

# ИНТЕРФЕРЕНЦИОННАЯ ПОПРАВКА К ОПТИЧЕСКОМУ КОНДАКТАНСУ МАГНИТОАКТИВНОЙ СРЕДЫ С РАССЕИВАЮЩИМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

*Е. Е. Городничев<sup>a\*</sup>, Д. Б. Рогожкин<sup>a,b\*\*</sup>*

<sup>a</sup> *Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
115409, Москва, Россия*

<sup>b</sup> *Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова (ВНИИА)  
127055, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 26 марта 2024 г.,  
после переработки 15 мая 2024 г.  
Принята к публикации 16 мая 2024 г.

Вычислен интерференционный вклад в оптический кондактанс (полное пропускание) неупорядоченного образца. Показано, что причиной подавления интерференции волн в среде являются акты рассеяния с переворотом спиральности. Вследствие этого, при резонансном изменении сечения этого процесса, как в случае рассеяния на частицах Ми в окрестности первой точки Керкера, спектральная зависимость интерференционного вклада также приобретает резонансный характер. При распространении волн через магнитоактивную среду приложенное магнитное поле не нарушает интерференции волн с заданной спиральностью, но подавляет ее, если спиральность на различных участках траектории меняется. Это приводит к уменьшению интерференционного вклада в кондактанс с ростом магнитного поля. Аналогичное явление — отрицательное магнитосопротивление — известно как следствие слабой локализации электронов в металлах с примесями. Обнаружено, что с ростом магнитного поля изменение интерференционной поправки к оптическому кондактансу стремится к некоторому предельному значению, зависящему от отношения транспортной длины свободного пробега к длине рассеяния с переворотом спиральности. Обсуждается возможность управления с помощью поля переходом к режиму сильной «андерсоновской» локализации в квазиодномерном случае (магнитоактивный волновод).

DOI: 10.31857/S0044451024090037

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Оптические аналоги мезоскопических эффектов, наблюдаемых при транспорте электронов в твердотельных структурах [1, 2], лежат в основе многих современных достижений в манипуляции когерентными световыми полями [3]. В качестве примеров, иллюстрирующих аналогию между оптическими и квантовыми электронными явлениями, можно указать андерсоновскую локализацию света в случайных слоистых структурах [4, 5], оптические таммовские состояния в фотонных кристаллах [6], универсальные флуктуации оптического кондактанса [7, 8], топологические эффекты в фотонных системах [9].

Как известно [2], интерференция обращенных во времени волн приводит к эффекту слабой локализации. Для электронных волн в твердом теле этот эффект приводит к уменьшению проводимости. При наложении внешнего магнитного поля, которое нарушает инвариантность относительно обращения времени и подавляет интерференцию, эффект слабой локализации проявляется в виде отрицательного магнитосопротивления [2, 10, 11]. Для электромагнитного излучения интерференция волн, проходящих по обращенным во времени траекториям, является причиной такого известного явления, как когерентное усиление обратного рассеяния [2, 12]. Этот эффект проявляется в виде резкого пика в интенсивности света, рассеянного в направлении точно назад. Наряду с когерентным обратным рассеянием, интерференция обращенных во времени волн должна приводить к оптическому ана-

\* E-mail: gorodn@theor.mephi.ru

\*\* E-mail: rogozkin@theor.mephi.ru

логу эффекта уменьшения электронной проводимости — возникновению отрицательной поправки к оптическому кондактансу. Он определяется как произведение коэффициента пропускания от диффузного источника на число распространяющихся мод. Хотя оптический кондактанс обсуждался во многих теоретических и экспериментальных работах (см. [8, 12]) в контексте изучения его флуктуаций в Q1D-системах (волноводах), вклад эффекта слабой локализации электромагнитных волн в кондактанс до сих пор не изучен. В отличие от электронов, для которых известны различные способы манипуляции интерференционным вкладом в кондактанс [10, 11, 13], применительно к оптическому кондактансу этот вопрос не рассматривался.

Согласно [14–17], параметрами, которые управляют интерференцией волн в среде, являются длины затухания различных поляризационных мод. Соответствующие длины зависят от оптических характеристик отдельных рассеивателей и приложенного внешнего магнитного поля, если речь идет о рассеивателях в магнитоактивной матрице. Существенное влияние на интерференцию обращенных во времени волн оказывают процессы деполяризации с изменением спиральности [14, 15]. Поэтому сильное изменение интерференционного вклада в оптический кондактанс должно происходить в окрестности первой точки Керкера в области резонансного рассеяния  $M_1$ , где сечение рассеяния с переверотом спиральности резко меняется в зависимости от длины волны [18]. С процессами рассеяния с переверотом спиральности напрямую связан и механизм разрушения интерференции волн в магнитном поле [19–22]. Влияние магнитного поля на интерференцию обусловлено эффектом Фарадея. В отличие от электронных волн, интерференция которых всегда нарушается магнитным полем, приложенное поле вообще не влияет на интерференцию оптических волн, если их спиральность не меняется [21, 22]. Механизм разрушения интерференции полем включает только из-за процесса деполяризации — рассеяния с переверотом спиральности. Для волн с противоположной спиральностью обусловленные магнитным полем фазовые сдвиги сокращаются, а с одинаковой — суммируются. Случайный сдвиг фаз между интерферирующими волнами возникает из-за изменения спиральности на различных участках траектории.

