

ВЛИЯНИЕ 2D-НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ВЕЛИЧИНЫ МАГНИТНОЙ АНИЗОТРОПИИ НА ФЕРРОМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС В ТОНКОЙ ПЛЕНКЕ

Д. С. Полухин^{*}, Д. С. Цикалов^{**}

Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 23 июня 2025 г.,
после переработки 16 сентября 2025 г.
Принята к публикации 18 сентября 2025 г.

Исследовано влияние двумерных пространственных неоднородностей величины магнитной анизотропии при фиксированной ориентации ее оси на характеристики ферромагнитного резонанса в тонких магнитных пленках. Рассматриваются случаи неоднородностей величины магнитной анизотропии с легкой осью, направленной перпендикулярно и вдоль плоскости пленки, при различных углах наклона внешнего постоянного магнитного поля. В рамках самосогласованного приближения для вершинной функции [V. A. Ignatchenko and D. S. Polukhin, J. Phys. A **49**, 095004 (2016)] получена система уравнений для матричной функции Грина и матричной вершинной функции. Показано, что ширина и асимметрия пика высокочастотной восприимчивости зависят от корреляционного радиуса неоднородностей r_c , выбора направления легкой оси анизотропии, вдоль которой флуктуирует ее величина, угла наклона магнитного поля и параметра затухания. Минимальная ширина линии ферромагнитного резонанса достигается при угле наклона намагниченности $\varphi_0 = 30^\circ$ и $\varphi_0 = 60^\circ$ для неоднородностей с направлением легкой оси перпендикулярно и вдоль плоскости пленки соответственно. При углах, близких к перпендикулярному направлению пленки, наблюдается асимметрия с резким спадом с левой стороны пика, а при углах, близких к направлению плоскости пленки, проявляется противоположная асимметрия — правый склон пика становится более крутым.

DOI: 10.7868/S3034641X25110062

1. ВВЕДЕНИЕ

Частота однородного ферромагнитного резонанса (ФМР) зависит от величины внешнего постоянного магнитного поля, формы образца, а также величины и направления магнитной анизотропии [1]. Влияние геометрии тонкой магнитной пленки (ТМП) приводит к изменению частоты однородного ФМР при изменении угла наклона внешнего постоянного магнитного поля $\mathbf{H}_0$ относительно магнитной пленки [1, 2]:

$$\omega_0 = \gamma [H_0 - 4\pi M_0], \quad (1)$$

когда $\mathbf{H}_0$ перпендикулярно плоскости пленки, и

$$\omega_0 = \gamma \sqrt{H_0 (H_0 + 4\pi M_0)}, \quad (2)$$

когда $\mathbf{H}_0$ лежит в плоскости пленки. Здесь γ — гиромагнитное отношение, M_0 — намагниченность насыщения. Помимо изменения частоты, переход к ТМП приводит к тому, что многие физические процессы в пленках протекают принципиально иначе, чем в объемных магнитных материалах. Одной из основных причин этого являются размерные эффекты, которые, в частности, приводят к следующим явлениям: возникновению у некоторых материалов легкой оси магнитной анизотропии, перпендикулярной плоскости пленки [3]; различию между выражениями для магнитодипольных полей пленок и объемных материалов [4–6]; распространению спиновых волн вдоль пленки, где в длинноволновой области спектра доминирует магнитодипольное взаимодействие [7, 8] и т. д. Тонкие магнитные пленки и многослойные структуры находят широкое применение в различных СВЧ-устройствах [9–13], главным образом благодаря своим резонансным свойствам, в частности ферромагнитному резонансу [2].

^{*} E-mail: polukhin@iph.krasn.ru

^{**} E-mail: d_tsikalov@iph.krasn.ru

Хорошо известно, что в неоднородных средах на уширение линии ФМР могут оказывать влияние флуктуации магнитной анизотропии, а также пространственная протяженность корреляций этих неоднородностей. Корреляционный радиус r_c таких неоднородностей определяется как топологическим, так и композиционным беспорядком и может значительно варьироваться — от десятков до сотен межатомных расстояний. Теоретические исследования влияния пространственной неоднородности магнитных параметров среды, таких как магнитная анизотропия, обмен и намагниченность, на характеристики ФМР и спиновых волн проводятся на протяжении многих десятилетий. В некоторых случаях для исследования влияния неоднородностей магнитной анизотропии на ФМР и спиновые волны оказывается достаточным приближение первого порядка теории возмущений (приближение Бурре [14]), как показано в работах [4, 15–19]. Однако этого приближения недостаточно для исследования формы и ширины линии ФМР при больших корреляционных радиусах — в таких случаях необходима теория возмущений, учитывающая многократное рассеяние волн на неоднородностях. Такая теория была предложена Мигдалом [20] и Крейчаном [21] в виде самосогласованного приближения (self-consistent approximation, SCA) для функций Грина. Впоследствии это приближение применялось в различных областях физики [22–31]. В неоднородных магнитных средах метод SCA использовался для анализа ширины линии ФМР [32], а также амплитуды, формы и ширины пика высокочастотной магнитной восприимчивости [33]. В работе [34] предложено новое SCA, а в работе [35] показано его хорошее согласие с результатами численного моделирования.

Размерные эффекты проявляются в ширине линии ФМР в неоднородных ТМП, эта ширина существенно зависит от угла наклона внешнего постоянного магнитного поля $\mathbf{H}_0$ относительно плоскости пленки, которые также включают процессы двухмагнетонного рассеивания [36–42]. В работах [37, 43] показано, что неоднородности величины и ориентации оси магнитной анизотропии по-разному влияют на ширину линии ФМР: первые могут приводить к ее уменьшению, вторые — к увеличению. В условиях действия сильных магнитных полей $\mathbf{H}_0$ было установлено, что неоднородности анизотропии в тонких пленках с перпендикулярной магнитной анизотропией оказывают характерное влияние на ширину линии ФМР (см. [44, 45]): наблюдается сужение пика с последующим его уширением. Указанная особенность послужила мотивацией для проведения тео-

ретического исследования. В настоящей работе не рассматриваются режимы малых магнитных полей $\mathbf{H}_0$, которые в неоднородных магнитных пленках приводят к формированию «ряби» намагниченности и доменной структуры, а также к возникновению связанных с ними особенностей ФМР [46]. В работе [6] было использовано новое SCA для исследования влияния неоднородностей величины магнитной анизотропии и ориентации оси одноосной магнитной анизотропии на ФМР в пленке, намагниченной перпендикулярно ее поверхности. Учет магнитодипольных полей [4, 5] в работе [6] существенно повлиял на форму и ширину пика ФМР, например, привел к увеличению добротности при уменьшении корреляционного радиуса неоднородностей r_c или увеличению толщины пленки. Также в работе [6] были введены сокращенные обозначения стандартного SCA как «SCA для функции Грина (SCA-G)» [20, 21], и новое — «SCA для вершинной функции (SCA-V)» [34]. Эти сокращенные термины будут использоваться в настоящей работе, поскольку они точнее отражают математическое содержание соответствующих приближений.

Целью настоящей работы является исследование влияния процессов многократного рассеяния волн на неоднородностях величины магнитной анизотропии на форму и ширину пика ФМР в ТМП при изменении угла наклона φ_H внешнего постоянного магнитного поля $\mathbf{H}_0$ от перпендикулярного положения к направлению вдоль плоскости пленки. Для исследования используется метод SCA-V.

2. ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ И ФМР В ТМП

Рассмотрим плотность свободной энергии в следующем виде:

$$U = U_0 + U_\alpha + U_h, \quad (3)$$

где

$$U_0 = -\frac{\tilde{\beta}_x}{2}(\mathbf{M}\mathbf{i})^2 - \frac{\tilde{\beta}_y}{2}(\mathbf{M}\mathbf{j})^2 - (\mathbf{H}_0\mathbf{M}) - \frac{1}{2}(\mathbf{H}^{(d)}\mathbf{M}), \quad (4)$$

$$U_\alpha = \frac{1}{2}\alpha \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2, \quad (5)$$

$$U_h = -(\mathbf{M}\mathbf{h}), \quad (6)$$

по индексу $i = x, y, z$ предполагается суммирование. Здесь $\mathbf{M}$ — вектор намагниченности, α — параметр обмена, $\mathbf{H}_0$ — постоянное внешнее магнитное поле, $\mathbf{h}$ — переменное внешнее магнитное поле, $\mathbf{H}^{(d)}$ —

магнитодипольное поле, $\tilde{\beta}_{x,y}(\mathbf{x})$ — одноосные магнитные анизотропии, легкие оси которых направлены вдоль ортов $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$. Величины $\tilde{\beta}_{x,y}(\mathbf{x})$ представим в виде

$$\tilde{\beta}_{x,y}(\mathbf{x}) = \beta_{x,y} + \Delta\beta_{x,y}\rho(\mathbf{x}), \quad (7)$$

где $\beta_{x,y}$ — средние величины параметров анизотропии, $\Delta\beta_{x,y}$ — их среднеквадратичные отклонения, $\rho(\mathbf{x})$ — центрированная ($\langle\rho(\mathbf{x})\rangle = 0$) и нормированная ($\langle\rho^2(\mathbf{x})\rangle = 1$) случайная функция координат. Представление энергии анизотропии в виде двух первых членов в уравнении (4) позволяет нам рассматривать два отдельных случая: первый — неоднородность величины анизотропии вдоль оси y (орта $\mathbf{j}$) ($\tilde{\beta}_y \neq 0, \tilde{\beta}_x = 0$) и второй — вдоль оси x (орта $\mathbf{i}$) ($\tilde{\beta}_y = 0, \tilde{\beta}_x \neq 0$).

Динамика намагниченности описывается уравнением Ландау–Лифшица с учетом затухания в форме Гильберта:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M} \times \mathbf{H}^e] + \frac{\xi}{M_0}[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}], \quad (8)$$

где ξ — безразмерный параметр затухания, $\mathbf{H}^e$ — эффективное магнитное поле. Эффективное магнитное поле $\mathbf{H}^e$ для малых величин $d\varphi$ и $d\theta$, определяется выражением [8, 47]

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^e = & \frac{\sin \varphi_0}{M_0 \sin \theta_0} (U_{\varphi\varphi}d\varphi + U_{\varphi\theta}d\theta + U_{h,\varphi})\mathbf{i} - \\ & - \frac{\cos \varphi_0}{M_0 \sin \theta_0} (U_{\varphi\varphi}d\varphi + U_{\varphi\theta}d\theta + U_{h,\varphi})\mathbf{j} + \\ & + \frac{1}{M_0 \sin \theta_0} (U_{\theta\varphi}d\varphi + U_{\theta\theta}d\theta + U_{h,\theta})\mathbf{n} + \mathbf{U}_\alpha^e, \end{aligned} \quad (9)$$

$\mathbf{i}, \mathbf{j}$ и $\mathbf{n}$ — орты декартовой системы координат вдоль осей x, y и z соответственно,

$$\begin{aligned} U_{\theta\theta} &= \left. \frac{\partial^2 U_0}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0}, & U_{\varphi\varphi} &= \left. \frac{\partial^2 U_0}{\partial \varphi^2} \right|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0}, \\ U_{\theta\varphi} &= \left. \frac{\partial^2 U_0}{\partial \varphi \partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0}, & U_{h,\varphi} &= \left. \frac{\partial U_h}{\partial \varphi} \right|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0}, \\ U_{h,\theta} &= \left. \frac{\partial U_h}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0}, \\ U_\alpha^e &= \left. \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial U_\alpha}{\partial (\partial M / \partial x_i)} \right|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0} = \alpha \left. \frac{\partial^2 M}{\partial x_i^2} \right|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0}. \end{aligned}$$

