

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ И СТАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АНИЗОТРОПНОГО НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОГО МАГНЕТИКА СО СПИНОМ $S = 1$

О. А. Космачев, Е. О. Фадеева, Ю. А. Фридман*, Е. А. Ярыгина

Крымский Федеральный Университет им. В. И. Вернадского
295007, Симферополь, Россия

Поступила в редакцию 10 июля 2025 г.,
после переработки 24 сентября 2025 г.
Принята к публикации 26 сентября 2025 г.

Изучено поведение негейзенберговского магнетика с одноионной анизотропией «легкая плоскость» во внешнем магнитном поле, перпендикулярном базисной плоскости. Установлено, что при наличии большого биквадратичного обменного взаимодействия конкуренция одноионной анизотропии и внешнего магнитного поля приводит к образованию «угловой слабо намагниченной» фазы с ненулевым средним магнитным моментом. Показано, что в зависимости от соотношения материальных параметров в системе кроме угловой слабо намагниченной фазы реализуются парамагнитная фаза (при больших значениях магнитного поля) и квадрупольная фаза (при больших значениях константы одноионной анизотропии). Анализ свободной энергии и спектров элементарных возбуждений позволяет построить фазовую диаграмму исследуемой системы и установить тип фазовых переходов.

DOI: 10.7868/S3034641X25110075

1. ВВЕДЕНИЕ

Состояние спинового нематика является одним из наиболее необычных состояний магнитоупорядоченных структур [1–20]. Хорошо известно [21, 22], что магнитный порядок определенного сорта (ферро- или антиферромагнитный) связан со спонтанным нарушением симметрии относительно обращения времени. Однако в спиновом нематике $\langle S^z \rangle = 0$, а спонтанное нарушение вращательной симметрии определяется мультипольными средними. Так, для магнетика со спином $S = 1$ это упорядочение определяется бесследовым тензором второго ранга (тензором квадрупольных моментов)

$$Q_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(S_{\alpha}S_{\beta} + S_{\beta}S_{\alpha}) - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{3}S(S+1),$$

где S_{α} ($\alpha = x, y, z$) — проекции оператора спина [2–20]. Средние значения компонент этого тензо-

ра определяют параметры порядка магнетика. Геометрическим образом этих параметров в спиновом пространстве является квадрупольный эллипсоид, главные оси которого $\langle S_1^2 \rangle$, $\langle S_2^2 \rangle$ и $\langle S_3^2 \rangle$ выбраны таким образом, чтобы $\langle S_i S_k + S_k S_i \rangle = 0$ при $i \neq k$, $i, k = 1, 2, 3$. Этот геометрический образ, собственно, и определил термин «спиновый нематик» по аналогии с обычным жидкокристаллическим нематиком [23]. Такие состояния с мультипольным упорядочением реализуются в сильно коррелированных магнитных материалах [6, 8, 24–28], например во фрустрированных магнетиках со спином $1/2$ [29–37], в которых состояние спинового нематика может возникать из-за корреляции спинов на различных узлах, а также и в ультрахолодных атомарных газах [38–41]. Наиболее подробно нематические состояния изучены для магнетиков с $S = 1$, в которых реализация нематического упорядочения определяется большим биквадратичным обменным взаимодействием. Результаты экспериментов с магнитными материалами на основе никеля [42, 43] и бозе-конденсатом ультрахолодных атомов [44, 45] показывают, что биквадратичное обменное взаимодействие имеет важное значение. Необходимо отметить

* E-mail: yuriifridman@gmail.com

существенное отличие рассматриваемой здесь модели спинового нематика от часто обсуждаемой модели сильно анизотропных магнетиков [46–56]. Наличие одноионной анизотропии, сравнимой с константой обменного взаимодействия, приводит к реализации эффекта квантовой редукции спина [57], так что даже при $T = 0$ реализуются состояния с намагниченностью, существенно меньшей номинальной, или даже равной нулю [46, 48]. Таким образом, в сильно анизотропных магнетиках состояние с $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$ является основным состоянием, однако симметрия квадрупольных средних в этом случае является исключительно одноосной, т. е. это состояние по своим симметричным свойствам не отличается от парамагнитного. Такое состояние в ряде работ называют ван-флековским парамагнетиком (квантовым парамагнетиком) [46–50, 54–57] или магнетиком в квадрупольной фазе. Таким образом, нематическое состояние (в строгом смысле этого термина) в магнетиках с одноионной анизотропией не реализуется [46, 49]. Это состояние является устойчивым и при наличии внешнего магнитного поля вплоть до некоторого критического поля [46–57].

Вопрос о реализации нематического состояния магнетика с большим биквадратичным обменным взаимодействием является актуальной задачей. В целом ряде работ было рассмотрено влияние внешнего магнитного поля на свойства изотропных магнетиков с билинейным и биквадратичным обменными взаимодействиями [9, 58], а в одномерных магнетиках с $S = 1$ — с учетом различных релятивистских взаимодействий (однoионной анизотропии, магнитоупругого взаимодействия) [20, 27, 59]. Также рассмотрено совместное влияние внешнего поля и температуры на динамические свойства и фазовые состояния негейзенберговского магнетика со спином единица при наличии взаимодействия Дзялошинского–Мория [60]. Также активно исследуется возможность реализации нематических состояний во фрустрированных магнитоупорядоченных системах со спином магнитного иона $S = 1/2$ и влияние магнитного поля на это состояние [28, 61–63]. Однако вопрос о совместном влиянии большого биквадратичного обменного взаимодействия, одноионной анизотропии типа «легкая плоскость» и внешнего магнитного поля на устойчивость состояний негейзенберговского магнетика с $S = 1$, а также изменение его симметричных свойств остаются изученными мало. Таким образом, целью настоящей работы является исследование необычных состояний негейзенберговского магнетика и его симметричных и динамических свойств.