В настоящей работе вычислен интерференционный вклад в оптический кондактанс неупорядоченного образца. Расчеты проведены на основе системы уравнений диффузии для двух куперонных мод,

описывающих интерференцию обращенных во времени волн с заданной спиральностью. Чувствительность к значению длины рассеяния с переверотом спиральности проиллюстрирована на примере резонансной спектральной зависимости интерференционного вклада в окрестности первой точки Керкера. Показано, что во внешнем магнитном поле возникает подавление интерференционного вклада в оптический кондактанс магнитоактивного образца, аналогичное отрицательному магнитосопротивлению металлов с примесями. В пределе сильного магнитного поля возникает эффект «насыщения» — интерференционный вклад в оптический кондактанс достигает предельной величины, которая не зависит от напряженности поля и определяется отношением транспортной длины упругого рассеяния к длине затухания циркулярной поляризации. В случае волновода (Q1D-геометрии) интерференционный вклад убывает по величине обратно пропорционально напряженности поля и длине образца  $L$ . Это позволяет сделать вывод о возможности управлять с помощью поля критической длиной  $L$ , при которой происходит переход к режиму андерсоновской локализации. Ряд представленных ниже результатов был кратко изложен в [23].

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ВОЛН В МАГНИТОАКТИВНОЙ СРЕДЕ С РАССЕИВАЮЩИМИ ЧАСТИЦАМИ

### 2.1. Общие соотношения

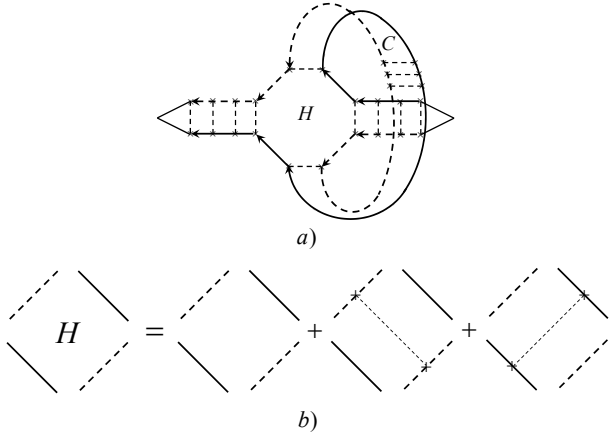
Рассмотрим прохождение электромагнитных волн через образец непоглощающей магнитоактивной среды, в которую помещены рассеивающие частицы. Предполагается, что его линейные размеры  $L_x, L_y$  и  $L_z = L$  значительно превышают длину  $l$  свободного пробега,  $L_x, L_y, L \gg l$ , и выполнено условие слабой локализации,  $k_0 l \gg 1$  ( $k_0$  — волновое число). Число поперечных мод  $\mathcal{N}$ , в которых происходит распространение электромагнитных волн через образец, велико,

$$\mathcal{N} = \frac{k_0^2 \mathcal{A}}{4\pi} \gg 1,$$

здесь  $\mathcal{A} = L_x L_y$  — площадь поперечного сечения образца [8].

Согласно [2, 3, 12], кондактанс (или, полное пропускание) образца определяется суммой коэффициентов прохождения  $T_{ab}$ , связывающих входные и выходные моды  $a$  и  $b$  соответственно,

$$T = \sum_{a,b} T_{ba}. \quad (1)$$



**Рис. 1.** *a* — Интерференционный вклад в кондактанс. *b* — Вершина Хиками [10]. Сплошные линии соответствуют средним функциям Грина в среде. Штриховые линии обозначают рассеяние на неоднородностях среды. Входящий *i* и выходящий *f* лестничные пропагаторы содержат суммирование по модам

В условиях слабой локализации,  $k_0 l \gg 1$ , усредненный по расположению рассеивателей интерференционный вклад  $\langle \delta T \rangle$  в кондактанс определяется диаграммой, содержащей одну вершину Хиками (см. рис. 1) [2, 10, 13]. Входящая в диаграмму средняя функция Грина  $\langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \mathbf{h}) \rangle$  описывает распространение электромагнитных волн в магнитоактивной среде между актами рассеяния. Она определяется выражением [22, 24–28]

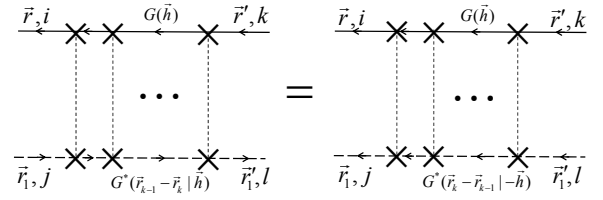
$$\langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \mathbf{h}) \rangle = \langle G_{scat}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \rangle \times \left[ P_{ik}^{(+)}(\mathbf{n}) e^{-i\mathbf{h}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')/2} + P_{ik}^{(-)}(\mathbf{n}) e^{i\mathbf{h}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')/2} \right], \quad (2)$$

где  $\langle G_{scat}(|\mathbf{r}|) \rangle$  — скалярная функция Грина [2],  $\mathbf{n} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  и

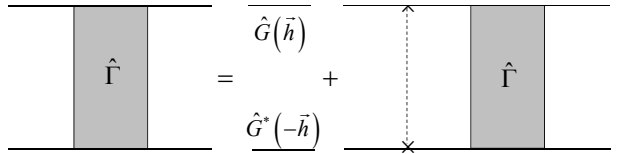
$$P_{ik}^{(\pm)}(\mathbf{n}) = \frac{1}{2}(\delta_{ik} - n_i n_k \pm i e_{ikj} n_j) \quad (3)$$

— проекционные операторы для состояний поля с определенной спиральностью ( $e_{ikj}$  — антисимметричный тензор). Вектор  $\mathbf{h}$  в (2) пропорционален напряженности приложенного магнитного поля  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{h} = 2V\mathbf{H}$  ( $V$  — постоянная Верде [29]).