Полагаем, что длина вектора M_0 сохраняется, а углы θ_0 и φ_0 , определяющие его направление, удовлетворяют условиям равновесия

$$U_\theta = \left. \frac{\partial U_0}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0} = 0, \quad (10)$$

$$U_\varphi = \left. \frac{\partial U_0}{\partial \varphi} \right|_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0} = 0. \quad (11)$$

Уравнение (9) выразим через орты $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta$ и $\mathbf{e}_\varphi$, используя уравнения (A.6)–(A.8) (см. Приложение А), и получаем эффективное магнитное поле $\mathbf{H}^e$ в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^e = & \frac{\cos \theta_0}{M_0^2 \sin \theta_0} \left(\frac{1}{\sin \theta_0} U_{\theta\varphi} m_\varphi + U_{\theta\theta} m_\theta + M_0 U_{h,\theta} \right) \mathbf{e}_r - \\ & - \frac{1}{M_0^2} \left(\frac{1}{\sin \theta_0} U_{\theta\varphi} m_\varphi + U_{\theta\theta} m_\theta + M_0 U_{h,\theta} \right) \mathbf{e}_\theta - \\ & - \frac{1}{M_0^2 \sin \theta_0} \left(\frac{1}{\sin \theta_0} U_{\varphi\varphi} m_\varphi + U_{\varphi\theta} m_\theta + M_0 U_{h,\varphi} \right) \mathbf{e}_\varphi + \\ & + U_{\alpha,\theta}^e \mathbf{e}_\theta + U_{\alpha,\varphi}^e \mathbf{e}_\varphi, \end{aligned} \quad (12)$$

где в $\mathbf{U}_\alpha^e$ подставляем уравнение (A.11) и получаем проекции $U_{\alpha,\theta}^e = \alpha \partial^2 m_\theta / \partial x_i^2$, $U_{\alpha,\varphi}^e = \alpha \partial^2 m_\varphi / \partial x_i^2$ на сферическую систему координат, предполагается суммирование по x и z ; m_θ и m_φ имеют вид уравнения (A.5).

Мы рассматриваем волны в магнитной пленке, неограниченной в плоскости xz (рис. 1), при условии отсутствия закрепления колебаний на ее поверхности. Также полагается, что все рассматриваемые величины — как неоднородности магнитной анизотропии, так и магнитные неоднородности и колебания — однородны по толщине пленки. Поэтому во всех последующих выражениях индекс суммирования i принимает только два значения, x и z . При приложении внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$ к тонкой неоднородной магнитной пленке вектор намагниченности $\mathbf{M}_0$ подстраивается вдоль направления поля (см. Приложение В). Однако для обеспечения устойчивости однодоменного состояния величина внешнего поля должна удовлетворять условию $H_0 > |H_0^c|$ (см. Приложение С). Далее, посредством малых переменных магнитных полей $h_\theta, h_\varphi \ll H_0$, ориентированных вдоль ортов $\mathbf{e}_\theta$ и $\mathbf{e}_\varphi$, инициируются колебания намагниченности в пределах всей пленки. Такие колебания представляют собой совокупность ФМР при $k = 0$ и спиновых волн при $k \neq 0$, распространяющихся в плоскости неоднородной пленки (см. рис. 1), которые мы в дальнейшем учитываем.

Подставляя уравнения (A.11) и (12) в уравнение (8), в линейном приближении получаем

проекции переменного поля на оси сферической системы координат вдоль направлений ортов $\mathbf{e}_\theta$ и $\mathbf{e}_\varphi$ соответственно, $(h_\theta, h_\varphi) \ll H_0$.

После подстановки уравнения (7) в (22), (23), а затем уравнений (22)–(26) в систему уравнений (20), (21), получаем результат в матричном виде в $\mathbf{k}$ -пространстве:

$$\hat{L}_\mathbf{k} \hat{m}_\mathbf{k} + \frac{1}{(2\pi)^2} \hat{D} \int \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \hat{m}_{\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1 = \hat{h} \delta(\mathbf{k}), \quad (27)$$

где

$$\hat{L}_\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{U_{\theta\theta}}{M_0^2} + \frac{i\omega\xi}{\omega_M} + \alpha k^2 & \frac{U_{\theta\varphi}}{M_0^2} - \frac{i\omega}{\omega_M} \\ \frac{U_{\varphi\theta}}{M_0^2} + \frac{i\omega}{\omega_M} & \frac{U_{\varphi\varphi}}{M_0^2} + \frac{i\omega\xi}{\omega_M} + \alpha k^2 \end{bmatrix}_{\Delta\beta_{x,y}=0}, \quad (28)$$

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} \Delta\beta_y \sin^2 \varphi_0 + \Delta\beta_x \cos^2 \varphi_0 & 0 \\ 0 & -\Delta\beta_y \cos 2\varphi_0 + \Delta\beta_x \cos 2\varphi_0 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$\hat{m}_\mathbf{k} = \begin{bmatrix} m_\theta \\ m_\varphi \end{bmatrix}, \hat{h} = \begin{bmatrix} h_\theta \\ h_\varphi \end{bmatrix}, \quad (30)$$

появление $\hat{h} \delta(\mathbf{k})$ обусловлено возбуждением однородным высокочастотным магнитным полем $\mathbf{h}$ (в $\mathbf{x}$ -пространстве h_θ и h_φ — константы) колебания m_θ и m_φ , которые в отсутствие неоднородностей являются синхронными и синфазными по всему объему пленки, на длине волны, значительно превышающей толщину пленки d .

Для решения уравнения (27) мы введем двухточечную неусредненную матричную функцию Грина, как в работе [6]:

$$\hat{G}_{\mathbf{k},\mathbf{k}_0} = (2\pi)^2 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) \hat{g}_\mathbf{k} - \frac{1}{(2\pi)^2} \hat{g}_\mathbf{k} \hat{D} \int \hat{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1, \quad (31)$$

где $\hat{g}_\mathbf{k} = \omega_M^{-1} \hat{L}_\mathbf{k}^{-1}$ — исходная функция Грина.

Усредняя неоднородное уравнение (31) по ансамблю случайных реализаций $\rho_\mathbf{k}$, интегрируя по $\mathbf{k}_0$ и используя формулу

$$\langle \hat{G}_{\mathbf{k},\mathbf{k}_0} \rangle = (2\pi)^2 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) \hat{G}_\mathbf{k}$$

и четность $\hat{G}_\mathbf{k} = \hat{G}_{-\mathbf{k}}$ (угловыми скобками обозначается усреднение), получаем

$$\hat{G}_\mathbf{k} = \hat{g}_\mathbf{k} - \frac{1}{(2\pi)^4} \hat{g}_\mathbf{k} \hat{D} \iint \langle \hat{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_0. \quad (32)$$

Повышая в уравнении (31) индекс при $\mathbf{k}$ на единицу, подставляя полученное выражение в правую часть уравнения (32) и далее проделывая процедуру последовательных подстановок, получаем бесконечный ряд для матричной функции Грина $\hat{G}_\mathbf{k}$. Расцепляя корреляторы по формуле Гаусса и интегрируя по $\mathbf{k}_0$, получаем бесконечный ряд для усредненной матричной функции Грина:

$$\hat{G}_\mathbf{k} = \hat{g}_\mathbf{k} + \frac{1}{(2\pi)^4} \hat{g}_\mathbf{k} \iint \langle \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rho_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \rangle \hat{D} \hat{g}_{\mathbf{k}_1} \hat{D} \hat{g}_{\mathbf{k}_2} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 + \dots \quad (33)$$

Здесь

$$\langle \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rho_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \rangle = S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_2), \quad (34)$$

$S(\mathbf{k})$ — нормированная спектральная плотность функции $\rho_\mathbf{k}$, связанная преобразованием Фурье с нормированной корреляционной функцией

$$K(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int S_\mathbf{k} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{k}, \quad (35)$$

$$S_\mathbf{k} = \int K(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r}. \quad (36)$$

Корреляционная функция $K(\mathbf{r})$ для случая двумерных неоднородностей в плоскости пленки моделируется в виде

$$K(\mathbf{r}) = e^{-k_c |\mathbf{r}|}, \quad (37)$$

где k_c — корреляционное волновое число неоднородностей ($r_c = k_c^{-1}$ — радиус корреляций). Спектральная плотность соответствующей корреляционной функции (37) имеет вид

$$S_\mathbf{k} = \frac{2\pi k_c}{(k_c^2 + k^2)^{3/2}}. \quad (38)$$

Подставив уравнение (34) в уравнение (33), получаем

$$\hat{G}_\mathbf{k} = \hat{g}_\mathbf{k} + \frac{1}{(2\pi)^2} \hat{g}_\mathbf{k} \int S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \hat{D} \hat{g}_{\mathbf{k}_1} \hat{D} d\mathbf{k}_1 \hat{g}_\mathbf{k} + \dots, \quad (39)$$

в этом бесконечном ряде в каждом порядке чередование $\hat{D}$ и $\hat{g}$ сохраняется.

Уравнение (39) в виде бесконечного ряда будем решать методом самосогласованного приближения SCA-V [34], которое представляет собой систему двух связанных самосогласованных уравнений — точного для матричной функции Грина $\hat{G}_\mathbf{k}$

и приближенного для матричной вершинной функции $\hat{\Gamma}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$:

$$\hat{G}_{\mathbf{k}} = \hat{E} \left[\hat{g}_{\mathbf{k}}^{-1} - \frac{1}{(2\pi)^2} \int S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \hat{D} \hat{G}_{\mathbf{k}_1} \hat{\Gamma}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \hat{D} d\mathbf{k}_1 \right]^{-1}, \quad (40)$$

$$\hat{\Gamma}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \approx \hat{E} \times \left[\hat{E} - \frac{1}{(2\pi)^2} \int S_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \hat{\Gamma}_{\mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \hat{D} \hat{G}_{\mathbf{k}_1} \hat{D} \hat{G}_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2} d\mathbf{k}_2 \right]^{-1}, \quad (41)$$

где $\hat{E}$ — единичная матрица. Похожую структуру системы двух связанных самосогласованных уравнений для матричных функций $\hat{G}_{\mathbf{k}}$ и $\hat{\Gamma}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$ мы использовали для исследования взаимодействия двух связанных волновых полей в работах [48, 49].

Также уравнение (40) можно записать через матрицу собственной энергии $\hat{\Sigma}_{\mathbf{k}}$ в виде

$$\hat{G}_{\mathbf{k}} = \hat{E} \left[\hat{g}_{\mathbf{k}}^{-1} - \hat{\Sigma}_{\mathbf{k}} \right]^{-1}, \quad (42)$$

где

$$\hat{\Sigma}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \hat{D} \hat{G}_{\mathbf{k}_1} \hat{\Gamma}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \hat{D} d\mathbf{k}_1. \quad (43)$$

Высокочастотная восприимчивость для ферромагнитного резонанса определяется выражением [6, 50]

$$\hat{\chi} = \omega_M \hat{G}_{\mathbf{k}}|_{k=0}, \quad (44)$$

где элементы матрицы $\hat{\chi}$ имеют вид

$$\hat{\chi} = \begin{bmatrix} \chi_{\theta\theta} & i\chi_{\theta\varphi} \\ -i\chi_{\varphi\theta} & \chi_{\varphi\varphi} \end{bmatrix}, \quad (45)$$

$$\chi_{\theta\theta} = \omega_M G_{\theta\theta, \mathbf{k}}|_{k=0}, \quad \chi_{\varphi\varphi} = \omega_M G_{\varphi\varphi, \mathbf{k}}|_{k=0}$$

$$\chi_{\theta\varphi} = -i\omega_M G_{\theta\varphi, \mathbf{k}}|_{k=0}, \quad \chi_{\varphi\theta} = i\omega_M G_{\varphi\theta, \mathbf{k}}|_{k=0}.$$

3. ФОРМА ПИКА И ШИРИНА ЛИНИИ ФМР

В этом разделе проводится численный расчет элементов матрицы высокочастотной восприимчивости (45). Для этого применяется система самосогласованных уравнений (40), (41), которая решается численно методом последовательных приближений до достижения сходимости. Результаты вычислений для мнимой части одного из элементов восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ представлены на рис. 2, 3.