2. МОДЕЛЬ

Прежде чем переходить к рассмотрению исследуемой модели, обратимся к известной задаче о поведении легкоплоскостного гейзеберговского ферромагнетика во внешнем поле, ориентированном перпендикулярно базисной плоскости. Как было показано в целом ряде работ [48, 49, 51, 54, 55], конкуренция одноионной анизотропии и внешнего магнитного поля приводит к реализации так называемой угловой фазы, в которой магнитный момент ориентирован под некоторым углом к направлению магнитного поля. Кроме того, наличие легкоплоскостной анизотропии приводит к эффекту квантового сокращения спина, в результате которого среднее значение магнитного момента (на один узел кристаллической решетки) оказывается меньше номинального [57]. В рассматриваемом нами случае исследуемой системой является анизотропный магнетик с одноионной анизотропией типа легкая плоскость с $S = 1$, в котором кроме билинейного обменного взаимодействия учитывается биквадратичное обменное взаимодействие. Магнетик находится во внешнем магнитном поле, ортогональном легкой плоскости. При этом предполагается, что константа биквадратичного обменного взаимодействия является преобладающей. Таким образом, гамильтониан рассматриваемой системы можно представить в виде

$$H = -H \sum_n S_n^z + \beta \sum_n (S_n^z)^2 - \frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} [J(n-n')(\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'}) + K(n-n')(\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2]. \quad (1)$$

Здесь введены следующие обозначения: S_n^i — i -я компонента спинового оператора в узле n ; J, K — положительные константы билинейного и биквадратичного обменных взаимодействий соответственно, $K > J$; $\beta > 0$ — константа легкоплоскостной одноионной анизотропии (базисная плоскость xy); H — внешнее магнитное поле в энергетических единицах. Дальнейшее рассмотрение будем проводить для случая низких температур, т. е. $T \rightarrow 0$. Рассматриваемая система является трехмерной с квадратной решеткой. Дальнейшее рассмотрение удобно проводить в терминах операторов Стивенса [64], поскольку полный набор операторов S^i, O_2^i является генераторами группы $SU(3)$, а отличные от нуля средние этих операторов являются параметрами порядка магнетика. Тогда гамильтониан (1) можно представить в виде

$$H = -H \sum_n S_n^z + \beta \sum_n (S_n^z)^2 - \frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} \left[J(n - n') - \frac{K(n - n')}{2} \right] (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'}) - \frac{1}{4} \sum_{n \neq n'} K(n - n') \left[O_{2n}^0 O_{2n'}^0 + \sum_{t=2,xy,xz,yz} O_{2n}^t O_{2n'}^t \right]. \quad (2)$$

Здесь O_2^i — операторы Стивенса, которые связаны со спиновыми операторами следующим образом:

$$O_2^0 = 3(S^z)^2 - S(S+1), \\ O_2^2 = (S^x)^2 - (S^y)^2 = \frac{1}{2}((S^+)^2 + (S^-)^2), \\ O_2^{ij} = S^i S^j + S^j S^i, \quad i, j = x, y, z; i \neq j.$$

Выделяя в гамильтониане (2) средние поля, связанные как с векторным $\langle S^i \rangle$, так и тензорными $q_2^t = \langle O_2^t \rangle$ параметрами порядка, получим гамильтониан, включающий слагаемые, относящиеся только к одному узлу, так называемый одноузельный:

$$H_0 = -\overline{H} S^z + \beta (S^z)^2 - B_2^0 O_2^0 - B_2^2 O_2^2, \quad (3)$$

где

$$\overline{H} = H + (J_0 - \frac{K_0}{2}) \langle S^z \rangle, \\ B_2^0 = \frac{K_0}{6} q_2^0, \quad B_2^2 = \frac{K_0}{2} q_2^2.$$

Решения стационарного уравнения Шредингера с гамильтонианом (3) позволяют определить как энергетические уровни магнитного иона

$$E_{-1,1} = -B_2^0 \pm \overline{H} \cos 2\alpha \pm B_2^2 \sin 2\alpha, \quad E_0 = 2B_2^0, \quad (4)$$

так и волновые векторы соответствующих состояний:

$$|\psi_1\rangle = \cos \alpha |1\rangle + \sin \alpha |-1\rangle, \\ |\psi_0\rangle = |0\rangle, \\ |\psi_{-1}\rangle = -\sin \alpha |1\rangle + \cos \alpha |-1\rangle. \quad (5)$$

Здесь α — параметр обобщенного UV-преобразования, с помощью которого диагонализуются гамильтониан (3) [22, 65]. Рассмотрим вначале статические свойства исследуемой системы при $H = 0$. В этом случае, при $K_0 > J_0$, как следует из соотношений (4) и (5), энергия основного состояния равна $E_{gs} = -K_0/3$, а волновой вектор основного состояния имеет вид: $|\psi_{gs}\rangle = |0\rangle$. Используя явный вид вектора основного состояния, можно определить параметры порядка системы, которые имеют следующий вид:

$$\langle S^z \rangle = 0, \quad q_2^0 = \langle (S^z)^2 \rangle - S(S+1) = -2, \\ q_2^2 = \langle (S^x)^2 \rangle - \langle (S^y)^2 \rangle = 0. \quad (6)$$

Такое фазовое состояние в строгом смысле не является нематическим и носит название квадрупольного состояния (QU) [46, 48, 49, 51, 54, 55, 57]. Из явного вида параметров порядка и вектора основного состояния следует, что в QU-фазе квадратичные одноузельные спиновые корреляторы имеют вид

$$\langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = 1, \quad \langle (S^z)^2 \rangle = 0. \quad (7)$$

Как следует из этих соотношений, геометрическим образом этой фазы в спиновом пространстве является одноосный эллипсоид, т. е. бесконечно тонкий диск, ориентированный в плоскости xy . Таким образом, можно констатировать, что есть существенное отличие изотропного магнетика с учетом биквадратичного обменного взаимодействия от часто рассматриваемых моделей негейзенберговских магнетиков, в которых учитывается одноионная анизотропия вида $\beta (S^z)^2$ [51, 58–61]. Такая анизотропия с константой $\beta \sim J$ (совместно с большим биквадратичным обменом) также приводит к квантовой редукции спина на узле. Так, даже при $T = 0$ существуют состояния с намагниченностью, существенно меньшей номинальной или даже равной нулю, т. е. в таких магнетиках возможен случай, когда состояние с $\langle S \rangle = 0$ является основным. Однако для таких фаз симметрия квадрупольных средних является чисто одноосной, так что одна из главных осей квадрупольного эллипсоида параллельна оси анизотропии, а полуоси, перпендикулярные этой оси, равны (см. (7)). Следовательно, это состояние не отличается по симметрии от парамагнетика. Иногда такие системы называют квантовыми (или ван-флековскими) парамагнетиками [47, 50].

