резонансная частота, определяемая соотношением (2), и сечение рассеяния не зависит от поляризационного состояния электрона (или его спинового состояния), и можно ввести полную ширину, как это было сделано в работе [27]. Однако в сильных магнитных полях, $B \gtrsim B_e$, и при высоких энергиях частиц требуется учитывать релятивистские поправки, что приводит к тому, что выражение для сечения становится очень громоздким, поскольку оно имеет бесконечное число резонансов (см. (3)), содержащихся в сумме по всем промежуточным виртуальным состояниям.

Изначально для учета конечных резонансных пиков использовались усредненные по спину значения ширины распада промежуточного состояния [28, 29]. Как было указано в работе [30], такой подход не является точным, поскольку усреднение по спину некорректно учитывает спиновую зависимость времени распада виртуального электрона, что приводит к неверному значению сечения комптоновского рассеяния в точке резонанса. Этот недостаток был устранен в работе [31], где представлено сечение рассеяния процесса $\gamma e \rightarrow \gamma e$ с учетом ширины распада виртуальных промежуточных состояний, которая зависит от поляризационного состояния электрона. Однако полное сечение комптоновского рассеяния, полученное таким методом, представляет собой громоздкое выражение, что, например, затрудняет его использование в моделях переноса излучения.

В ряде случаев выражение сечения рассеяния можно упростить для получения аналитического решения различных задач. Так, в работе [28] была использована аппроксимация сечения рассеяния с учетом резонанса в ультрарелятивистском пределе для случая относительно сильного магнитного поля, $B > 0.1B_e$. В точке циклотронного резонанса виртуальный электрон становится реальным и распадается на масштабе комптоновского времени, поэтому вероятность комптоновского рассеяния сводится к вероятности одновершинного процесса поглощения фотона электроном, $\gamma e \rightarrow e$. В работе [32] исследовался вопрос аппроксимации комптоновского сечения с помощью одновершинного процесса поглощения фотона электроном для магнитных полей $B \sim 0.1B_e$. При этом различие между одновершинным процессом поглощения и комптоновским рассеянием становится существенным на высших циклотронных резонансах из-за нерезонансного вклада. Еще один подход рассмотрен в работе [33], он заключается в том, что пропагатор виртуально-

го электрона можно заменить на дельта-функцию, когда основной вклад в сечение рассеяния будут давать области вблизи резонансов (приближение узкого пика).

В настоящей работе вычисляется вероятность и сечение рассеяния резонансного комptonовского процесса в приближении узкого резонансного пика в относительно сильном магнитном поле с величиной индукции порядка критического значения B_e . Для сверхсильных магнитных полей, $B \gg B_e$, вычислена вероятность процесса с учетом конечной ширины изменения состояния электрона.

Статья организована следующим образом. В разд. 2 вычисляется сечение рассеяния электрона на фотоне при резонансе на виртуальном электроне в приближении узкого резонансного пика. Результаты сравниваются с расчетами, полученными с учетом конечной ширины резонансного пика. В разд. 3 вычислена вероятность резонансного комptonовского рассеяния в пределе сверхсильного магнитного поля. В Заключение приведены основные результаты статьи.

2. ВЕРОЯТНОСТЬ КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ ПРИ РЕЗОНАНСЕ НА ВИРТУАЛЬНОМ ЭЛЕКТРОНЕ

Для решения рассматриваемой задачи будем использовать лагранжиан взаимодействия электрона, описываемого волновой функцией $\Psi(X)$, с фотоном в поляризованном состоянии λ , заданным $A_\mu^{(\lambda)}(X)$, который имеет следующий вид:

$$\mathcal{L}(X) = -e[\bar{\Psi}(X)\gamma^\mu A_\mu^{(\lambda)}(X)\Psi(X)], \quad (4)$$

где $V = L_x L_y L_z$ — нормировочный объем. Волновые функции электрона $\Psi(X)$ выбираются как собственные векторы ковариантного оператора μ_z , который строится следующим образом ²⁾:

$$\mu_z = m\Sigma_z - i\gamma_0\gamma_5 [\mathbf{\Sigma} \times \mathbf{P}]_z, \quad (5)$$

где $\mathbf{\Sigma} = -\gamma_0\gamma_5$ — трехмерный оператор спина, $\mathbf{P} = -i\nabla + e\mathbf{A}$, $A^\mu = (0, 0, xB, 0)$ — 4-вектор потенциала электромагнитного поля в калибровке Ландау.

Уравнение для собственных функций оператора (5) имеет следующий вид:

$$\mu_z \Psi_{p,n}^s(X) = sM_n \Psi_{p,n}^s(X), \quad (6)$$

²⁾ Обоснование выбора этого метода, предложенного Соколовым и Терновым [34], приведено в работе [33].

в котором квантовое число $s = \pm 1$ определяет поляризационные состояния электрона в постоянном однородном магнитном поле. Состояние электрона характеризуется энергией $E_n = \sqrt{p_z^2 + M_n^2}$ и является бесконечно вырожденным по p_z и дважды вырожденным по s , кроме состояния $n = 0$, где возможно лишь состояние с $s = -1$. Собственные функции оператора (5) могут быть представлены следующим образом:

$$\Psi_{p,n}^s(X) = \frac{e^{-i(E_n X_0 - p_y X_2 - p_z X_3)} U_n^s(\xi)}{\sqrt{4E_n M_n (E_n + M_n)(M_n + m)L_y L_z}}, \quad (7)$$

где

$$\xi(X_1) = \sqrt{\beta} \left(X_1 + \frac{p_y}{\beta} \right). \quad (8)$$

Биспиноры $U_n^s(\xi)$ имеют следующий вид:

$$U_n^-(\xi) = \begin{pmatrix} -i\sqrt{2\beta n} p_z V_{n-1}(\xi) \\ (E_n + M_n)(M_n + m)V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_{n-1}(\xi) \\ -p_z(M_n + m)V_n(\xi) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$U_n^+(\xi) = \begin{pmatrix} (E_n + M_n)(M_n + m)V_{n-1}(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n} p_z V_n(\xi) \\ p_z(M_n + m)V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_n(\xi) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Здесь $V_n(\xi)$ — нормированные функции гармонического осциллятора, которые выражаются через полиномы Эрмита $H_n(\xi)$ следующим образом [35]:

$$V_n(\xi) = \frac{\beta^{1/4} e^{-\xi^2/2}}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(\xi). \quad (11)$$

Волновая функция фотона $A_\mu^{(\lambda)}(X)$ используется в виде плосковолновых решений:

$$A_\mu^{(\lambda)}(X) = \frac{e^{-i(qX)}}{\sqrt{2\omega V}} \varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q), \quad (12)$$

где $q^\mu = (\omega, \mathbf{q})$ — 4-вектор энергии-импульса, $\varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q)$ — вектор поляризации фотона. В замагниченной плазме с нулевым химическим потенциалом у фотона есть два возможных поляризационных состояния ³⁾, которые определяются следующими векторами поляризации:

³⁾ Подробный анализ дисперсионных свойств фотона в замагниченной среде можно найти в работе [36] и цитированных в ней статьях.

$$\varepsilon_{\alpha}^{(1)}(q) = \frac{(q\varphi)_{\alpha}}{\sqrt{q_{\perp}^2}}, \quad \varepsilon_{\alpha}^{(2)}(q) = \frac{(q\tilde{\varphi})_{\alpha}}{\sqrt{q_{\parallel}^2}}, \quad (13)$$

где $\varphi_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}/B$ — тензор электромагнитного поля, приведенный к безразмерному виду, $\tilde{\varphi}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\varphi_{\rho\sigma}$ — тензор, дуальный к нему, а также введены обозначения $q_{\parallel}^2 = \omega^2 - q_z^2$ и $q_{\perp}^2 = q_x^2 + q_y^2$.

