ЖЭТФ/JETP, 2026, том 169, вып. 2, стр. 189–197 © 2026

РОЖДЕНИЕ АКСИОНОВ И НЕЙТРИНО ПЕРЕМЕННЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

В. В Скобелев *

Московский политехнический университет
105066, Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 июня 2025 г.,
после переработки 3 ноября 2025 г.
Принята к публикации 3 ноября 2025 г.

Впервые рассмотрен процесс излучения аксиона a переменным классическим электромагнитным полем F, сопровождающийся излучением фотона γ: $F \to a + \gamma$ и обусловленный вкладом диаграмм типа «трехполюсник». Параллельно и также впервые обсуждается аналогичный процесс генерации нейтрино $F \to \nu\bar{\nu} + \gamma$.

Ключевые слова: аксион, нейтрино, излучение, электромагнитное поле

DOI: 10.7868/S3034641X26020055

1. ВВЕДЕНИЕ

1. Согласно современным представлениям, около 23% вещества во Вселенной приходится на так называемую «темную материю». Одним из наиболее вероятных кандидатов на эту роль является гипотетический псевдоскалярный голдстоуновский бозон — аксион [1], свойства которого применительно также и к другим возможным астрофизическим проблемам «с его участием» достаточно подробно рассмотрены в [2] (см. также, например, [3]). Существование же аксиона впервые обсуждалось в работах [4, 5] в связи с проблемой PT-инвариантности [6]. Поэтому и по сей день представляется актуальным и определение его массы, что особенно важно для подтверждения статуса аксиона как кандидата но роль «носителя» темной материи. Стоит заметить, что соответствующие эксперименты так и не дали определенного ответа на этот вопрос (см., например, [7]).

В связи с этим здесь и далее по термином «аксион» мы подразумеваем псевдоскалярную частицу с лагранжианом вида (1) взаимодействия с электроном (и, вообще говоря, с другими заряженными фермионами Стандартной Модели (СМ)) со значениями безразмерной константы взаимодействия $g_{ae} = m/f$ и используемым в работе приведенным ниже масштабного энергетического фактора f.

В настоящей работе мы в том числе обсуждаем еще один возможный метод оценки массы m_a аксиона a без привлечения, как это обычно принято, астрофизических соображений. Предварительно заметим, что в нашей работе [8] (а также, более подробно, в работе [9]) нами впервые было указано на существование нового физического эффекта — «излучение фотонов переменным электромагнитным полем F» (в частности, было рассмотрено первое борновское приближение по этому полю в процессе $F \to 3\gamma$), физической характеристикой которого является полная вероятность излучения W за все время существования поля (в частном случае — импульсного).

Данный подход может быть применен и к излучению аксиона по схеме $F \to a\gamma$; этому процессу соответствует скелетная диаграмма «трехполюсник», в которой вклады дают, вообще говоря, заряженные фермионы СМ, в частности, электрон. Эта постановка задачи имеет прямой смысл ввиду возможности детектирования фотона в процессах указанного выше типа $F \to 3\gamma$ в «лазерных» экспериментах [10–12] с перспективой определения массы аксиона. Вообще говоря, данный процесс может быть рассмотрен с использованием эффективного лагранжиана $L_{a\gamma\gamma}$ [2], который, в свою очередь, получается из расчета упомянутого «трехполюсника » с одной псевдоскалярной вершиной и двумя вектор-

* E-mail: v.skobelev@inbox.ru

ными. Соответствующий эффективный лагранжиан аксион–электронного взаимодействия L_{ae} приведен, например, в той же работе [2] и имеет вид

$$L_{ae} = -ig_{ae}(\bar{\psi}\gamma^5\psi)a \tag{1}$$

с безразмерной константой связи $g_{ae} = m/f$, где m — масса фермиона, а значение масштабной размерной константы f до сих пор не определено даже по порядку величины; мы же выбираем для оценок в разд. Обсуждение значение $f \sim 10$ ГэВ, которое не противоречит имеющимся в литературе, причем для электрона $g_{ae} \sim 5\cdot 10^{-5}$. В «безразмерности» g_{ae} можно убедиться, сравнив (1) с лагранжианом КЭД

$$L_{QED} = e(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)A_\mu \tag{1a}$$

с «безразмерным» же зарядом e.

2. Вполне вероятно также, что нейтрино, как и аксион, могут претендовать на статус одного из «носителей» темной материи. В связи с этим, очевидно, приобретает значение вопрос об их массе, как и массе аксиона. Однако понятие массы нейтрино является весьма неоднозначным. Мы не будем углубляться в хорошо известную историю эволюции взглядов на природу нейтрино и его массы. Остановимся здесь вкратце лишь на некоторых современных представлениях о нейтрино, имеющих непосредственное отношение к цели данной работы, другие же аспекты будут затронуты по ходу изложения материала. Именно, сейчас считается достоверно установленным, что нейтрино всех трех «сортов» — ν_e, ν_μ, ν_τ, не имеют определенной массы, а эти состояния $\psi_{\nu_l}(l = e, \mu, \tau)$ на самом деле являются суперпозицией состояний $\psi_{\nu_i}(i = 1, 2, 3)$ с определенными значениями масс $m_{1,2,3}$, причем из экспериментов по нейтринным осцилляциям, инициированных работами [13–19], установлено, что «разброс» масс $m_{1,2,3}$ достаточно велик: $m_1 \ll m_2 \lesssim m_3 \sim 10^{-2}$ эВ. Поэтому можно говорить лишь о некоторых эффективных значениях масс $m_{\nu_l}(l = e, \mu, \tau)$, так как состояния ψ_{ν_l} связаны с состояниями ψ_{ν_i} посредством матрицы смешивания U_{li}:

