

УПРАВЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНОЙ И НАПРАВЛЕНИЕМ СТАЦИОНАРНЫХ ПОТОКОВ ЭНЕРГИИ И ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ ОТКРЫТУЮ ФЕРМИОННУЮ СИСТЕМУ

И. В. Вовченко^{a,b*}, *А. А. Зябловский*^{a,b,c}, *А. А. Пухов*^{a,c}, *Е. С. Андрианов*^{a,b,c}

^a *Московский физико-технический институт
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

^b *ВНИИ автоматики им. Н. Л. Духова
127055, Москва, Россия*

^c *Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 13 октября 2025 г.,
после переработки 21 января 2026 г.
Принята к публикации 3 февраля 2026 г.

Процессы переноса в открытых квантовых системах (ОКС) привлекают значительный интерес в связи с широким спектром приложений в различных областях квантовых технологий. В данной работе рассмотрена фермионная ОКС с квадратичным гамильтонианом, взаимодействующая с резервуарами, имеющими различные температуры и химические потенциалы. Взаимодействие ОКС с резервуарами приводит к переходам между ее уровнями, что сопровождается появлением потоков энергии, частиц и тепла, которые зависят от разностей частот соответствующих уровней. Показано, что направления данных потоков определяются взвешенной заселенностью резервуаров, причем весовые коэффициенты определяются скоростями переходов между соответствующими уровнями. На примере двух резервуаров показано наличие максимумов в полученных потоках и их знакопеременность. Показано наличие максимумов теплопроводности ОКС на определенных разностях частот. Исследовано влияние размерностей резервуаров на стационарные потоки и теплопроводность ОКС. Показано, что, контролируя скорость диссипации в один из резервуаров ОКС, можно управлять потоками энергии, частиц и тепла в другие резервуары через изменение взвешенной заселенности.

Ключевые слова: квантовый транспорт, процессы переноса, управляющее уравнение, открытые квантовые системы

DOI: 10.7868/S3034641X26030088

1. ВВЕДЕНИЕ

Задачи переноса в квантовых системах (квантовый транспорт) активно исследуются в последние десятилетия [1–7]. Такие задачи встречаются при описании устройств нанoeлектроники [1–3, 8, 9], нанофотоники [10–12], фононики [10, 13–15] и квантовой термодинамики [16–21]. Помимо этого, процессы переноса на микро- и наномасштабах исследуются в задачах переноса энергии вдоль макромолекул [22–24] и играют важную роль при создании запу-

танных состояний [25–28]. Задачи квантовых термодинамических вычислений также приводят к необходимости исследования процессов переноса в квантовых системах [29–31].

Важное место среди обозначенных задач занимают задачи о переносе энергии, частиц, тепла и производстве энтропии в фермионных системах [6, 16, 17], так как данные системы могут быть легко реализованы на основе металлических контактов, подведенных к квантовым точкам или молекулам [1–3, 6, 7, 32]. Так, например, показано, что фононное окружение и световое воздействие играют большую роль в формировании электрического тока в наноструктурах [33–35]. Фононные механизмы передачи энергии внутри молекул и органических кристаллов

* E-mail: vovchenko@phystech.edu

могут способствовать увеличению протекающего тока [6, 36, 37]. Схожий эффект наблюдается в углеродных нанотрубках [38, 39]. Световое воздействие на квантовую точку, соединяющую металлические контакты, способствует переходу между уровнями квантовой точки, что вызывает интенсивное и избирательное по энергии туннелирование электронов между контактами [40–42]. Помимо этого, при помощи механизма кулоновской блокады можно реализовывать одноэлектронные транзисторы на основе квантовых точек [40, 43]. Приведенные эффекты, а также введение внешнего воздействия [6, 7] и использование систем с тремя, четырьмя и пятью контактами [44–46] можно применять для регулирования потоков энергии, частиц, тепла и заряда через фермионную систему, что важно для задач нанoeлектроники.

Необходимым условием существования процессов переноса на наномасштабе, аналогично классическим процессам переноса, является наличие градиента макроскопического параметра (температуры, химического потенциала, электрического потенциала и т. п.) [1–5] либо наличие иного внешнего воздействия [6, 7]. Градиент макроскопического параметра может быть реализован посредством макроскопических резервуаров, которые обладают температурой и химическим потенциалом и взаимодействуют с одной и той же открытой квантовой системой (ОКС) [1, 2, 5, 10, 47]. Однако на квантовом масштабе также необходимо, чтобы квантовая система, соединяющая резервуары, могла поглотить те кванты энергии, которые резервуары могут ей передать. Таким образом, задачи переноса в квантовых системах в такой постановке совпадают с задачами физики ОКС [48–51] и могут быть описаны методами данной науки [47, 52, 53].

В таком описании часто используется метод неравновесной функции Грина [2, 3, 5] и марковские подходы [2–5, 8]. В силу линейности и локальности по времени [48–50, 54–56], марковское описание процессов переноса сводится к решению систем линейных дифференциальных уравнений [47, 52, 53, 57]. Это позволяет получать аналитические решения для задач большой размерности, выделяя существенные физические зависимости [58–60]. При этом важно, что марковское управляющее уравнение в форме Дэвиса [54] обеспечивает выполнение второго начала термодинамики [61].

В данной работе в марковском приближении рассмотрена динамика фермионной ОКС с квадратичным гамильтонианом, которая взаимодействует с произвольным числом резервуаров (контак-

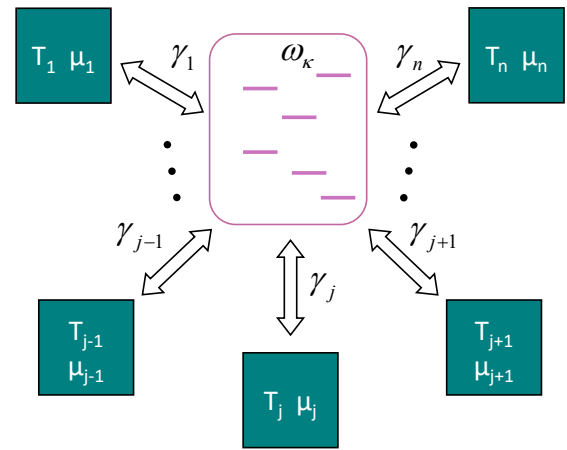


Рис. 1. Схема рассматриваемой ОКС (лиловая фигура), взаимодействующей с набором резервуаров (зеленые прямоугольники), которые имеют различные температуры и химические потенциалы

тов), имеющих различные температуры и химические потенциалы. Взаимодействие ОКС с резервуарами приводит к переходам между ее уровнями, которые, в свою очередь, создают потоки энергии, частиц и тепла между ОКС и резервуарами. Показано, что для каждого перехода разница между заселенностью резервуара и взвешенной заселенностью по резервуарам на частоте перехода определяет амплитуды и направления потоков энергии, частиц и тепла. Скорости переходов между уровнями ОКС играют роль весовых коэффициентов в обозначенной выше взвешенной заселенности. На примере двух резервуаров показано наличие максимумов, знакопеременности и немонотонности стационарных потоков энергии, частиц и тепла, а также наличие максимумов в теплопроводности на некоторых частотах переходов. Исследовано влияние размерностей резервуаров на амплитуды стационарных потоков и теплопроводность ОКС. Показано, что посредством влияния на взвешенную заселенность резервуаров можно управлять направлением и величиной потоков энергии, частиц и тепла через ОКС.