Будем предполагать, что магнитное поле достаточно слабое,  $hl \ll 1$ , и набег фазы, обусловленный полем, происходит в результате многих актов рассеяния. В этом приближении можно пренебречь влиянием магнитного поля на амплитуду однократного рассеяния и не учитывать поле при вычислении вершины Хиками. Представленную на рис. 1 диаграмму можно вычислить, «перезаменяя» входные пропагаторы в формуле для корреляционной функции флуктуаций интенсивности поляризованного света, полученной в [16, 17]. Возникающий в



**Рис. 2.** Преобразование куперона к сумме лестничных диаграмм



**Рис. 3.** Интегральное транспортное уравнение для пропагатора  $\hat{\Gamma}$

результате «перезащмыкания» внутренний пропагатор в диаграмме (см. «петлю» на рис. 1*a*) — куперон  $\hat{C} = \langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \mathbf{h}) G_{jl}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1 | \mathbf{h}) \rangle_C$  — описывает интерференцию волн, распространяющихся навстречу друг другу (т.е., по обращенным во времени траекториям). С помощью равенства  $G_{jl}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1 | \mathbf{h}) = G_{lj}^*(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1 | -\mathbf{h})$  куперон можно свести к сумме лестничных диаграмм, в которых в одной из функций Грина переставлены индексы и координаты и направление магнитного поля заменено на противоположное (см. рис. 2 и [25, 26]),

$$\hat{C} = \langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \mathbf{h}) G_{jl}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1 | \mathbf{h}) \rangle_C = \langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \mathbf{h}) G_{lj}^*(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1 | -\mathbf{h}) \rangle_L. \quad (4)$$

В предположении, что последовательные акты рассеяния происходят в волновой зоне, входящий в (4) коррелятор  $\langle G_{ik}(\mathbf{h}) G_{lj}^*(-\mathbf{h}) \rangle_L$  можно записать в представлении Вигнера,

$$\langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \mathbf{h}) G_{lj}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1 | -\mathbf{h}) \rangle_L = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) - i\mathbf{k}'(\mathbf{r}'-\mathbf{r}'_1)} \times \frac{\delta(k - k_0)}{k^2} \frac{\delta(k' - k_0)}{k'^2}, \quad (5)$$

$$\Gamma_{il,kj} \left( \frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}_1}{2}, \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}}{k_0} \middle| \frac{\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_1}{2}, \mathbf{n}' = \frac{\mathbf{k}'}{k_0} \right),$$

где пропагатор  $\Gamma_{il,kj}(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}')$  подчиняется транспортному уравнению (см. рис. 3 и [22, 24]).

При переходе из лабораторной системы отсчета в сопутствующую матрица  $\hat{\Gamma}$  преобразуется как

$$\Gamma_{il,kj}(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') = \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} e_i^{(\alpha)}(\mathbf{n}) \left( e_l^{(\beta)}(\mathbf{n}) \right)^* \Gamma_{\alpha\beta, \gamma\delta}(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') e_k^{(\gamma)}(\mathbf{n}') \left( e_j^{(\delta)}(\mathbf{n}') \right)^*, \quad (6)$$

где векторы  $\mathbf{e}_i^{(\alpha)}(\mathbf{n})$  — единичные векторы поляризации в сопутствующей системе координат в линейном или циркулярном базисе. Например, в циркулярном базисе, образованном тройкой векторов

$$\mathbf{n} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta),$$

$$\mathbf{e}^{(\pm)}(\mathbf{n}) = (\partial \mathbf{n} / \partial \theta \mp i[\mathbf{n} \times \partial \mathbf{n} / \partial \theta]) / \sqrt{2},$$

индексы  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  принимают значения  $\pm 1$  (см., например, [30]).

Как известно (см., например, [10, 13]), величина интерференционной поправки в 3D-случае определяется траекториями распространения волн длиной меньше или порядка  $l_{tr}$ . При этом наблюдаемой является не она сама, а ее изменение в зависимости от факторов, ограничивающих длину траекторий интерферирующих волн. Это изменение определяется длинными траекториями, и, соответственно, медленно затухающими на масштабе транспортной длины  $l_{tr}$  модами. Медленно затухающими в рассеивающей среде могут быть только циркулярно поляризованные моды [14, 22, 31, 32]. Линейная поляризация всегда затухает на масштабах порядка  $l_{tr}$  [14, 31, 32]. С учетом сказанного оставим в (6) только слагаемые, отвечающие двум циркулярно поляризованным модам с заданной спиральностью. Для этого в сумме (6) нужно сохранить слагаемые с  $\alpha = \beta$  и  $\gamma = \delta$  [22]. Тогда вместо (6) получаем

$$\Gamma_{il,kj}(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') = \sum_{\alpha, \beta} P_{il}^{(\alpha)}(\mathbf{n}) \Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') P_{jk}^{(\beta)}(\mathbf{n}'), \quad (7)$$

где

$$P_{il}^{(\alpha)}(\mathbf{n}) = e_i^{(\alpha)}(\mathbf{n}) (e_l^{(\alpha)}(\mathbf{n}))^*$$

— проекционные операторы (3).

В случае распространения электромагнитных волн через толстый ( $L \gg l_{tr}$ ) образец, как и для электронов [2, 10, 11, 13], при вычислении входящих и выходящих лестничных пропагаторов в диаграмме, показанной на рис. 1а, можно воспользоваться стандартным диффузионным приближением (см., например, [16, 17]). В двухмодовом приближении (7) для интерференционного вклада в кондактанс приходим к выражению

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle = -\frac{2}{3} \left( \frac{1}{4\pi} \right)^2 \left( \frac{l_{tr}}{L} \right)^2 \times$$

$$\times n_0 \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{n} d\mathbf{n}' (1 - \mathbf{nn}') \times$$

$$\times \left[ \text{Sp} \hat{a}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \hat{\Gamma}(\mathbf{r}, \mathbf{n}' | \mathbf{r}, -\mathbf{n}) \right], \quad (8)$$

где  $n_0$  — число рассеивателей в единице объема.