\mathcal{S} -матричный элемент рассеяния фотона поляризации λ на электроны в поляризованном состоянии s , находящемся на уровне Ландау ℓ , с рождением электрона в поляризованном состоянии s' на уровне Ландау ℓ' и фотона поляризации λ' с учетом лагранжиана (4) может быть представлен в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e'}^{s's} = & -e^2 \int d^4X d^4Y A_{\mu}^{(\lambda)}(X) A_{\mu'}^{*(\lambda')}(Y) \times \\ & \times \left[\bar{\Psi}_{p',\ell'}^{s'}(Y) \gamma_{\mu'} S(Y, X) \gamma_{\mu} \Psi_{p,\ell}^s(X) \right] + \\ & + (A_{\mu}^{(\lambda)}, \gamma_{\mu} \leftrightarrow A_{\mu'}^{*(\lambda')}, \gamma_{\mu'}). \end{aligned} \quad (14)$$

Входящий в него пропагатор $S(Y, X)$ удобно рассматривать в виде разложения по уровням Ландау:

$$S(Y, X) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s''=\pm 1} S_n^{s''}(Y, X). \quad (15)$$

Вклад в разложение пропагатора от уровня Ландау n и поляризованного состояния s'' можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} S_n^{s''}(Y, X) = & \int \frac{dp_0 dp_y dp_z}{(2\pi)^3} \times \\ & \times \frac{e^{-i p_0 (Y_0 - X_0) + i p_y (Y_2 - X_2) + i p_z (Y_3 - X_3)}}{p_0^2 - p_z^2 - M_n^2 + i \mathcal{I}_{\Sigma}^{s''}(p)} \times \\ & \times \phi_{p,n}^{s''}(Y_1) \bar{\phi}_{p,n}^{s''}(X_1), \end{aligned} \quad (16)$$

где введено обозначение

$$\phi_{p,n}^{s''}(X_1) = \frac{U_n^{s''}[\xi(X_1)]}{\sqrt{2M_n(E_n + M_n)(M_n + m)}}. \quad (17)$$

$\mathcal{I}_{\Sigma}^{s''}(p)$ в выражении (16) является мнимой частью массового оператора электрона. Резонанс на виртуальном фермионе будет наблюдаться, когда в знаменателе пропагатора (16) действительная часть обращается в нуль. Тогда виртуальная частица становится реальной, т.е. приобретает определенный закон дисперсии. Анализ кинематики показывает, что это возможно только тогда, когда виртуальный фермион занимает один из высших уровней Ландау, $n > 0$. Частица при этом является нестабильной, и

время ее жизни в нерезонансной области предполагается бесконечно большим и определяется мнимой частью массового оператора, $\mathcal{I}_{\Sigma}^{s''}(p)$, учет которой становится необходимым. Она может быть получена с помощью оптической теоремы и представлена в следующем виде [37, 38]:

$$\mathcal{I}_{\Sigma}^{s''}(p) = -\frac{1}{2} p_0 \Gamma_n^{s''}, \quad (18)$$

где $\Gamma_n^{s''}$ — полная ширина изменения состояния электрона за счет процесса рассеяния фотона на электроны, которую можно выразить через ширину поглощения электрона в процессе $e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')e'}$ [39]:

$$\Gamma_n^{s''} \simeq \Gamma_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')e'}}^{(abs) s''} \left[1 + e^{-E_n''/T} \right], \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')e'}}^{(abs) s''} = & \sum_{\ell'=0}^{n-1} \sum_{s'=\pm 1} \sum_{\lambda'=1,2} \int \frac{dp'_y dp'_z L_y L_z}{(2\pi)^2} \times \\ & \times [1 - f_e(E'_{\ell'})] \frac{d^3 q' V}{(2\pi)^3} (1 + f_{\gamma}(\omega')) \frac{|\mathcal{S}_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')e'}}^{s' s''}|^2}{\tau}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь $f_e(E'_{\ell'}) = (1 + \exp[E'_{\ell'}/T])^{-1}$ — равновесная функция распределения электронов с температурой T и нулевым химическим потенциалом, $f_{\gamma}(\omega') = (\exp[\omega'/T] - 1)^{-1}$ — равновесная функция распределения фотонов, τ — время взаимодействия.

Квадрат модуля \mathcal{S} -матричного элемента, который определяет вероятность процесса и необходим при расчетах вычисляемых величин, таких как коэффициент поглощения фотона или сечение рассеяния фотона на электроны, может быть представлен в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sum_{s,s'=\pm 1} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e'}^{s's}|^2}{\tau} = & \sum_{s,s',s''=\pm 1} e^4 \frac{(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(p+q-p'-q')}{2\omega L_x 2\omega' V 2E_{\ell} L_y L_z 2E'_{\ell'} L_y L_z} \times \\ & \times \left| \sum_{n=0}^{\infty} \int dX_1 dY_1 \left(\varepsilon_{\mu}^{(\lambda)}(q) \varepsilon_{\mu'}^{*(\lambda')}(q') e^{i(Y_1 q'_x - X_1 q_x)} \times \right. \right. \\ & \times \frac{\phi_{p',\ell'}^{s'}(Y_1) \gamma_{\mu'} \phi_{p+q,n}^{s''}(Y_1) \bar{\phi}_{p+q,n}^{s''}(X_1) \gamma_{\mu} \phi_{p,\ell}^s(X_1)}{(p+q)_{\parallel}^2 - M_n^2 - i E_n'' \Gamma_n^{s''}/2} + \\ & \left. \left. + (q, \lambda, \gamma_{\mu} \leftrightarrow -q', \lambda', \gamma_{\mu'}) \right) \right|^2, \end{aligned} \quad (21)$$

где $E_n'' = E_{\ell} + \omega$ — энергия виртуального электрона, а $(p+q)_{\parallel}^2 = (E_{\ell} + \omega)^2 - (p_z + q_z)^2$.

Отметим, что в силу кинематики процесса резонанс может наблюдаться только в s -канале. Учитывая, что основной вклад в вычисляемые величины будет давать именно область резонанса, в выражении (21) будет доминировать только первое слагаемое в подынтегральном выражении. Кроме того, если условие $E_n''\Gamma_n'' \ll |(p+q)_\parallel^2 - M_n^2|$ выполняется везде, кроме точки резонанса, то можно использовать приближение узкого резонансного пика. После этих замечаний квадрат \mathcal{S} -матричного элемента (21) можно представить в виде

$$\begin{aligned} & \sum_{s,s'=\pm 1} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's''}|^2}{\tau} \simeq \\ & \simeq \sum_{s,s',s''=\pm 1} e^4 \frac{(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(p+q-p'-q')}{2\omega L_x 2\omega' V 2E_\ell L_y L_z 2E_{\ell'} L_y L_z} \times \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} \left| \int dX_1 dY_1 \varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q) \varepsilon_{\mu'}^{*(\lambda')}(q') e^{i(Y_1 q'_x - X_1 q_x)} \times \right. \\ & \left. \times \frac{\phi_{p',\ell'}^{s'}(Y_1) \gamma_{\mu'} \phi_{p+q,n}^{s''}(Y_1) \bar{\phi}_{p+q,n}^{s''}(X_1) \gamma_\mu \phi_{p,\ell}^s(X_1)}{(p+q)_\parallel^2 - M_n^2 - iE_n''\Gamma_n''/2} \right|^2. \end{aligned} \quad (22)$$

С учетом последующего интегрирования по импульсам начального электрона представим квадрат модуля знаменателя, входящего в выражение (22), в следующем виде (см. Приложение 1):

$$\begin{aligned} & \left| \frac{1}{(p+q)_\parallel^2 - M_n^2 - iE_n''\Gamma_n''/2} \right|^2 = \\ & = \frac{2\pi}{E_n''\Gamma_n''} \delta\left((p+q)_\parallel^2 - M_n^2\right) + \frac{O(E_n''\Gamma_n'')}{E_n''\Gamma_n''}. \end{aligned} \quad (23)$$

С использованием этого приближения квадрат \mathcal{S} -матричного элемента может быть представлен в факторизованном виде [33]:

$$\begin{aligned} & \sum_{s,s'=\pm 1} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's''}|^2}{\tau} = \\ & = \sum_{s,s',s''=\pm 1} \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{dp_y'' dp_z''}{(2\pi)^2 \Gamma_n''} \times \\ & \times \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}|^2}{\tau} \frac{|\mathcal{S}_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's''}|^2}{\tau}, \end{aligned} \quad (24)$$

где введены \mathcal{S} -матричные элементы подпроцессов: $\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}$ для поглощения фотона, $e\gamma \rightarrow e$, и

$\mathcal{S}_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}$ — для рождения фотона, $e \rightarrow e\gamma$.