2. СТАЦИОНАРНЫЕ ПОТОКИ ЭНЕРГИИ, ЧАСТИЦ И ТЕПЛА ЧЕРЕЗ ФЕРМИОННУЮ ОКС

Рассмотрим фермионную ОКС с n фермионными резервуарами (контактами) (рис. 1). Для описания данной системы часто используется квадратичный (туннельный) гамильтониан [6, 7, 62–65]

$$\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_R + \hat{H}_{SR},$$

где

$$\begin{aligned} \hat{H}_S &= \sum_{v,w} \varepsilon_{vw} \hat{c}_v^\dagger \hat{c}_w, & \hat{H}_R &= \sum_{j=1}^n \sum_{k_j} \varepsilon_{j,k_j} \hat{d}_{j,k_j}^\dagger \hat{d}_{j,k_j}, \\ \hat{H}_{SR} &= \sum_v \sum_{j=1}^n \sum_{k_j} \tilde{\chi}_{j,k_j,v} (\hat{c}_v^\dagger \hat{d}_{j,k_j} + \hat{d}_{j,k_j}^\dagger \hat{c}_v). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\hbar = 1$, \hat{H}_S — гамильтониан ОКС, \hat{H}_R — гамильтониан резервуаров, \hat{H}_{SR} — гамильтониан туннелирования между ОКС и резервуарами, v, w — дискретные индексы, $\varepsilon_{vw} = \varepsilon_{wv}$, ε_{j,k_j} — энергия k_j -го фермионного состояния в j -м резервуаре, $\tilde{\chi}_{j,k_j,v}$ — константа туннелирования между k_j -м состоянием в j -м резервуаре и состоянием v в ОКС, \hat{c}_v , \hat{c}_v^\dagger , \hat{d}_{j,k_j} , \hat{d}_{j,k_j}^\dagger — фермионные операторы уничтожения и рождения в ОКС и резервуарах соответственно. Все коэффициенты в уравнениях (1) — действительные числа.

Гамильтониан \hat{H}_S может быть диагонализирован с сохранением коммутационных соотношений при помощи ортогонального преобразования [63, 66, 67]:

$$\begin{aligned} \hat{H}_S &= \sum_{\kappa} \omega_{\kappa} \hat{a}_{\kappa}^\dagger \hat{a}_{\kappa}, & \hat{H}_R &= \sum_{j=1}^n \sum_{k_j=1} \varepsilon_{j,k_j} \hat{d}_{j,k_j}^\dagger \hat{d}_{j,k_j}, \\ \hat{H}_{SR} &= \sum_{\kappa} \sum_{j=1}^n \sum_{k_j} \chi_{j,k_j,\kappa} (\hat{a}_{\kappa}^\dagger \hat{d}_{j,k_j} + \hat{d}_{j,k_j}^\dagger \hat{a}_{\kappa}). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь операторы \hat{a}_{κ} и \hat{a}_{κ}^\dagger удовлетворяют тем же фермионным коммутационным соотношениям:

$$\{\hat{a}_v, \hat{a}_w\} = \{\hat{a}_v^\dagger, \hat{a}_w^\dagger\} = 0, \quad \{\hat{a}_v^\dagger, \hat{a}_w\} = \delta_{vw},$$

а $\chi_{j,k,\kappa}$ — преобразованные константы туннелирования.

Отметим, что частоты в гамильтониане \hat{H}_S из уравнения (2) зависят от недиагональных элементов гамильтониана \hat{H}_S из уравнения (1). Эти недиагональные элементы зависят, в свою очередь, от расстояний между фермионными подсистемами ОКС [64]. Это может быть использовано для контроля собственных частот гамильтониана \hat{H}_S .

Пусть резервуары имеют различные температуры T_j и химические потенциалы μ_j , где $j = 1, \dots, n$ (см. рис. 1). Тогда управляющее уравнение в форме Дэвиса для данной системы имеет вид [47, 65, 68–70]

$$\frac{\partial \hat{\rho}_S}{\partial t} = -i[\hat{H}_S, \hat{\rho}_S] + \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa} \Lambda_{\kappa,j} [\hat{\rho}_S], \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_{\kappa,j} [\hat{\rho}_S] &= \frac{G_{j,\kappa-}(\mu_j, T_j)}{2} \hat{L}[\hat{a}_{\kappa}, \hat{a}_{\kappa}^\dagger] + \\ &+ \frac{G_{j,\kappa+}(\mu_j, T_j)}{2} \hat{L}[\hat{a}_{\kappa}^\dagger, \hat{a}_{\kappa}]. \end{aligned}$$

Здесь

$$\hat{L}[\hat{X}, \hat{Y}] = 2\hat{X}\hat{\rho}_S\hat{Y} - \hat{Y}\hat{X}\hat{\rho}_S - \hat{\rho}_S\hat{Y}\hat{X},$$

коэффициенты

$$G_{j,\kappa-}(\mu_j, T_j) = \gamma_{j,\kappa}(1 - n_j(\omega_{\kappa}, \mu_j, T_j)),$$

$$G_{j,\kappa+}(\mu_j, T_j) = \gamma_{j,\kappa} n_j(\omega_{\kappa}, \mu_j, T_j),$$

где

$$n_j(\omega, \mu_j, T_j) = \left[e^{(\omega - \mu_j)/T_j} + 1 \right]^{-1}$$

— заселенность j -го резервуара,

$$\gamma_{j,\kappa} = \pi g_j(\omega_{\kappa}) |\chi_{j,\kappa}|^2$$

— скорость диссипации состояния κ ОКС в j -й резервуар, $g_j(\omega_{\kappa})$ — плотность числа состояний j -го резервуара на частоте ω_{κ} ,

$$|\chi_{j,\kappa}|^2 = \sum_{\bar{k}_j} g_{j,\bar{k}_j}(\omega_{\kappa}) |\chi_{j,\bar{k}_j,\kappa}|^2 / g_j(\omega_{\kappa}),$$

$\varepsilon_{j,\bar{k}_j} = \omega_{\kappa}$, $g_{j,\bar{k}_j}(\omega_{\kappa})$ — плотность числа состояний j -го резервуара на частоте ω_{κ} , для которых константы туннелирования одинаковы, суммирование ведется по различным константам туннелирования из состояний j -го резервуара с частотой ω_{κ} .

Используя равенства [71]

$$\frac{d\langle \hat{A} \rangle}{dt} = \text{tr}(\hat{\rho}_S \hat{A})$$

и

$$\text{tr} \left(L[\hat{X}, \hat{Y}] \hat{a} \right) = \langle \hat{Y}[\hat{a}, \hat{X}] \rangle + \langle [\hat{Y}, \hat{a}]\hat{X} \rangle,$$

получаем уравнения для динамики заселенностей ОКС $\langle \hat{a}_{\kappa}^\dagger \hat{a}_{\kappa} \rangle$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \hat{a}_{\kappa}^\dagger \hat{a}_{\kappa} \rangle}{\partial t} &= - \sum_{j=1}^n G_{j,\kappa-}(\mu_j, T_j) \langle \hat{a}_{\kappa}^\dagger \hat{a}_{\kappa} \rangle + \\ &+ \sum_{j=1}^n G_{j,\kappa+}(\mu_j, T_j) (1 - \langle \hat{a}_{\kappa}^\dagger \hat{a}_{\kappa} \rangle). \end{aligned} \quad (4)$$

Стационарное решение этого уравнения имеет вид

$$\langle \hat{a}_{\kappa}^\dagger \hat{a}_{\kappa} \rangle = \frac{\sum_{j=1}^n \gamma_{j,\kappa} n_j(\omega_{\kappa}, \mu_j, T_j)}{\sum_{j=1}^n \gamma_{j,\kappa}} = \tilde{n}(\omega_{\kappa}). \quad (5)$$

Здесь

$$\tilde{n}(\omega_\kappa) = \sum_{j=1}^n p_{j,\kappa} n_j(\omega_\kappa, \mu_j, T_j),$$

где

$$p_{j,\kappa} = \gamma_{j,\kappa} / \sum_{m=1}^n \gamma_{m,\kappa}.$$

Видно, что величина $\tilde{n}(\omega_\kappa)$ имеет смысл взвешенной заселенности на частоте ω_κ по резервуарам, где нормированные скорости диссипации входят в качестве весовых коэффициентов. Отметим, что значение взвешенной заселенности зависит от $\gamma_{j,\kappa}$, $n_j(\omega_\kappa)$. Данные величины зависят от частот ω_κ , которые, как было отмечено ранее, зависят от физической реализации гамильтониана (1).