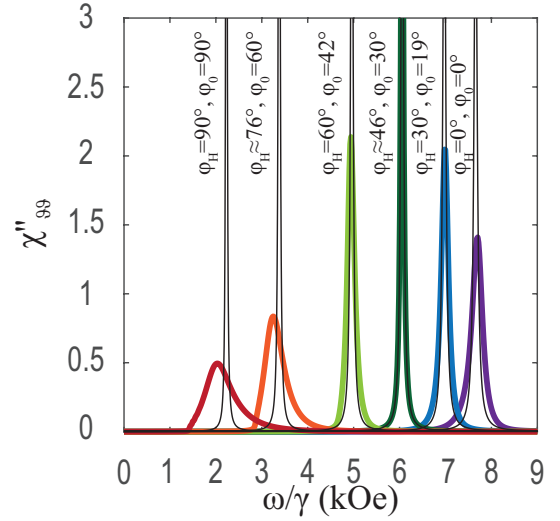


Рис. 2. Зависимость мнимой части восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ от нормированной частоты ω/γ для различных значений угла φ_H . Равновесные углы φ_0 находились из уравнения (В.9). Здесь использовались средние величины параметров анизотропии $\beta_y = \beta_x = 0$ и их среднеквадратичные отклонения $\Delta\beta_y = 0$, $\Delta\beta_x = 0.5\pi$ — толстые кривые, а для случая $\Delta\beta_y = 0$, $\Delta\beta_x = 0$ — тонкие кривые, и следующие параметры: $k_{cd} = 0.2$, $\xi = 0.005$, $H_0 = 6$ кЭ, $4\pi M_0 = 3.7$ кЭ

На рис. 2. показаны зависимости мнимой части восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ от нормированной частоты ω/γ при изменении угла φ_H наклона внешнего постоянного магнитного поля H_0 от перпендикулярного положения к направлению вдоль плоскости пленки для случаев неоднородной величины магнитной анизотропии вдоль направления легкой оси y ($\Delta\beta_y \neq 0$ и $\Delta\beta_x = 0$ — толстые кривые) и отсутствия неоднородностей ($\Delta\beta_y = 0$ и $\Delta\beta_x = 0$ — тонкие кривые). Для углов $\varphi_H = 90^\circ$, $\varphi_0 = 90^\circ$ в низкочастотной области пик получился наиболее широким и асимметричным, слева более резкий спад, чем справа, при уменьшении угла φ_H ширина и асимметрия пика уменьшается и пропадает, пик становится узким и симметричным, его ширина совпадает с шириной узкого резонанса (тонкая кривая) для $\varphi_H \approx 46^\circ$ и $\varphi_0 = 30^\circ$, далее пик уширяется и появляется небольшая асимметрия в другую сторону.

Для сравнения рассмотрим другой случай — неоднородную величину магнитной анизотропии вдоль направления легкой оси x ($\Delta\beta_y = 0$ и $\Delta\beta_x \neq 0$ — толстые кривые на рис. 3). На рис. 3 показана зависимость мнимой части восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ от нормированной частоты ω/γ при изменении угла φ_H . Здесь для углов $\varphi_H = 90^\circ$, $\varphi_0 = 90^\circ$ пик стал менее широким, чем на рис. 2, и асиммет-

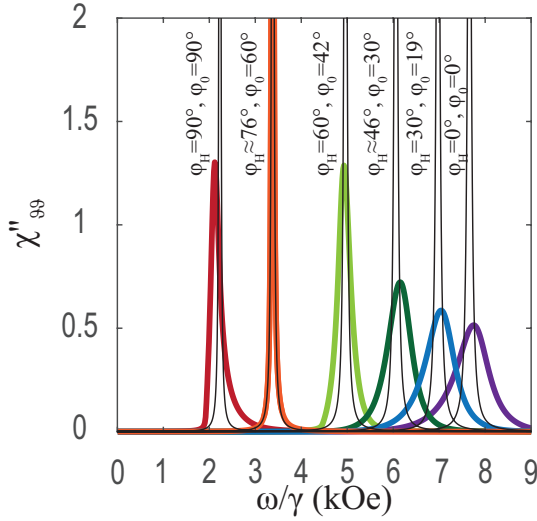


Рис. 3. Зависимость мнимой части восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ от нормированной частоты ω/γ для различных значений угла φ_H . Равновесные углы φ_0 находились из уравнения (В.9). Здесь использовались средние величины параметров анизотропии $\beta_y = \beta_x = 0$ и их среднеквадратичные отклонения $\Delta\beta_y = 0$, $\Delta\beta_x = 0.5\pi$ — толстые кривые, а для случая $\Delta\beta_y = 0$, $\Delta\beta_x = 0$ — тонкие кривые, и следующие параметры: $k_c d = 0.2$, $\xi = 0.005$, $H_0 = 6$ кЭ, $4\pi M_0 = 3.7$ кЭ

ричным, слева более резкий спад, чем справа, при уменьшении угла φ_H ширина пика уменьшается, а асимметрия пропадает, пик становится узким и симметричным, его ширина совпадает с шириной узкого резонанса (тонкая кривая) для $\varphi_H \approx 76^\circ$ и $\varphi_0 = 60^\circ$, далее пик уширяется и постепенно появляется небольшая асимметрия в другую сторону, для углов $\varphi_H = 0$, $\varphi_0 = 0$ пик стал наиболее широким.

Положения максимумов ФМР для каждого резонанса демонстрируют приблизительное совпадение при совпадении углов φ_H между толстыми кривыми одного цвета, представленными на рис. 2, 3. Флуктуации величин $\Delta\beta_y$ и $\Delta\beta_x$ в зависимости от ориентации легкой магнитной оси — перпендикулярно (ось y) или вдоль (ось x) пленки — по-разному оказывают влияние на ширину резонансных линий. При этом наблюдается приближенная зеркальная симметрия: например, для угла $\varphi_H = 90^\circ$ на рис. 2 резонанс шире для $\Delta\beta_y$, тогда как на рис. 3 при аналогичном угле резонанс для $\Delta\beta_x$ оказывается уже. Аналогично, при угле $\varphi_H = 0$ наблюдается обратная картина — ширина резонанса для $\Delta\beta_y$ становится меньше, чем для $\Delta\beta_x$.

Для качественного объяснения изменений ширины пиков восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ на рис. 2, 3 выпи-

шем из выражения (40) элементы обратной матрицы $\hat{G}_{\mathbf{k}}^{-1}$, подставляя $\hat{\Gamma}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1} = \hat{E}$ и $\hat{G}_{\mathbf{k}_1} = \hat{g}_{\mathbf{k}_1}$, в виде

$$\hat{G}_{\mathbf{k}}^{-1} = \begin{bmatrix} \bar{L}_{\theta\theta, \mathbf{k}} & \bar{L}_{\theta\varphi, \mathbf{k}} \\ \bar{L}_{\varphi\theta, \mathbf{k}} & \bar{L}_{\varphi\varphi, \mathbf{k}} \end{bmatrix}, \quad (46)$$

где каждый элемент получаем в первом порядке теории возмущений:

$$\bar{L}_{\theta\theta, \mathbf{k}} = \gamma U_{\theta\theta}/M_0 + i\omega\xi + \omega_M \alpha k^2 - (\Delta\beta_y \sin^2 \varphi_0 + \Delta\beta_x \cos^2 \varphi_0)^2 Y_{\theta\theta, \mathbf{k}}, \quad (47)$$

$$\bar{L}_{\theta\varphi, \mathbf{k}} = \gamma U_{\theta\varphi}/M_0 - i\omega - (\Delta\beta_x^2 \cos^2 \varphi_0 - \Delta\beta_y^2 \sin^2 \varphi_0 - \Delta\beta_y \Delta\beta_x \cos 2\varphi_0) \cos 2\varphi_0 Y_{\theta\varphi, \mathbf{k}}, \quad (48)$$

$$\bar{L}_{\varphi\theta, \mathbf{k}} = \gamma U_{\varphi\theta}/M_0 + i\omega + (\Delta\beta_x^2 \cos^2 \varphi_0 - \Delta\beta_y^2 \sin^2 \varphi_0 - \Delta\beta_y \Delta\beta_x \cos 2\varphi_0) \cos 2\varphi_0 Y_{\varphi\theta, \mathbf{k}}, \quad (49)$$

$$\bar{L}_{\varphi\varphi, \mathbf{k}} = \gamma U_{\varphi\varphi}/M_0 + i\omega\xi + \omega_M \alpha k^2 - (\Delta\beta_x - \Delta\beta_y)^2 \cos^2 2\varphi_0 Y_{\varphi\varphi, \mathbf{k}}, \quad (50)$$

Здесь $Y_{qf, \mathbf{k}} = (2\pi)^{-2} \omega_M \int S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} g_{qf, \mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1$, индексы q и f пробегает значения θ и φ , члены, пропорциональные $\Delta\beta_y$ и $\Delta\beta_x$, это элементы матрицы собственной энергии (43). Представляя элементы матрицы (46) в комплексном виде $\bar{L}_{qf, \mathbf{k}} = \bar{L}'_{qf, \mathbf{k}} - i\bar{L}''_{qf, \mathbf{k}}$ и раскрывая определитель, получаем

$$\det \left| \hat{G}_{\mathbf{k}}^{-1} \right| = \bar{L}'_{\theta\theta, \mathbf{k}} \bar{L}'_{\varphi\varphi, \mathbf{k}} - \bar{L}''_{\theta\theta, \mathbf{k}} \bar{L}''_{\varphi\varphi, \mathbf{k}} - \bar{L}'_{\theta\varphi, \mathbf{k}} \bar{L}'_{\varphi\theta, \mathbf{k}} + \bar{L}''_{\theta\varphi, \mathbf{k}} \bar{L}''_{\varphi\theta, \mathbf{k}} - i [\bar{L}''_{\theta\theta, \mathbf{k}} \bar{L}'_{\varphi\varphi, \mathbf{k}} + \bar{L}'_{\theta\theta, \mathbf{k}} \bar{L}''_{\varphi\varphi, \mathbf{k}} - \bar{L}''_{\theta\varphi, \mathbf{k}} \bar{L}'_{\varphi\theta, \mathbf{k}} - \bar{L}'_{\theta\varphi, \mathbf{k}} \bar{L}''_{\varphi\theta, \mathbf{k}}]. \quad (51)$$

Уравнение (51) нам нужно для объяснения полученных результатов, оно приближенное и не описывает все полученные эффекты на рисунках. Если волновое число k и магнитные анизотропии $\tilde{\beta}_y, \tilde{\beta}_x$ приравнять к нулю: $\tilde{\beta}_y = \tilde{\beta}_x = 0$ и $k = 0$, то из действительной части уравнения (51) получаются уравнения (1) и (2) для углов $\varphi_H = \varphi_0 = 90^\circ$ и $\varphi_H = \varphi_0 = 0$ соответственно.