3. УГЛОВАЯ СЛАБО НАМАГНИЧЕННАЯ ФАЗА

Вернемся теперь к случаю наличия внешнего магнитного поля, предполагая, что, как и ранее, биквадратичное обменное взаимодействие велико ($K > \beta > J$). Очевидно, что включение внешнего поля в этом случае приведет к возникновению ненулевого магнитного момента, величина которого будет существенно меньше номинального благодаря влиянию большого биквадратичного обменного взаимодействия, а его ориентация будет определяться конкуренцией внешнего поля и одноионной анизотропии. Таким образом, можно предположить, что в рассматриваемом случае возникающий под действием магнитного поля магнитный момент выходит из базисной плоскости и ориентирован под углом к направлению поля, т. е. к оси z . Для определенности

будем считать, что магнитный момент лежит в плоскости xz . Повернем систему координат вокруг оси y так, чтобы направление магнитного момента совпало с осью z :

$$H(\Theta) = UHU^\dagger, U(\Theta) = \prod_n \exp[i\Theta S_n^y].$$

Как следует из (4), (5), энергия основного состояния в собственной системе координат имеет вид

$$E_{gs} = \beta - \frac{K_0}{3} - H \cos \Theta \langle S^z \rangle + \frac{1}{2}(K_0 - J_0) \langle S^z \rangle \cos 2\alpha - \frac{\beta}{2} \sin^2 \Theta (1 - q_2^2), \quad (8)$$

а волновой вектор основного состояния в собственной системе координат можно представить в виде

$$|\psi_{gs}\rangle = \cos \alpha |1\rangle + \sin \alpha |-1\rangle. \quad (9)$$

Здесь, как и ранее, α — параметр обобщенного UV-преобразования [22, 65]. Необходимо отметить, что поскольку мы рассматриваем случай низких температур, то энергия основного состояния (8) практически совпадает с плотностью свободной энергии. Учитывая явный вид волнового вектора основного состояния (9), можно определить параметры порядка исследуемой системы в собственной системе координат:

$$\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha, \quad q_2^0 = 1, \quad q_2^2 = \sin 2\alpha. \quad (10)$$

Для дальнейшего анализа необходимо определить зависимость параметра и угла от материальных параметров системы, т.е. от обменных интегралов, анизотропии и величины магнитного поля. Параметр α и угол Θ определяются системой уравнений, полученной из условия минимума плотности свободной энергии:

$$\begin{aligned} H \cos \Theta \sin 2\alpha - (K_0 - J_0) \sin 2\alpha \cos 2\alpha + \\ + \frac{\beta}{2} \sin^2 \Theta \cos 2\alpha = 0, \\ \beta \cos \Theta \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) - H \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

При получении соотношений (11) мы учли, что $\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha$, $q_2^2 = \sin 2\alpha$. Из выражений (8), (11) можно найти явную зависимость α и Θ от материальных параметров системы:

$$\cos \Theta = \frac{H}{\beta} \frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}, \quad \sin 2\alpha = \frac{\beta^2 - H^2}{2\beta(K_0 - J_0)}. \quad (12)$$

Возникает вопрос: какому же состоянию соответствуют параметры порядка (10)? Для ответа на этот

вопрос необходимо исследовать симметричные свойства системы. Прежде всего отметим, что в рассматриваемом случае среднее значение магнитного момента не равно нулю, но существенно меньше номинального значения. При этом, как следует из (12), $\langle S^z \rangle = 1$ при поле, равном константе анизотропии, т.е. параметр $\alpha = 0$ только при этом поле. С другой стороны, $\langle S^z \rangle = 0$ только при $\alpha = \pm\pi/4$. Таким образом, в рассматриваемом нами случае параметр α , связанный с параметрами порядка магнетика, лежит в интервале $0 < \alpha < \pi/4$. Рассмотрим теперь одноузельные квадратичные корреляторы компонент спиновых операторов в лабораторной системе:

$$\begin{aligned} \langle (S^x(\Theta))^2 \rangle &= 1 - \cos^2 \Theta \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}, \\ \langle (S^y(\Theta))^2 \rangle &= \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}, \\ \langle (S^z(\Theta))^2 \rangle &= 1 - \sin^2 \Theta \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}, \end{aligned} \quad (13)$$

где α и Θ определяются соотношениями (12). Из (13) следует, что геометрическим образом данного состояния в спиновом пространстве является двухосный эллипсоид, главная ось которого образует угол Θ с направлением внешнего магнитного поля. Очевидно, что данное состояние не является парамагнитным, поскольку, во-первых, $\langle S^z \rangle \neq 1$, а во-вторых, в парамагнитной фазе одноузельные квадратичные корреляторы должны иметь следующий вид:

$$\langle (S^x(\Theta))^2 \rangle = \langle (S^y(\Theta))^2 \rangle = \frac{1}{2}, \quad \langle (S^z(\Theta))^2 \rangle = 1, \quad (14)$$

т.е. α и Θ должны быть равны нулю, квадрупольный эллипсоид является одноосным с главной осью, ориентированной по направлению поля, а две малые полуоси одинаковы и перпендикулярны главной оси, что, как следует из (13), в рассматриваемом нами случае не реализуется. Используя соотношения (13), определим параметры порядка (9) в лабораторной системе координат:

$$\begin{aligned} \langle S^z \rangle &= \cos 2\alpha \cos \Theta, \quad q_2^0 = 1 - \frac{3}{2}(1 - \sin 2\alpha) \sin^2 \Theta, \\ q_2^2 &= \sin 2\alpha + \frac{1}{2}(1 - \sin 2\alpha) \sin^2 \Theta. \end{aligned} \quad (15)$$

Как видно из соотношений (13), данное состояние характеризуется не только отличным от нуля средним значением магнитного момента (но не насыщенным), но и мультипольными параметрами порядка. При этом спонтанное нарушение вращательной симметрии, связанное с мультипольными параметрами

порядка, сохраняется и при наличии магнитного поля. Данное состояние назовем угловой слабо намагниченной (AWM) фазой. Как следует из (12), эта фаза будет устойчива вплоть до некоторого критического поля. Включение магнитного поля приводит к изменению симметрии анизотропного магнетика с большим биквадратичным обменным взаимодействием, и такое изменение симметрии системы можно рассматривать как фазовый переход QU–AWM по магнитному полю.