Используя уравнение (5), можно вычислить стационарные потоки энергии из резервуаров. Энергия ОКС меняется как

$$\frac{d\langle \hat{H}_S \rangle}{dt} = \text{tr}(\dot{\rho}_S \hat{H}_S) = \sum_{j=1}^n \text{tr}(\Lambda_j [\hat{\rho}_S] \hat{H}_S) \equiv \sum_{j=1}^n J_j.$$

Здесь J_j — поток энергии из j -го резервуара в ОКС (если $J_j > 0$, то ОКС получает энергию из данного резервуара). С другой стороны, изменение энергии ОКС равно

$$\begin{aligned} \frac{d\langle \hat{H}_S \rangle}{dt} &= \sum_{\kappa} \omega_{\kappa} \frac{\partial \langle \hat{a}_{\kappa}^{\dagger} \hat{a}_{\kappa} \rangle}{\partial t} = \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa} \omega_{\kappa} \gamma_{j,\kappa} n_j(\omega_{\kappa}, \mu_j, T_j) - \omega_{\kappa} \gamma_{j,\kappa} \langle \hat{a}_{\kappa}^{\dagger} \hat{a}_{\kappa} \rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

откуда видно, что поток энергии из j -го резервуара равен

$$J_j = \sum_{\kappa} \omega_{\kappa} \gamma_{j,\kappa} (n_j(\omega_{\kappa}, \mu_j, T_j) - \langle \hat{a}_{\kappa}^{\dagger} \hat{a}_{\kappa} \rangle).$$

Подставляя сюда стационарные значения заселенностей $\langle \hat{a}_{\kappa}^{\dagger} \hat{a}_{\kappa} \rangle$ из (5), получаем стационарную величину потока энергии из j -го резервуара:

$$\bar{J}_j = \sum_{\kappa} \omega_{\kappa} \gamma_{j,\kappa} (n_j(\omega_{\kappa}, \mu_j, T_j) - \tilde{n}(\omega_{\kappa})). \quad (7)$$

Аналогично можно рассчитать и поток частиц из j -го резервуара. Оператор числа частиц равен

$$\hat{N}_S = \sum_v \hat{c}_v^{\dagger} \hat{c}_v = (\hat{c}_1^{\dagger}, \hat{c}_2^{\dagger}, \dots) \mathbb{1} (\hat{c}_1, \hat{c}_2, \dots)^T,$$

где $\mathbb{1} = U^{\dagger} \mathbb{1} U$ — единичная матрица, U — унитарная матрица, использованная для диагонализации \hat{H}_S . Получаем

$$\hat{N}_S = \sum_{\kappa} \hat{a}_{\kappa}^{\dagger} \hat{a}_{\kappa}.$$

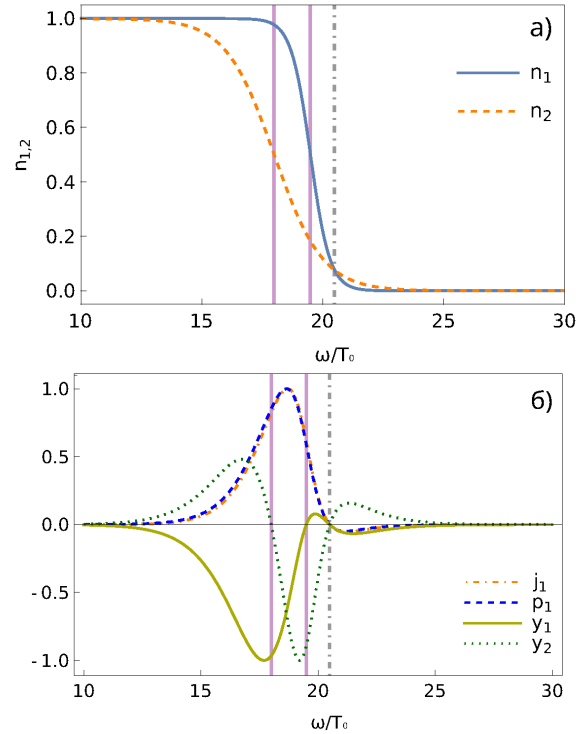


Рис. 2. Заселенности двух резервуаров (а) и функции $j_1(\omega)$, $p_1(\omega)$, $y_{1,2}(\omega)$ (б) для случая $T_1/T_0 = 0.4$, $T_2/T_0 = 1.0$, $\mu_1/T_0 = 19.5$, $\mu_2/T_0 = 18.0$, $\gamma_{1,\kappa} = \gamma_{2,\kappa} = 10^{-4}(\omega/T_0)^{\alpha-1}$, $\alpha_{1,2} = \alpha = 3/2$, $T_0 = 1000$ К — нормировочная температура. Вертикальные фиолетовые линии — химические потенциалы резервуаров. Вертикальная серая штрихпунктирная линия — частота совпадения заселенностей резервуаров Ω

Таким образом, \hat{N}_S равен \hat{H}_S (с точностью до размерного множителя) при $\omega_{\kappa} = 1$. С учетом этого, потоки частиц из резервуаров вычисляются аналогично потокам энергии. Получаем величину стационарного потока частиц из j -го резервуара:

$$\bar{P}_j = \sum_{\kappa} \gamma_{j,\kappa} (n_j(\omega_{\kappa}, \mu_j, T_j) - \tilde{n}(\omega_{\kappa})). \quad (8)$$

Исходя из первого начала термодинамики, полученные стационарные потоки можно скомбинировать и ввести стационарный поток тепла из j -го резервуара [47]:

$$\begin{aligned} \bar{Y}_j &= \bar{J}_j - \mu_j \bar{P}_j = \\ &= \sum_{\kappa} (\omega_{\kappa} - \mu_j) \gamma_{j,\kappa} [n_j(\omega_{\kappa}, \mu_j, T_j) - \tilde{n}(\omega_{\kappa})]. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, направление потоков энергии и частиц из резервуара j на частоте перехода ОКС ω_{κ} определяется разностью заселенности состояния ω_{κ} в j -м резервуаре $n_j(\omega_{\kappa})$ и взвешенной заселенно-

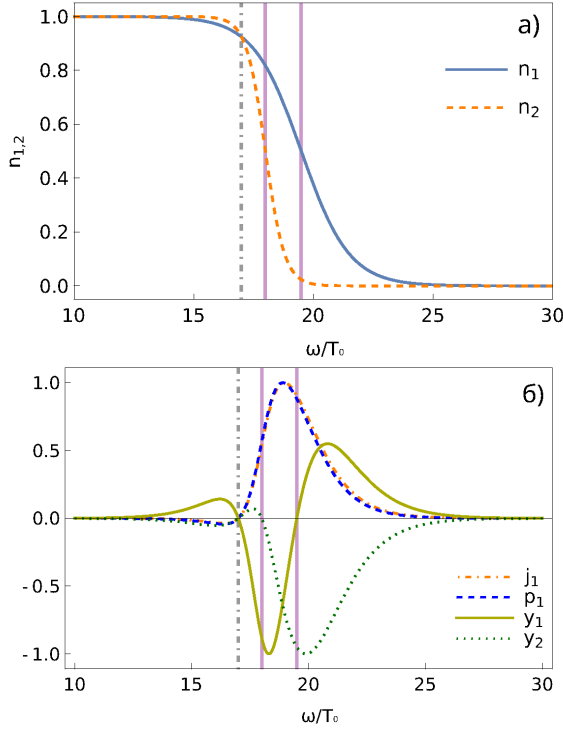


Рис. 3. Заселенности двух резервуаров (а) и функции $j_1(\omega)$, $p_1(\omega)$, $y_{1,2}(\omega)$ (б) для случая $T_1/T_0 = 1.0$, $T_2/T_0 = 0.4$, $\mu_1/T_0 = 19.5$, $\mu_2/T_0 = 18.0$, $\gamma_{1,\kappa} = \gamma_{2,\kappa} = 10^{-4}(\omega/T_0)^{\alpha-1}$, $\alpha_{1,2} = \alpha = 3/2$, $T_0 = 1000$ К — нормировочная температура. Вертикальные фиолетовые линии — химические потенциалы резервуаров. Вертикальная серая штрихпунктирная линия — частота совпадения заселенностей резервуаров Ω

сти на данной частоте по резервуарам $\tilde{n}_j(\omega_\kappa)$. Аналогичная зависимость стационарных потоков энергии наблюдается и в случае резервуаров, состоящих из квазичастиц с нулевым химическим потенциалом [58]. Направление потока тепла из j -го резервуара на частоте перехода ОКС ω_κ зависит и от разности $\omega_\kappa - \mu_j$. Далее эти зависимости исследуются более подробно на примере ОКС, взаимодействующей с двумя резервуарами.