Матрица  $a_{\alpha\beta}$  выражается через матрицу однократного рассеяния  $d_{ik,jl}$  [30] с помощью соотношения [22]

$$a_{\alpha\beta}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = P_{il}^{(\alpha)}(\mathbf{n}) d_{il,kj}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') P_{jk}^{(\beta)}(\mathbf{n}'). \quad (9)$$

Для сферически-симметричных рассеивателей матрица  $a_{\alpha\beta}$  имеет вид

$$a_{\alpha\beta}(\mathbf{nn}') = \begin{pmatrix} a_+(\mathbf{nn}') & a_-(\mathbf{nn}') \\ a_-(\mathbf{nn}') & a_+(\mathbf{nn}') \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где  $a_{\pm}(\mathbf{nn}')$  выражаются через амплитуды однократного рассеяния ко- и кросс-поляризованных волн,  $A_{\parallel}$  и  $A_{\perp}$ ,  $a_{\pm}(\mathbf{nn}') = |A_{\parallel} \pm A_{\perp}|^2 / 4$ .

Входящий в (8) пропагатор  $\hat{\Gamma}^{(c)}$  подчиняется транспортному уравнению [22]

$$\left\{ \left[ \mathbf{n} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \sigma \right] \delta_{\alpha\gamma} + i(\mathbf{nh})(\hat{\sigma}_z)_{\alpha\gamma} \right\} \Gamma_{\gamma\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') =$$

$$= n_0 \int d\mathbf{n}'' a_{\alpha\gamma}(\mathbf{n}, \mathbf{n}'') \Gamma_{\gamma\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{n}'' | \mathbf{r}', \mathbf{n}') +$$

$$+ \delta_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}'), \quad (11)$$

где  $\sigma$  — коэффициент рассеяния;  $\hat{\sigma}_z$  —  $z$ -матрица Паули. Среда предполагается непоглощающей.

В отсутствие магнитного поля система уравнений для пропагаторов  $\Gamma_{\pm\pm}$  и  $\Gamma_{\pm\mp}$ , которые описывают интерференцию волн с определенной спиральностью, может быть сведена к уравнениям для первого (интенсивности)  $I$  и четвертого  $V$  параметров Стокса циркулярно поляризованного света. В этом случае пропагаторы  $\Gamma_{\pm\pm}$  и  $\Gamma_{\pm\mp}$  связаны с параметрами Стокса  $I$  и  $V$  соотношениями

$$\Gamma_{++} = \Gamma_{--} = (I + V)/2,$$

$$\Gamma_{+-} = \Gamma_{-+} = (I - V)/2.$$

Если определить интенсивности волн с заданной спиральностью как

$$I_{\pm} = (I \pm V)/2,$$

то их связь с параметрами Стокса  $I$  и  $V$  можно записать в виде линейного преобразования

$$\begin{pmatrix} I_+ \\ I_- \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ V \end{pmatrix}. \quad (12)$$

В условиях магнитооптического эффекта система уравнений (11) уже не может быть сведена к уравнениям для параметров Стокса, и поэтому соответствующие величины  $\Gamma_{\pm\pm}$  и  $\Gamma_{\mp\pm}$  в магнитном

поле не могут быть выражены через первый и четвертый параметры Стокса. Однако для удобства мы сохраним обозначения  $I$  и  $V$  для линейных комбинаций этих величин. С помощью преобразования (12) уравнение (11) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \mathbf{n} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \sigma & i\mathbf{nh} \\ i\mathbf{nh} & \mathbf{n} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \sigma \end{pmatrix} \times \\ & \times \begin{pmatrix} I(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') & I_V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') \\ V_I(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') & V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') \end{pmatrix} = \\ & = n_0 \int d\mathbf{n}_1 \begin{pmatrix} a_1(\mathbf{nn}_1) & 0 \\ 0 & a_2(\mathbf{nn}_1) \end{pmatrix} \times \\ & \times \begin{pmatrix} I(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1 | \mathbf{r}', \mathbf{n}') & I_V(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1 | \mathbf{r}', \mathbf{n}') \\ V_I(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1 | \mathbf{r}', \mathbf{n}') & V(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1 | \mathbf{r}', \mathbf{n}') \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (13) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} a_1(\mathbf{nn}) &= (|A_{\parallel}|^2 + |A_{\perp}|^2)/2, \\ a_2(\mathbf{nn}) &= \text{Re } A_{\parallel} A_{\perp}^* \end{aligned}$$

— дифференциальные сечения рассеяния, входящие в транспортные уравнения для интенсивности и четвертого параметра Стокса [30, 33].

Недиагональные элементы в уравнении (13) появляются из-за эффекта Фарадея. В отсутствие магнитного поля система (13) распадается на два независимых транспортных уравнения для  $I$  и  $V$  [14, 15, 18].

## 2.2. Диффузионное приближение

В предположении, что входящие в (13) моды затухают на пространственных масштабах, превышающих  $l_{tr}$ , преобразуем систему уравнений (13) к диффузионному виду. В диффузионном приближении в разложении входящих в (13) пропагаторов по сферическим гармоникам следует оставить два первых слагаемых. Например, для  $I$  имеем (см., например, [2])

$$\begin{aligned} I(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') &= \\ &= \frac{1}{(4\pi)^2} [I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + 3(\mathbf{n} - \mathbf{n}') \mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')], \quad (14) \end{aligned}$$

где

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int d\mathbf{n} d\mathbf{n}' I(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}')$$

— пропагатор плотности,  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  — соответствующий ток (плотность потока). Аналогичные разложения справедливы и для других пропагаторов,

$V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}')$ ,  $I_V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}')$  и  $V_I(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}')$ , входящих в систему уравнений (13).