$$\psi_{\nu_l} = \sum_i U_{li}\psi_{\nu_i}. \tag{2}$$

Отсюда следует, что, строго говоря, нет смысла употреблять термин «масса m_{ν_l} нейтрино ν_l», а корректней говорить о возможном диапазоне

$$\{10^{(-5)\div(-4)} \div 10^{-2}\}\ \text{эВ} \tag{2a}$$

их эффективных масс m_{ν_l}, который, впрочем, тоже является достаточно неопределенным. Для простоты изложения мы все же далее будем обозначать массы m_{ν_l} одним символом m_ν. Как и в предыдущем случае п. 1, вклад дает и диаграмма-трехполюсник с электронной петлей с добавлением к лагранжиану КЭД (1а) «слабого» лагранжиана

$$L_{\nu\bar{\nu};e} = \frac{G}{\sqrt{2}}[\bar{\psi}_\nu\gamma^\mu(1+\gamma^5)\psi_\nu]\times \\ \times[\bar{\psi}_e\gamma_\mu(C_V + C_A\gamma^5)\psi_e] \tag{3}$$

в приближении локального 4-фермионного взаимодействия.

2. ТЕНЗОРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО «ТРЕХПОЛЮСНИКА» С ПСЕВДОСКАЛЯРНОЙ ВЕРШИНОЙ И МАТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ПРОЦЕССА $F \to a\gamma$

Мы начнем с расчета электронного вклада в упомянутый трехполюсник, хотя в принципе в наших целях можно использовать и приведенный во Введении лагранжиан $\gamma\gamma a$-взаимодействия. Этот подход в данной работе наиболее удобен по следующим причинам: а) для полноты изложения материала; б) он будет использован в работе и для производимого параллельно расчета процесса $F \to \nu\bar{\nu}\gamma$; в) этот электронный вклад в последующем будет нетрудно обобщить на предмет учета вклада всех заряженных лептонов, а также кварков. Вкладу треугольной «электронной» диаграммы с «прямым» (рис. 1, слева) и «обратным» (рис. 1, справа) направлением обхода петли и в соответствии с выражениями (1), (1а), отвечают тензоры $T_{\rho\sigma}(k,k')$ (4а) и $\tilde{T}_{\rho\sigma}(k,k')$ (4б), имеющие вид

$$T_{\rho\sigma}(k,k') = \int d^4q\times \\ \times\mathrm{Tr}\left[\gamma_\rho\frac{\hat{q}+m}{q^2-m^2}\gamma_\sigma\frac{\hat{q}-\hat{k}'+m}{(q-k')^2-m^2}\gamma^5\frac{\hat{q}-\hat{k}+m}{(q-k)^2-m^2}\right], \tag{4a}$$

$$\tilde{T}_{\rho\sigma}(k,k') = \int d^4q\times \\ \times\mathrm{Tr}\left[\gamma_\sigma\frac{\hat{q}+m}{q^2-m^2}\gamma_\rho\frac{\hat{q}+\hat{k}+m}{(q+k)^2-m^2}\gamma^5\frac{\hat{q}+\hat{k}'+m}{(q+k')^2-m^2}\right]. \tag{4б}$$

На рис.1 *а, б* подразумевается, что $A_\rho(k) \equiv A(k)$ есть фурье-образ внешнего поля с 4-потенциалом $A_\rho(x) \equiv A(x)$, причем, по определению,

$$A(k) = \int d^4x e^{i(kx)}A(x), \tag{5a}$$

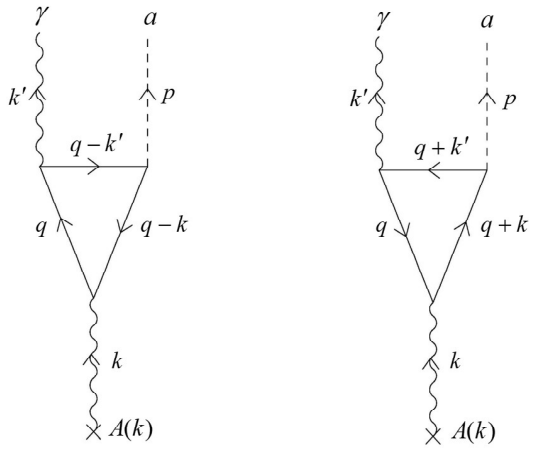

Рис. 1. Фейнмановские диаграммы, соответствующие тензорам (4а) (слева) и (4б) (справа)

$$A(x) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4k e^{-i(kx)}A(k). \qquad (5б)$$

Соответственно, 4-потенциалу же $A'_\sigma(k')$ поля конечного фотона с импульсом k' соответствует обычное выражение [20]

$$A'_\sigma(k') = \sqrt{\frac{4\pi}{2k'_0}}e^{i(k'x)}e'_\sigma. \qquad (6)$$

Далее следует, например, в (4б) поменять знак $q \to -q$, после чего знаменатели в (4а), (4б) становятся одинаковыми, что позволяет в сумме

$$T^{(\Sigma)}_{\rho\sigma}(k,k') \equiv T_{\rho\sigma}(k,k') + \tilde{T}_{\rho\sigma}(k,k') \qquad (6а)$$