4. ПАРАМАГНИТНАЯ ФАЗА

Очевидно, что рост внешнего поля переводит систему из AWM-фазы в парамагнитную (PM), т. е. в системе должен произойти переход из AWM- в PM-фазу по магнитному полю. Легко понять, что парамагнитное состояние возникнет тогда, когда вектор магнитного момента будет параллелен внешнему полю (угол $\Theta = 0$), а среднее значение магнитного момента достигнет номинального значения $\langle S^z \rangle = 1$, т. е. параметр UV-преобразования в этом случае $\alpha = 0$. Как уже отмечалось, одноузельные квадратичные корреляторы компонент спиновых операторов в этом случае имеют вид (14). Следовательно, геометрическим образом парамагнитной фазы в спиновом пространстве является эллипсоид вращения, а параметры порядка в этом случае имеют вид

$$\langle S^z \rangle = 1, \quad q_2^0 = 1, \quad q_2^2 = 0. \quad (16)$$

Плотность свободной энергии в PM-фазе (энергия основного состояния) имеет простой вид:

$$F = \beta - \frac{K_0}{3} - H + \frac{(K_0 - J_0)}{2}. \quad (17)$$

Линию фазового перехода можно определить из условия равенства свободных энергий. Используя это условие, а также соотношения (8), (13), (15), определяющие угол Θ и параметр α в AWM-фазе, получим уравнение линии фазового перехода AWM–PM:

$$H_1 = \beta. \quad (18)$$

Таким образом, при выполнении этого условия система переходит в PM-фазу. Отметим, что аналогичное условие можно получить и из соотношения (7) для угла Θ . Еще раз подчеркнем, что полученные результаты относительно AWM- и PM-фаз получены в случае малой анизотропии (меньшей биквадратичного обменного взаимодействия),

поскольку наличие большой одноионной анизотропии приводит к реализации QU, а не нематической фазы [46–48, 50, 52, 54–59]. Остановимся на этом вопросе подробнее.

5. КВАДРУПОЛЬНАЯ ФАЗА ПРИ $H \neq 0$

Как уже отмечалось ранее, при $H = 0$ система находится в QU-фазе, которая характеризуется параметрами порядка (6). Причем в случае достаточно малой анизотропии и большого биквадратичного обмена параметр $\alpha = -\pi/4$, что обеспечивает равенство нулю среднего значения магнитного момента. Но условие $\langle S^z \rangle = 0$ может быть также получено и за счет большой одноионной анизотропии. Учтывая явный вид параметра α (см. (12)), можно показать, что если

$$\beta_{cr} \geq 2(K_0 - J_0), \quad (19)$$

то

$$\langle S^z \rangle = \cos 2\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{2(K_0 - J_0)} \right)^2} = 0,$$

т. е. в магнетике реализуется эффект квантового сокращения спина [53, 57], а возникающее при этом состояние является квадрупольным. Как уже отмечалось, геометрическим образом квадрупольной фазы является бесконечно тонкий диск, лежащий в базисной плоскости (7). Энергия основного состояния равна $F = -K_0/3$, а вектор основного состояния имеет вид $|\psi_{gs}\rangle = 0$. При этом плотность свободной энергии и вектор основного состояния не изменятся при включении внешнего магнитного поля и не будут изменяться вплоть до некоторого критического поля. Таким образом, QU-фаза будет существовать вплоть до этого критического поля, а ее геометрический образ в спиновом пространстве сохранится. Сравнивая плотность свободной энергии AWM- (см. (8)) и QU-состояний, с учетом соотношений (13) получим, что QU-фаза устойчива при полях $H < H_2$, где

$$H_2 = \sqrt{\beta(\beta + 2(K_0 - J_0))}. \quad (20)$$

Таким образом, при достаточно большой одноионной анизотропии типа легкая плоскость ($\beta \geq \beta_{cr}$) и полях, меньших критического ($H < H_2$), в магнетике с большим биквадратичным обменом реализуется QU-фаза, имеющая характерный геометрический образ. При достижении критического магнитного поля ($H = H_2$) магнетик переходит в AWM-фазу, симметрия которой принципиально иная.

6. СПЕКТРЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ И АНАЛИЗ ПЛОТНОСТИ СВОБОДНОЙ ЭНЕРГИИ

Для анализа устойчивости описанных выше фаз относительно произвольных малых возмущений найдем спектр элементарных возбуждений (магнонов), используя метод функций Грина для операторов Хаббарда [66, 67]. Этот метод является наиболее адекватным при исследовании сильно коррелированных систем. Поскольку техника операторов Хаббарда позволяет точно учесть одноузловые корреляторы, то дисперсионное уравнение справедливо при произвольных соотношениях обменных интегралов, т.е. в различных фазовых состояниях с учетом соответствующих данной фазе параметров порядка. Энергетический спектр возбуждений сильно коррелированных систем определяются полюсами функции Грина [66–71]. Определим мацубаровские функции Грина следующим образом [65]:

$$G^{\lambda\lambda'}(n, \tau : n', \tau') = -\langle \hat{T} \tilde{X}_n^\lambda(\tau) \tilde{X}_{n'}^{\lambda'}(\tau') \rangle,$$