Подставляя диффузионные формулы для величин  $I$  и  $V$  в (8), получаем оптический кондактанс в двухмодовом приближении:

$$\begin{aligned} \langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle &= \\ &= -\frac{2}{3} \frac{l_{tr}^2}{L^2} \int d\mathbf{r} \left[ \sigma_{tr} I(\mathbf{r}, \mathbf{r}) + \sigma_{tr}^{(2)} V(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \right], \quad (15) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{tr} &= n_0 \int d\mathbf{n}' (1 - (\mathbf{nn}')) a_1(\mathbf{nn}'), \\ \sigma_{tr}^{(2)} &= n_0 \int d\mathbf{n}' (1 - (\mathbf{nn}')) a_2(\mathbf{nn}') \end{aligned}$$

— транспортные коэффициенты рассеяния для интенсивности и четвертого параметра Стокса. Формула (15) переходит в соответствующий результат [23] в условиях медленного затухания циркулярной поляризации ( $\sigma_{tr} - \sigma_{tr}^{(2)} \ll \sigma_{tr}$ ), а также и при сильной деполаризации ( $I \gg V$ ).

Пропагаторы плотности  $I(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  и  $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ , входящие в (15), подчиняются системе диффузионных уравнений

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \sigma_{tr}^{(V)} \Delta - \sigma_{tr} h^2 & i(\sigma_{tr} + \sigma_{tr}^{(V)})(\mathbf{h}\nabla) \\ i(\sigma_{tr} + \sigma_{tr}^{(V)})(\mathbf{h}\nabla) & \sigma_{tr} \Delta - \sigma_{tr}^{(V)} h^2 - 3\sigma_{dep} \sigma_{tr}^{(V)} \sigma_{tr} \end{pmatrix} \times \\ & \times \begin{pmatrix} I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & I_V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ V_I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{pmatrix} = \\ & = -3\sigma_{tr} \sigma_{tr}^{(V)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (16) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{tr}^{(V)} &= \sigma_{tr}^{(2)} + \sigma_{dep}, \\ \sigma_{dep} &= n_0 \int d\mathbf{n}' (a_1(\mathbf{nn}') - a_2(\mathbf{nn}')) \end{aligned}$$

— коэффициент деполаризации циркулярно поляризованного света [14, 18, 32]. Коэффициент рассеяния с переворотом спиральности в два раза меньше,  $\sigma_{dep}/2$ . Система уравнений (16) является обобщением независимых уравнений диффузии для  $I$  и  $V$  в отсутствие магнитного поля [14, 15].

При относительно слабом магнитном поле,  $h \ll 1/l_{circ}$ , где

$$l_{circ} = \sqrt{3\sigma_{dep} \sigma_{tr}^{(V)}} \quad (17)$$

— длина затухания циркулярной поляризации, влияние поля на интерференцию происходит на расстояниях  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ , превышающих  $l_{circ}$  [14, 15, 32]. В этой

ситуации основной вклад в зависящую от магнитного поля часть интерференционной поправки (15) будет давать выживающая при больших  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  величина  $I(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ . Мода  $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  затухает на масштабе  $l_{circ}$  и не зависит от магнитного поля. Уравнение для моды  $V$  в рассматриваемом случае сводится к уравнению диффузии в отсутствие магнитного поля. В уравнении (16) для моды  $I$  слагаемым, пропорциональным  $V_I$ , можно пренебречь (см. Приложение). В результате, это уравнение приобретает вид

$$\left[ \nabla^2 - \frac{\sigma_{tr}}{\sigma_{tr}^{(V)}} h^2 \right] I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -3\sigma_{tr} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (18)$$

В условиях медленного затухания циркулярной поляризации [14, 18, 34, 35] разница между входящими в (13) сечениями  $a_1(\mathbf{nn}')$  и  $a_2(\mathbf{nn}')$  мала и, как следствие,

$$\sigma_{dep} \ll \sigma_{tr}, \quad \sigma_{tr} - \sigma_{tr}^{(2)} \ll \sigma_{tr}, \quad l_{circ} \gg l_{tr}.$$

При сильной деполяризации,  $\sigma_{dep} \sim \sigma_{tr}$ , мода  $V$  затухает на масштабах порядка транспортной длины  $l_{tr}$ . Например, в условиях рэлеевского рассеяния ( $\sigma_{dep} = \sigma$ ,  $\sigma_{tr} = \sigma$ ,  $\sigma_{tr}^{(2)} = -\sigma/2$  [22]) длина затухания моды  $V$  составляет  $1.176l$  [32]. При рассеянии на частицах Ми в окрестности второй точки Керкера [18], когда преобладает рассеяние в заднюю полусферу ( $\sigma_{dep} = 2\sigma$ ,  $\sigma_{tr} = 3\sigma/2$ ,  $\sigma_{tr}^{(2)} = -\sigma_{tr}$ ) соответствующая длина равна  $1.038l$ . В рассматриваемом случае применять диффузионное разложение для моды  $V$  нельзя, и поэтому систему уравнений (16) можно использовать только для анализа качественной картины интерференции электромагнитных волн в магнитооптической среде [22, 24]. В этой ситуации вклад  $I$  в интерференционную поправку по-прежнему будет определяться первым слагаемым в (15), а для вычисления вклада  $V$  следует использовать более общую формулу (8). Существенно, что вклад  $V$  при  $\sigma_{dep} \sim \sigma_{tr}$  будет определяться короткими траекториями (длиной меньше или порядка  $l_{tr}$ ), и в условиях относительно слабого магнитного поля,  $h \ll 1/l_{tr}$ , не будет зависеть от  $h$ . В условиях сильной деполяризации из системы (13) следует отдельное диффузионное уравнение для моды  $I$  (см. Приложение)

$$\left( \nabla^2 - \frac{\sigma_{tr}}{\sigma} h^2 \right) I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -3\sigma_{tr} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (19)$$

Изменение режима затухания циркулярной поляризации отражается на значении коэффициента перед  $h^2$  в уравнении (19) по сравнению с (18).