Заметим, что полученные выше стационарные потоки можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{J}_j &= \int_0^{+\infty} d\omega \mathbb{T}(\omega) \omega \gamma_j(\omega) (n_j(\omega, \mu_j, T_j) - \tilde{n}(\omega)), \\ \bar{P}_j &= \int_0^{+\infty} d\omega \mathbb{T}(\omega) \gamma_j(\omega) (n_j(\omega, \mu_j, T_j) - \tilde{n}(\omega)), \\ \bar{Y}_j &= \int_0^{+\infty} d\omega \mathbb{T}(\omega) (\omega - \mu_j) \gamma_j(\omega) (n_j(\omega, \mu_j, T_j) - \tilde{n}(\omega)). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь

$$\mathbb{T}(\omega) = \sum_{\kappa} \delta(\omega - \omega_\kappa)$$

— функция пропускания ОКС (для данного рассмотрения она совпадает с плотностью одночастичных состояний ОКС),

$$\gamma_j(\omega) = \pi g_j(\omega) |\chi_j(\omega)|^2,$$

где

$$|\chi_j(\omega_\kappa)|^2 = \sum_{q, \omega_q = \omega_\kappa} |\chi_{j,q}|^2.$$

Следовательно, ОКС играет роль фильтра, благодаря которому энергообмен между резервуарами происходит только на выделенных частотах.

Кроме того,

$$\sum_j \bar{J}_j = 0 \quad \text{и} \quad \sum_j \bar{P}_j = 0,$$

так как в стационарном состоянии

$$\frac{d\langle \hat{H}_S \rangle}{dt} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{d\langle \hat{N}_S \rangle}{dt} = 0.$$

Равенство нулю суммы стационарных потоков частиц и стационарных потоков энергии в ОКС также непосредственно следует из их явного вида (7) и (8).

Про стационарные потоки тепла этого сказать нельзя. Если химические потенциалы резервуаров не равны, то в общем случае

$$\sum_j \bar{Y}_j \neq 0.$$

Отметим, что полученное стационарное состояние ОКС является неравновесным, т. е. не отвечающим некоторой температуре и химическому потенциалу. Именно благодаря этому через систему устанавливаются стационарные потоки энергии частиц и тепла, которые на большем масштабе времени могут изменять уже сами температуры и химические потенциалы резервуаров [58, 72].

Далее будем считать температуры и химические потенциалы резервуаров заданными внешними условиями. Пренебрежем также вкладом темных состояний в динамику ОКС, считая, что они, как и другие состояния ОКС, термализуются, т. е. положим все $\gamma_{j,\kappa}$ отличными от нуля. Это предположение естественно, если в ОКС отсутствует симметрия [73, 74], наличие которой мы не предполагаем заранее. Тогда, очевидно, найденное стационарное состояние ОКС и найденные стационарные потоки будут устойчивыми по параметрам ОКС и

ее резервуаров. Отметим, что найденное стационарное состояние ОКС отвечает принципу максимизации энтропии [72, 75].

Время, за которое ОКС переходит в данное неравновесное стационарное состояние, может быть различным. Как видно из уравнения (4), оно зависит только от $\gamma_{j,\kappa}$, так как

$$G_{j,\kappa-}(\mu_j, T_j) + G_{j,\kappa-}(\mu_j, T_j) = \gamma_{j,\kappa}.$$

В экспериментах это время лежит в диапазоне от миллисекунд [76] до наносекунд [40, 77].

3. ЗАВИСИМОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ ПОТОКОВ ОТ ЧАСТОТ ОКС

Обсудим зависимости полученных стационарных потоков от частот ОКС. В случае двух резервуаров уравнения (7)–(9) принимают вид

$$\begin{aligned} \bar{J}_1 &= \sum_{\kappa} \Gamma_{\kappa} \omega_{\kappa} [n_1(\omega_{\kappa}, \mu_1, T_1) - n_2(\omega_{\kappa}, \mu_2, T_2)], \\ \bar{P}_1 &= \sum_{\kappa} \Gamma_{\kappa} [n_1(\omega_{\kappa}, \mu_1, T_1) - n_2(\omega_{\kappa}, \mu_2, T_2)], \\ \bar{Y}_1 &= \sum_{\kappa} \Gamma_{\kappa} (\omega_{\kappa} - \mu_1) [n_1(\omega_{\kappa}, \mu_1, T_1) - n_2(\omega_{\kappa}, \mu_2, T_2)], \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\Gamma_{\kappa} = \frac{\gamma_{1,\kappa} \gamma_{2,\kappa}}{\gamma_{1,\kappa} + \gamma_{2,\kappa}}.$$

Данные уравнения можно записать в виде

$$\begin{aligned} \bar{J}_1 &= \sum_{\kappa} \bar{J}_1(\omega_{\kappa}), \\ \bar{P}_1 &= \sum_{\kappa} \bar{P}_1(\omega_{\kappa}), \\ \bar{Y}_1 &= \sum_{\kappa} \bar{Y}_1(\omega_{\kappa}). \end{aligned} \quad (12)$$

Величины $\bar{J}_1(\omega_{\kappa})$, $\bar{P}_1(\omega_{\kappa})$, $\bar{Y}_1(\omega_{\kappa})$ имеют смысл парциальных вкладов переходов ОКС на частоте ω_{κ} в суммарные потоки энергии, частиц и тепла.

Гамильтониан \hat{H}_R описывает резервуары, заполненные идеальными ферми-газами [47, 65, 68]. Тогда

$$g_{1,2}(\omega) \propto \omega^{\alpha_{1,2}-1},$$

где $\alpha_{1,2} = D_{1,2}/d_{1,2}$, $D_{1,2}$ – размерности, а $d_{1,2}$ – показатели степени в спектрах ферми-частиц резервуаров [78, 79]. Для объемных резервуаров $\alpha_{1,2} = 3/2$, для плоских – $\alpha_{1,2} = 1$, для одномерных – $\alpha_{1,2} = 1/2$. Если $\chi_{1,k_j,\kappa} = \text{const}$, $\chi_{2,k_j,\kappa} = \text{const}$, то при $\alpha_1 = \alpha_2$ получаем

$$\Gamma_{\kappa} \propto \omega^{\alpha_1-1}.$$

Рассмотрим нормированные на свои максимальные значения величины парциальных вкладов $\bar{J}_1(\omega)$, $\bar{P}_1(\omega)$, $\bar{Y}_1(\omega)$ переходов ОКС на частоте ω в суммарные потоки энергии, частиц и тепла как функции ω , при $\alpha_1 = \alpha_2$:

$$\begin{aligned} j_1(\omega) &= \frac{\bar{J}_1(\omega)}{\max_{\omega} |\bar{J}_1(\omega)|}, \\ p_1(\omega) &= \frac{\bar{P}_1(\omega)}{\max_{\omega} |\bar{P}_1(\omega)|}, \\ y_{1,2}(\omega) &= \frac{\bar{Y}_{1,2}(\omega)}{\max_{\omega} |\bar{Y}_{1,2}(\omega)|}. \end{aligned} \quad (13)$$

Заселенности резервуаров представлены на рис. 2 а и 3 а, а функции (13) изображены на рис. 2 б и 3 б. Видно, что модули функций (13) имеют экстремумы по ω . Максимумы функций $|j_1(\omega)|$ и $|p_1(\omega)|$ связаны с максимизацией разницы заселенностей резервуаров. Данные максимумы при условиях $|\mu_1 - \mu_2|/\mu_{1,2} \ll 1$, $T_{1,2}/\mu_{1,2} \ll 1$ находятся приблизительно на частоте $\omega = (\mu_1 + \mu_2)/2$. Максимумы функций $|y_{1,2}(\omega)|$ находятся вблизи $\mu_{2,1}$ соответственно. Таким образом, при правильном подборе частот ОКС, т.е. при $\omega_{\kappa} \approx (\mu_1 + \mu_2)/2$ и при $\omega_{\kappa} \approx \mu_{1,2}$, можно максимизировать интенсивность энергообмена и теплообмена между резервуарами соответственно.