1) Рассмотрим неоднородную величину магнитной анизотропии вдоль направления оси y ($\beta_y = 0$, $\Delta\beta_y \neq 0$ и $\beta_x = 0$, $\Delta\beta_x = 0$). Подставляя уравнение (47)–(50) в мнимую часть уравнения (51) и используя для недиагональных функций Грина равенство $g_{\theta\varphi, \mathbf{k}_1} = -g_{\varphi\theta, \mathbf{k}_1}$, получаем выражение до $\Delta\beta_y^2$ в виде

$$\begin{aligned}
& \text{Im} \left(\det \left| \hat{G}_{\mathbf{k}}^{-1} \right| \right) = \\
& = -\omega \xi \left(\gamma [U_{\varphi\varphi} + U_{\theta\theta}] / M_0 + 2\omega_M \alpha k^2 \right) + \\
& + \omega \xi \Delta \beta_y^2 \left(\sin^4 \varphi_0 Y''_{\theta\theta, \mathbf{k}} + \cos^2(2\varphi_0) Y'_{\varphi\varphi, \mathbf{k}} \right) + \\
& + \Delta \beta_y^2 \sin^4 \varphi_0 Y''_{\theta\theta, \mathbf{k}} \left(\gamma U_{\varphi\varphi} / M_0 + \omega_M \alpha k^2 \right) + \\
& + \Delta \beta_y^2 \cos^2(2\varphi_0) Y'_{\varphi\varphi, \mathbf{k}} \left(\gamma U_{\theta\theta} / M_0 + \omega_M \alpha k^2 \right) - \\
& - 2\omega \Delta \beta_y^2 \sin^2 \varphi_0 \cos(2\varphi_0) Y'_{\theta\varphi, \mathbf{k}} + \dots \quad (52)
\end{aligned}$$

При $k = 0$ из уравнения (52) получаем выражение, описывающее ширину линии ФМР:

$$\begin{aligned}
& \text{Im} \left(\det \left| \hat{G}_{k=0}^{-1} \right| \right) = \Delta \beta_y^2 \left\{ \left(\gamma U_{\varphi\varphi} / M_0 \right) \sin^4 \varphi_0 Y''_{\theta\theta} + \right. \\
& + \left(\gamma U_{\theta\theta} / M_0 \right) \cos^2(2\varphi_0) Y'_{\varphi\varphi} - \\
& \left. - 2\omega \sin^2 \varphi_0 \cos(2\varphi_0) Y'_{\theta\varphi} \right\} + \dots \quad (53)
\end{aligned}$$

Здесь мы пренебрегли членами, пропорциональными ξ , так как их вклад не влияет на изменение ширины линии ФМР (тонкие кривые на рис. 2) при изменении угла φ_H , и все ширины пропорциональны параметру затухания $\xi\omega$, этот и все используемые параметры указаны на рис. 2.

На рис. 2. показана мнимая часть восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ при изменении угла наклона φ_H внешнего постоянного магнитного поля H_0 от перпендикулярного положения к направлению вдоль плоскости пленки, пики ФМР рассчитаны методом SCA-V. Положения максимумов резонансов можно получить из действительной части выражения (51) при $\beta_y = \beta_x = 0$ и $\Delta\beta_y = \Delta\beta_x = 0$, но влияния неоднородностей может смещать максимумы резонансов, например, для углов $\varphi_H = 90^\circ$, $\varphi_0 = 90^\circ$ немного смещаются максимумы высокочастотной восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$, так как появляется асимметрия пиков; этот случай исследован в работах [6, 50]. На рис. 2. видно, что от угла φ_H меняется ширина, амплитуда и асимметрия пика ФМР. Ширина пика описывается мнимой частью знаменателя уравнения (40) при $k = 0$, для объяснения изменения ширины пика приведено выражение (53), выписанное в первом порядке теории возмущений (приближение Бурре [14]) в упрощенном виде. Уравнение (53) содержит члены, которые вносят основной вклад в неоднородное уширение линии ФМР, в виде суммы диагональных $Y''_{\theta\theta}$, $Y'_{\varphi\varphi}$ и недиагонального $Y'_{\theta\varphi}$ элементов; множители $\sin^4 \varphi_0$, $\cos^2(2\varphi_0)$ и $-\sin^2 \varphi_0 \cos(2\varphi_0)$, соответственно, зависят от угла φ_0 , что в свою очередь влияют на ширину пиков высокочастотной восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$. Подставляя $\varphi_0 = 90^\circ$ в уравнение (53), получаем максимальную ширину линии ФМР, состоящую из суммы диагональных $Y''_{\theta\theta}$, $Y'_{\varphi\varphi}$ и недиагонального $Y'_{\theta\varphi}$ элементов — на рис. 2 это самый широкий

пик в низкочастотной области спектра. Подставляя $\varphi_0 = 0$ в уравнение (53), получаем ширину пика, зависящую только от одного элемента $Y'_{\varphi\varphi}$, поэтому полученный резонанс стал уже, — на рис. 2 это последний пик справа, расположенный в высокочастотной области спектра. На рис. 2 при угле $\varphi_0 = 30^\circ$ пик высокочастотной восприимчивости становится высокочастотным, это связано с тем, что множитель $-\sin^2 \varphi_0 \cos(2\varphi_0)$ в уравнении (53) в диапазоне от $0 \leq \varphi_0 < 45^\circ$ остается отрицательным, а при угле $\varphi_0 = 30^\circ$ достигает минимального значения, что в уравнении (53) сводится к разности между диагональными $Y''_{\theta\theta}$, $Y'_{\varphi\varphi}$ и недиагональным $Y'_{\theta\varphi}$ элементами собственной энергии, поэтому общая ширина пика уменьшается до минимального значения (рис. 2) и описывается членами, пропорциональными затуханию $\xi\omega$. Равновесный угол $\varphi_0 = 30^\circ$ не зависит ни от каких величин, так как он определяется из минимума выражения $-\sin^2 \varphi_0 \cos(2\varphi_0)$. Используя метод SCA-V, мы можем исследовать форму и положение пика мнимой части восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$. На рис. 2 видно, что в низкочастотной области для углов $\varphi_H = 90^\circ$, $\varphi_0 = 90^\circ$ пик стал асимметричным, слева более резкий спад, чем справа, этот случай исследован подробно в работе [6]. При уменьшении угла φ_H асимметрия уменьшается и пропадает, пик становится узким и симметричным, далее пик уширяется и появляется небольшая асимметрия в другую сторону. Такая асимметрия пика в высокочастотной области спектра появляется из-за влияния законов дисперсии спиновых волн (рис. 4, синие кривые для углов $\varphi_H = 0$ и $\varphi_0 = 0$), которые мы учитываем при интегрировании по $d\mathbf{k}_j$, используя метод SCA-V.

2) Рассмотрим неоднородную величину магнитной анизотропии вдоль направления оси x ($\beta_y = 0, \Delta\beta_y = \beta_x = 0, \Delta\beta_x \neq 0$). Для описания результатов на рис. 3 проделываем аналогичные операции, как это было сделано выше для уравнений (46)–(53), но для параметров $\beta_y = \Delta\beta_y = \beta_x = 0, \Delta\beta_x \neq 0$. В результате мы получаем выражение, учитывающее только неоднородное уширение, описывающее ширину линии ФМР:

$$\begin{aligned}
& \text{Im} \left(\det \left| \hat{G}_{k=0}^{-1} \right| \right) = (\Delta\beta_x)^2 \left\{ \left(\gamma U_{\varphi\varphi} / M_0 \right) \cos^4 \varphi_0 Y''_{\theta\theta} + \right. \\
& + \left(\gamma U_{\theta\theta} / M_0 \right) \cos^2(2\varphi_0) Y'_{\varphi\varphi} + \\
& \left. + 2\omega \cos^2 \varphi_0 \cos(2\varphi_0) Y'_{\theta\varphi} \right\} + \dots \quad (54)
\end{aligned}$$

На рис. 3 показана мнимая часть восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ при изменении угла φ_H , рассчитанная методом самосогласованного приближения SCA-V с

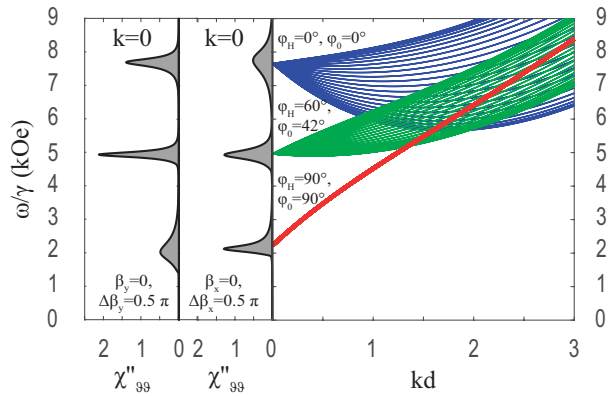


Рис. 4. Слева показаны зависимости мнимой части восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ от нормированной частоты ω/γ при $k = 0$ для углов $\varphi_H = 0^\circ, 60^\circ$ и 90° . Справа показаны законы дисперсии спиновых волн, распространяющихся вдоль плоскости пленки, полученные из действительной части уравнения (51) при $\beta_y = \beta_x = 0$ и $\Delta\beta_x = \Delta\beta_y = 0$ и для различных углов φ

учетом только флуктуации величины магнитной анизотропии вдоль направления оси x . Выражение (54) нужно для качественного объяснения изменения ширины линии на рис. 3. Это выражение содержит три члена, зависящие от $\cos^4 \varphi_0$, $\cos^2(2\varphi_0)$ и $\cos^2 \varphi_0 \cos(2\varphi_0)$, вносящие основной вклад в ширину пика $\chi''_{\theta\theta}$, — в уравнении (53) эти множители другие. Самый широкий пик возникает при углах $\varphi_H = 0^\circ, \varphi_0 = 0^\circ$ в высокочастотной области спектра, здесь все три члена сложились в уравнении (54), тогда как для углов $\varphi_H = 90^\circ, \varphi_0 = 90^\circ$ в низкочастотной области спектра остался только один член, пропорциональный $Y''_{\varphi\varphi}$, и пик стал уже. Множитель $\cos^2 \varphi_0 \cos(2\varphi_0)$ с изменением угла φ_0 меняет знак: в диапазоне $0 < \varphi_0 < 45^\circ$ он остается положительным, а в диапазоне $45^\circ < \varphi_0 < 90^\circ$ становится отрицательным и принимает минимальное значение при угле $\varphi_0 = 60^\circ$. На рис. 3 ширина пика наименьшая при угле $\varphi_0 = 60^\circ$, и из уравнения (54) следует, что от двух диагональных элементов $Y''_{\theta\theta}$ и $Y''_{\varphi\varphi}$ отнимается недиагональный элемент $Y'_{\theta\varphi}$, что является основной причиной уменьшения ширины линии ФМР. На пиках появилась асимметрия, для $\varphi_H = 90^\circ$ слева более резкий спад, чем справа, затем с уменьшением φ_H пик сжимается и становится симметричным и узким, далее пик уширяется и появляется небольшая асимметрия, слева более плавный спад, чем справа. Для $\varphi_H = 0^\circ$ асимметрия на широком пике $\chi''_{\theta\theta}$ появляется из-за влияния распространяющихся спиновых волн в плоскости пленки, которые описываются законами дисперсии, показанными на рис. 4.