провести обычную процедуру [22] фейнмановской параметризации с заменой переменной $q - \tilde{k} \to \tilde{q}$, где обозначено

$$\tilde{k} = k'x_1(1-x_2) + k(1-x_1) \qquad (7)$$

с сохранением для простоты обозначения $\tilde{q}$ как q, и, также для простоты, при интегрировании по фейнмановским параметрам $x_{1,2}$ [21] сделана замена $x_2/x_1 \to x_2$, так что

$$(3-1)!\int\limits_0^1 dx_1\int\limits_0^{x_1} dx_2 \to 2\int\limits_0^1 x_1dx_1\int\limits_0^1 dx_2. \qquad (7а)$$

В результате выражение $T^{(\Sigma)}_{\rho\sigma}(k,k')$ (6а) после интегрирования по d^4q [21] и простых преобразований приводится к виду

$$T^{(\Sigma)}_{\rho\sigma}(k,k') = -i\pi^2\int\limits_0^1 x_1dx_1\int\limits_0^1 dx_2\frac{1}{m^2+\tilde{k}^2}\times$$
$$\times\,\mathrm{Tr}\Big\langle\gamma^5\gamma_\rho[(\hat{q}+\hat{\tilde{k}})-m]\gamma_\sigma[(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k}')-m]\times$$
$$\times\,[(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k})+m] - \{\rho\leftrightarrow\sigma, k\leftrightarrow k', m\to -m\}\Big\rangle. \qquad (8)$$

Заметим, что «потенциальная расходимость» комбинации $\tilde{q}\times\tilde{q}$ на самом деле отсутствует, так как след произведения γ^5 и четырех γ-матриц пропорционален абсолютно-антисимметричному 4-тензору ([20], формула (22.20), и вклад этой комбинации обращается в нуль. Далее при переходе к низкоэнергетическому приближению $k, k' \ll m$ следует заменить

$$\frac{1}{m^2+\tilde{k}^2} \to \frac{1}{m^2}$$

и вычислить след по той же формуле (22.20). Это после некоторых преобразований дает

$$T^{(\Sigma)}_{\rho\sigma}(k,k') = -\frac{8\pi^2}{m}\int\limits_0^1 x_1dx_1\int\limits_0^1 dx_2\epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta}k'^\alpha k^\beta, \qquad (8а)$$

где ϵ — абсолютно антисимметричный единичный псевдотензор. Проводя также тривиальное интегрирование по $dx_{1,2}$, находим

$$T^{(\Sigma)}_{\rho\sigma}(k,k') = -\frac{4\pi^2}{m}\epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta}k'^\alpha k^\beta. \qquad (9)$$

К (9) необходимо добавить еще два вклада, соответствующие диаграммам с перестановкой фотонных

линий на рис. 1, после чего получаем для суммарного тензора $T^{(tot)}_{\rho\sigma}(k,k')$ выражение

$$T^{(tot)}_{\rho\sigma}(k,k') = 2T^{(\Sigma)}_{\rho\sigma}(k,k') = \\ = -\frac{8\pi^2}{m}\epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta}k'^{\alpha}k^{\beta}. \quad (9а)$$

Как можно видеть, тогда суммарный матричный элемент с обозначением для краткости $M(k,k') \equiv M$, в соответствии с (5а), (5б), (6), равен

$$M = -\frac{2^5\pi^3 e^2 g_{ae}}{m}\epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta}e'^{\sigma}k'^{\alpha}k^{\beta}A^{\rho}(k) \quad (9б)$$

(при этом квадрат фигурирующего в (6) фактора $1/\sqrt{2k'_0}$, как это принято в [20], в последующем будет включен посредством (14а) в выражение вероятности (14), а фактор $\sqrt{4\pi}\cdot\sqrt{4\pi}$ учтен в численном коэффициенте (9б)). В более компактной и удобной для дальнейшего форме выражение (9б) можно записать как

$$M = i\frac{2^4\pi^3\alpha g_{ae}}{m}\epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta}e'^{\sigma}k'^{\alpha}F^{\beta\rho}(k), \quad (9в)$$

где $\alpha = e^2$, а

$$F_{\beta\rho}(k) = ik^{\beta}A^{\rho}(k) - ik^{\rho}A^{\beta}(k)$$

есть фурье–образ тензора поля.

С учетом приведенного во Введении значения g_{ae} нетрудно видеть, что в этом низкоэнергетическом приближении матричный элемент M (9б), (9в) на самом деле не зависит от массы, что и будет использовано далее для учета вкладов остальных заряженных фермионов СМ в M и вероятность. Именно, их вклады будут тогда отличаться от (9б), (9в) только значениями электрических зарядов. Можно видеть тогда в рамках нашего подхода без учета эффектов КХД, что для учета всех вкладов в (9б), (9в) надо сделать замену

$$e^2 \to \frac{14}{3}e^2 \equiv \tilde{\alpha}, \quad (9г)$$

как это выше и утверждалось. При этом в силу фактического отсутствия зависимости от m в качестве массового параметра, используемого для более наглядной и удобной записи формул в получаемых далее выражениях (16), (17), (26а), относящихся к процессу $F \to a\gamma$, представляется естественным выбрать массу электрона, которую по-прежнему обозначаем как m.

3. ТЕНЗОРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО «ТРЕХПОЛЮСНИКА» С АКСИАЛЬНО-ВЕКТОРНОЙ ВЕРШИНОЙ И МАТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ПРОЦЕССА $F \to \nu\bar{\nu}\gamma$

В аналогичной манере можно рассмотреть треугольную «электронную» диаграмму, описывающую процесс $F \to \nu\bar{\nu}\gamma$ в приближении локального 4-фермионного взаимодействия с добавлением к лагранжиану КЭД (1а) «слабого» лагранжиана (3). Расчет вкладов соответствующих диаграмм с использованием лагранжианов (1а), (3) имеет принципиальные отличия от разд.1, суть которых будет ясна далее.

Сначала заметим, что эти диаграммы и соответствующие выражения, описывающие вклад вида на рис. 1 в процессе $F \to \nu\bar{\nu}\gamma$, получаются заменой «аксионной» внешней линии на пару нейтринных $\nu\bar{\nu}$ с импульсами p, p', а тензоры $T_{\rho\sigma}(k,k')$, $\tilde{T}_{\rho\sigma}(k,k')$ (4а), (4б) заменяются, соответственно, на $T_{\rho\sigma\mu}(k,k')$, $\tilde{T}_{\rho\sigma\mu}(k,k')$, общий вид которых получается из (4а), (4б) заменой $\gamma^5 \to \gamma_\mu(C_V + C_A\gamma^5)$. При этом, как будет видно, матричный элемент, как и в разд. 2, пропорционален $1/m$, но «сокращение массы», разумеется, отсутствует, а электронная петля будет давать главный вклад, так как масса электрона примерно на порядок меньше массы остальных заряженных фермионов СМ. В результате применения аналогичных разд. 2 преобразований, включая фейнмановскую параметризацию с трансляционной заменой переменной (ее можно проводить при логарифмической расходимости интеграла по импульсу петли с последующим интегрированием без искажения результата [21], как в данном случае), получаем следующий промежуточный результат (при этом пропорциональный C_V вклад исчезает в соответствии с теоремой Фарри):

$$T^{(\Sigma)}_{\rho\sigma\mu}(k,k') \equiv T_{\rho\sigma\mu}(k,k') + \tilde{T}_{\rho\sigma\mu}(k,k') = \\ = 2C_A\int\limits_0^1 x_1dx_1\int\limits_0^1 dx_2\frac{d^4q}{(q^2-m^2-\tilde{k}^2)^3}\times \\ \times \mathrm{Tr}\Big\{\gamma^5\Big\langle\Big[-\gamma_\rho(\hat{q}+\hat{\tilde{k}})\gamma_\sigma(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k}')\gamma_\mu(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k})+ \\ + \gamma_\sigma(\hat{q}+\hat{\tilde{k}})\gamma_\rho(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k})\gamma_\mu(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k}')\Big]+ \\ + m^2\Big[-\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_\mu(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k}) + \gamma_\sigma\gamma_\rho\gamma_\mu(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k}')+ \\ + \gamma_\rho\gamma_\sigma(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k}')\gamma_\mu + \gamma_\sigma\gamma_\rho(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k})\gamma_\mu+ \\ + \gamma_\rho(\hat{q}+\hat{\tilde{k}})\gamma_\sigma\gamma_\mu + \gamma_\sigma(\hat{q}+\hat{\tilde{k}})\gamma_\rho\gamma_\mu\Big]\Big\rangle\Big\}. \quad (10)$$

Далее следует в первых квадратных скобках выполнить процедуру перемножения («раскрыть скобки»), сделать замены $q_\mu q_\nu \to (q^2/4)g_{\mu\nu}$ с последующим использованием сверток [20]

$$\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma_\mu = -2\gamma^\nu, \quad \gamma^\mu\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma_\mu = -2\gamma^\rho\gamma^\nu\gamma^\lambda.$$

При этом логарифмически расходящийся, а вместе с ним и нарушающий калибровочную инвариантность линейный по импульсам фотонов ($\sim k, k'$) вклады в этой скобке сокращаются, если проделать еще и аналогичную разд. 2 процедуру симметризации по фотонам. Опуская в этой скобке также интегралы с нечетной степенью q ($\sim q^3$), после некоторых преобразований получаем сходящееся выражение (детали этих вычислений по другому поводу – для процесса $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ — опубликованы в нашей работе [22]):

$$\begin{aligned} T^{(\Sigma)}_{\rho\sigma\mu}(k,k') = 2C_A \int\limits_0^1 x_1 dx_1 \int\limits_0^1 dx_2 \frac{d^4q}{(q^2-m^2-\tilde{k}^2)^3} \times \\ \times \mathrm{Tr}\Big\{\gamma^5\Big\langle\Big[-\gamma_\rho\hat{\tilde{k}}\gamma_\sigma(\hat{\tilde{k}}-\hat{k}')\gamma_\mu(\hat{\tilde{k}}-\hat{k}) + \\ + \gamma_\sigma\hat{\tilde{k}}\gamma_\rho(\hat{\tilde{k}}-\hat{k})\gamma_\mu(\hat{\tilde{k}}-\hat{k}')\Big] + \\ + m^2\Big[-\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_\mu(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k}) + \gamma_\sigma\gamma_\rho\gamma_\mu(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k}') + \\ + \gamma_\rho\gamma_\sigma(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k}')\gamma_\mu + \gamma_\sigma\gamma_\rho(\hat{q}+\hat{\tilde{k}}-\hat{k})\gamma_\mu + \\ + \gamma_\rho(\hat{q}+\hat{\tilde{k}})\gamma_\sigma\gamma_\mu + \gamma_\sigma(\hat{q}+\hat{\tilde{k}})\gamma_\rho\gamma_\mu\Big]\Big\rangle\Big\}. \quad (10a) \end{aligned}$$