Также на рис. 2 и 3 видно, что введенные функции являются знакопеременными. Действительно, $j_1(\omega)$ и $p_1(\omega)$ меняют знак один раз. Это связано с тем, что заселенности резервуаров могут совпадать на некоторой частоте Ω (см. рис. 2 а и 3 а). Соответственно, разность заселенностей $n_1(\omega) - \tilde{n}(\omega)$ слева и справа от Ω будет иметь разные знаки. В свою очередь функции $y_{1,2}(\omega)$ меняют знак дважды: на частоте Ω и на частотах $\mu_{1,2}$ соответственно. Таким образом, резервуар может одновременно отдавать энергию, частицы и тепло на одних частотах и получать их на других частотах, если переходы с данными частотами существуют в ОКС. Так как частота совпадения заселенностей резервуаров Ω есть функция их температур T_j и химических потенциалов μ_j резервуаров, то границы спектральных областей, внутри которых реализуются однонаправленные режимы энергообмена, также определяются данными величинами.

Однако заселенности резервуаров могут быть различны на всех частотах. Подобный пример приведен на рис. 4 а. В таком случае знаки потока энергии и потока частиц из резервуара не зависят от того, переходы с какими частотами присут-

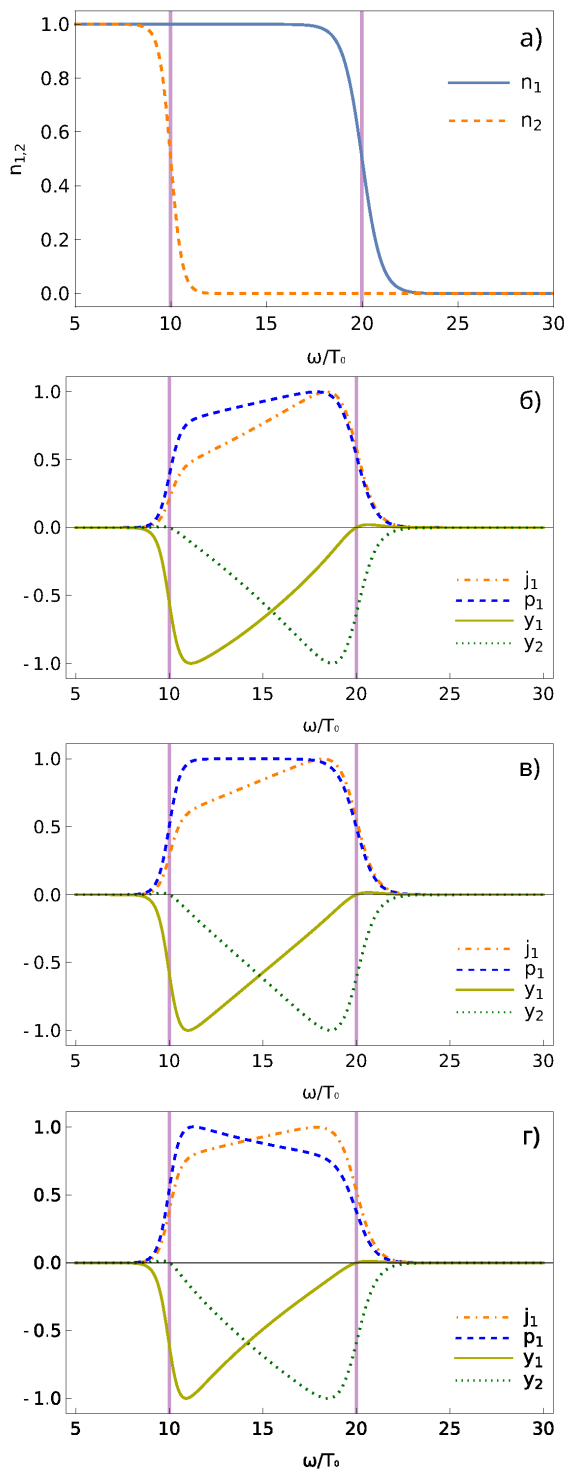


Рис. 4. Заселенности двух резервуаров (а) и функции $j_1(\omega)$, $p_1(\omega)$, $y_{1,2}(\omega)$ (б–г) для случая $T_1/T_0 = 0.5$, $T_2/T_0 = 0.3$, $\mu_1/T_0 = 20.0$, $\mu_2/T_0 = 10.0$, $\gamma_{1,\kappa} = \gamma_{2,\kappa} = 10^{-4}(\omega/T_0)^{\alpha-1}$, $\alpha_{1,2} = \alpha = 3/2$ (б), $\alpha_{1,2} = \alpha = 1$ (в), $\alpha_{1,2} = \alpha = 1/2$ (г), $T_0 = 1000$ К — нормировочная температура. Вертикальные фиолетовые линии — химические потенциалы резервуаров

ствуют в ОКС, а знак потока \bar{Y}_j тепла меняется только на частоте, равной химическому потенциалу резервуара.

В этом случае также видно, что положение максимума потока частиц сильно зависит от параметров $\alpha_{1,2}$, если условие $|\mu_1 - \mu_2|/\mu_{1,2} \ll 1$ не выполнено. Действительно, на рис. 4 б, в, г представлены зависимости $j_1(\omega)$, $p_1(\omega)$, $y_1(\omega)$ и $y_2(\omega)$ для $\alpha_{1,2} = 3/2$, $\alpha_{1,2} = 1$, $\alpha_{1,2} = 1/2$ соответственно. Наиболее сильно изменение параметров $\alpha_{1,2}$ сказывается на функции $p_1(\omega)$. Действительно, на рис. 4 б поток частиц растет по ω между химическими потенциалами резервуаров μ_1 и μ_2 , причем положение максимума потока близко к μ_1 . На рис. 4 в поток частиц слабо меняется с изменением ω между химическими потенциалами резервуаров. На рис. 4 г поток частиц уменьшается при изменении ω между химическими потенциалами резервуаров, а положение максимума потока близко к μ_2 .

Такая зависимость $p_1(\omega)$ имеет место потому, что значения $\alpha_{1,2} = 1$ в рассмотренных случаях разных знаков положительны для трехмерных, равны нулю для двумерных и отрицательны для одномерных резервуаров. Соответственно, плотности числа состояний в резервуарах либо растут, либо постоянны, либо убывают при увеличении ω , что и определяет характер зависимости $p_1(\omega)$.

С другой стороны, зависимости $j_1(\omega)$, $y_{1,2}(\omega)$ не сильно меняются при изменении $\alpha_{1,2}$. Это связано с тем, что в уравнения (11) частоты ω_κ входят в положительных степенях.

4. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Согласно уравнениям (11), стационарные потоки энергии, частиц и тепла между резервуарами с различными химическими потенциалами не равны нулю даже при равенстве температур этих резервуаров, что отмечено, например, в [47]. Это затрудняет в общем случае введение понятия теплопроводности. Однако в случае двух резервуаров с равными химическими потенциалами теплопроводность можно определить следующим образом [80]:

$$K = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \bar{Y} / \Delta T,$$

так как поток тепла между резервуарами стремится к нулю при равенстве их температур. Считая, что температуры резервуаров много меньше их химических потенциалов ($T_{1,2} \ll \mu_{1,2} = \mu$ — резервуары вырождены), имеем

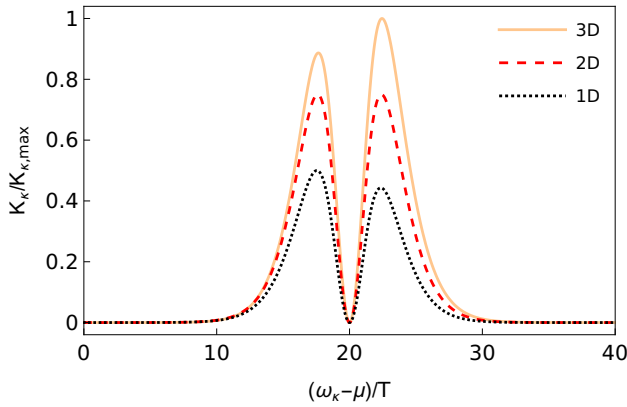


Рис. 5. Нормированная теплопроводность K_κ (уравнение (15)) для двух трехмерных (оранжевая линия, масштабирование на 1), двумерных (красная штриховая линия, масштабирование на 0.75) и одномерных (черная пунктирная линия, масштабирование на 0.5) резервуаров как функция ω_κ при $T = T_0$, $\mu = 20T_0$, $\gamma_{1,\kappa} = 10^{-3}(\omega/T_0)^{\alpha_1-1}$, $\gamma_{2,\kappa} = 2\gamma_{1,\kappa}$

$$K = \sum_{\kappa} \Gamma_{\kappa}(\omega_{\kappa} - \mu) \frac{\partial n(\omega_{\kappa}, \mu, T)}{\partial T} = \sum_{\kappa} K_{\kappa}, \quad (14)$$

$$K_{\kappa} \equiv \Gamma_{\kappa} \left(\frac{\omega_{\kappa} - \mu}{2T} \right) / \text{ch} \left(\frac{\omega_{\kappa} - \mu}{2T} \right)^2. \quad (15)$$

Зависимости K_κ от частоты ω_κ для случаев трехмерных, двумерных и одномерных резервуаров представлены на рис. 5. Видно, что теплопроводность K_κ имеет два пика, один провал и стремится к нулю в нуле и на бесконечности.