где $\tilde{X}_n^\lambda(\tau) = \exp(H\tau) X_n^\lambda \exp(-H\tau)$ — оператор Хаббарда в гейзенберговском представлении, $\hat{T}$ — оператор Вика. Вывод дисперсионного уравнения, определяющего спектры элементарных возбуждений, а также решение дисперсионного уравнения для магнетика со спином $S = 1$ при учете всех возможных спиновых инвариантов приведен в работах [13, 14]. При выводе дисперсионного уравнения использовалось нулевое приближение по обратному радиусу взаимодействия, т.е. из всех неприводимых по Ларкину диаграмм учитывались лишь беспетлевые:

$$\sum_{\alpha\beta} (k, w_n) \tilde{G}_0^{\alpha\beta}(k, w_n),$$

где $G_0^{\alpha\beta}(k, w_n)$ — нулевая функция Грина [66]. Используя явный вид параметров порядка в РМ-фазе, спектры элементарных возбуждений можно представить в виде

$$\xi_{\perp}(k) = E_{10} - J(k), \quad \xi_{\parallel}(k) = E_{1-1} + K(k),$$

где

$$E_{10} = E_1 - E_0 = J_0 + H - \beta,$$

$$E_{1-1} = E_1 - E_{-1} = K_0 - 2J_0 - 2H$$

— разность энергетических уровней магнитного иона. Учитывая явный вид энергетических уровней, получим спектры возбуждений в длинноволновом пределе ($k \rightarrow 0$):

$$\xi_{\perp}(k) = \alpha k^2 + H - \beta, \quad (21)$$

$$\xi_{\parallel}(k) = 2(K_0 - J_0) - 2H + \gamma k^2, \quad (22)$$

где

$$\alpha k^2 = J_0 - J(k), \quad \gamma k^2 = K_0 - K(k).$$

Ветвь (21) — поперечная ветвь возбуждений, связанная с прецессионным движением магнитного момента. Ветвь (22) — продольная ветвь возбуждений, описывающая колебание длины вектора магнитного момента. Из обращения энергетической щели в спектре (21) следует, что поле перехода из РМ-фазы в АWM-фазу равно $H = \beta$, что совпадает с выражением (18), полученным из анализа плотности свободной энергии.

Аналогично можно определить спектр продольных возбуждений в QU-фазе:

$$\xi_{\parallel}(k) = \sqrt{(K_0 - K(k) + \beta)(\beta + K_0 + K(k) - 2J(k))} - H. \quad (23)$$

Из обращения в нуль энергетической щели определяется поле перехода из квадрупольной фазы в АWM-фазу, которое совпадает с выражением (20), полученным из анализа плотности свободной энергии. В АWM-фазе спектры поперечных и продольных возбуждений имеют соответственно вид

$$\xi_{\perp}^2(k) = [E_{10} + J(k)]^2 - [J(k) - K(k)]^2 \sin^2 2\alpha, \quad (24)$$

$$\xi_{\parallel}^2(k) = [E_{1-1} + K(k)] \times \\ \times [E_{1-1} + K(k) + 2[J(k) - K(k)] \sin^2 2\alpha], \quad (25)$$

где

$$E_{10} = -J_0 - \frac{\beta}{2} \sin^2 \Theta (1 - \sin 2\alpha) - \\ - H \cos \Theta \cos 2\alpha + (J_0 - K_0) \sin^2 2\alpha, \\ E_{1-1} = -K_0 - 2H \cos \Theta \cos 2\alpha - \\ - 2(J_0 - K_0) \sin^2 2\alpha + \beta \sin^2 2\Theta \sin 2\alpha.$$

Здесь параметры α и Θ определяются соотношениями (12). Учитывая эти соотношения, можно показать, что энергетическая щель поперечных магнонов (см. (24)) смягчается в поле (18), а продольная ветвь возбуждений (25) теряет устойчивость в поле (20). Таким образом, анализ спектров элементарных возбуждений (21)–(25) показал, что спектры магнонов теряют устойчивость на линиях фазовых переходов, т.е. ведут себя как голдстоуновские моды. Такое поведение спектров возбуждений свидетельствует о том, что переходы РМ–АWM и QU–АWM являются фазовыми переходами второго рода. Чтобы окончательно убедиться в этом, проанализируем плотность свободной энергии в окрестности линий фазовых переходов (18) (при $\Theta \rightarrow 0$) и (20)

($\Theta \rightarrow \pi/2$), см. [21]. Для этого, используя связь (11) параметра α с углом ориентации магнитного момента Θ , представим плотность свободной энергии в виде

$$F = -\frac{1}{2}(K_0 - J_0) \left(\frac{\beta^2 \cos^2 \Theta - H^2}{\beta^2 \cos^2 \Theta + zH^2} \right)^2 + \left(\frac{\beta}{2} - \frac{\beta}{2} \cos^2 \Theta - \frac{H^2}{\beta} \right) \frac{\beta^2 \cos^2 \Theta - H^2}{\beta^2 \cos^2 \Theta + H^2} + \frac{\beta}{2} \cos^2 \Theta. \quad (26)$$

Раскладывая плотность свободной энергии в ряд по степеням Θ в окрестности линии фазового перехода AWM–PM, т. е. при $\Theta \rightarrow 0$, $H < \beta$, получим

$$F = - \left[\frac{\beta^2 - H^2}{(H^2 + \beta^2)^3} \beta H^2 (H^2 + \beta^2 - 2\beta(K - J)) \right] \Theta^2 + \left[\frac{(\beta^2 - H^2)(2\beta^2 - H^2)\beta H^2}{3(H^2 + \beta^2)^3} \left(\frac{6\beta(K - J)}{H^2 + \beta^2} - 1 \right) \right] \Theta^4.$$

Из последнего выражения следует, что слагаемое при Θ^2 является отрицательным и определяет поле перехода AWM–PM, а слагаемое при Θ^4 является положительным ниже поля перехода. Таким образом, переход AWM–PM является фазовым переходом второго рода. Аналогичный анализ плотности свободной энергии (26) в окрестности линии фазового перехода AWM–QU (т. е. при $\Theta \rightarrow \pi/2$, и $H > \sqrt{\beta(\beta + 2(K_0 - J_0))}$) показал следующее:

$$F = -\frac{\beta}{H^2} [H^2 - \beta^2 - 2\beta(K - J)] \Theta^2 + \frac{\beta}{12H^4} [3H^4 - 3\beta^3(K - J) - 12\beta^4 + 8H^2\beta(\beta - K + J)] \Theta^4,$$