Уравнение (53) получено только для флуктуации величины магнитной анизотропии вдоль легкой оси y , тогда как уравнение (54) для флуктуации величины магнитной анизотропии вдоль легкой оси x . Данные уравнения записаны в первом порядке теории возмущений, при этом углы $\varphi_0 = 30^\circ$ для $\Delta\beta_y$ и $\varphi_0 = 60^\circ$ для $\Delta\beta_x$, соответствующие узким резонансам, были получены в этом приближении. Аналогичные значения углов были также вычислены в рамках самосогласованного приближения SCA-V, учитывающего вклады всех порядков теории возмущений (см. рис. 2, 3, толстые кривые) [34, 35]. Таким образом, для узких резонансов вклады членов второго порядка, пропорциональных $\Delta\beta_y^4$ и $\Delta\beta_x^4$, оказываются незначительными и ими можно пренебречь. Это подтверждается сравнением кривых на рис. 2, 3, где видно, что члены более высокого порядка не оказывают существенного влияния на узкий резонанс. Ширина узкого резонанса, показанного толстой кривой, практически совпадает с шириной резонанса, рассчитанной без учета неоднородностей, который иллюстрируется тонкой кривой. На рис. 2, 3 видно, что на ширину пиков восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ влияют среднеквадратичные отклонения магнитной анизотропии $\Delta\beta_y$ и $\Delta\beta_x$ и значения угла φ_0 ; эти параметры оказывают такое же влияние на восприимчивости $\chi''_{\varphi\varphi}$, $\chi''_{\theta\varphi}$ и $\chi''_{\varphi Q}$, так как выражение (51) входит в знаменатель и он у них одинаковый.

Ширина и асимметрия пиков на восприимчивостях $\chi''_{\varphi\varphi}$, $\chi''_{\theta\varphi}$ и $\chi''_{\varphi Q}$ проявляются так же, как и на $\chi''_{\theta\theta}$, показанных на рис. 2, 3. Величины амплитуд пиков одинаковы, $\chi''_{\theta\theta} = \chi''_{\varphi\varphi}$, при угле $\varphi_H = 90^\circ$ и различаются, $\chi''_{\theta\theta} > \chi''_{\varphi\varphi}$, с уменьшением угла φ_H наклона поля $\mathbf{H}_0$ к плоскости пленки. Величины амплитуд пиков недиагональных элементов равны друг другу, $\chi''_{\theta\varphi} = -\chi''_{\varphi\theta}$, при любых значениях φ_H . Такая разница в амплитудах пиков повлияет на величины проекций m_θ и m_φ при одинаковых переменных внешних полях $h_\theta = h_\varphi$:

$$m_\theta = \chi_{\theta\theta} h_\theta + i\chi_{\theta\varphi} h_\varphi, \quad (55)$$

$$m_\varphi = -i\chi_{\varphi\theta} h_\theta + \chi_{\varphi\varphi} h_\varphi. \quad (56)$$

При возбуждении колебаний намагниченности переменными полями с круговой поляризацией h_θ и h_φ динамические проекции намагниченности m_θ и m_φ для угла $\varphi_H = 90^\circ$ будут описывать круг, а для $\varphi_H \neq 90^\circ$ — эллипс (рис. 1).

На рис. 5, 6 показаны положения максимумов пиков и ширины линий высокочастотной восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ при изменении угла φ_H . С увеличением уг-

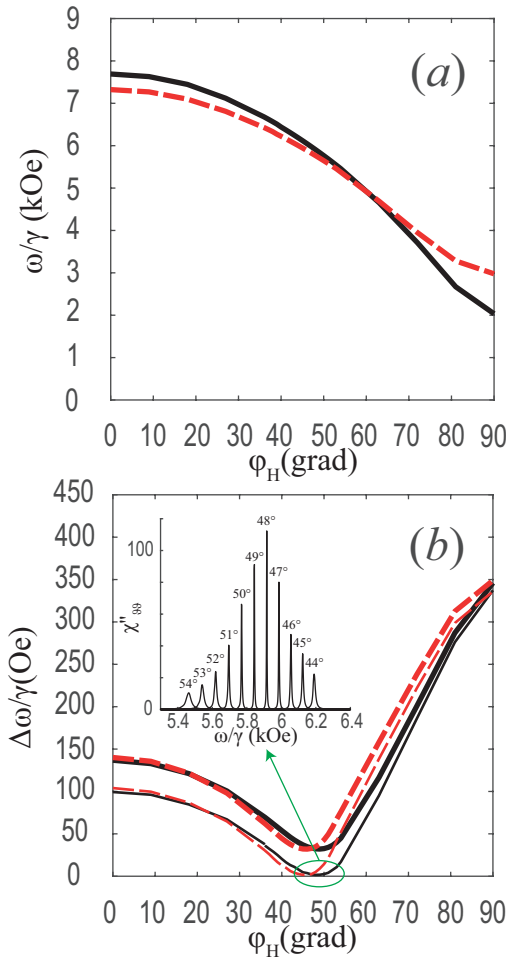


Рис. 5. Зависимости положения максимума пика (а) и ширины линии (b) ФМР от угла φ_H . Здесь использовались средние величины параметров анизотропии и их средне-квадратичные отклонения: $\beta_y = 0$ и $\Delta\beta_y = 0.5\pi$ (черные сплошные кривые), $\beta_y = \pi$ и $\Delta\beta_y = 0.5\pi$ (красные штриховые кривые), и следующие параметры: $k_c d = 0.2$, $\xi = 0.005$, $H_0 = 6$ кЭ, $4\pi M_0 = 3.7$ кЭ, на рис. (b) тонкие кривые построены для $\xi = 0.0001$

ла φ_H максимумы смещаются в низкочастотную область спектра, а ширина линий сначала уменьшается до минимального значения, а затем увеличивается. На рис. 5а, 6а для $\beta_y = \beta_x = 0$ черные сплошные кривые совпадают, а для $\beta_y = \beta_x = \pi$ красные штриховые кривые не совпадают; для $\beta_y = \pi$ на рис. 5а частотный диапазон смещения максимумов резонансов уменьшился, для $\beta_x = \pi$ на рис. 6а – увеличился. Вместе с тем ширина линий ФМР при сравнении рис. 5б, 6б демонстрирует совершенно противоположное поведение. На рис. 5б ширина линии с увеличением угла φ_H уменьшается до минимального значения, приблизительно $\xi\omega$, а затем увеличива-

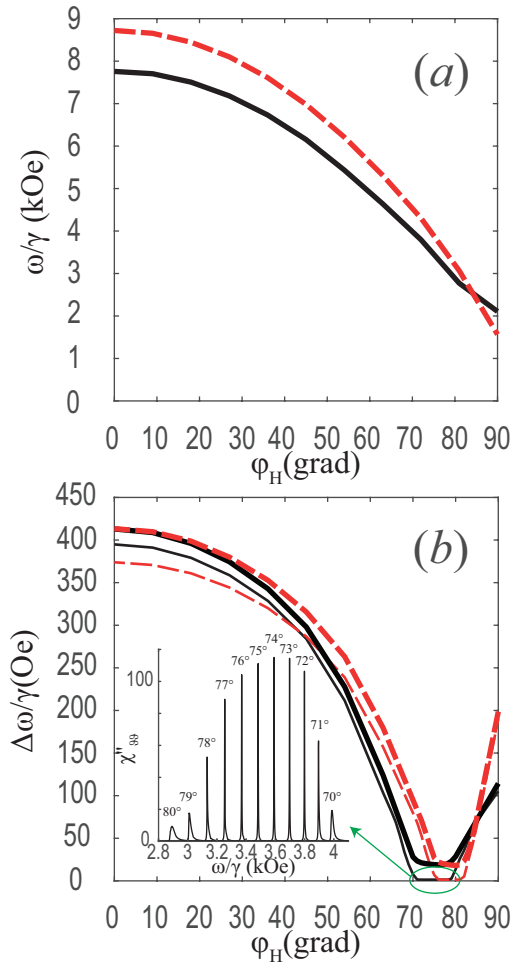


Рис. 6. Зависимости положения максимума пика (а) и ширины линии (b) ФМР от угла φ_H . Здесь использовались средние величины параметров анизотропии и их средне-квадратичные отклонения: $\beta_x = 0$ и $\Delta\beta_x = 0.5\pi$ (черные сплошные кривые), $\beta_x = \pi$ и $\Delta\beta_x = 0.5\pi$ (красные штриховые кривые), и следующие параметры: $k_c d = 0.2$, $\xi = 0.005$, $H_0 = 6$ кЭ, $4\pi M_0 = 3.7$ кЭ, на рис. (b) тонкие кривые построены для $\xi = 0.0001$

ется в три раза от своего начального значения. Минимум на красной штриховой кривой смещается в сторону меньших значений углов φ_H при $\beta_y = \pi$ по сравнению с черной сплошной кривой при $\beta_y = 0$; это смещение возрастает с увеличением β_y . Аналогичные изменения ширины линии были зафиксированы в ряде экспериментальных исследований [43–45].

Если рассмотреть случай $\beta_y > 4\pi$, как, например в работе [37], то кривые на рис. 8 выгнуты в другую сторону, что легко проверить, подставив $\beta_y > 4\pi$ и $\beta_x = 0$ в уравнение (В.9), и угол φ_H будет меньше угла φ_0 . Теперь мы знаем, что ширина линии

ФМР достигает минимального значения для амплитуд неоднородностей $\Delta\beta_y \neq 0$ и $\Delta\beta_x = 0$ при равновесном угле $\varphi_0 = 30^\circ$. Для определения угла φ_H используем выражение (В.4), в которое подставляем $\theta_H = 90^\circ$ и $\theta_0 = 90^\circ$, и, считая для близких углов $\sin(\varphi_0 - \varphi_H) \approx \varphi_0 - \varphi_H$, получаем

$$\varphi_H \approx \varphi_0 + (M_0/H_0) [4\pi - \beta_y + \beta_x] \cos \varphi_0 \sin \varphi_0. \quad (57)$$

Если в это уравнение подставить $\beta_y > 4\pi$, $\beta_x = 0$, $\varphi_0 = 30^\circ$ и значения полей M_0 и H_0 , то получится угол φ_H меньше 30° , а с увеличением β_y угол φ_H смещается к нулю, что согласуется с работой [37]. При $\beta_y < 4\pi$ и $\beta_x < 4\pi$ уравнение (57) справедливо при условии $H_0 > [4\pi - \beta_y + \beta_x] M_0$ (Приложение С). Для амплитуд неоднородностей $\tilde{\beta}_y \neq 0$, $\tilde{\beta}_x = 0$ и $\tilde{\beta}_x \neq 0$, $\tilde{\beta}_y = 0$ и равновесных углов $\varphi_0 = 30^\circ$ и $\varphi_0 = 60^\circ$ соответственно можно определить значение угла φ_H , при котором ширина линии ФМР принимает минимальное значение, эти углы показаны на рис. 2, 5b и рис. 3, 6b соответственно.

Вернемся к рис. 6b: ширина резонанса с увеличением угла φ_H (при небольшом диапазоне этих углов) уменьшается до минимального значения приблизительно пропорционально $\xi\omega$, затем ширина линии ФМР увеличивается до максимального значения при угле $\varphi_H = 90^\circ$. С уменьшением ξ выделяется небольшой диапазон углов $70^\circ < \varphi_H < 80^\circ$, в котором ширина линий ФМР почти одинаковая на рис. 6b (см. вставку), в отличие от рис. 5b (см. вставку). Поэтому на узкий резонанс на рис. 6b проще настроиться при амплитудах неоднородностей $\Delta\beta_x \neq 0$, $\Delta\beta_y = 0$ вдоль плоскости, чем при амплитудах неоднородностей $\Delta\beta_x = 0$, $\Delta\beta_y \neq 0$, перпендикулярных плоскости пленки на рис. 5b.