\mathcal{S} -матричный элемент поглощения фотона выражается через амплитуду процесса, $\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}$, следующим образом:

$$\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s} = \frac{i(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(p+q-p'')}{\sqrt{2q_0 V 2E_\ell L_y L_z 2E_n'' L_y L_z}} \mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}. \quad (25)$$

Амплитуда поглощения фотона принимает вид [33]

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s} & = \frac{\exp[-iq_x(p_y + p_y'')/(2\beta)]}{\sqrt{M_\ell M_n (M_\ell + m)(M_n + m)}} \times \\ & \times \left[\frac{q_y + iq_x}{\sqrt{q_\perp^2}} \right]^{n-\ell} \mathcal{T}_\lambda^{s''s}. \end{aligned} \quad (26)$$

Величины $\mathcal{T}_\lambda^{s''s}$, входящие в выражение (26), приводятся в Приложении 2.

\mathcal{S} -матричный элемент рождения фотона может быть получен из (25) путем следующих замен:

$$\mathcal{S}_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}} = \mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}(q \rightarrow q', E_\ell \rightarrow E_{\ell'}, \lambda \rightarrow \lambda'). \quad (27)$$

Для астрофизических приложений полученных результатов удобно использовать коэффициент поглощения фотона — вероятность перехода фотона в другое состояние за счет тех или иных процессов, — который можно представить в виде

$$\begin{aligned} W_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}} & = \\ & = \sum_{\ell,\ell'=0}^{\infty} \int \frac{dp_y dp_z L_y L_z}{(2\pi)^2} f_e(E_\ell) dW_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} dW_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}} & = \frac{dp_y' dp_z' L_y L_z}{(2\pi)^2} [1 - f_e(E_{\ell'})] \times \\ & \times \frac{d^3 q' V}{(2\pi)^3} [1 + f_\gamma(\omega')] \sum_{s,s'=\pm 1} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's''}|^2}{\tau}. \end{aligned} \quad (29)$$

Просуммировав (28) по поляризационным состояниям электронов и конечного фотона и проведя несложное интегрирование, получим коэффициенты поглощения для фотонов моды 1 и 2:

$$W_{\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{\alpha\beta}{2\omega} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \mathcal{F} \left\{ [2\beta(n+\ell) - q_{\parallel}^2] (I_{n,\ell-1}^2 + I_{n-1,\ell}^2) - 8\beta\sqrt{\ell n} I_{n,\ell-1} I_{n-1,\ell} \right\}, \quad (30)$$

$$W_{\gamma^{(2)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{\alpha\beta}{2\omega} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \mathcal{F} \left\{ \left[\frac{(2\beta(n-\ell))^2}{q_{\parallel}^2} - 2\beta(n+\ell) - 4m^2 \right] (I_{n,\ell}^2 + I_{n-1,\ell-1}^2) - 8\beta\sqrt{\ell n} I_{n,\ell} I_{n-1,\ell-1} \right\}, \quad (31)$$

где

$$\mathcal{F} = \frac{f_e(E_{\ell}^{\epsilon}) [1 - f_e(E_{\ell}^{\epsilon} + \omega)]}{\sqrt{(M_n^2 - M_{\ell}^2 - q_{\parallel}^2)^2 - 4q_{\parallel}^2 M_{\ell}^2}},$$

$$E_{\ell}^{\epsilon} = \frac{1}{2q_{\parallel}^2} \left[\omega \left(M_n^2 - M_{\ell}^2 - q_{\parallel}^2 \right) + \epsilon q_z \sqrt{\left(M_n^2 - M_{\ell}^2 - q_{\parallel}^2 \right)^2 - 4q_{\parallel}^2 M_{\ell}^2} \right],$$

а также введена функция $I_{n,\ell} \equiv I_{n,\ell}(q_{\perp}^2/2\beta)$, которая для $n \geq \ell$ имеет следующий вид [31]:

$$I_{n,\ell}(x) = \sqrt{\frac{\ell!}{n!}} e^{-x/2} x^{(n-\ell)/2} L_{\ell}^{n-\ell}(x), \quad (32)$$

$$I_{\ell,n}(x) = (-1)^{n-\ell} I_{n,\ell}(x),$$

где $L_n^k(x)$ — обобщенные полиномы Лагерра [35]. Отметим, что функции (32) соответствуют функциям $\Lambda_{\ell,n}(x)$ в работах [11, 30].

В (30) и (31) суммирование по n , согласно закону сохранения энергии и импульса, ограничено следующим образом:

$$n_0 = \ell + \left\lceil \frac{q_{\parallel}^2 + 2M_{\ell}\sqrt{q_{\parallel}^2}}{2\beta} \right\rceil, \quad (33)$$

где $\lceil x \rceil$ — целая часть числа x .

В работах [31, 32, 40] исследовался процесс комптоновского рассеяния в замагниченной плазме при ненулевых температурах и магнитных полях 10^{12} – 10^{15} Гс, характерных для магнитосфер радиопульсаров и магнитаров. При этом сечение рассеяния было рассчитано при условии, что начальный и конечный электроны находятся на основном уровне Ландау. При расчетах учитывался резонанс на виртуальном электроне с конечной шириной, полученной с использованием корректных решений уравнения Дирака (7). В упомянутых выше работах сечение комптоновского рассеяния вычислялось в системе покоя плазмы и просуммированное по поляризациям конечного фотона может быть представлено следующим образом:

$$\sigma_{\lambda}^* = \sum_{\lambda'=1,2} \sum_{\ell,\ell'=0}^{\infty} \int \frac{dp_y dp_z L_y L_z \bar{f}(E_{\ell})}{(2\pi)^2} \times \frac{dW_{\gamma^{(\lambda)}e_{\ell} \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}}{j}, \quad (34)$$

где $j = |p\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}q|/(E_{\ell}\omega V)$ — плотность потока падающих частиц в продольном по отношению к магнитному полю подпространстве и $\bar{f}(E_{\ell})$ — нормированная функция распределения. Ее нормировка имеет вид

$$\sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{s=\pm 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{m} \bar{f}(E_{\ell}) = 1, \quad (35)$$

откуда следует

$$\bar{f}(E_{\ell}) = \frac{\beta m}{(2\pi)^2 n_e} \frac{1}{e^{E_{\ell}/T} + 1}, \quad (36)$$

где

$$n_e = \frac{\beta}{(2\pi)^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2 - \delta_{\ell,0}) \int_{-\infty}^{\infty} dp_z f_e(E_{\ell}) \quad (37)$$

— концентрация электронов во внешнем магнитном поле.

Сравнительный анализ усредненного по поляризациям начального фотона сечения рассеяния, вычисленного как в приближении узкого резонансного пика, так и с учетом конечной ширины изменения состояния электрона [32, 40], представлен на рис. 1–4. В относительно недавних работах [31, 40] вычислялись парциальные сечения рассеяния для начального фотона моды 1 и моды 2⁴⁾ с учетом конечной ширины процесса. В то время как расчеты в дельта-функциональном приближении находятся в хорошем согласии с результатами [32, 40] в области резонансных пиков, сечение рассеяния, вычисленное в работе [31], существенно расходится с указанными работами, а также с более ранней статьей [41]. Таким образом, применение приближения узкого пика (23) правомочно в области полей $B \gtrsim 10^{12}$ Гс, характерной для магнитаров и радиопульсаров. Кроме

⁴⁾ Отметим, что обозначения векторов поляризации фотонов индексами 1 и 2 соответствуют X- и O-модам работ [31, 40].