т. е. что слагаемое при Θ^2 определяет поле перехода AWM–QU и является отрицательным, а слагаемое при Θ^4 — положительным. Таким образом, и фазовый переход AWM–QU также является переходом второго рода.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования негейзенберговского анизотропного магнетика со спином магнитного иона $S = 1$ во внешнем магнитном поле показали, что в случае большого биквадратичного об-

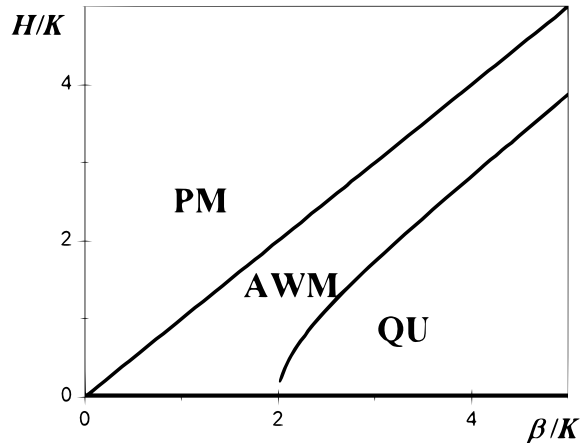


Рис. 1. Фазовая диаграмма анизотропного негейзенберговского магнетика с большим биквадратичным обменом во внешнем магнитном поле. Здесь PM — парамагнитная фаза, AWM — угловая слабо намагниченная фаза, QU — квадрупольная фаза

менного взаимодействия в системе реализуется достаточно необычная фазовая картина. Так, в отсутствие внешнего поля наличие анизотропии типа легкая плоскость приводит к тому, что в системе реализуется квадрупольное фазовое состояние (QU), параметры порядка которого определяются соотношениями (6), а геометрическим образом этого состояния в спиновом пространстве является одноосный эллипсоид (бесконечно тонкий диск), лежащий в базисной плоскости xy . Включение внешнего магнитного поля, перпендикулярного базисной плоскости, приводит к тому, что в магнетике возникает ненулевой магнитный момент. Однако величина этого момента существенно меньше номинально возможного и определяется соотношением материальных параметров системы и магнитного поля. При этом благодаря конкуренции одноионной анизотропии и внешнего поля этот магнитный момент ориентирован под некоторым углом по отношению к направлению магнитного поля (см. соотношения (12)). Таким образом, при определенных значениях анизотропии, меньших некоторого критического ($\beta < \beta_{cr}$), в магнетике возникает AWM-фаза, которая обладает специфическими симметричными свойствами. Как следует из анализа одноузельных квадратичных корреляторов компонент спиновых операторов (9), геометрическим образом этого состояния в спиновом пространстве является двухосный эллипсоид, главная ось которого ориентирована под некоторым углом к направлению поля. Таким образом, из явного вида параметров порядка (см. формулы (10), (13), (15)) следует, что в

негейзенберговском анизотропном магнетике, находящемся во внешнем магнитном поле, реализуется АWM-фаза с не равным нулю средним магнитным моментом ($\langle S^z \rangle \neq 0$). Таким образом, внешнее поле приводит не только к возникновению ненулевого магнитного момента, но и к трансформации квадрупольного эллипсоида, т.е. к изменению симметрии системы. По мере увеличения магнитного поля угол ориентации квадрупольного эллипсоида стремится к нулю, а величина магнитного момента — к номинальному. При критическом поле $H_1 = \beta$ магнетик переходит из АWM- в РМ-состояние, в котором магнитный момент ориентирован по магнитному полю, а $\langle S^z \rangle = 1$. Этот фазовый переход можно рассматривать как переориентационный переход «порядок — другой порядок». Однако иная ситуация будет наблюдаться, если константа анизотропии сравнима, или больше критической $\beta \geq \beta_{cr}$ (см. формулу (19)). В этом случае включение внешнего поля не меняет симметрию системы, и QU-состояние, образом которого является бесконечно плоский диск, лежащий в базисной плоскости, останется стабильным вплоть до критического поля $H_2 = \sqrt{\beta(\beta + 2(K_0 - J_0))}$. При $H > H_2$ в магнетике произойдет фазовый переход в АWM-фазу. Анализ спектров элементарных возбуждений показал, что спектры магнонов теряют устойчивость на линиях, определяемых выражениями (18) и (20), т.е. линии потери устойчивости спектров возбуждений совпадают с линиями фазовых переходов. Такое поведение спектров возбуждений свидетельствует о том, что соответствующие фазовые переходы являются переходами второго рода. Необходимо отметить, что в отсутствие внешнего магнитного поля фазовые переходы между нематическими и дипольными фазами являются вырожденными фазовыми переходами первого рода (см., например, [12]). Таким образом, включение внешнего поля приводит не только к возникновению угловой нематической фазы, но и меняет тип фазового перехода между устойчивыми фазовыми состояниями. Эти результаты позволяют построить фазовую диаграмму негейзенберговского легкоплоскостного магнетика с большим биквадратичным обменным взаимодействием, находящимся во внешнем магнитном поле. Схематично эта диаграмма приведена на рис. 1. При построении фазовой диаграммы в АWM-фазе биквадратичное и билинейное обменные взаимодействия связаны соотношением $K = 2J$, а константа одноионной анизотропии $J \leq \beta$. В QU-фазе критическое значение константы анизотропии определяется формулой (19), а обменные интегралы по-прежнему связаны соотношением $K = 2J$.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, УФН **130**, 39 (1980).
2. А. Ф. Андреев, И. А. Грищук, ЖЭТФ **87**, 467 (1984) [A. F. Andreev and I. A. Grischuk, Sov. Phys. JETP **60**, 267 (1984)].
3. L. E. Svistov, T. Fujita, H. Yamaguchi, S. Kimura, K. Omura, A. Prokofiev, A. I. Smirnov, Z. Honda, and M. Hagiwara, Pis'ma v ZhETF **93**, 24 (2011), DOI: 10.1134/S0021364011010073.
4. M. E. Zhitomirsky and H. Tsunetsugu, EPL **92**, 37001 (2010), DOI: 10.1209/0295-5075/92/37001.
5. P. Chandra and P. Coleman, Phys. Rev. Lett. **66**, 100 (1991), DOI: 10.1103/PhysRevLett.66.100.
6. A. V. Chubukov, Phys. Rev. B **44**, 4693 (1991), DOI: 10.1103/PhysRevB.44.4693.
7. V. M. Matveev, Sov. Phys. JETP **38**, 813 (1974).
8. F. Michaud, F. Vernay, and F. Mila, Phys. Rev. B **84**, 184424 (2011), DOI: 10.1103/PhysRevB.84.184424.
9. B. A. Ivanov and A. K. Kolezhuk, Phys. Rev. B **68**, 052401 (2003), DOI: 10.1103/PhysRevB.68.052401.
10. А. М. Переломов, УФН **123**, 23 (1977) [A. M. Perelomov, Phys.-Uspekhi **20**, 703 (1977)], DOI: 10.1070/PU1977v020n09ABEH005459.
11. N. Papanikolaou, Nucl. Phys. B **305**, 367 (1988), DOI: 0169-6823/88/03.50.
12. Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, and Ph. N. Klepets, J. Magn. Magn. Mater. **325**, 125 (2013), DOI: 10.1016/j.jmmm.2012.08.027.
13. Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, A. K. Kolezhuk, and B. A. Ivanov, Phys. Rev. Lett. **106**, 097202 (2011), DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.097202.
14. О. А. Космачев, Ю. А. Фридман, Е. Г. Галкина, Б. А. Иванов, ЖЭТФ **147**, 320 (2015) [O. A. Kosmachev, Yu. A. Fridman, E. G. Galkina, and B. A. Ivanov, JETP **120**, 281 (2015)], DOI: 10.1134/S1063776115010021.
15. О. А. Космачев, Ю. А. Фридман, Б. А. Иванов, Письма в ЖЭТФ **105**, 444 (2017) [O. A. Kosmachev, Yu. A. Fridman, and B. A. Ivanov, JETP Lett. **105**, 453 (2017)], DOI: 10.7868/S0370274X17070074.
16. E. G. Galkina, B. A. Ivanov, O. A. Kosmachev, and Yu. A. Fridman, Low Temp. Phys. **41**, 382 (2015), DOI: 10.1063/1.4921470.