Провал имеет место при $\omega_\kappa = \mu$. Приблизительные положения пиков $\omega_\kappa = \mu \pm 2.4T$ даются решениями уравнения $1 = x \text{th} x$, где $x = (\omega_\kappa - \mu)/2T$. На бесконечности теплопроводность уменьшается пропорционально $x^2 e^{-2|x|}$.

Пики теплопроводности представляют большой интерес, так как при данных параметрах система максимально чувствительна к изменению температуры, что можно использовать для конструирования сенсоров температуры и радиоизлучения [9]. Обозначенные максимумы теплопроводности расположены симметрично относительно химического потенциала μ . Однако их высоты могут быть различны. Так, в случае трехмерного резервуара высота правого пика больше, чем левого. В случае одномерного резервуара высота левого пика больше, чем правого. В случае двумерных резервуаров высоты пиков одинаковы.

Асимметрия связана с различными зависимостями плотностей числа состояний резервуаров от частоты. Действительно, плотность числа состояний в

трехмерном резервуаре растет с увеличением частоты, а в одномерном резервуаре — уменьшается. В двумерном резервуаре плотность числа состояний постоянна и не зависит от частоты. Данные различия между резервуарами разных размерностей отражаются на зависимости Γ_κ от ω_κ , что влияет на высоту пиков теплопроводности.

5. УПРАВЛЕНИЕ ПОТОКАМИ ЭНЕРГИИ, ЧАСТИЦ И ТЕПЛА

Как было отмечено во Введении, контроль потоков энергии, частиц и тепла в наноструктурах является важной задачей. Рассмотрим, как можно реализовать управление потоками энергии, частиц и тепла в ОКС с большим числом контактов посредством контроля над взвешенной заселенностью резервуаров ОКС. Рассмотрим в качестве ОКС квантовую точку на основе гетероструктуры GaAs/A1GaAs [40,43,76,77,81], к которой подведены металлические контакты, которые выступают в качестве резервуаров [2,77,82–84]. Пусть n контактов подведено к квантовой точке с частотой ω . Пусть

$$n_1(\omega, \mu_1, T_1) > \tilde{n}(\omega) > n_{j \neq 1}(\omega, \mu_j, T_j).$$

Тогда контакт с номером один отдает энергию и частицы в ОКС, а остальные контакты получают энергию и частицы из ОКС. Такое устройство выполняет роль разветвителя потоков энергии и частиц. Подведем к ОКС еще один контакт с настраиваемым расстоянием до ОКС. В качестве такого контакта можно использовать иглу сканирующего туннельного микроскопа [85]. Пусть заселенность уровня ω в этом контакте равна

$$n_0(\omega, \mu_0, T_0) < n_j(\omega, \mu_j, T_j).$$

Тогда новая взвешенная заселенность равна

$$\tilde{n}_0(\omega) = \sum_{j=0}^n \gamma_j n_j(\omega, \mu_j, T_j) / \sum_{j=0}^n \gamma_j.$$

Легко показать, что

$$\tilde{n}_0(\omega) = \tilde{n}(\omega) + \frac{\gamma_0}{\sum_{j=0}^n \gamma_j} [n_0(\omega, \mu_j, T_j) - \tilde{n}(\omega)]. \quad (16)$$

Данная величина меняется непрерывно и монотонно по γ_0 в пределах от $\tilde{n}(\omega)$ до $n_0(\omega, \mu_j, T_j)$. Поскольку

$$n_0(\omega, \mu_0, T_0) < n_{j \neq 0,1}(\omega, \mu_j, T_j) < \tilde{n}(\omega),$$

для любого $j \neq 0, 1$ существует такое значение γ_0 , при котором

$$\bar{J}_j = 0, \quad \bar{P}_j = 0, \quad \bar{Y}_j = 0.$$

Другими словами, всегда можно подобрать γ_0 так, что новая взвешенная заселенность $\tilde{n}_0(\omega)$ станет равной одной из заселенностей $n_{j \neq 0,1}(\omega, \mu_j, T_j)$, при этом потоки энергии, частиц и тепла в данный контакт обращаются в нуль в соответствии с уравнениями (7)–(9). Очевидно, также можно изменять знаки (т. е. направления) потоков энергии, частиц и тепла в резервуары с номером $j \neq 0, 1$. Аналогичным образом можно контролировать потоки энергии, частиц и тепла в схеме коллектора, т. е. при

$$n_1(\omega, \mu_1, T_1) < \tilde{n}(\omega) < n_{j \neq 1}(\omega, \mu_j, T_j)$$

(первый контакт получает энергию и частицы через ОКС от всех остальных контактов).

Таким образом, меняя скорость диссипации γ_0 в один из резервуаров ОКС, можно опосредованно контролировать потоки энергии, частиц и тепла в другие резервуары ОКС. В частности, при помощи данного метода можно опосредованно изолировать один из резервуаров от ОКС, приравняв к нулю все исходящие из него потоки энергии, частиц и тепла, при том что скорость диссипации в данный резервуар не равна нулю.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрена фермионная ОКС с квадратичным гамильтонианом, взаимодействующая с набором резервуаров (контактов), имеющих различные температуры и химические потенциалы. Взаимодействие ОКС с резервуарами приводит к переходам между ее уровнями, что создает потоки энергии, частиц и тепла между ОКС и резервуарами. Для рассмотренной системы получены зависимости стационарных потоков энергии, частиц и тепла из резервуаров от температур и химических потенциалов резервуаров, а также от скоростей диссипации ОКС и ее спектра. Показано, что направления потоков энергии, частиц и тепла из j -го резервуара определяются разностью заселенности данного резервуара и взвешенной по резервуарам заселенности на частоте перехода ОКС ω , где нормированные скорости диссипации для данного перехода выступают в роли весовых коэффициентов. В свою очередь, знак передаваемого резервуаром тепла также зависит от разницы частоты ω и химического потенциала резервуара μ_j .

На примере системы с двумя резервуарами показано, что такая зависимость потоков тепла от взвешенной заселенности и химических потенциалов резервуаров приводит к тому, что один и тот же резервуар может терять энергию, частицы и тепло при одних переходах в ОКС и получать — при других. Знаки суммарных потоков зависят от вклада потоков на всех частотах переходов ОКС.

Показано, что в силу отмеченных выше обстоятельств стационарные потоки могут быть максимизированы при наличии необходимых частот переходов в ОКС. Обнаружено, что величины частот, необходимых для этого, зависят также и от отношения размерности резервуара к степени его энергетического спектра $\alpha_j = D_j/d_j$. Так, для трехмерных и одномерных резервуаров максимизация потоков происходит на выделенных частотах, а для двумерного резервуара стационарный поток частиц максимизируется и практически не меняется на отрезке энергетического спектра между химическими потенциалами резервуаров $\mu_{1,2}$.

Исследована теплопроводность ОКС. Показано, что она имеет пики на частотах $\omega_k = \mu \pm 2.4T$. продемонстрировано, что для трехмерных резервуаров пик на большей частоте имеет большую амплитуду, для одномерных резервуаров пик на меньшей частоте имеет большую амплитуду, а для двумерных резервуаров пики имеют одинаковую амплитуду. Показано, что данная асимметрия связана с тем, что плотности числа состояний в резервуарах растут (трехмерные резервуары), убывают (одномерные резервуары) и не меняются с частотой (двумерные резервуары). Частоты ОКС, на которых максимизируется теплопроводность, отвечают также и максимуму чувствительности системы к изменению температуры, что можно использовать для реализации сенсоров температуры и радиоизлучения.