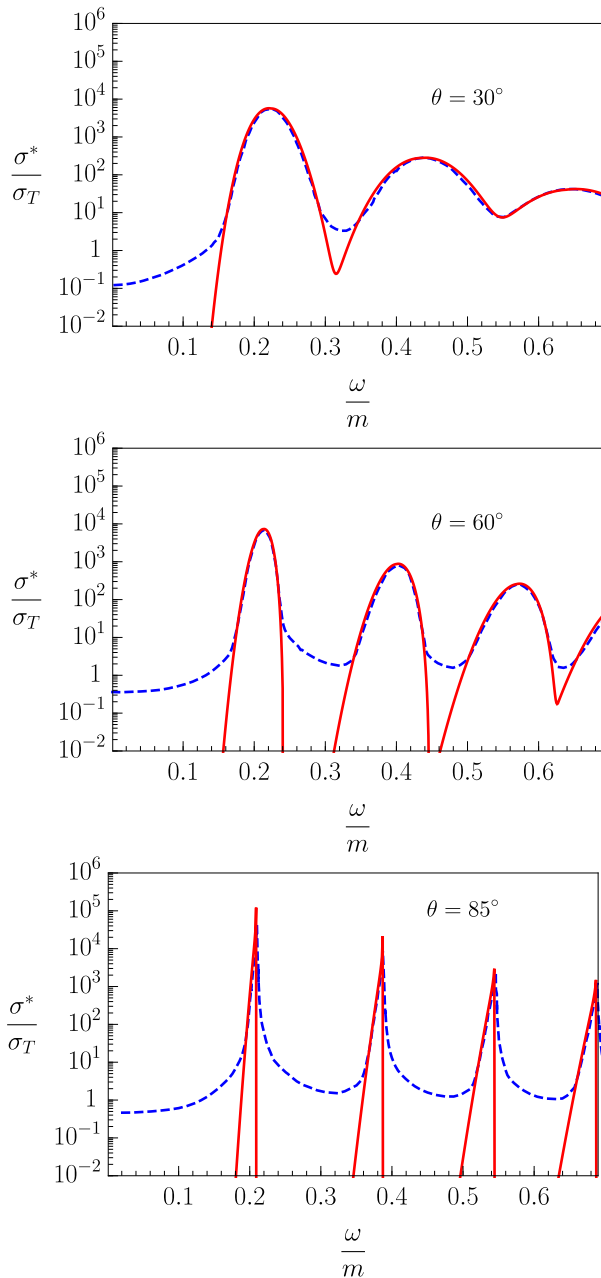


Рис. 1. Зависимости усредненного по поляризациям начального фотона сечения резонансного комptonовского рассеяния, полученные в δ -функциональном приближении (сплошные линии) и с учетом конечной ширины изменения состояния электрона [32] (штриховые линии), от энергии начального фотона для магнитного поля $B = 10^{13}$ Гс и температуры $T = 5$ кэВ для различных углов θ между импульсом фотона и направлением магнитного поля

того, полученные в этом приближении коэффициенты поглощения фотона (30) и (31) представляют собой конечные суммы вместо многомерных интегралов при учете конечной ширины процесса, что

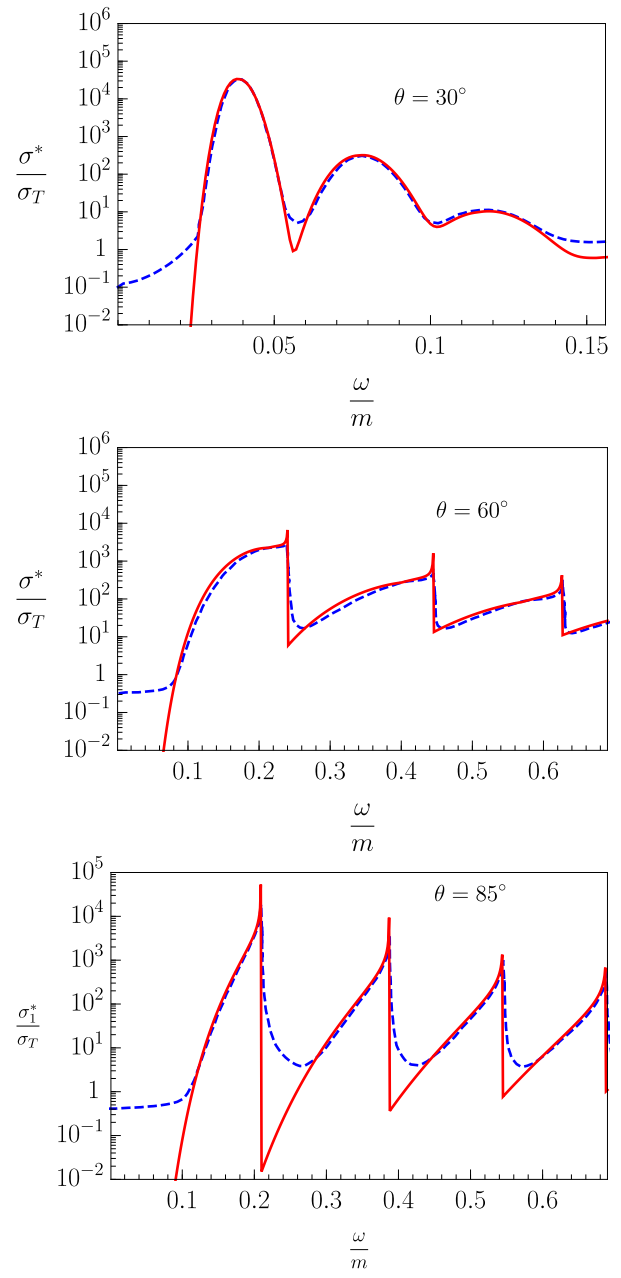


Рис. 2. То же, что на рис. 1, для магнитного поля $B = 10^{13}$ Гс и температуры $T = 50$ кэВ

является гораздо более удобным в приложениях, например, к решению задачи переноса излучения.

Можно дополнительно учесть, что при температуре $T \simeq 50$ кэВ начинают возбуждаться высшие уровни Ландау начальных электронов, что приводит к существенному увеличению сечения рассеяния. Узкие пики, соответствующие энергиям $\omega_{n\ell} = (M_n - M_\ell)/\sin \theta$, хорошо известны в литературе (см., например, [42–44]), но при этом вносят малый вклад в интегральные величины.