Вычисление следа от второй квадратной скобки дает нулевой результат, включая и исчезновение линейных по импульсам фотонов членов (по поводу вычисления следа от γ^5 и четырех γ-матриц см. [21, § 22, (22.20)]), аналогично вкладам в первой квадратной скобке, как это и должно быть из соображений калибровочной инвариантности; однако в этом случае, в отличие от вкладов в первой квадратной скобке, вклады $\sim k, k'$ во второй скобке сокращаются уже на стадии суммирования двух слагаемых (10) и без процедуры симметризации, т. е. в выражении (10a). Учтем далее, что два члена в первой квадратной скобке отличаются знаком и перестановками $k' \leftrightarrow k$, $\sigma \leftrightarrow \rho$, и, с использованием формулы следа γ^5 и шести γ-матриц (задача к §22 из [20]), приходим после вычисления интеграла по d^4q [21] и некоторых преобразований, к следующему промежуточному результату для вклада тензоров, соответствующих всем четырем диаграммам, т. е. с учетом и процедуры симметризации:

$$\begin{aligned} T^{(tot)}_{\rho\sigma\mu}(k,k') \equiv T^{(\Sigma)}_{\rho\sigma\mu}(k,k') + T^{(\Sigma)}_{\sigma\rho\mu}(-k',-k) = \\ = T_{\rho\sigma\mu} = \frac{1}{m^2}C_A\frac{20\pi^2}{3}\epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}k^\alpha k^\beta(k-k')_\mu. \quad (11) \end{aligned}$$

Выражение (11) не меняется при перестановке фотонных линий: $\rho \leftrightarrow \sigma$, $k \leftrightarrow -k'$, как это и должно быть. Матричный же элемент M с учетом определений (5а), (5б), (6) и формулы (3) с аналогичным к формуле (9б) замечанием имеет вид

$$\begin{aligned} M = \frac{1}{m^2}\frac{G}{\sqrt{2}}C_A\frac{80\pi^3}{3}\epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}\epsilon'^\sigma k'^\alpha k^\beta \times \\ \times A^\rho(k)(k-k')_\mu[\bar{u}_\nu(p)\gamma^\mu(1+\gamma^5)v_\nu(-p')]. \quad (12) \end{aligned}$$

Заметим сразу, что из сохранения 4-импульса следует, что $k-k' = p+p'$ и тогда последняя свертка в (12) пропорциональна массе нейтрино m_ν вследствие уравнений Дирака

$$\bar{u}_\nu(p)(\hat{p}-m_\nu) = 0, \quad (\hat{p}'+m_\nu)u_\nu(-p') = 0,$$

т. е. для безмассовых нейтрино рассматриваемый процесс запрещен. Этот же результат давно был получен в работе Гелл-Манна [23] для аналогичного процесса $\gamma\bar{\gamma} \to \nu\bar{\nu}$, когда нейтрино считались безмассовыми. В записи через тензор поля вида (9в) выражение (12) принимает вид

$$\begin{aligned} M = i\frac{1}{m^2}\frac{G}{\sqrt{2}}C_A\frac{40\pi^3}{3}\epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}\epsilon'^\sigma k'^\alpha \times \\ \times F^{\beta\rho}(k)(k-k')_\mu[\bar{u}_\nu(p)\gamma^\mu(1+\gamma^5)v_\nu(-p')]. \quad (12a) \end{aligned}$$

4. ВЕРОЯТНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ АКСИОНОВ $F \to a\gamma$ И НЕЙТРИНО $F \to \nu\bar{\nu}\gamma$ ПЕРЕМЕННЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

1. Предварительно найдем $|M|^2$ в варианте испускаемого «вместе с аксионом» неполяризованного конечного фотона, для чего в $|M|^2$ надо заменить $e'^\sigma e'^{\sigma'} \to -g^{\sigma\sigma'}$ [20, § 66], а затем в получаемом выражении учесть выражение свертки $\epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}\epsilon^{\alpha'\beta'\rho'\sigma}$ через определители 3×3 [24, § 6] со значением

$$|\epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta}e'^\sigma k'^\alpha F^{\beta\rho}|^2 = 2k'F(k)F(-k)k'.$$

В итоге для $|M|^2$ получим

$$|M|^2 = 8(2\pi)^6\alpha^2 g_{ae}^2\frac{1}{m^4}k'F(k)F(-k)k', \quad (13)$$

$$k'F(k)F(-k)k' \equiv k'_\alpha F^{\alpha\beta}(k)F_{\beta\sigma}(-k)k'^\sigma. \qquad (13а)$$

Тем же способом, что и в [8, 9], а также в соответствии с обычными методами КЭД [20], можно получить следующее выражение для полной вероятности процесса $F \to a\gamma$:

$$W_a = \frac{1}{(2\pi)^6}\int d^4kJ, \qquad (14)$$

$$J = \int \delta(k-k'-p)|M|^2\,\frac{d^3k'}{2k'_0}\,\frac{d^3p}{2p_0}. \qquad (14а)$$

При этом было использовано тождественное преобразование (см. также [8, 9])

$$\int |M_{k\to k'+p}|^2\,\frac{d^3k'}{2k'_0}\,\frac{d^3p}{2p_0} \equiv$$
$$\equiv \int d^4k|M|^2\delta(k-k'-p)\,\frac{d^3k'}{2k'_0}\,\frac{d^3p}{2p_0} =$$
$$= \int d^4k|M|^2J. \qquad (14б)$$