### 3. ИНТЕРФЕРЕНЦИОННАЯ ПОПРАВКА В ОТСУТСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Вычислим интерференционную поправку  $\langle \delta T \rangle$  к контактансу плоского слоя,  $L_x, L_y \gg L \gg l_{tr}$ , в отсутствие поля,  $h = 0$ . Как известно [2, 10, 13], главный вклад в  $\langle \delta T \rangle$  в 3D-случае дают малые расстояния, меньше или порядка транспортной длины  $l_{tr}$ . Но наблюдаемой на опыте является не сама интерференционная поправка, а вклад в нее длинных траекторий, чувствительных к фактору, разрушающему интерференцию. В рассматриваемом случае этим фактором является деполяризация, вызванная рассеянием с изменением спиральности.

Проанализируем, как изменяется интерференционная поправка  $\langle \delta T \rangle$  в зависимости от  $\sigma_{dep}$ . Влияние процесса деполяризации на вклад длинных траекторий в  $\langle \delta T \rangle$  определяется разностью

$$\begin{aligned} \langle \delta T(\sigma_{dep}) \rangle &= \langle \delta T \rangle_V - \langle \delta T \rangle_I = \\ &= -\frac{2}{3} \frac{l_{tr}^2}{L^2} \int d\mathbf{r} \left[ \sigma_{tr}^{(2)} V(\mathbf{r}, \mathbf{r}) - \sigma_{tr} I(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \right]. \quad (20) \end{aligned}$$

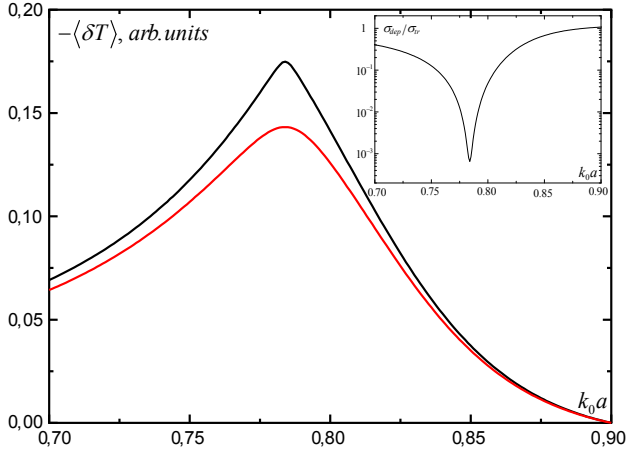
В отсутствие рассеяния с переворотом спиральности  $V = I$ ,  $\sigma_{tr}^{(2)} = \sigma_{tr}$  и выражение (20) обращается в нуль.

В эксперименте зависимость  $\langle \delta T \rangle$  от  $\sigma_{dep}$  можно наблюдать при рассеянии света на частицах Ми в резонансной спектральной области в окрестности первой точки Керкера [18, 36], где различие между дифференциальными сечениями рассеяния  $a_1$  и  $a_2$ , входящими в уравнения (16), минимально. Положение первой точки Керкера определяется условием  $\lambda \approx 2.29na$ , где  $\lambda$  — длина волны света,  $n$  и  $a$  — показатель преломления и радиус частицы [18, 36, 37]. В этом случае в узком спектральном диапазоне сечение рассеяния с переворотом спиральности может меняться в сотни раз (при этом транспортное сечение остается практически неизменным). В самой точке Керкера циркулярная поляризация затухает на масштабах, намного превышающих транспортную длину [18, 36].

В отсутствие магнитного поля уравнения в системе (16) становятся независимыми:

$$\begin{aligned} \Delta I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= -3\sigma_{tr} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \\ \left[ \Delta - 3\sigma_{dep} \sigma_{tr}^{(V)} \right] V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= -3\sigma_{tr}^{(V)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \end{aligned} \quad (21)$$

Решение диффузионного уравнения для фурье-компоненты  $V$  по параллельным границам слоя перенным определяется выражением



**Рис. 4.** Спектральная зависимость интерференционной поправки к кондактансу в окрестности первой точки Керкера (показано изменение  $\langle \delta T \rangle$  относительно значения при  $k_0 a = 0.9$ ). Частицы Si, показатель преломления и радиус частиц  $n = 3.5$  и  $0.2$  мкм соответственно. Расчеты проведены по формулам (23) (верхняя кривая) и (24) (нижняя кривая,  $L/l_{tr} = 10$ ). На вставке показана спектральная зависимость  $\sigma_{dep}$

$$V(z, z | \mathbf{q}) = \frac{3}{\gamma l_{tr}} \frac{\text{sh } \gamma z \text{ sh } \gamma(L - z)}{\text{sh } \gamma L}, \quad (22)$$

$$\gamma = \sqrt{q^2 + 1/l_{tr}^2}.$$

Аналогичное выражение для  $I(z, z | \mathbf{q})$  следует из (22) при  $\gamma = q$ .

Подстановка решения (22) в формулу (20) дает для относительного изменения интерференционной поправки выражение

$$\langle \delta T(\sigma_{dep}) \rangle = \frac{1}{2\pi} \frac{\mathcal{A}}{L l_{circ}}. \quad (23)$$

В (23) предполагается, что

$$\sigma_{tr} - \sigma_{tr}^{(2)} \ll \sigma_{tr}.$$

Отметим, что в отличие от резонансной спектральной зависимости  $\sigma_{dep}$ , значения транспортных коэффициентов в окрестности первой точки Керкера практически не меняются. Результат (23) справедлив в пределе  $L \gg l_{circ}$ . Его можно также получить, если при вычислении  $V$  сразу пренебречь ограниченностью образца и воспользоваться решением в приближении бесконечной среды.