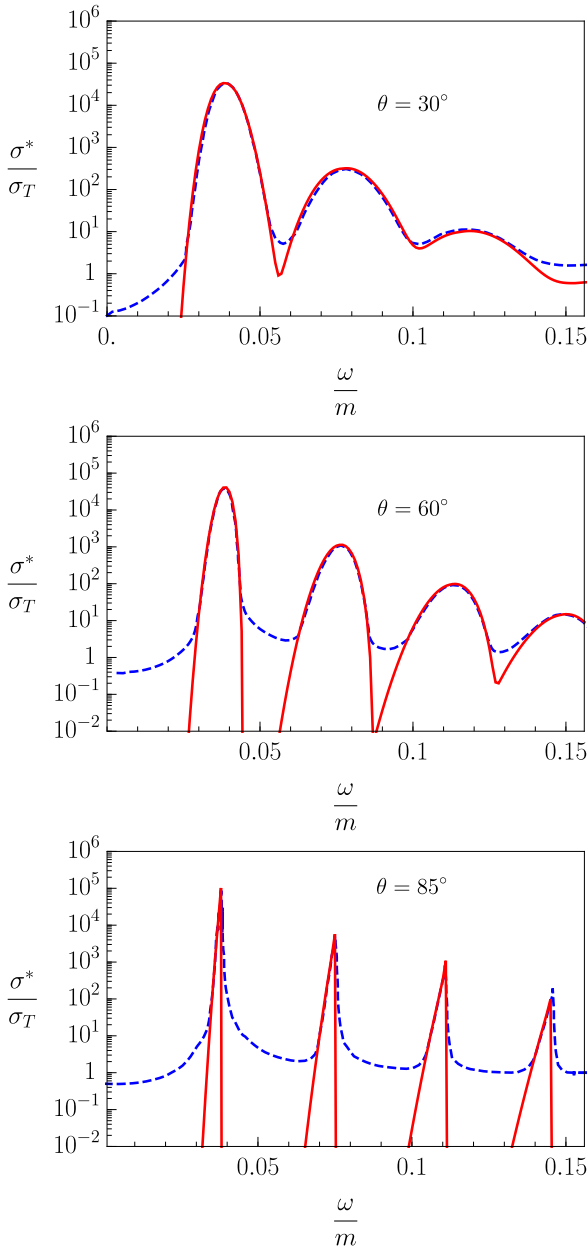


Рис. 3. То же, что на рис. 1, для магнитного поля $B = 1.7 \cdot 10^{12}$ Гс и температуры $T = 5$ кэВ

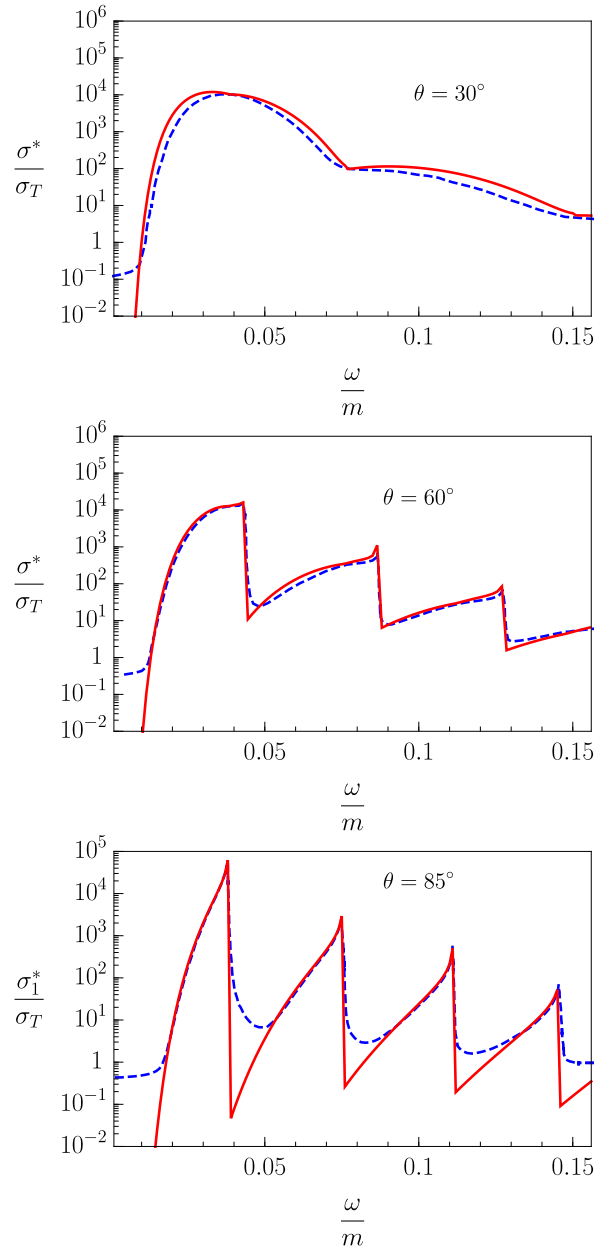


Рис. 4. То же, что на рис. 1, для магнитного поля $B = 1.7 \cdot 10^{12}$ Гс и температуры $T = 50$ кэВ

3. РЕЗОНАНСНОЕ КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЙЯНИЕ В СВЕРХСИЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Рассмотрим теперь ситуацию сверхсильного магнитного поля, $B \sim 10^{15} - 10^{16}$ Гс, и высоких температур, $T \sim 1$ МэВ, которые характерны для гигантских вспышек SGR — источников мягких повторяющихся гамма-всплесков (см., например, обзор [45] и цитированные в нем работы). Исследование комптоновского процесса в магнитных полях

указанного масштаба было проведено, например, в работе [36]. Однако полученные в этом исследовании результаты будут справедливыми только для области энергий фотонов вдали от резонансов. Поэтому представляет самостоятельный интерес вычислить коэффициент поглощения фотона в пределе сильного поля с учетом возможного резонанса на виртуальном электроне с конечной шириной резонансного пика и сравнить с нерезонансным пределом [36] и дельта-функциональным приближением [33]. Поскольку в пределе сильного магнитного поля на-

начальный и конечный электроны будут преимущественно занимать основной уровень Ландау, а виртуальный электрон — первый уровень Ландау, коэффициент поглощения фотона с учетом конечной ширины резонансного пика примет достаточно простой для вычисления вид. Поскольку в сильном магнитном поле энергии фотона, на которых наблюдается резонанс, выше, чем порог рождения e^+e^- -пары $q_{\parallel}^2 = 4m^2$ для фотона моды 2, то целесообразно рассмотреть только каналы рассеяния $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ и $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$. Следует отметить, что для фотона моды 1 порог рождения e^+e^- -пары $q_{\parallel}^2 = (M_1 + m)^2$ заведомо выше рассматриваемой области резонанса $q_{\parallel}^2 = (M_1 - m)^2$.

Как показывает численный анализ, в случае сильно замагниченной, горячей, зарядово-

симметричной плазмы полная ширина поглощения электрона для первого уровня Ландау Γ_1 мало отличается от соответствующего выражения в сильном магнитном поле для ультрарелятивистских электронов [46]:

$$E_1''\Gamma_1 = \alpha\beta(1 - e^{-1}) \simeq 0.623\alpha\beta. \quad (38)$$

В пределе сильного поля парциальные коэффициенты поглощения фотона для каналов $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ и $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ с учетом конечной ширины поглощения электрона в случае, когда начальный фотон распространяется поперек магнитного поля, можно представить следующим образом:

$$W_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}} = \frac{\beta\alpha^2 m^2}{\pi} \int dQ_0 dq'_z \frac{q'_z{}^2 \omega}{(-Q_{\parallel}^2)^2 \varkappa} \exp\left[-\frac{q_{\perp}^2 + q'_{\perp}{}^2}{2\beta}\right] \times \\ \times \sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ \frac{1}{[(p_{\sigma} + q)_{\parallel}^2 - M_1^2]^2 + (E_1''\Gamma_1)^2} + \frac{1}{((p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_1^2)^2 + (E_1''\Gamma_1)^2} - 2\frac{q_{\perp}^2 q'_{\perp}{}^2}{4\beta^2} J_2\left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2} \sqrt{q'_{\perp}{}^2}}{\beta}\right) \times \right. \\ \left. \times \frac{[(p_{\sigma} + q)_{\parallel}^2 - M_1^2][(p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_1^2] + (E_1''\Gamma_1)^2}{[(p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_1^2]^2 + (E_1''\Gamma_1)^2} \right\} f_e(E_{\sigma}) [1 - f_e(E_{\sigma} + Q_0)] [1 + f_{\gamma}(\omega')], \quad (39)$$

$$W_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}} = \frac{\beta\alpha^2 m^2}{\pi} \int dQ_0 dq'_z \frac{q'_{\perp}{}^2 \omega}{(-Q_{\parallel}^2)^2 \varkappa} \exp\left[-\frac{q_{\perp}^2 + q'_{\perp}{}^2}{2\beta}\right] \times \\ \times \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{Q_0}{\omega} \left\{ \frac{1}{[(p_{\sigma} + q)_{\parallel}^2 - M_1^2]^2 + (E_1''\Gamma_1)^2} + \frac{Q_0 \omega}{q_{\parallel}^2} \frac{1}{((p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_1^2)^2 + (E_1''\Gamma_1)^2} - 2\frac{q_{\perp}^2 q'_{\perp}{}^2}{4\beta^2} J_2\left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2} \sqrt{q'_{\perp}{}^2}}{\beta}\right) \times \right. \\ \left. \times \frac{[(p_{\sigma} + q)_{\parallel}^2 - M_1^2][(p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_1^2] + (E_1''\Gamma_1)^2}{[(p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_1^2]^2 + (E_1''\Gamma_1)^2} \frac{Q_0(\omega - Q_0)}{q_{\perp}^2} \right\} f_e(E_{\sigma}) [1 - f_e(E_{\sigma} + Q_0)] [1 + f_{\gamma}(\omega')], \quad (40)$$