Выражение (14а) является релятивистским инвариантом, поэтому его можно вычислять в системе $\mathbf{k}=0$ с последующим релятивистским обобщением. Это дает для суммарного вклада в вероятность при использовании выражения (9в)

$$J = (2\pi)^6\pi\tilde{\alpha}^2g_{ae}^2\frac{1}{m^2}\left(\frac{k^2-m_a^2}{k^2}\right)^3 kF(k)F(-k)k, \qquad (15)$$

$$W_a = \pi\tilde{\alpha}^2g_{ae}^2\,\frac{1}{m^2}\int d^4k\left(\frac{k^2-m_a^2}{k^2}\right)^3\times$$
$$\times\, kF(k)F(-k)k \qquad (16)$$

с обозначением $\tilde{\alpha}$, см. (9г), или, в эквивалентной форме записи с очевидным уточнением области интегрирования

$$W_a = \pi\tilde{\alpha}^2g_{ae}^2\,\frac{1}{m^2}\int d^4k\left(\frac{k^2-m_a^2}{k^2}\right)^3\times$$
$$\times\, kF(k)F(-k)k\,\theta(k_0)\theta(k^2-m_a^2). \qquad (17)$$

Здесь $\theta(x)$ — ступенчатая функция, использованная также и в нашей оригинальной работе [8].

2. Полная вероятность W_ν процесса излучения пары нейтрино и фотона $F \to \nu\bar{\nu}\gamma$ определяется аналогичными (14), (14а) выражениями с некоторой их модификацией из-за изменения числа частиц в конечном состоянии:

$$W_\nu = \frac{1}{(2\pi)^9}\int d^4k\frac{d^3k'}{2k'_0}|M|^2J, \qquad (18)$$

$$J = \int \delta(k-k'-p-p')\,\frac{d^3p'}{2p'_0}\,\frac{d^3p}{2p_0}. \qquad (18а)$$

Этот интеграл J (18а) по фазовым объемам нейтрино, как и (14а), является релятивистским инвариантом и может быть вычислен, как и аналогичный в книге [21, § 146], в с. ц. и. нейтрино с последующим релятивистским обобщением к произвольной системе координат, и равен

$$J = \frac{\pi}{2}\frac{\sqrt{k^2-2kk'-4m_\nu^2}}{\sqrt{k^2-2kk'}}. \qquad (18б)$$

Значение матричного элемента в (18) определяется формулой (12а). Заменяя в этой формуле $(k-k')_\mu$ на $(p+p')_\mu$, имеем

$$(k-k')_\mu[\bar{u}_\nu(p)\gamma^\mu(1+\gamma^5)u_\nu(-p')] \to$$
$$\to (p+p')_\mu[\bar{u}_\nu(p)\gamma^\mu(1+\gamma^5)u_\nu(-p')] \equiv A$$

со значением

$$A = [\bar{u}_\nu(p)(\hat{p}+\hat{p}')(1+\gamma^5)u_\nu(-p')]. \qquad (19)$$

В выражении для $|M|^2$ будет фигурировать величина $|A|^2$, которая, согласно [20, § 66], выражается через матрицы плотности массивных нейтрино:

$$|A|^2 =$$
$$= \mathrm{Tr}\Big\{(\hat{p}'-m)(\hat{p}+\hat{p}')(1+\gamma^5)(\hat{p}+m_\nu)(1-\gamma^5)(\hat{p}+\hat{p}')\Big\}. \qquad (19а)$$

Элементарным вычислением находим тогда

$$|A|^2 = 16m_\nu^2\left(-kk'+\frac{k^2}{2}\right). \qquad (19б)$$

Квадрат же матричного элемента в (14) с учетом вида M (12а) и упомянутой в п.1 свертки будет тогда равен

$$|M|^2 = \frac{5^2\cdot 2^9\pi^6}{9}\alpha^2C_A^2\frac{G^2}{m^4}m_\nu^2\left(-kk'+\frac{k^2}{4}\right)\times$$
$$\times\, k'F(k)F(-k)k' \qquad (20)$$

с обозначением (13а). Далее, в (18) с учетом (18а), (18б), (20) фигурирует интеграл

$$I = \frac{\pi}{2}\int\left[-kk'+\frac{k^2}{2}\right]k'_\alpha F^{\alpha\beta}(k)F_{\beta\lambda}(-k)k'^\lambda\times$$
$$\times\,\frac{\sqrt{k^2-2kk'-4m_\nu^2}}{\sqrt{k^2-2kk'}}\,\frac{d^3k'}{2k'_0}, \qquad (21)$$

который после тривиального интегрирования по углам в импульсном пространстве равен

$$I = \pi^2 \int\limits_0^{k'_{0\,max}} \frac{\sqrt{k^2 - 2kk' - 4m_\nu^2}}{\sqrt{k^2 - 2kk'}} \left(-kk' + \frac{k^2}{2}\right) \times \\ \times k' F(k) F(-k) k' \, k'_0 dk'_0, \quad (21а)$$