Асимметрия пиков $\chi''_{\theta\theta}$, наблюдаемая на рис. 2, 3 при углах $\varphi_H = \varphi_0 = 90^\circ$, хорошо исследована в нашей работе [6], и в рамках данной статьи рассматриваться не будет. Вместо этого на рис. 7 рассмотрена асимметрия пиков при углах $\varphi_H = \varphi_0 = 0$. На рис. 7 представлены зависимости высокочастотной магнитной восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ от нормированной частоты ω/γ для указанных углов при различных значениях корреляционного волнового числа k_c и амплитуд неоднородностей $\Delta\beta_y = 0.5\pi$ (рис. 7a) и $\Delta\beta_x = 0.5\pi$ (рис. 7b). В предельном случае при $k_c = 0$ пики ФМР (штриховые черные кривые на рис. 7a, b) симметричные, на рис. 7a пик уже, чем на рис. 7b, положения их максимумов приблизительно совпадают. С ростом k_c ширина пика уменьшается, левая сторона пика становится более плавной, в то время как с правой стороны падение становится более крутым, максимум смещается вправо. При

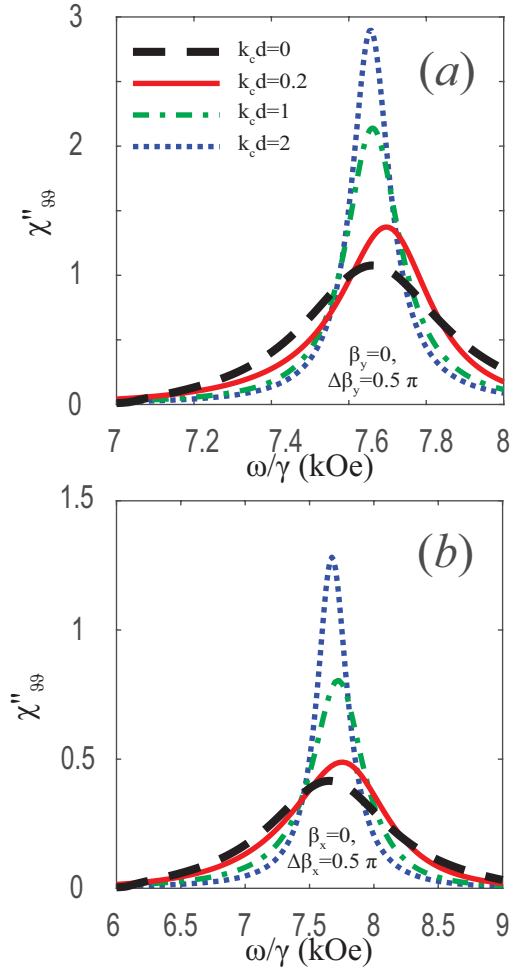


Рис. 7. Зависимость высокочастотной магнитной восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ от нормированной частоты ω/γ для угла $\varphi_H = 0$ при различных значениях нормированного корреляционного числа неоднородностей: $k_c d = 0$ (штриховая черная кривая), 0.2 (красная кривая), 1 (зеленая штрихпунктирная кривая), 2 (синяя пунктирная кривая), и следующих параметрах: $\xi = 0.005$, $H_0 = 6$ кЭ, $4\pi M_0 = 3.7$ кЭ. На рис. а кривые вычислены для случая $\beta_y = 0$, $\Delta\beta_y = 0.5\pi$ и $\beta_x = 0$, $\Delta\beta_x = 0$, а на рис. б — для случая $\beta_y = 0$, $\Delta\beta_y = 0$ и $\beta_x = 0$, $\Delta\beta_x = 0.5\pi$

больших k_c асимметрия резонансных линий уменьшается и пики становятся симметричными. Появление этой асимметрии, в отличие от асимметрии для углов $\varphi_H = \varphi_0 = 90^\circ$, связано с дисперсионными кривыми на рис. 4 для углов $\varphi_H = \varphi_0 = 0$. Эти кривые при малых k сначала изгибаются вниз, а затем вверх, и при интегрировании по $dk_j = k_j dk_j d\psi_j$ в самосогласованной системе уравнений (40), (41) это приводит к асимметрии на пике восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$ в точке $k = 0$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано влияние двумерных (2D) пространственных неоднородностей величины магнитной анизотропии при сохранении ориентации ее оси (к данным категориям относятся поликристаллические сплавы с выраженной аксиальной текстурой, в частности CoCrPt и ряд аналогичных систем) на ферромагнитный резонанс (ФМР) при изменении угла наклона φ_H внешнего постоянного магнитного поля $\mathbf{H}_0$ от перпендикулярного к плоскости пленки. Рассмотрены два случая: неоднородности вдоль направления легкой оси y ($\beta_y \neq 0, \beta_x = 0$) (перпендикулярной плоскости пленки) и вдоль оси x ($\beta_y = 0, \beta_x \neq 0$) (лежащей в плоскости пленки). Модель исследовалась в рамках самосогласованного приближения для вершинной функции SCA-V [34].

Получена система самосогласованных уравнений для матричной функции Грина $\hat{G}_k$ и матричной вершинной функции $\hat{\Gamma}_{k_1, k-k_1}$ в приближении SCA-V, применимая в широком диапазоне значений корреляционного волнового числа неоднородностей k_c : от $k_c = 0$ (бесконечного радиуса корреляций r_c) до значений $k_c \rightarrow \infty$ (радиуса корреляций $r_c \rightarrow 0$), на основе которой рассчитаны элементы функции Грина $\hat{G}_k$ при $k = 0$, совпадающие с элементами высокочастотной восприимчивости для ФМР.

Показано, что ширина пика высокочастотной восприимчивости зависит от угла наклона φ_H внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$ для неоднородной величины анизотропии как для $\tilde{\beta}_y$, так и для $\tilde{\beta}_x$. При отклонении угла φ_H от перпендикулярного положения ($\varphi_H = 90^\circ$) к положению в плоскости пленки ($\varphi_H = 0$) ширина пика сначала уменьшается, достигая минимального значения, пропорционального параметру затухания $\xi\omega$, а затем снова растет.

Для минимальной ширины линии ФМР определены равновесные углы наклона φ_0 намагниченности M_0 , такие что при неоднородности величины анизотропии вдоль оси y минимальная ширина линии ФМР реализуется при $\varphi_0 = 30^\circ$, при неоднородности вдоль оси x минимальная ширина достигается при $\varphi_0 = 60^\circ$. Настроиться на минимальную ширину линии ФМР проще в случае неоднородностей вдоль направления x (в плоскости пленки), особенно при малых значениях параметра затухания ξ , так как выделяется диапазон углов $70^\circ < \varphi_H < 80^\circ$, в котором ширина линий ФМР почти одинакова. Кроме того, выявлено, что при увеличении средней величины анизотропии для направления y ($\beta_y \neq 0, \beta_x = 0$) (перпендикулярно плоскости) узкий резонанс смещается к меньшим значениям угла φ_H , при

этом угол $\varphi_0 = 30^\circ$ остается неизменным; для направления x ($\beta_y = 0, \beta_x \neq 0$) (в плоскости пленки) узкий резонанс, наоборот, смещается к большим φ_H также при неизменном $\varphi_0 = 60^\circ$.

Отдельное внимание уделено асимметрии пиков высокочастотной восприимчивости $\chi''_{\theta\theta}$. Показано, что асимметрия приблизительно одинаково проявляется при флуктуациях величины анизотропии, как для $\Delta\beta_y$, так и для $\Delta\beta_x$, при изменении нормированного корреляционного числа неоднородностей $k_c d$ и угла φ_H . При углах φ_H , близких к 90° , наблюдается асимметрия с резким спадом с левой стороны пика. При уменьшении φ_H асимметрия сглаживается, пик становится узким и симметричным, затем вновь уширяется с противоположной асимметрией при $\varphi_H = 0$. Для угла $\varphi_H = 90^\circ$ асимметрия и ширина пика высокочастотной восприимчивости исследована нами подробно в работе [6]. Для угла $\varphi_H = 0$ асимметрия пика более слабая, чем для $\varphi_H = 90^\circ$, и при увеличении нормированного корреляционного числа неоднородностей $k_c d$ асимметрия увеличивается до максимального значения при $k_c d \approx 0.2$, затем уменьшается и пик становится симметричным. Форма пика ФМР различна для разных углов φ_H и связана с вкладом магнитодипольных волн в длинноволновую часть спектра спиновых возбуждений.

Анализ угловой зависимости ширины линии ФМР позволяет идентифицировать тип флуктуирующей анизотропной составляющей. Если при угле $\varphi_H = 90^\circ$ резонансная линия характеризуется увеличенной шириной, а при угле $\varphi_H = 0$ — более узкой шириной, то флуктуациям подвержен параметр $\Delta\beta_y$. В противоположном случае доминируют флуктуации параметра $\Delta\beta_x$.

В настоящей работе рассмотрена модель 2D-неоднородностей величины магнитной анизотропии при фиксированной ориентации ее оси. Такой выбор обусловлен стремлением апробировать приближение SCA-V для анализа влияния пространственных неоднородностей на высокочастотную восприимчивость ферромагнитного резонанса при изменении угла наклона φ_H внешнего постоянного магнитного поля. Несмотря на то, что в магнитных пленках ось магнитной анизотропии может случайным образом отклоняться на небольшой угол от выделенного направления в пространстве, результаты предыдущих исследований [6] показали, что при действии сильного внешнего магнитного поля H_0 влияние как неоднородной ориентации оси анизотропии, так и флуктуации ее величины на ФМР оказывается практически одинаковым. Таким образом, полученные в данной

работе результаты сохраняют свою применимость в режиме высоких полей. Более того, развитый подход SCA-V продемонстрировал свою эффективность и может быть расширен для описания более общей модели, включающей неоднородную ориентацию оси магнитной анизотропии, что открывает перспективы для дальнейших теоретических и прикладных исследований в области магнитных неоднородностей.

Благодарности. Авторы искренне благодарят своего научного руководителя В. А. Игнатченко за вдохновение, помощь, мудрые советы и неоценимый вклад в становление исследовательской работы. Светлая память о нем навсегда останется в сердцах учеников и коллег.