где $J_n(x)$ — функция Бесселя целого индекса,

$$\varkappa = \sqrt{1 - 4m^2/Q_{\parallel}^2}, \quad E_{\sigma} = \sqrt{p_{z\sigma}^2 + m^2},$$

$p_{z\sigma}$ — корни уравнения $Q_0 + E_{\sigma} - E'_{\sigma} = 0$:

$$p_{z\sigma} = -\frac{Q_z}{2} + \sigma Q_0 \varkappa, \quad (41)$$

$$p_{\sigma\parallel}^{\alpha} = (E_{\sigma}, p_{z\sigma}).$$

Поперечная составляющая импульса конечного фотона определяется из уравнения дисперсии (см. [36])

$$q_{\parallel}^{\prime 2} = q_{\perp}^{\prime 2} + \mathcal{P}^{(\lambda)}(q'). \quad (42)$$

Имеет смысл провести сравнительный анализ результатов работы [36] с резонансным случаем (39)

и (40) для зарядово-симметричной плазмы и поперечного направления распространения импульса фотона по отношению к внешнему магнитному полю для различных значений величины магнитного поля, температуры и энергии начального фотона.

На рис. 5–8 показаны коэффициенты поглощения для каналов $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ и $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ при температуре $T = 1$ МэВ и величине магнитного поля $B = 200B_e$ и $B = 20B_e$ соответственно. Как видно на рис. 5, 6, коэффициент поглощения для канала $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ согласуется с погрешностью не более 8% с соответствующими результатами для предела сильного поля и отсутствия резонанса, полученными в работе [36], вплоть до энергий начального фотона $\omega \simeq 3$ МэВ для поля $B = 200B_e$ и $\omega \simeq 0.3$ МэВ для поля $B = 20B_e$. Отсюда вытекает ограничение

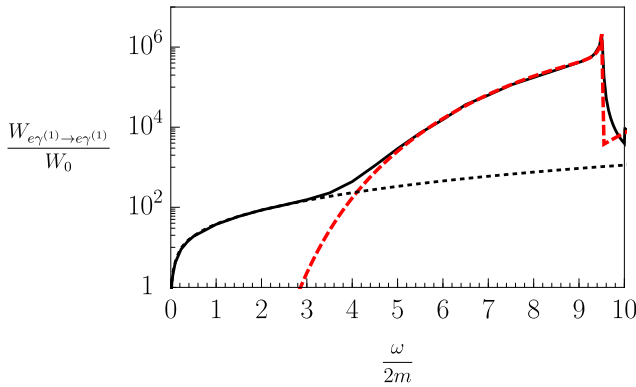


Рис. 5. Зависимость коэффициента поглощения от энергии начального фотона для канала $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ при поле $B = 200B_e$ и температуре $T = 1$ МэВ: сплошная линия — коэффициент поглощения с учетом резонанса, штриховая линия — без учета резонанса, пунктирная линия — дельта-функциональное приближение. Здесь $W_0 = (\alpha/\pi)^3 m \simeq 3.25 \cdot 10^2 \text{ см}^{-1}$

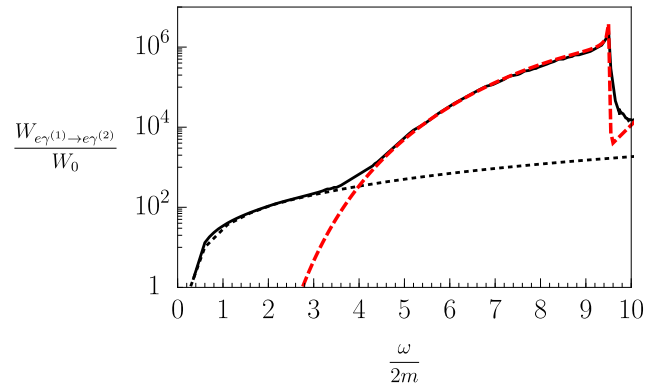


Рис. 7. Зависимость коэффициента поглощения от энергии начального фотона для канала $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ при поле $B = 200B_e$ и температуре $T = 1$ МэВ. Обозначение для линий то же, что и на рис. 5

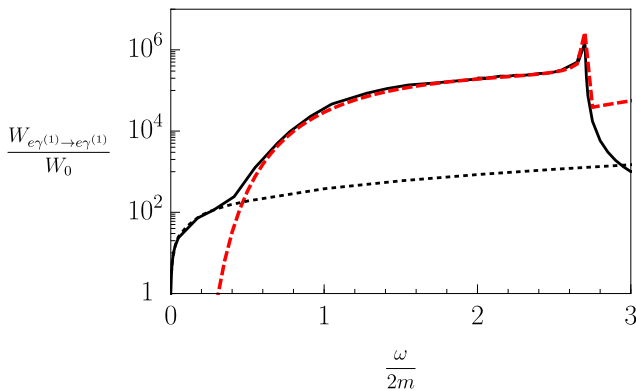


Рис. 6. Зависимость коэффициента поглощения от энергии начального фотона для канала $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ при поле $B = 20B_e$ и температуре $T = 1$ МэВ. Обозначение для линий то же, что и на рис. 5

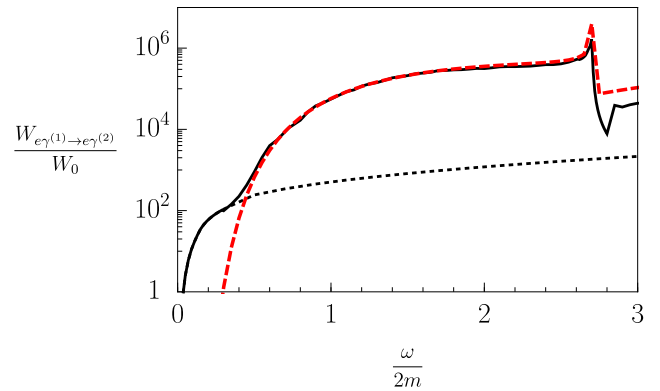


Рис. 8. Зависимость коэффициента поглощения от энергии начального фотона для канала $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ при поле $B = 20B_e$ и температуре $T = 1$ МэВ. Обозначение для линий то же, что и на рис. 5

на применимость результатов работы [36] по энергиям начального фотона. Аналогичная ситуация наблюдается и для канала $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ (см. рис. 7, 8), для которого точность соответствия с коэффициентом поглощения в нерезонансном пределе — до 16% при $B = 200B_e$ и до 18% при $B = 20B_e$ в нерезонансной области. На рис. 6 и 8 наиболее ярко видно завышение коэффициента поглощения даже при относительно малых энергиях начального фотона. Этот факт связан с тем, что в пределе сильного магнитного поля разложение амплитуды комптоновского процесса по обратным степеням поля уже не будет правомочным.