и который, как и в п.1, проще всего вычислить в системе $\mathbf{k} = 0$ со значением

$$k'_{0\,max} = \frac{k_0^2 - 4m_\nu^2}{2k_0} \quad (21б)$$

с последующим релятивистским обобщением. При этом в силу отмеченной во Введении неопределенности массы нейтрино m_ν результат будет адекватным только при значениях $k^2 \gg 4m_\nu^2$. Это означает, что фурье-образ $F(k)$ должен быть таков, чтобы доминировали значения $(k^2)_{\text{eff}}$, много большие максимального порогового (2а) (порядка $(10^{-2})^2$ эВ $= 10^{-4}$ эВ^2). Соответствующий результат имеет вид

$$I \approx \frac{\pi^2}{2^7 \cdot 5} \left(k^2\right)^2 \, kF(k)F(-k)k, \quad (22)$$

причем приведенное точное значение численного коэффициента не имеет особого смысла, поскольку входит в выражение W_ν (18) со значением $|M|^2$ из (20) и с учетом (21), (22) в комбинации с фактором m_ν^2, который хорошо не определен, и логичней использовать его значение по порядку величины из диапазона масс m_ν (2а). Приведем все же соответствующее выражению (18) точное значение полной вероятности (14) процесса $F \to \nu\bar{\nu}\gamma$, аналогичное выражению (17):

$$W_\nu = \frac{5}{2^4 \cdot 9\pi} \alpha^2 C_A^2 \frac{G^2}{m^4} m_\nu^2 \int d^4k (k^2)^2 \times \\ \times kF(k)F(-k)k \, \theta(k_0)\theta(k^2 - 4m_\nu^2). \quad (23)$$

5. ИЗЛУЧЕНИЕ АКСИОНОВ И НЕЙТРИНО В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ ИМПУЛЬСНОГО ТИПА

В связи с возможностью регистрации обсуждаемых процессов в упомянутых во Введении «лазерных» экспериментах типа [10–12] представляется естественным рассмотреть их, как и в оригинальной работе [8], в электрическом поле импульсного типа

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-t^2/\tau^2). \quad (24)$$

С использованием матричного представления тензора поля через напряженности электрического магнитного векторов [24] (формула (23.5)), будем иметь тогда при выборе, например, оси x по направлению поля $\mathbf{E}$:

$$kF(k)F(-k)k = k_0^2 |\mathbf{E}(k)|^2. \quad (25а)$$

Учитывая, что находимый по формуле вида (5а) фурье-образ $\mathbf{E}(k)$ равен

$$\mathbf{E}(k) = \mathbf{E}_0 \sqrt{\pi}\tau \exp\left[-\frac{(k_0\tau)^2}{4}\right] \delta(\mathbf{k}), \quad (25б)$$

имеем для (25а)

$$kF(k)F(-k)k = |\mathbf{E}_0|^2 \tau^2 k_0^2 \exp\left[-\frac{(k_0\tau)^2}{2}\right] \frac{V}{8\pi^2} \delta(\mathbf{k}), \quad (25в)$$

где мы, как обычно [20], заменили одну из δ-функций в выражении $\delta^2(\mathbf{k})$ на $V/(2\pi)^3$, так что вместо W_a (17) с использованием (25в) для вероятности излучения $w_a = W_a/V$ из единицы объема и с переходом к безразмерной переменной $y = k_0\tau/2$ получим

$$w_a = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{14}{3}\right)^2 \alpha g_{ae}^2 \left(\frac{\sqrt{2}\tau_0}{\tau}\right) \times \\ \times \left(\frac{E_0}{E_{cr}}\right)^2 \frac{1}{\lambda_C^3} \int\limits_{y_{min}}^{\infty} dy \left(\frac{y^2 - y_{min}^2}{y^2}\right)^3 y^2 \, e^{-y^2}, \quad (26а)$$

$$y_{min} = \frac{m_a \tau}{\sqrt{2}},$$

где фигурирующий в (9г) численный коэффициент 14/3 выделен отдельным множителем. Здесь для удобства введены обозначения: $\lambda_C = 1/m$ — комптоновская длина волны электрона, $\tau_0 = 1/m$ ($\sim 10^{-21}$с) — время, за которое свет проходит расстояние λ_C, $m^2/e = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс — характерное «швингеровское» поле. Отметим также, что при $m_a\tau \ll 1$ имеем $y_{min} \ll 1$ и интеграл в (26а) приближенно равен $\sqrt{\pi}/4$. Для w_ν из (23) получаем со значением $y_{min} = \sqrt{2} m_\nu \tau$:

$$w_\nu = \frac{5}{18(2\pi)^3} \alpha C_A^2 (G m_p^2)^2 \left(\frac{m}{m_p}\right)^4 \left(\frac{\sqrt{2}\tau_0}{\tau}\right) \times \\ \times \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^4 \left(\frac{m_\nu}{m}\right)^2 \left(\frac{E_0}{E_{cr}}\right)^2 \frac{1}{\lambda_C^3} \int\limits_{y_{min}}^{\infty} dy \, y^6 e^{-y^2} \quad (26б)$$

с аналогичной (26а) оценкой приближенного значения интеграла. Стоит заметить также, что выражение (26а), как и предыдущие «аксионные», не зависит от массы m.