Финансирование. Работа выполнена в рамках научной тематики госзадания Института физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. НАМАГНИЧЕННОСТЬ В СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

Спроецируем вектор $\mathbf{M}$ на $\mathbf{M}_0$, для чего рассмотрим два вектора, $\mathbf{M}_0 = M_{0x}\mathbf{i} + M_{0y}\mathbf{j} + M_{0z}\mathbf{n}$ и $\mathbf{M} = M_x\mathbf{i} + M_y\mathbf{j} + M_z\mathbf{n}$, близких по направлению и абсолютной величине, и введем для них переменные M , θ , φ и M_0 , θ_0 , φ_0 вместо M_{0x} , M_{0y} , M_{0z} и M_x , M_y , M_z (см. рис. 1):

$$\begin{aligned} M_{0x} &= M_0 \sin \theta_0 \cos \varphi_0, \\ M_{0y} &= M_0 \sin \theta_0 \sin \varphi_0, \\ M_{0z} &= M_0 \cos \theta_0, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} M_x &= M \sin \theta \cos \varphi, \\ M_y &= M \sin \theta \sin \varphi, \\ M_z &= M \cos \theta, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

где $M_0 = |\mathbf{M}_0|$ и $M = |\mathbf{M}|$. Связь между сферическими координатами имеет вид

$$\mathbf{M} = M_0 + d\mathbf{M}, \quad \theta = \theta_0 + d\theta, \quad \varphi = \varphi_0 + d\varphi. \quad (\text{A.3})$$

Разлагая компоненты вектора $\mathbf{M}$ (A.2) в ряд Тейлора в окрестности точки $(M_0, \theta_0, \varphi_0)$ и ограничиваясь линейным приближением для малых значений dM , $d\theta$ и $d\varphi$, получаем

$$\mathbf{M} \approx (M_0 + dM) \mathbf{e}_r + m_\theta \mathbf{e}_\theta + m_\varphi \mathbf{e}_\varphi, \quad (\text{A.4})$$

где

$$m_\theta = M_0 d\theta, \quad m_\varphi = M_0 \sin \theta_0 d\varphi, \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{e}_r = \sin \theta_0 \cos \varphi_0 \mathbf{i} + \sin \theta_0 \sin \varphi_0 \mathbf{j} + \cos \theta_0 \mathbf{n}, \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{e}_\theta = \cos \theta_0 \cos \varphi_0 \mathbf{i} + \cos \theta_0 \sin \varphi_0 \mathbf{j} - \sin \theta_0 \mathbf{n}, \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{e}_\varphi = -\sin \varphi_0 \mathbf{i} + \cos \varphi_0 \mathbf{j}. \quad (\text{A.8})$$

Запишем уравнение (A.4) в виде

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + d\mathbf{M}, \quad (\text{A.9})$$

где

$$\mathbf{M}_0 = M_0 \mathbf{e}_r, \quad d\mathbf{M} = dM \mathbf{e}_r + m_\theta \mathbf{e}_\theta + m_\varphi \mathbf{e}_\varphi, \quad (\text{A.10})$$

и рассмотрим вектор $\mathbf{M}_0$ как проекцию вектора $\mathbf{M}$ на направление $\mathbf{M}_0$, тогда должно выполняться скалярное произведение: $(\mathbf{M}_0 d\mathbf{M}) = 0$, откуда, учитывая ортогональность ортов, следует, что $dM = 0$, так как $M_0 \neq 0$. Получаем, что длины векторов $\mathbf{M}_0$ и $\mathbf{M}$ различаются только в следующих порядках и только по $d\theta$ и $d\varphi$, тогда уравнение (A.4) примет окончательный вид:

$$\mathbf{M} \approx M_0 \mathbf{e}_r + m_\theta \mathbf{e}_\theta + m_\varphi \mathbf{e}_\varphi. \quad (\text{A.11})$$

Единичный вектор $\mathbf{e}_r$ направлен вдоль равновесной намагниченности $\mathbf{M}_0$, величина M_0 является постоянной величиной, не зависящей от времени и координат. Рассматривается бесконечная тонкая магнитная пленка, в которой малые поперечные $m_\theta(\mathbf{x}, t)$ и $m_\varphi(\mathbf{x}, t)$ отклонения от равновесной намагниченности $\mathbf{M}_0$ зависят от времени t и двумерного вектора $\mathbf{x}$ в плоскости пленки.

ПРИЛОЖЕНИЕ В. РАВНОВЕСНЫЕ УГЛЫ θ_0 И φ_0

Углы θ_0 и φ_0 , определяющие ориентацию M_0 , находятся из условий равновесия (10), (11) в постоянном внешнем поле $\mathbf{H}_0$. Определять углы θ_0 и φ_0 будем из накладываемых условий: $H_0 > (4\pi - \beta_y + \beta_x)M_0$, $4\pi > \beta_{x,y}$ и $\Delta\beta_{x,y}/4\pi = 0.125$, последним условием будем пренебрегать и все $\Delta\beta_{x,y}$ приравняем к нулю ($\Delta\beta_{x,y} = 0$). В рассматриваемой однородной статической задаче при большом внешнем поле $\mathbf{H}_0$ из уравнений (17)–(19) остается только одно уравнение при $k = 0$:

$$H_y^{(d)} = -4\pi M_y. \quad (\text{B.1})$$

Подставляя уравнение (B.1) в уравнение (4) при $k = 0$ и $\Delta\beta_{x,y} = 0$, получаем

$$\begin{aligned} U_0 &= -H_0 M (\sin \theta \sin \theta_H \cos(\varphi - \varphi_H) + \cos \theta \cos \theta_H) + \\ &+ \left[2\pi - \frac{\beta_y}{2} \right] M^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi - \frac{\beta_x}{2} M^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Здесь углы θ и φ описывают наклон вектора $\mathbf{M}$, а углы θ_H и φ_H — наклон вектора $\mathbf{H}_0$ к плоскости пленки.

Подставляя уравнение (B.2) в уравнения (10), (11), получаем систему двух уравнений:

$$-H_0 (\cos \theta_0 \sin \theta_H \cos(\varphi_0 - \varphi_H) - \sin \theta_0 \cos \theta_H) + \\ + [(4\pi - \beta_y) \sin^2 \varphi_0 - \beta_x \cos^2 \varphi_0] M_0 \sin \theta_0 \cos \theta_0 = 0, \quad (\text{B.3})$$

$$H_0 \sin \theta_0 \sin \theta_H \sin(\varphi_0 - \varphi_H) + \\ + [4\pi - \beta_y + \beta_x] M_0 \sin^2 \theta_0 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 = 0. \quad (\text{B.4})$$

В уравнения (B.3), (B.4) подставили: $M = M_0$, $\theta = \theta_0$, $\varphi = \varphi_0$. Из уравнения (B.3) будем находить угол θ_0 , из уравнения (B.4) — угол φ_0 .

Уравнение (B.3) преобразуем к виду

$$-H_0 \left(\sin(\theta_H - \theta_0) \cos(\varphi_0 - \varphi_H) + \right. \\ \left. + \sin \theta_0 \cos \theta_H \cos(\varphi_0 - \varphi_H) - \sin \theta_0 \cos \theta_H \right) + \\ + \frac{1}{2} M_0 [(4\pi - \beta_y) \sin^2 \varphi_0 - \beta_x \cos^2 \varphi_0] \times \\ \times \left\{ \sin[2(\theta_0 - \theta_H)] \cos(2\theta_H) + \right. \\ \left. + \cos[2(\theta_0 - \theta_H)] \sin(2\theta_H) \right\} = 0. \quad (\text{B.5})$$

Подстановка угла $\theta_H = 90^\circ$ в уравнение (B.5) приводит к выражению

$$-H_0 \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right) \cos(\varphi_0 - \varphi_H) \right) + \\ + \frac{1}{2} M_0 [(4\pi - \beta_y) \sin^2 \varphi_0 - \beta_x \cos^2 \varphi_0] \times \\ \times \sin\left[2\left(\theta_0 - \frac{\pi}{2}\right)\right] = 0, \quad (\text{B.6})$$

из которого получаем $\theta_0 = 90^\circ$. Угол $\theta_0 = 90^\circ$ совпадает с углом $\theta_H = 90^\circ$, при других углах θ_H (см. уравнение (B.3)), кроме $\theta_H = \theta_0 = 0$, углы не совпадают.

Рассмотрим второе уравнение (B.4), в которое подставим $\theta_H = 90^\circ$ и $\theta_0 = 90^\circ$, и приведем его к следующему виду:

$$H_0 \sin(\varphi_0 - \varphi_H) + \\ + \frac{1}{2} M_0 [4\pi - \beta_y + \beta_x] \left\{ \sin[2(\varphi_0 - \varphi_H)] \cos(2\varphi_H) + \right. \\ \left. + \cos[2(\varphi_0 - \varphi_H)] \sin(2\varphi_H) \right\} = 0. \quad (\text{B.7})$$

Из уравнения (B.7) получаем два предельных решения: $\varphi_H = \varphi_0 = 0^\circ$ и $\varphi_H = \varphi_0 = 90^\circ$ в плоскости xy (рис. 1). Для получения аналитического выражения для всех остальных углов φ_0 разложим синус и

косинус, зависящие от разности углов, в ряды Маклорена до второго порядка. В результате получаем квадратное уравнение

$$-Aq^2 + Bq + A/2 = 0, \quad (\text{B.8})$$

где

$$A = M_0 [4\pi - \beta_y + \beta_x] \sin(2\varphi_H),$$

$$B = H_0 + M_0 [4\pi - \beta_y + \beta_x] \cos(2\varphi_H).$$

Одно решение уравнения (B.8) удовлетворяет нашей задаче:

$$\varphi_0 \approx \varphi_H + \frac{B - \sqrt{B^2 + 2A^2}}{2A}. \quad (\text{B.9})$$

Углы φ_0 всегда меньше φ_H , так как магнитодипольное поле $H_y^{(d)}$ всегда направлено в противоположную сторону оси y , влияя на направление намагниченности $\mathbf{M}_0$, как показано на рис. 1. Уравнение (B.9) справедливо почти для всех углов φ_H за исключением углов $\varphi_H = 0$ и $\varphi_H = 90^\circ$.

Выражение (B.9) годится при поле $H_0 > |H_y^{(d)}|$, как показано на рис. 8a. Углы φ_H и φ_0 совпадают только при достаточно больших значениях поля $H_0 = 100$ кЭ; в остальных случаях это равенство нарушается, за исключением углов 0 и 90° . На рис. 8a показано, что по мере отдаления от угла $\varphi_H = 90^\circ$ разница между углами φ_0 и φ_H сначала увеличивается при значениях поля $H_0 < 100$ кЭ, поскольку под действием поля $H_y^{(d)}$ намагниченность $\mathbf{M}_0$ отклоняется от направления внешнего поля $\mathbf{H}_0$, а затем эта разница начинает уменьшаться. Полное совпадение направления намагниченности $\mathbf{M}_0$ с направлением поля $\mathbf{H}_0$ происходит только при углах $\varphi_H = 0$ и 90° . На рис. 8b показано, что при добавлении легкой оси анизотропии, перпендикулярной пленке или направленной вдоль ее плоскости, в первом случае разность между углами φ_H и φ_0 уменьшается, а во втором — увеличивается.