С другой стороны, δ -функциональное приближение достаточно хорошо описывает первый резонансный пик. Действительно, для канала $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(1)}e$ погрешность в пределе узкого резонансного пика с составляет не более 9% при $B = 200B_e$ и 13% при $B = 20B_e$. Учет дисперсии фотона моды 2 для канала $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ приводит к более высокому несоответствию — до 15% при $B = 200B_e$ и до 25% при $B = 20B_e$. Следует отметить, что при относительно малых температурах, $T \lesssim 50$ кэВ, и магнитных полях той же величины ($B = 200B_e$ и $B = 20B_e$) δ -аппроксимация работает хуже из-за уменьшения области резонанса по энергии фотона. В целом δ -функциональное приближение достаточно хорошо будет описывать лишь первый резонансный пик.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе вычислены коэффициенты поглощения и сечение в реакции комptonовского рассеяния для магнитного поля $B \sim B_e$ в приближении узкого резонансного пика. Показано, что при относительно слабых полях, $B \lesssim B_e$, такое приближение дает хорошее согласие с результатами более ранних работ [32, 40, 41].

В пределе сильного магнитного поля, $B \gg B_e$, и высоких температур, $T = 1$ МэВ, вычислен коэффициент поглощения фотона в комptonовском процессе для двух кинематически разрешенных каналов, $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ и $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$. Полученные численные результаты позволили установить области энергий фотона, при которых применим нерезонансный предел, использованный в работе [36]: $\omega \lesssim 3$ МэВ при $B = 200B_e$ и $\omega \lesssim 0.3$ МэВ при $B = 20B_e$. Показано, что дельта-функциональное приближение при данных параметрах среды хорошо описывает только первый резонансный пик.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Приближение узкого резонансного пика

Рассмотрим следующий интеграл:

$$I(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \varphi(x) \frac{\varepsilon}{x^2 + \varepsilon^2}. \tag{43}$$

Используя для части подынтегрального выражения в (43) преобразование Фурье

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\varepsilon}{x^2 + \varepsilon^2} e^{isx} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-|s|\varepsilon}, \tag{44}$$

с учетом равенства Парсеваля получим

$$I(\varepsilon) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} ds \Phi(s) e^{-|s|\varepsilon}, \tag{45}$$

где $\Phi(s)$ — фурье-образ функции $\varphi(x)$.

При $s\varepsilon \ll 1$ ($\varepsilon \ll x$) представим (45) в виде

$$I(\varepsilon) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} ds \Phi(s) - \varepsilon \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} ds |s| \Phi(s) + \frac{\varepsilon^2}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} ds s^2 \Phi(s) + O(\varepsilon^3). \tag{46}$$

Переходя обратно в x -представление с учетом

$$\frac{\partial^n \varphi(x)}{\partial x^n} = \frac{(-i)^n}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} ds s^n \Phi(s) e^{-isx}, \tag{47}$$

получим асимптотическое разложение интеграла (43) в виде

$$I(\varepsilon) = \pi\varphi(0) + \varepsilon \text{PV} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\varphi(x)}{x^2} - \frac{\pi\varepsilon^2}{2} \left. \frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} \right|_{x=0} + O(\varepsilon^3), \tag{48}$$

где второе слагаемое вычисляется в смысле главного значения (PV — principal value) [47]:

$$\begin{aligned} \text{PV} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\varphi(x)}{x^2} &= \lim_{\eta \rightarrow 0} \left\{ \int_{|x| \geq \eta} dx \frac{\varphi(x)}{x^2} - \frac{2\varphi(0)}{\eta} \right\} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\frac{\varphi(x) - \varphi(0) - x\varphi'(0)}{x^2} \right). \end{aligned} \tag{49}$$

Нетрудно видеть, что первый член разложения (48) соответствует пределу [48]

$$\delta(x) = \frac{1}{\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\varepsilon}{x^2 + \varepsilon^2}. \tag{50}$$

Поделив обе части разложения (48) на ε и положив в полученном выражении $x = (p+q)^2 - M_n^2$ и $\varepsilon = E_n'' \Gamma_n''$, придем к (23), если отбросим член, содержащий интеграл в смысле главного значения и все слагаемые выше первого порядка по ε .

Отметим, что точка $x = 0$ соответствует случаю $(p+q)_{\parallel}^2 - M_n^2 = 0$, т. е. виртуальный электрон выходит на массовую поверхность и становится реальным.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Амплитуды поглощения фотона

Входящие в выражение (26) величины $\mathcal{T}_\lambda^{s''s}$ выражаются через следующие лоренц-инварианты относительно преобразований вдоль направления магнитного поля:

$$\mathcal{K}_1^{(\lambda)} = \sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}p'') + M_\ell M_n}} \left\{ M_\ell(\varepsilon^{(\lambda)}\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}p'') + M_n(\varepsilon^{(\lambda)}\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}p) \right\}, \quad (51)$$

$$\mathcal{K}_2^{(\lambda)} = \sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}p'') + M_\ell M_n}} \left\{ M_\ell(\varepsilon^{(\lambda)}\tilde{\varphi}p'') + M_n(\varepsilon^{(\lambda)}\tilde{\varphi}p) \right\}, \quad (52)$$

$$\mathcal{K}_3 = \sqrt{2[(p\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}p'') + M_\ell M_n]}, \quad \mathcal{K}_4 = -\sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}p'') + M_\ell M_n}} (p\tilde{\varphi}p''), \quad (53)$$

Выражения для $\mathcal{T}_\lambda^{s''s}$ могут быть получены из [33] и представлены в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_\lambda^{--} = e & \left[2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{K}_1^{(\lambda)} I_{n-1,\ell-1} + (M_\ell + m)(M_n + m)\mathcal{K}_1^{(\lambda)} I_{n,\ell} - \right. \\ & \left. - \sqrt{2\beta n}(M_\ell + m)\mathcal{K}_3 \frac{(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi\varphi q) - i(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} I_{n-1,\ell} - \sqrt{2\beta\ell}(M_n + m)\mathcal{K}_3 \frac{(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi\varphi q) + i(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} I_{n,\ell-1} \right], \quad (54) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_\lambda^{-+} = ie & \left[\sqrt{2\beta n}(M_\ell + m)\mathcal{K}_2^{(\lambda)} I_{n-1,\ell-1} - \sqrt{2\beta\ell}(M_n + m)\mathcal{K}_2^{(\lambda)} I_{n,\ell} + \right. \\ & \left. + 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{K}_4 \frac{(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi\varphi q) - i(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} I_{n-1,\ell} - (M_\ell + m)(M_n + m)\mathcal{K}_4 \frac{(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi\varphi q) + i(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} I_{n,\ell-1} \right], \quad (55) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_\lambda^{+-} = -ie & \left[\sqrt{2\beta\ell}(M_n + m)\mathcal{K}_2^{(\lambda)} I_{n-1,\ell-1} - \sqrt{2\beta n}(M_\ell + m)\mathcal{K}_2^{(\lambda)} I_{n,\ell} + \right. \\ & \left. + (M_\ell + m)(M_n + m)\mathcal{K}_4 \frac{(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi\varphi q) - i(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} I_{n-1,\ell} - 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{K}_4 \frac{(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi\varphi q) + i(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} I_{n,\ell-1} \right], \quad (56) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_\lambda^{++} = e & \left[2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{K}_1^{(\lambda)} I_{n,\ell} + (M_\ell + m)(M_n + m)\mathcal{K}_1^{(\lambda)} I_{n-1,\ell-1} - \right. \\ & \left. - \sqrt{2\beta\ell}(M_n + m)\mathcal{K}_3 \frac{(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi\varphi q) - i(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} I_{n-1,\ell} - \sqrt{2\beta n}(M_\ell + m)\mathcal{K}_3 \frac{(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi\varphi q) + i(\varepsilon^{(\lambda)}\varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} I_{n,\ell-1} \right]. \quad (57) \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Trümper, W. Pietsch, C. Reppin, W. Voges, R. Staubert, and E. Kendziorra, *Astrophys. J.* **219**, L105 (1978).
2. K. Makishima, T. Mihara, M. Ishida et al., *Astrophys. J. Lett.* **365**, L59 (1990).
3. J. E. Grove, M. S. Strickman, W. N. Johnson et al., *Astrophys. J. Lett.* **438**, L25 (1995).
4. T. Mihara, K. Makishima, T. Ohashi, T. Sakao, M. Tashiro, F. Nagase, Y. Tanaka, S. Kitamoto, S. Miyamoto, J. E. Deeter, and P. E. Boynton, *Nature* **346**, 250 (1990).
5. V. Canuto, J. Lodenquai, and M. Ruderman, *Phys. Rev. D* **3**, 2303 (1971).
6. Yu. N. Gnedin and R. A. Sunyaev, *Sov. Phys. JETP* **36**, 51 (1974) [Ю. Н. Гнедин, Р. А. Сюняев, *ЖЭТФ* **65**, 102 (1973)].
7. G. Borner and P. Meszaros, *Plasma Phys.* **21**, 357 (1979).
8. J. Ventura, *Phys. Rev. D* **19**, 1684 (1979).
9. H. Herold, *Phys. Rev. D* **19**, 2868 (1979).
10. D. B. Melrose and A. J. Parle, *Aust. J. Phys.* **36**, 799 (1983).
11. J. K. Daugherty and A. K. Harding, *Astrophys. J.* **309**, 362 (1986).
12. R. W. Bussard, S. B. Alexander, and P. Meszaros, *Phys. Rev. D* **34**, 440 (1986).