6. ОБСУЖДЕНИЕ

Как упоминалось во Введении, одним из побудительных мотивов данной работы является вполне реальная возможность косвенного детектирования аксиона в лабораторных «лазерных» экспериментах [10–12] в которых уже в настоящее время достигаются поля E, относительно близкие к E_{cr} : $E_0 \sim 10^{-3}E_{cr}$ (см., например, [11], а также [25]), где приведена такая же оценка), так что фактор $(E_0/E_{cr})^2$ в (26а), (26б) в перспективе может и «не играть» основной роли в подавлении вероятностей этих процессов. При этом достигнутые уже сейчас эти значения E_{cr} позволили идентифицировать нелинейные эффекты типа «нашего» [8]. С другой стороны, с учетом (2а) и значения $g_{ae}^2 \sim 10^{-9}$ при отмеченной во Введении допустимой величине константы связи g_{ae} для электрона $g_{ae} = 5 \cdot 10^{-5}$, а также значения $(\tau_0/\tau) \ll 1$ в рамках низкоэнергетического характера приближения (фактор $(\tau_0/\tau)^4$ в (26б)), как можно видеть, $w_a \gg w_\nu$ «с запасом» также за счет, в основном, исчезающе малых факторов $(Gm_p^2)^2, (m/m_p)^4, (m_\nu/m)^2$, и численных коэффициентов. Это означает, что регистрация единственного фотона в упомянутых экспериментах типа [10–12], как и одного из трех фотонов в процессе $F \to 3\gamma$, с большой вероятностью будет свидетельствовать о существовании аксиона с его генерацией по каналу $F \to a\gamma$ в лабораторном эксперименте с принципиальной возможностью оценки пороговых значений в (17), (26а), т. е. и массы аксиона. Это явилось бы важным дополнением к «астрофизическим аргументам» [2, 3] в пользу необходимости существования аксиона в дополнение к частицам СМ. Существует и принципиальная возможность определения пороговых значений в (17) и (26а), т. е. и массы аксиона. При этом пороговое значение в (17), (26а) является вполне определенным, в отличие от таковых в (26б) (т. е. «вблизи» нижнего предела y_{min}) по указанной в п. 2 Введения причине, а также из-за различия эффективных масс ν_e, ν_μ, ν_τ а отличное от нуля пороговое значение в процессе $F \to 3\gamma$ вообще отсутствует. Это обстоятельство тоже может облегчить идентификацию процесса генерации аксиона $F \to a\gamma$ в лабораторном эксперименте.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. L. Bennet et al., Astrophys. J. Suppl. **148**, 1 (2003).

2. G. G. Raffelt, Phys. Rep. **198**, 1 (1990).

3. V. V. Skobelev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **132**, 1121 (2007) [В. В. Скобелев, ЖЭТФ **132**, 1121 (2007)].

4. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **40**, 223 (1978).

5. F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **40**, 279 (1978).

6. R. D. Peccei and H.R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977).

7. L. D. Duffy at al., Phys. Rev. D **74**, 012006 (2006).

8. D. V. Galtsov and V. V. Skobelev, Phys. Lett. B **36**, 238 (1971).

9. A. A. Sokolov, D. V. Galtsov, and Y. M. Loskutov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **62**, 454 (1972) [А. А. Соколов, Д. В. Гальцов, Ю. М. Лоскутов, ЖЭТФ **62**, 454 (1972)].

10. R. Aboushelbaya et al., Phys. Rev. Lett. **123**, 113604 (2019).

11. А. В. Березин, А. М. Федотов, Квант. Электрон. **53**, 123 (2023) [A. V. Berezin and A. M. Fedotov, Quant. Electron. **53**, 123 (2023)].

12. A. V. Berezin and A. M. Fedotov, Bulletin of the Lebedev Phys. Inst. **50**, S641 (2023).

13. R.(Jr) Davis, Phys. Rev. Lett. **12**, 303 (1964).

14. R.(Jr) Davis, D. S. Harmer, and K. S. Hoffman, Phys. Rev. Lett. **20**, 1205 (1968).

15. B. T. Cleveland et al., Astrophys. J. **496**, 505 (1998).

16. R. Davis, Phys.-Usp. **174**, 408 (2004) [Р. Дэвис УФН **174**, 408 (2004)].

17. S. Goswami, Proc. Indian Sci. Acad. **70**, 27 (2004).

18. A. Bandyopadhyay et. al., Phys. Lett. B **559**, 121 (2003).

19. S. Goswami, A. Bandyopadhyay, and S. Choubey, Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **143**, 121 (2005).

20. V. B. Berestetsky, E. M. Lifshits, and L. P. Pitaevsky, *Relativistic Quantum Theory*, part 1, Nauka, Fizmatlit (1968) [В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Релятивистская квантовая теория* ч. 1, Наука, Физматлит (1968)].

21. E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevsky, *Relativistic Quantum Theory*, part 2, Nauka, Fizmatlit (1971) [Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Релятивистская квантовая теория* ч. 2, Наука, Физматлит (1971)].

22. V. V. Skobelev, Teor. Mat. Fiz. **225**, 193 (2025) [В. В. Скобелев, ТМФ **225**, 193 (2025)].

23. M. Gell-Mann, Phys. Rev. Lett. **6**, 70, (1961).

24. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Field Theory*, Nauka, Fizmatlit, (1967) [Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Физматлит (1967)].

25. Jin Woo Yoon et al., Optica **8**, 630 (2021).

Axion's and Neutrino's Birth by an Alternating Electromagnetic Field

V. V. Skobelev

Moscow Polytechnic University
105066, Moscow, Russia

Abstract

The process of axion's emission by an alternating classical electromagnetic field , accompanied by photon's emission and caused by contribution of type's three –pole diagrams for the first time is considered. Parallel and for the first time also the similar process of neutrino generation is discussed.

Key words: axion, neutrino, emission, electromagnetic field

Conflict of interest. The author declares no conflict of interest.

Funding. The study was not sponsored.