17. A. Läuchli, F. Mila, and K. Penc, Phys. Rev. Lett. **97**, 087205 (2006), DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.087205.
18. A. Smerald and N. Shannon, Phys. Rev. B **88**, 184430 (2013), DOI: 10.1103/PhysRevB.88.184430.
19. Е. Л. Нараев, *Магнетики со сложными обменными взаимодействиями*, Наука, Москва (1988).
20. A. A. Zvyagin and V. V. Slavin, Phys. Rev. B **106**, 054429 (2022), DOI: 10.1103/PhysRevB.106.054429.
21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, под ред. Е. М. Лифшица, Л. П. Питаевского, Наука, Москва (1982).
22. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
23. Жен П. де, *Физика жидких кристаллов*, Мир, Москва (1977).
24. E. Fradkin, S. A. Kivelson, M. J. Lawler, J. P. Eisenstein, and A. P. Mackenzie, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **1**, 153 (2010).
25. J.-H. Chu, H.-H. Kuo, J. G. Analytis, and I. R. Fisher, Science **337**, 710 (2012), DOI: 10.1126/science.1221713.
26. R. M. Fernandes, A. V. Chubukov, and J. Schmalian, Nat. Phys. **10**, 97 (2014), DOI: 10.1038/nphys2877.
27. A. A. Zvyagin, V. V. Slavin, and G. A. Zvyagina, Phys. Rev. B **107**, 134421 (2023), DOI: 10.1103/PhysRevB.107.134421.
28. S. Jiang, J. Romhányi, S. R. White, M. E. Zhitomirsky, and A. L. Chernyshev, Phys. Rev. Lett. **130**, 116701 (2023), DOI: 10.1103/PhysRevLett.130.116701.
29. F. Mila, Physics **10**, 64 (2017).
30. R. Nath, A. A. Tsirlin, H. Rosner, and C. Geibel, Phys. Rev. B **78**, 064422 (2008), DOI: 10.1103/PhysRevB.78.064422.
31. M. Yoshida, K. Nawa, H. Ishikawa, M. Takigawa, M. Jeong, S. Krämer, M. Horvatić, C. Berthier, K. Matsui, T. Goto, S. Kimura, T. Sasaki, J. Yamaura, H. Yoshida, Y. Okamoto, and Z. Hiroi, Phys. Rev. B **96**, 180413(R) (2017), DOI: 10.1103/PhysRevB.96.180413.
32. A. Orlova, E. L. Green, J. M. Law, D. I. Gorbunov, G. Chanda, S. Krämer, M. Horvatić, R. K. Kremer, J. Wosnitzer, and G. L. J. A. Rikken, Phys. Rev. Lett. **118**, 247201 (2017), DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.247201.
33. K. Y. Povarov, V. K. Bhartiya, Z. Yan, and A. Zheludev, Phys. Rev. B **99**, 024413 (2019), DOI: 10.1103/PhysRevB.99.024413.
34. V. K. Bhartiya, K. Y. Povarov, D. Blosser, S. Bettler, Z. Yan, S. Gvasaliya, S. Raymond, E. Ressouche, K. Beauvois, J. Xu, F. Yokaichiya, and A. Zheludev, Phys. Rev. Research **1**, 033078 (2019), DOI: 10.1103/PhysRevResearch.1.033078.
35. F. Landolt, S. Bettler, Z. Yan, S. Gvasaliya, A. Zheludev, S. Mishra, I. Sheikin, S. Krämer, M. Horvatić, A. Gazizulina, and O. Prokhnenko, Phys. Rev. B **102**, 094414 (2020), DOI: 10.1103/PhysRevB.102.094414.
36. K. M. Ranjith, F. Landolt, S. Raymond, A. Zheludev, and M. Horvatić, Phys. Rev. B **105**, 134429 (2022), DOI: 10.1103/PhysRevB.105.134429.
37. D. Flavián, S. Hayashida, L. Huberich, D. Blosser, K. Y. Povarov, Z. Yan, S. Gvasaliya, and A. Zheludev, Phys. Rev. B **101**, 224408 (2020), DOI: 10.1103/PhysRevB.101.224408.
38. J. A. M. Huhtamäki, T. P. Simula, M. Kobayashi, and K. Machida, Phys. Rev. A, **80**, 051601(R) (2009), DOI: 10.1103/PhysRevA.80.051601.
39. O. Morsch and M. Oberthaler, Rev. Mod. Phys. **78**, 179 (2006), DOI: 10.1103/RevModPhys.78.179.
40. F. Zhou and M. Snoek, Ann. Phys. **308**, 692 (2003), DOI: 10.1016/j.aop.2003.08.009.
41. M. Gen, T. Nomura, D. I. Gorbunov, S. Yasin, P. T. Cong, C. Dong, Y. Kohama, E. L. Green, J. M. Law, M. S. Henriques, J. Wosnitzer, A. A. Zvyagin, V. O. Cheranovskii, R. K. Kremer, and S. Zherlitsyn, Phys. Rev. Research **1**, 033065 (2019), DOI: 10.1103/PhysRevResearch.1.033065.
42. M. Blume and Y. Y. Hsieh, J. Appl. Phys. **40**, 1249 (1969), DOI: 10.1063/1.1657616.
43. E. G. Galkina, B. A. Ivanov, and V. I. Butrim, Low Temp. Phys. **40**, 635 (2014), DOI: 10.1063/1.4890989.
44. J. Stenger, S. Inouye, D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, and W. Ketterle, Nature **396**, 345 (1998), DOI: 10.1038/24567.
45. E. Demler and F. Zhou, Phys. Rev. Lett. **88**, 163001 (2002), DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.163001.
46. H. H. Chen and P. M. Levy, Phys. Rev. B **7**, 4267 (1973), DOI: 10.1103/PhysRevB.7.4267.
47. В. М. Калита, В. М. Локтев, ФТТ **45**, 1450 (2003) [V. M. Kalita and V. M. Loktev, Phys. Solid State **45**, 1523 (2003)], DOI: 10.1134/1.1602891.