Учет конечного значения  $L$  несколько усложняет выражение для интерференционного вклада в кондактанс

$$\langle \delta T(\sigma_{dep}) \rangle = \frac{1}{2\pi} \frac{\mathcal{A}}{L^2} \ln \left( \frac{\text{sh}(L/l_{circ})}{(L/l_{circ})} \right). \quad (24)$$

Спектральная зависимость  $\langle \delta T \rangle$ , рассчитанная по формулам (23) и (24), показана на рис. 4. Значение входящей в (23) и (24) длины  $l_{circ}$  рассчитывались по теории Ми [38]. Как следует из результатов расчета, резонансная зависимость  $\sigma_{dep}$  напрямую сказывается на поведении интерференционного вклада в кондактанс. Учет конечной толщины образца приводит только к уменьшению амплитуды пика.

#### 4. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ВОЛН В МАГНИТОАКТИВНОЙ СРЕДЕ

Перейдем к анализу зависимости величины интерференционного вклада в оптический кондактанс от магнитного поля. Как и в предыдущем разделе, рассматриваем образец в виде плоского слоя и предполагаем, что  $L_x, L_y \gg L \gg l_{tr}$ .

В отсутствие деполяризации ( $\sigma_{dep} = 0$ ,  $\sigma_{tr}^{(2)} = \sigma_{tr}$ ) системы уравнений для пар величин  $I, V_I$  и  $V, I_V$  в (16) совпадают друг с другом. Магнитное поле в уравнениях для линейных комбинаций  $I \pm V_I$  и  $V \pm I_V$  может быть исключено преобразованием

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{h}) \pm V_I(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{h}) = \exp(\mp i \mathbf{h}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')) F(\mathbf{r}, \mathbf{r}'),$$

$$V(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{h}) \pm I_V(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{h}) = \exp(\mp i \mathbf{h}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')) F(\mathbf{r}, \mathbf{r}').$$

Поэтому входящие в (15) значения  $I(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{h})$  и  $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{h})$  при совпадающих аргументах не зависят от магнитного поля. Таким образом, в отсутствие деполяризации магнитное поле не влияет на величину интерференционного вклада в кондактанс.

Зависимость интерференционной поправки к кондактансу от магнитного поля возникает только за счет деполяризующих столкновений, которые меняют спиральность на различных участках траекторий распространения волн.

Рассмотрим случай относительно сильного магнитного поля,  $1/L \ll h \ll 1/l_{tr}$ , когда при вычислении пропагаторов  $I$  и  $V$  можно считать среду неограниченной, но применимо приближение диффузии (см. систему уравнений (16)). В этой ситуации интерференционный вклад  $\langle \delta T \rangle$  не зависит от направления поля. Ориентационная зависимость проявляется только при  $h \leq 1/L$ , когда сказываются эффекты, обусловленные ограниченностью образца. Однако при  $h \leq 1/L$  влияние поля на изменение интерференционной поправки незначительно.

При  $h \gg 1/L$ , раскладывая решение системы уравнений (16) в интеграл Фурье, из формулы (15) получаем

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle = -\frac{\mathcal{A}}{4\pi^3 L} \times \int \frac{\Phi^2(Q) d\mathbf{Q}}{\Phi^2(Q) - 4(\mathbf{Q}\mathbf{h})^2} \left[ \frac{1}{Q^2 + (\sigma_{tr}/\sigma_{tr}^{(V)})h^2} + \frac{\sigma_{tr}^{(2)}\sigma_{tr}^{(V)}}{\sigma_{tr}^2} \frac{1}{Q^2 + (\sigma_{tr}^{(V)}/\sigma_{tr})h^2 + 1/l_{circ}^2} \right], \quad (25)$$

где

$$\Phi^2(Q) = \frac{4\sigma_{tr}\sigma_{tr}^{(V)}}{(\sigma_{tr} + \sigma_{tr}^{(V)})^2} \times \left( Q^2 + \frac{\sigma_{tr}}{\sigma_{tr}^{(V)}}h^2 \right) \left( Q^2 + \frac{\sigma_{tr}^{(V)}}{\sigma_{tr}}h^2 + \frac{1}{l_{circ}^2} \right). \quad (26)$$

Как известно [2, 10, 13], в 3D-случае сама интерференционная поправка в диффузионном приближении расходится (каждый из вкладов в формуле (25) является расходящейся величиной при больших  $Q$ ). Наблюдаемым является относительное изменение интерференционной поправки в зависимости от магнитного поля,

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle.$$

Интегрируя (25) по направлению вектора  $\mathbf{Q}$ , эту величину можно представить в виде

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle = -\frac{\mathcal{A}}{\pi^2 L} \int_0^\infty Q^2 dQ \times \left\{ \left[ \frac{1}{Q^2 + (\sigma_{tr}/\sigma_{tr}^{(V)})h^2} \times \left( \frac{\Phi(Q)}{4Qh} \ln \frac{\Phi(Q) + 2Qh}{\Phi(Q) - 2Qh} \right) - \frac{1}{Q^2} \right] + \frac{\sigma_{tr}^{(2)}\sigma_{tr}^{(V)}}{\sigma_{tr}^2} \left[ \frac{1}{Q^2 + (\sigma_{tr}^{(V)}/\sigma_{tr})h^2 + 1/l_{circ}^2} \times \left( \frac{\Phi(Q)}{4Qh} \ln \frac{\Phi(Q) + 2Qh}{\Phi(Q) - 2Qh} \right) - \frac{1}{Q^2 + 1/l_{circ}^2} \right] \right\}. \quad (27)$$

В условиях эффекта «сохранения» циркулярной поляризации,

$$\sigma_{dep} \ll \sigma_{tr}$$

(заметим, что в этом случае  $\sigma_{tr} - \sigma_{tr}^{(V)} \ll \sigma_{tr}$ ), в зависимости  $\langle \delta T \rangle$  от  $\mathbf{h}$  можно выделить два участка. При  $h \ll 1/l_{circ}$  величина  $\langle \delta T \rangle$  линейно меняется с магнитным полем  $h$ :