Показано, что, влияя на взвешенную заселенность резервуаров через скорость диссипации в один из резервуаров, можно управлять потоками энергии, частиц и тепла через ОКС в другие резервуары. В частности, меняя данную скорость диссипации, можно сделать взвешенную заселенность равной заселенности любого из резервуаров на частоте перехода (кроме самого заселенного и самого незаселенного из резервуаров), что обратит в нуль потоки энергии, частиц и тепла, исходящие из него на данной частоте перехода. Аналогичным образом можно поменять направление потоков энергии, частиц и тепла из любого резервуара.

Более того, аналогичный контроль амплитуд и направлений потоков энергии, частиц и тепла че-

рез ОКС в резервуары можно реализовать посредством изменения температур и химических потенциалов резервуаров, что отражается на величине их взвешенной заселенности. Изменение температур резервуаров можно проводить при помощи термоэлектрических датчиков [86]. Эффективное изменение химического потенциала можно осуществлять приложением электрического либо магнитного поля [78, 87]. Изменять частоты переходов ОКС можно, например, введением новых элементов в ОКС, которые из-за взаимодействия будут сдвигать ее изначальные уровни, а также за счет контроля расстояния между фермионными подсистемами ОКС, что влияет на величины недиагональных элементов гамильтониана (1) [47, 64].

Таким образом, использование предложенной схемы с произвольным числом контактов, подведенных к фермионной ОКС, в устройствах наноэлектроники может оказаться перспективным для контроля и управления величиной и направлением потоков энергии, частиц и тепла, для манипулирования температурами и химическими потенциалами различных частей сложных квантовых систем, а также для дизайна сенсоров температуры и электромагнитного излучения.

Финансирование. Е. С. Андрианов и А. А. Зябловский благодарят фонд развития теоретической физики и математики «Базис».

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. P. Pekola and B. Karimi, *Rev. Mod. Phys.* **93**, 041001 (2021).
2. Y. V. Nazarov and Y. M. Blanter, *Quantum Transport: Introduction to Nanoscience*, Cambridge Univ. Press, New York (2009).
3. H. Haug and A.-P. Jauho, *Quantum Kinetics in Transport and Optics of Semiconductors*, Springer, Berlin (2008).
4. J. Rammer, *Quantum Transport Theory*, CRC Press, Boca Raton (2004).
5. S. Kohler, J. Lehmann, and P. Hanggi, *Phys. Rep.* **406**, 379 (2005).
6. G. Schaller, *Open Quantum Systems Far from Equilibrium*, Springer, Berlin (2014).
7. M. Acciai, L. Arrachea, and J. Splettstoesser, *Riv. Nuovo Cimento* **48**, 653 (2025).
8. D. A. Bagrets and Y. V. Nazarov, *Phys. Rev. B* **67**, 085316 (2003).
9. A. V. Gordeeva, A. L. Pankratov, N. G. Pugach, A. S. Vasenko, V. O. Zbrozhek, A. V. Blagodatkin, D. A. Pimanov, and L. S. Kuzmin, *Sci. Rep.* **10**, 21961 (2020).
10. A. H. A. Malavazi, B. Ahmadi, P. Mazurek, and A. Mandarino, *Phys. Rev. E* **109**, 064146 (2024).
11. A. Iorio, E. Strambini, G. Haack, M. Campisi, and F. Giazotto, *Phys. Rev. Appl.* **15**, 054050 (2021).
12. J. W. Lim, A. Majumder, R. Mittapally, A.-R. Gutierrez, Y. Luan, E. Meyhofer, and P. Reddy, *Nat. Commun.* **15**, 5584 (2024).
13. N. Li, J. Ren, L. Wang, G. Zhang, P. Hanggi, and B. Li, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1045 (2012).
14. G. Chen, *Nat. Rev. Phys.* **3**, 555 (2021).
15. T. Vasileiadis, J. Varghese, V. Babacic, J. Gomis-Bresco, U. D. Navarro, and B. Graczykowski, *J. Appl. Phys.* **129**, 16 (2021).
16. K. Ptaszyński and M. Esposito, *PRX Quantum* **4**, 020353 (2023).
17. J. Bhattacharya, G. Gangopadhyay, and S. Gangopadhyay, arXiv:2503.15536.
18. G. Benenti, G. Casati, K. Saito, and R. S. Whitney, *Phys. Rep.* **694**, 1 (2017).
19. H.-T. Quan, Y.-X. Liu, C.-P. Sun, and F. Nori, *Phys. Rev. E* **76**, 031105 (2007).
20. R. Kosloff and A. Levy, *Ann. Rev. Phys. Chem.* **65**, 365 (2014).
21. F. Binder, L. A. Correa, C. Gogolin, J. Anders, and G. Adesso, *Thermodynamics in the Quantum Regime*, Springer, Cham (2019).
22. V. May and O. Kühn, *Charge and Energy Transfer Dynamics in Molecular Systems*, J. Wiley & Sons, Mörlenbach (2008).
23. Y. Dubi and M. Di Ventra, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 131 (2011).
24. L. Valiño Borau, A. Gulzar, and G. Stock, *J. Chem. Phys.* **152**, 045103 (2020).
25. Z. Wang, W. Wu, and J. Wang, *Phys. Rev. A* **99**, 042320 (2019).
26. M. Scala, R. Migliore, A. Messina, and L. L. Sánchez-Soto, *Eur. Phys. J. D* **61**, 199 (2011).

27. A. Isar, *Rom. J. Phys.* **58**, 599 (2013).
28. I. V. Vovcenko, V. Yu. Shishkov, and E. S. Andrianov, *Opt. Express* **29**, 9685 (2021).
29. R. L. Fry, *Entropy* **19**, 107 (2017).
30. M. Aifer, K. Donatella, M. H. Gordon, S. Duffield, T. Ahle, D. Simpson, G. Crooks, and P. J. Coles, *npj Unconventional Comput.* **1**, 13 (2024).
31. T. Hylton, *Entropy* **22**, 256 (2020).
32. W. Lu, Z. Ji, L. Pfeiffer et al., *Nature* **423**, 422 (2003).
33. S. Kilina, D. Kilin, and S. Tretiak, *Chem. Rev.* **115**, 5929 (2015).
34. Z. Z. Chen, R. Lü, and B. Zhu, *Phys. Rev. B* **71**, 165324 (2005).
35. R. Claes, S. Poncé, G.-M. Rignanese, and G. Hautier, *Nat. Rev. Phys.* **7**, 73 (2025).
36. P. Gosar and I. Vilfan, *Mol. Phys.* **18**, 49 (1970).
37. J. Ren, J.-X. Zhu, J. E. Gubernatis, Ch. Wang, and B. Li, *Phys. Rev. B* **85**, 155443 (2012).
38. D. Adinehloo, W. Gao, A. Mojibpour, J. Kono, and V. Perebeinos, *Phys. Rev. Lett.* **130**, 176303 (2023).
39. P. Pipinys and A. Kiveris, *Central Eur. J. Phys.* **10**, 271 (2012).
40. T. Fujisawa and T. Seigo, *Superlatt. Microstruct.* **21**, 247 (1997).
41. L. P. Kouwenhoven, S. Jauhar, K. McCormick et al., *Phys. Rev. B* **50**, 2019 (1994).
42. R. H. Blick, R. J. Haug, D. W. van der Weide, K. von Klitzing, and K. Eberl, *Appl. Phys. Lett.* **67**, 3924 (1995).
43. T. Fujisawa and T. Seigo, *Appl. Phys. Lett.* **68**, 526 (1996).
44. V. Sonar and P. Trocha, *J. Magn. Magn. Mater.* **593**, 171745 (2024).
45. K. I. Wysokiński, *Phys. Rev. B* **107**, 155409 (2023).
46. S. Safdari, M. Soltani, and G. Rashedi, *Nanotechnology* **34**, 465001 (2023).
47. P. P. Potts, A. A. S. Kalaei, and A. Wacker, *New J. Phys.* **23**, 123013 (2021).
48. H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems*, Oxford Univ. Press, Oxford (2002) [X.-П. Бройер, Ф. Петруччионе, *Теория открытых квантовых систем*, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевск (2010)].
49. A. Rivas and S. F. Huelga, *Open Quantum Systems*, Springer, Berlin (2012).
50. H. J. Carmichael, *Statistical Methods in Quantum Optics 1: Master Equations and Fokker-Planck Equations*, Springer, Berlin (1999).
51. R. Fazio, J. Keeling, L. Mazza, and M. Schirò, *SciPost Phys. Lect. Notes*, 099 (2025).
52. V. Yu. Shishkov, E. S. Andrianov, A. A. Pukhov, A. P. Vinogradov, and A. A. Lisiansky, *Phys.-Uspekhi* **62**, 510 (2019) [В. Ю. Шишков, Е. С. Андрианов, А. А. Пухов, А. П. Виноградов, А. А. Лисянский, *УФН* **189**, 544 (2019)].
53. P. P. Hofer, M. Perarnau-Llobet, L. D. M. Miranda, G. Haack, R. Silva, J. B. Brask, and N. Brunner, *New J. Phys.* **19**, 123037 (2017).
54. E. B. Davies, *Commun. Math. Phys.* **39**, 91 (1974).
55. G. Lindblad, *Commun. Math. Phys.* **48**, 119 (1976).
56. V. Gorini, A. Kossakowski, and E. C. G. Sudarshan, *J. Math. Phys.* **17**, 821 (1976).
57. I. V. Vovcenko, A. A. Zyablovsky, A. A. Pukhov, and E. S. Andrianov, *J. Opt. Soc. Amer. B* **40**, 2990 (2023).
58. I. V. Vovcenko, A. A. Zyablovsky, A. A. Pukhov, and E. S. Andrianov, *Phys. Rev. E* **109**, 044144 (2024).
59. A. Asadian, D. Manzano, M. Tiersch, and H. J. Briegel, *Phys. Rev. E* **87**, 012109 (2013).
60. A. Dhar and D. Roy, *J. Stat. Phys.* **125**, 801 (2006).
61. H. Spohn and J. L. Lebowitz, *Adv. Chem. Phys.* **38**, 109 (1978).
62. L.-P. Yang, C. Y. Cai, D. Z. Xu, W.-M. Zhang, C. P. Sun, *Phys. Rev. A* **87**, 012110 (2013).
63. L. F. Landovitz, *Acta Phys. Acad. Sci. Hung.* **23**, 253 (1967).
64. R. O. Zaitsev, *Introduction to Modern Kinetic Theory: A Set of Lectures*, URSS editorial, Moscow (2014) [Р. О. Зайцев, *Введение в современную кинетическую теорию: Курс лекций*, URSS, Москва (2014)].
65. A. Nava, C. A. Perroni, R. Egger, L. Lepori, and D. Giuliano, *Phys. Rev. B* **108**, 245129 (2023).
66. R. Bellmann, *Introduction to Matrix Analysis*, McGraw-Hill, New York (1960) [Р. Беллман, *Введение в теорию матриц*, Наука, Москва (1969)].