48. Yu. A. Fridman and O. A. Kosmachev, J. Magn. Magn. Mater. **236**, 272 (2001), DOI: 10.1016/S0304-8853(01)00464-4.
49. В. П. Дьяконов, Е. Е. Зобов, Ф. П. Онуфриева и др. ЖЭТФ **93**, 1775 (1987) [V. P. D'yakonov, E. E. Zubov, F. P. Onufrieva et al., Sov. Phys. JETP **66**, 1013 (1987)], DOI: 0038-5646/87/111013-0804.00.
50. V. M. Kalita and V. M. Loktev, Low Temp. Phys. **28**, 883 (2002).
51. V. M. Loktev and V. S. Ostrovski, Low Temp. Phys. **20**, 775 (1994).
52. Б. А. Иванов, Р. С. Химин, ЖЭТФ **131**, 343 (2007) [B. A. Ivanov and R. S. Khymyn, JETP **104**, 307 (2007)].
53. E. G. Galkina, V. I. Butrim, Yu. A. Fridman, B. A. Ivanov, and F. Nori, Phys. Rev. B, **88**, 144420 (2013), DOI: 10.1103/PhysRevB.88.144420.
54. F. P. Onufrieva, ZhETF **80**, 2372 (1981).
55. S. G. Ovchinnikov and T. A. Val'kova, Solid State Commun. **54**, 509 (1985).
56. F. P. Onufrieva, ZhETF **94**, 232 (1988).
57. T. Moriya, Phys. Rev. **117**, 635 (1960), DOI: 10.1103/PhysRev.117.635.
58. V. S. Ostrovskii, Sov. Phys. JETP **64**, 999 (1986).
59. B. A. Ivanov, A. N. Kichizhiev, and Yu. N. Mitsay, Sov. Phys. JETP **75**, 329 (1992), DOI: 0038-5646/92/080329-0905.00.
60. Ya. Yu. Matyunina, O. A. Kosmachev, and Yu. A. Fridman, Phys. Met. Metallogr. **125**, 463 (2024), DOI: 10.1134/S0031918X24600064.
61. S. Bhattacharjee, V. B. Shenoy, and T. Senthil, Phys. Rev. B **74**, 092406 (2006), DOI: 10.1103/PhysRevB.74.092406.
62. S. Chattopadhyay, B. Lenz, S. Kanungo, Sushila, S. K. Panda, S. Biermann, W. Schnelle, K. Manna, R. Kataria, M. Uhlarz, Y. Skourski, S. A. Zvyagin, A. Ponomaryov, T. Herrmannsdörfer, R. Patra, and J. Wosnitza, Phys. Rev. B **100**, 094427 (2019), DOI: 10.1103/PhysRevB.100.094427.
63. I. Rabuffo, L. De Cesare, A. Caramico D'Auria, and M. T. Mercaldo, Eur. Phys. J. B **83**, 371 (2011).
64. K. Stevens, Proc. Phys. Soc. A **65**, 209 (1952).
65. V. V. Valkov, Teor. Mat. Fiz. **76**, 143 (1988).
66. Р. О. Зайцев, ЖЭТФ **68**, 207 (1975).
67. A. K. Kolezhuk and T. Vekua, Phys. Rev. B **83**, 014418 (2011), DOI: 10.1103/PhysRevB.83.014418.
68. S. L. Ginzburg, Fiz. Tverd. Tela **12**, 1805 (1970).
69. В. В. Вальков, С. Г. Овчинников, *Квазичастицы в сильно коррелированных системах*, Наука, Новосибирск (2001).
70. В. Г. Барьяхтар, В. Н. Криворучко, Д. А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова Думка, Киев (1984).
71. В. Г. Вакс, А. Л. Ларкин, С. А. Пикин, ЖЭТФ **53**, 1089 (1968) [V. G. Vaks, A. I. Larkin, and S. A. Pikin, Sov. Phys. JETP **26**, 647 (1968)].