13. F. Özel, *Astrophys. J.* **563**, 276 (2001).
14. V. E. Zavlin, G. G. Pavlov, and Yu. A. Shibano, *Astron. Astrophys.* **315**, 141 (1996).
15. S. G. Alexander and P. Meszaros, *Astrophys. J.* **372**, 565 (1991).
16. R. A. Araya and A. K. Harding, *Astrophys. J.* **517**, 334 (1999).
17. W. C. G. Ho and D. Lai, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **327**, 1081 (2001).
18. M. Lyutikov and F. P. Gavriil, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **368**, 690 (2006).
19. A. Y. Potekhin, D. Lai, G. Chabrier, and W. C. G. Ho, *Astrophys. J.* **621**, 1034 (2004).
20. G. Schönherr, J. Wilms, P. Kretschmar, I. Kreykenbohm, A. Santangelo, R. E. Rothschild, W. Coburn, and R. Staubert, *Astron. Astrophys.* **472**, 353 (2007).
21. O. Nishimura, *Astrophys. J.* **672**, 1127 (2008).
22. V. Suleimanov, A. Y. Potekhin, and K. Werner, *Astron. Astrophys.* **500**, 891 (2009).
23. R. Fernández and C. Thompson, *Astrophys. J.* **660**, 615 (2007).
24. L. Nobili, R. Turolla, and S. Zane, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **389**, 989 (2008).
25. Z. Wadiasingh, M. G. Baring, P. L. Gonthier, and A. K. Harding, *Astrophys. J.* **854**, 98 (2018).
26. A. M. Beloborodov, *Astrophys. J.* **762**, 13 (2013).
27. J. K. Daugherty and A. K. Harding, *Astrophys. J.* **336**, 861 (1989).
28. P. L. Gonthier, A. K. Harding, M. G. Baring, R. M. Costello, and C. L. Mercer, *Astrophys. J.* **540**, 1719 (2010).
29. P. I. Fomin and R. I. Holodov, *J. Exp. Theor. Phys.* **90**, 281 (2000) [П. И. Фомин, Р. И. Холодов, *ЖЭТФ* **117**, 319 (2000)].
30. P. L. Gonthier, M. G. Baring, M. T. Eiles et al., *Phys. Rev. D* **90**, 043014 (2014).
31. A. A. Mushtukov, D. I. Nagirner, and J. Poutanen, *Phys. Rev. D* **93**, 105003 (2016).
32. A. K. Harding and J. K. Daugherty, *Astrophys. J.* **374**, 687 (1991).
33. D. A. Rumyantsev, D. M. Shlenev, and A. A. Yarkov, *J. Exp. Theor. Phys.* **125**, 410 (2017) [Д. А. Румянцев, Д. М. Шленев, А. А. Ярков, *ЖЭТФ* **152**, 483 (2017)].
34. A. A. Sokolov and I. M. Ternov, *Synchrotron Radiation*, Pergamon, Oxford (1968).
35. I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Acad. Press, New York & London (1965) [И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Физматлит, Москва (1963)].
36. M. V. Chistyakov and D. A. Rumyantsev, *Int. J. Mod. Phys. A* **24**, 3995 (2009).
37. H. A. Weldon, *Phys. Rev. D* **26**, 1394 (1982).
38. V. Ch. Zhukovskii, P. G. Midodashvili, and P. A. Eminov, *J. Exp. Theor. Phys.* **79**, 509 (1994) [В. Ч. Жуковский, П. Г. Мидодашвили, П. А. Эминов, *ЖЭТФ* **106**, 929 (1994)].
39. H. A. Weldon, *Phys. Rev. D* **28**, 2007 (1983).
40. F.-W. Schwarm, G. Schönherr, S. Falkner, K. Pottschmidt, M. T. Wolff, P. A. Becker, E. Sokolova-Lapa, D. Klochkov, C. Ferrigno, F. Fürst, P. B. Hemphill, D. M. Marcu-Cheatham, T. Dauser, and J. Wilms, *Astron. Astrophys.* **597**, A3 (2017).
41. A. A. Mushtukov, V. F. Suleimanov, S. S. Tsygankov, and J. Poutanen, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **447**, 1847 (2015).
42. G. G. Pavlov, V. G. Bezchastnov, P. Meszaros, and S. G. Alexander, *Astrophys. J.* **380**, 541 (1991).
43. N. P. Klepikov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **26**, 19 (1954) (in Russian) [Н. П. Клепиков, *ЖЭТФ* **26**, 19 (1954)].
44. V. N. Baier and V. M. Katkov, *Phys. Rev. D* **75**, 073009 (2007).
45. V. M. Kaspi and A. M. Beloborodov, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **55**, 261 (2017).
46. A. V. Kuznetsov and N. V. Mikheev, *Electroweak Processes in External Active Media*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2013).
47. L. Blanchet and G. Faye, *J. Math. Phys.* **41**, 11 (2000).
48. I. M. Gel'fand and G. E. Shilov, *Generalized Functions. Vol. 1: Properties and Operations*, Acad. Press, New York & London (1964) [И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов, *Обобщенные функции и действия над ними*, Физматлит, Москва (1959)].

Resonant Compton Scattering in a Magnetized Medium

D. A. Rumyantsev^{a*}, *A. A. Yarkov*^{a,b**}, *D. M. Shlenev*^{b***}

^a P. G. Demidov Yaroslavl State University
150003, Yaroslavl, Russia

^b Yaroslavl Higher Military School of Air Defense
150001, Yaroslavl, Russia

*E-mail: rda@uniyar.ac.ru

**E-mail: a121@mail.ru

***E-mail: allen_caleb@rambler.ru

Received December 3, 2025

Revised April 24, 2026

Accepted April 25, 2026

Abstract

The Compton scattering process in a magnetized plasma is considered taking into account the resonance on a virtual electron. The photon absorption coefficient is calculated for both relatively weakly and strongly magnetized plasma cases in the limit of a narrow resonance peak. It is shown that in the cases under consideration, the photon absorption coefficient is in good agreement with similar results obtained for a peak of finite width.

Keywords: strong magnetic field, Compton scattering, resonance

Funding. The study was not sponsored.

Conflict of interest. The authors declare that they have no conflict of interest.

Authors' contributions. The contributions of the authors are equal.