67. N. N. Bogolubov and N. N. Bogolubov, Jr., *Introduction to Quantum Statistical Mechanics*, World Sci., London (2009) [Н. Н. Боголюбов, Н. Н. Боголюбов (мл.), *Введение в квантовую статистическую механику*, Наука, Москва (1984)].
68. T. Barthel and Y. Zhang, *J. Stat. Mech.: Theory Exp.* **2022**, 113101 (2022).
69. A. Karmakar and G. Gangopadhyay, *Phys. Rev. E* **93**, 022141 (2016).
70. A. A. Lyublinskaya and S. Burmistrov, *JETP Lett.* **118**, 524 (2023) [А. А. Люблинская, И. С. Бурмистров, *Письма в ЖЭТФ* **118**, 538 (2023)].
71. I. V. Vovchenko, V. Y. Shishkov, A. A. Zyablovsky, and E. S. Andrianov, *JETP Lett.* **114**, 51 (2021) [И. В. Вовченко, В. Ю. Шишков, А. А. Зябловский, Е. С. Андрианов, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 43 (2021)].
72. I. V. Vovchenko, A. A. Zyablovsky, A. A. Pukhov, and E. S. Andrianov, *Phys. Rev. A* **111**, 062204 (2024).
73. I. V. Vovchenko, V. Y. Shishkov, and E. S. Andrianov, *Opt. Express* **29**, 9685 (2021).
74. A. A. Lyublinskaya, P. A. Nosov, and I. S. Burmistrov, *Phys. Rev. B* **111**, 094302 (2025).
75. H. Spohn, *J. Math. Phys.* **19**, 1227 (1978).
76. A. Hofmann, V. F. Maisi, J. Basset et al., *Phys. Status Solidi B* **254**, 1600546 (2017).
77. R. Leturcq, D. Graf, T. Ihn et al., *Europhys. Lett.* **67**, 439 (2004).
78. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Course of Theoretical Physics*, Vol. 5, *Statistical Physics*, Part 1, Pergamon Press, Oxford (1980) [Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц, *Курс теоретической физики*, т. 5, *Статистическая физика*, ч. 1, Физматлит, Москва (2010)].
79. A. A. Pukhov, *Lectures on Statistical Physics*, MIPT, Moscow (2019) (in Russian) [А. А. Пухов, *Лекции по статистической физике*, МФТИ, Москва (2019)].
80. M. Santiago-García, O. Pusuluk, O. E. Mustecaplioglu, B. Cakmak, and R. R. Ancheyta, *Quant. Sci. Technol.* **10**, 025018 (2024).
81. N. C. van der Vaart, S. F. Godijn, Y. V. Nazarov et al., *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4702 (1995).
82. *Mesoscopic Electron Transport*, ed. by L. L. Sohn, L. P. Kouwenhoven, and G. Schön, Springer, Dordrecht (2013).
83. *Electron Transport in Quantum Dots*, ed. by J. P. Bird, Springer, New York (2013).
84. D. Weinmann, W. Häusler, and B. Kramer, *Ann. Physik* **508**, 652 (1996).
85. A. van Houselt and H. J. W. Zandvliet, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1593 (2010).
86. A. Sahafi, J. Sobhi, and Z. D. Koozehkanani, *Nano Watt CMOS Temperature Sensor*, *Analog Integr. Circuits Signal Process.* **75**, 343 (2013).
87. R. Kubo, *Statistical Mechanics: An Advanced Course with Problems and Solutions*, North-Holland (1988) [Р. Кубо, *Статистическая механика. Современный курс с задачами и решениями*, URSS, Москва (2006)].

Control over the Magnitude and Direction of the Stationary Energy and Particle Flows through an Open Fermion System

I. V. Vovchenko^{a,b}, *A. A. Zyablovsky*^{a,b,c}, *A. A. Pukhov*^{a,b,c}, *E. S. Andrianov*^{a,b,c}

^a Moscow Institute of Physics and Technology
141700, Dolgoprudny, Moscow region, Russia

^b Dukhov Research Institute of Automatics (VNIIA)
127055, Moscow, Russia

^c Institute for Theoretical and Applied Electrodynamics of the Russian Academy of Sciences
125412, Moscow, Russia

Abstract

Transport processes in open quantum systems (OQS) attract significant interest due to a wide range of applications in various fields of quantum technologies. In this paper, we consider a fermion OQS with a quadratic Hamiltonian interacting with reservoirs that have different temperatures and chemical potentials. The interaction of the OQS with the reservoirs leads to transitions between the OQS's levels which are accompanied by the appearance of energy, particle, and heat flows, that depend on the frequency differences between the corresponding levels. It is shown that the directions of these flows are determined by the weighted occupancy of the reservoirs, where weight coefficients are determined by the rates of transitions between the corresponding levels. Using the example of two reservoirs, the presence of extrema in the achieved flows and their sign alternation are shown. The presence of OQS thermal conductivity maxima at certain frequency differences is shown. The influences of reservoirs' dimension on stationary flows and thermal conductivity of the OQS are investigated. It is shown that by controlling the rate of dissipation into one of the OQS's reservoirs, it is possible to control the flows of energy, particles, and heat into other reservoirs through a change in the weighted occupancy.

Keywords: quantum transport, transport processes, master equation, open quantum systems

Funding. E. S. Andrianov and A. A. Zyablovsky acknowledge the support of the Foundation for the Advancement of Theoretical Physics and Mathematics «BASIS».

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

Authors' contributions. The contributions of the authors are equal.