ПРИЛОЖЕНИЕ С. КРИТИЧЕСКОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ДЛЯ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОРОДНОГО СОСТОЯНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ

Подстановка углов $\theta_H = 90^\circ$ и $\theta_0 = 90^\circ$ в уравнение (B.4) приводит к выражению

$$H_0 \sin(\varphi_H - \varphi_0) = 2H_A \cos \varphi_0 \sin \varphi_0, \quad (\text{C.1})$$

где

$$H_A = [4\pi - \tilde{\beta}_y + \tilde{\beta}_x] M_0 / 2. \quad (\text{C.2})$$

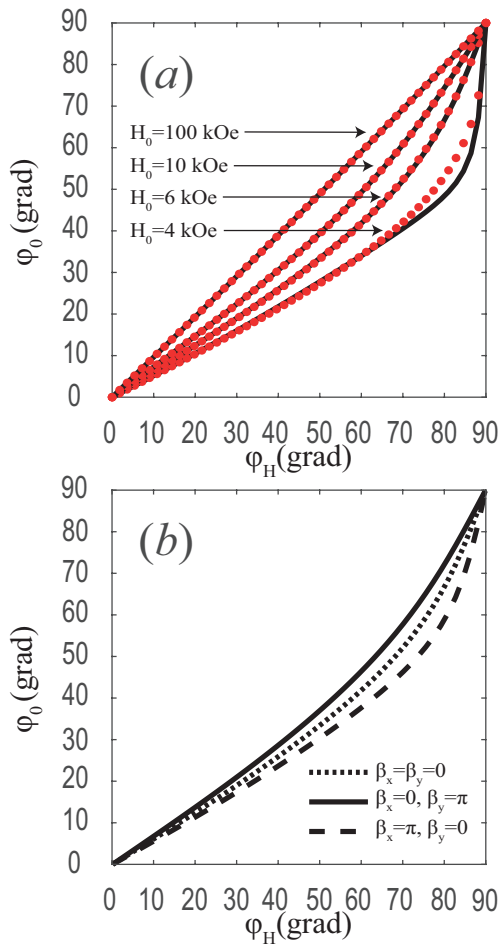


Рис. 8. Зависимость равновесного угла φ_0 от угла наклона φ_H . На рисунке (а) кривые рассчитаны при различных внешних постоянных магнитных полях H_0 (сплошные черные кривые рассчитаны по формуле (В.9), красные пунктирные кривые получены из точного выражения (В.7)). На рис. (b) кривые рассчитаны при постоянном магнитном поле $H_0 = 6$ кЭ и различных величинах параметров анизотропии β_x и β_y . Рисунки (а) и (b) построены при постоянном магнитодипольном поле $H_y^{(d)} = -4\pi M_0 = -3.7$ кЭ

Для случая однородного ферромагнетика ($\Delta\beta_{x,y} = 0$) уравнение (С.1) может быть переписано в форме [2]

$$\frac{H_0}{H_{A1}} \sin(\varphi_H - \varphi_0) = \sin 2\varphi_0, \quad (\text{С.3})$$

где $H_{A1} = [4\pi - \beta_y + \beta_x] M_0/2$. В книге [2] даны оценки для постоянного магнитного поля H_0 . Согласно этим результатам, при $H_0 > 2|H_{A1}|$ образец находится в однородно намагниченном состоянии, тогда как при $H_0 < 2|H_{A1}|$ может реализоваться доменная магнитная структура.

Далее рассмотрим данную задачу в условиях пространственной неоднородности магнитной ани-

зотропии $\tilde{\beta}_{x,y}$. Для упрощения используем модель с бесконечным радиусом корреляции ($k_c = 0$, модель независимых кристаллитов). В этом приближении случайные функции $\rho(\mathbf{x})$ заменяются случайными величинами ρ со средним значением $\langle \rho \rangle = 0$ и дисперсией $\langle \rho^2 \rangle = 1$. Тогда уравнение (7) принимает вид

$$\tilde{\beta}_{x,y} = \beta_{x,y} + \Delta\beta_{x,y}\rho_{x,y}. \quad (\text{С.4})$$

Подставляя в уравнение (С.4) максимальное отклонение случайной величины на ее дисперсию $\rho_{x,y} = \pm 1$ и выбирая условия, при которых поле H_A (С.2) достигает максимального значения, получаем

$$H_0^c \approx 2H_A = (4\pi - \beta_y + \Delta\beta_y + \beta_x + \Delta\beta_x) M_0. \quad (\text{С.5})$$

Выражение (С.5) представляет собой приближенную оценку критического магнитного поля, ниже которого возможно формирование стохастической магнитной структуры, интерпретируемой как «рябь» намагниченности, и появлению доменной магнитной структуры.

При величине поля H_0 , превышающей значение (С.5) $H_0 > |H_0^c|$, пленка характеризуется однородным состоянием. Увеличение $\Delta\beta_{x,y}$ приводит к росту необходимого внешнего поля H_0 для достижения однородного состояния намагниченности. Более точное определение критического поля H_0^c требует решения статической задачи и исследования поведения системы вблизи насыщения намагниченности, что выходит за рамки настоящего исследования. В данной работе величина критического магнитного поля $|H_0^c| < H_0 = 6$ кЭ на всех графиках принималась фиксированной. Флуктуации величины анизотропии $\Delta\beta_{x,y}$ должны удовлетворять условию $\Delta\beta_{x,y} \ll 4\pi$, при котором пространственные вариации не приводят к формированию неоднородного состояния намагниченности, а внешнее магнитное поле больше критического магнитного поля, $H_0 > |H_0^c|$. В настоящей работе для анализа высокочастотной восприимчивости рассматривалось значение $\Delta\beta_{x,y}/4\pi = 0.125$. Дополнительные сведения о характерных величинах флуктуаций можно найти в работах [6, 33]. В противоположном случае, когда $\Delta\beta_{x,y} > 4\pi$, пространственные флуктуации анизотропии, которые могут принимать как положительные, так и отрицательные значения, вызывают изгиб кривых на рис. 8 в обе стороны, что следует из выражения (С.1) при $\beta_{x,y} = 0$. Это может приводить к возникновению двух равновесных состояний и неоднородного состояния намагниченности, что требует более детального анализа, выходящего за рамки настоящего исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ch. Kittel, *Phys. Rev.* **73**, 155 (1948).
2. А. Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1973).
3. Е. М. Артемьев, М. Е. Артемьев, *ФТТ* **52**, 2128 (2010).
4. В. А. Игнатченко, *ЖЭТФ* **54**, 303 (1968) [V. A. Ignatchenko, *Sov. Phys. JETP* **27**, 162 (1968)].
5. K. J. Harte, *J. Appl. Phys.* **39**, 1503 (1968).
6. В. А. Игнатченко, Д. С. Цикалов, Д. С. Полухин, *ЖЭТФ* **167**, 233 (2025).
7. S. O. Demokritov, B. Hillebrands, and A. N. Slavin, *Phys. Rep.* **348**, 441 (2001).
8. S. Janardhanan, M. Krawczyk, and A. Trzaskowska, in *Nanomagnets as Dynamical Systems: Physics and Applications*, ed. by S. Bandyopadhyay, A. Barman, Springer, Cham, Switzerland (2024), p. 33.
9. R. Shiaa, H. Meng, and S. N. Piramanayagam, *Phys. Status Solidi RRL* **5**, 413 (2011).
10. V. Korenivski and R. B. van Dover, *J. Appl. Phys.* **82** 5247 (1997).
11. *Advanced Magnetic Nanostructures*, ed. by D. Sellmyer, R. Skomski, Springer, New York, USA (2006).
12. B. Azzerboni, G. Asti, L. Pareti, and M. Ghidini, *Nanostructures in Modern Technology: Spintronics, Magnetic Memos and Recording*, Springer, Dordrecht, Netherlands (2007).
13. M. E. McHenry, M. A. Willard, and D. E. Laughlin, *Prog. Mater. Sci.* **44**, 291 (1999).
14. R. C. Bourret, *Nuovo Cimento* **26**, 1 (1962).
15. Е. М. Злочевский, *ФММ* **27**, 750 (1969).
16. В. А. Игнатченко, Г. В. Дегтярев, *ЖЭТФ* **60**, 724 (1971) [V. A. Ignatchenko and G. V. Degtyarev, *Sov. Phys. JETP* **33**, 393 (1971)].
17. В. А. Игнатченко, Р. С. Исхаков, *ЖЭТФ* **72**, 1005 (1977).
18. R. McMichael and P. Krivosik, *IEEE Trans. Magn.* **40**, 2 (2004).
19. М. В. Медведев, М. В. Садовский, *ФТТ* **23**, 1943 (1981).
20. А. Б. Мигдал, *ЖЭТФ* **34**, 1438 (1958).
21. R. H. Kraichnan, *J. Fluid Mech.* **5**, 497 (1959).
22. Г. М. Элиашберг, *ЖЭТФ* **38**, 966 (1960) [G. M. Eliashberg, *Sov. Phys. JETP* **11**, 696 (1960)].
23. D. Pines, *The Many-Body Problem*, Benjamin, New York (1961) [Д. Пайнс, *Проблема многих тел*, под ред. И. А. Красникова, ИЛ, Москва (1963)].
24. D. Pines, in *Polarons and Excitons*, ed. by C. G. Kuper and G. D. Whitfield, Plenum Press, New York (1963), p. 155.
25. R. Puff and G. Whitfield, in *Polarons and Excitons*, ed. by C. G. Kuper, G. D. Whitfield, Plenum Press, New York (1963), p. 171.
26. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
27. Ю. А. Фирсов, *Поляроны*, Наука, Москва (1975).
28. Н. В. Ткач, Р. Б. Фартушинский, *ФТТ* **45**, 1284 (2003).
29. В. И. Кляцкин, *Стохастические уравнения, т. 1*, Физматлит, Москва (2008).
30. Н. А. Армад, В. Н. Секистов, *Изв. вузов. Радиофизика* **23**, 555 (1980).
31. Н. Н. Зернов, *Изв. Вузов Радиофизика* **25**, 520 (1982).
32. E. Schlömann, *Phys. Rev.* **182**, 632 (1969).
33. V. A. Ignatchenko and V. A. Felk, *Phys. Rev. B* **71**, 094417 (2005).
34. V. A. Ignatchenko and D. S. Polukhin, *J. Phys. A* **49**, 095004 (2016).
35. V. A. Ignatchenko, D. S. Polukhin, and D. S. Tsikalov, *J. Magn. Magn. Mater.* **440**, 83 (2017).
36. R. D. McMichael, M. D. Stiles, P. J. Chen, and W. F. Egelhoff, *J. Appl. Phys.* **83**, 7037 (1998).
37. R. D. McMichael, *J. Appl. Phys.* **95**, 7001 (2004).
38. M. J. Hurben and C. E. Patton, *J. Appl. Phys.* **83**, 4344 (1998).
39. R. Arias and D. L. Mills, *Phys. Rev. B* **60**, 7395 (1999).
40. W. K. Peria, H. Yu, S. Lee, I. Takeuchi, and P. A. Crowell, *Appl. Phys. Lett.* **117**, 172401 (2020).
41. A. V. Izotov, B. A. Belyaev, P. N. Solovev, and N. M. Boev, *Physica B* **556**, 42 (2019).
42. A. V. Izotov, B. A. Belyaev, P. N. Solovev, and N. M. Boev, *J. Magn. Magn. Mater.* **529**, 167856 (2021).

43. N. Mo, J. Hohlfield, M. ul Islam, C. Scott Brown, E. Girt, P. Krivosik, W. Tong, A. Rebei, and C. E. Patton, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 022506 (2008).
44. S. T. Purcell, H. W. van Kesteren, E. C. Cosman, W. B. Zeper, and W. Hoving, *J. Appl. Phys.* **69**, 5640 (1991).
45. S. Mizukami, D. Watanabe, T. Kubota, X. Zhang, H. Naganuma, M. Oogane, Y. Ando, and T. Miyazaki, *IEEE Trans. Magn.* **47**, 3897 (2011).
46. Н. М. Саланский, М. Ш. Ерухимов, *Физические свойства и применение магнитных пленок*, Наука, Новосибирск (1975).
47. В. Г. Шавров, В. И. Щеглов, *Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода*, Физматлит, Москва (2018).
48. В. А. Игнатченко, Д. С. Полухин, *ЖЭТФ* **152**, 110 (2017).
49. В. А. Игнатченко, Д. С. Полухин, *ЖЭТФ* **157**, 428 (2020).
50. В. А. Игнатченко, Д. С. Цикалов, Д. С. Полухин, *ЖЭТФ* **163**, 50 (2023).