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle = \frac{1}{2\pi} \frac{\mathcal{A}h}{L}. \quad (28)$$

В формулу (28) дает вклад только первое слагае-

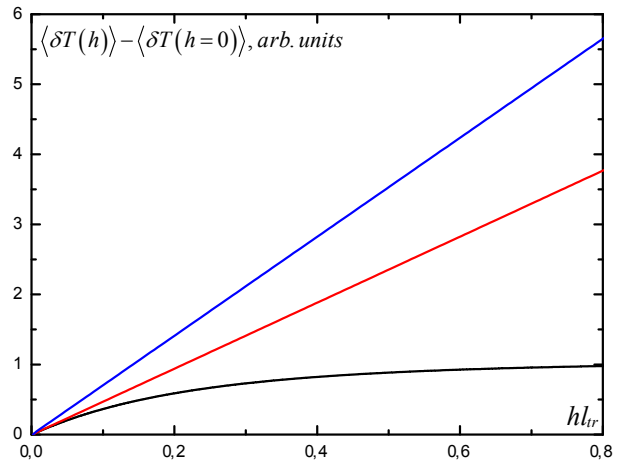


Рис. 5. Изменение интерференционного вклада  $\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle$  в оптический контактанс с ростом магнитного поля. От нижней к верхней кривым — в условиях эффекта медленного затухания циркулярной поляризации ( $\sigma_{tr}/\sigma_{dep} = 10$ ), рэлеевского рассеяния ( $\sigma_{tr}/\sigma_{dep} = 1$ ) и во второй точке Керкера ( $\sigma_{tr}/\sigma_{dep} = 0.75$ )

мое в (15) и, соответственно, в (27). В этом случае интерференционная поправка

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle$$

определяется длинными превышающими  $l_{circ}$  траекториями, и мода  $I$  определяется уравнением (18).

При  $h \geq 1/l_{circ}$  интерференционный вклад  $\langle \delta T \rangle$  выходит на плато (см. рис.5) и стремится к значению

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle = \frac{\sqrt{2} - 1}{2\pi} \frac{\mathcal{A}}{Ll_{circ}}. \quad (29)$$

Выход на плато зависимости  $\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle$  от магнитного поля можно объяснить уменьшением вероятности деполяризующих столкновений на длине  $h^{-1}$  с ростом поля. В условиях «сохранения» циркулярной поляризации ( $\sigma_{dep} \ll \sigma_{tr}$ ,  $\sigma_{tr}^{(V)} = \sigma_{tr}$ ) интеграл в формуле (25) принимает вид

$$\int d\mathbf{Q} \frac{Q^2 + h^2 + 1/(2l_{circ}^2)}{(Q^2 + h^2 + 1/(2l_{circ}^2))^2 - 4(\mathbf{Q}\mathbf{h})^2 - 1/(4l_{circ}^4)}. \quad (30)$$

В сильном поле,  $h \gg 1/l_{circ}$ , в пренебрежении слагаемым  $1/l_{circ}^4$  в знаменателе (30) это выражение можно записать как

$$\frac{1}{2} \int d\mathbf{Q} \left[ \frac{1}{(\mathbf{Q} - \mathbf{h})^2 + 1/(2l_{circ}^2)} + \frac{1}{(\mathbf{Q} + \mathbf{h})^2 + 1/(2l_{circ}^2)} \right]. \quad (31)$$

Поле  $\mathbf{h}$  исключается из (31) сдвигом в переменной интегрирования  $\mathbf{Q}$ , и интерференционный вклад в контактанс перестает зависеть от магнитного поля.



В отсутствие эффекта сохранения циркулярной поляризации,  $\sigma_{dep} \sim \sigma_{tr}$  (например, в случае рэлеевского рассеяния или в окрестности второй точки Керкера), зависящая от магнитного поля часть интерференционной поправки определяется только первым слагаемым в выражении (15), и, соответственно, решением уравнения (19). Наклон в линейной зависимости  $\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle$  от  $h$  при  $h \ll 1/l_{tr}$  меняется по сравнению с (29) из-за изменения коэффициента перед  $h^2$  в уравнении (19),

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle = \frac{1}{2\pi} \frac{Ah}{L} \sqrt{\frac{\sigma_{tr}}{\sigma}}. \quad (32)$$

Мода  $V$  не вносит вклада в линейную зависимость (32) от магнитного поля. В сильных магнитных полях,  $h \geq 1/l_{tr}$ , диффузионное описание теряет свою применимость.

### 5. ОПТИЧЕСКИЙ КОНДАКТАНС ВОЛНОВОДА

Помимо плоского слоя, другим часто используемым в исследованиях видом образцов является волновод с рассеивающими неоднородностями [39, 40]. При распространении электромагнитных волн в волноводе,  $L_x, L_y \ll L$  (Q1D-геометрия), ситуация меняется. В этом случае, если не рассматривать волновод со специально подобранным поперечным профилем показателя преломления, эффект сохранения циркулярной поляризации подавляется. При каждом отражении от боковых границ волновода знак циркулярной поляризации меняется на противоположный [41]. Основной вклад в интерференционную поправку (15) будет давать выживающая при больших  $L$  величина  $I(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ , которая в отсутствие магнитного поля соответствует скалярной моде — интенсивности. Мода  $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  затухает на масштабе  $\min(L_x, L_y, l_{circ})$ , и ее вклад оказывается малой величиной. В этой ситуации в уравнении для моды  $I$  слагаемым, пропорциональным  $V_I$  (см. (16)), можно пренебречь (см. Приложение), и мы приходим к уравнению (18). Для волновода уравнение (18) следует дополнить граничными условиями

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Big|_{x=\pm L_x/2} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial y} I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Big|_{y=\pm L_y/2} &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

на боковых поверхностях волновода и

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Big|_{z=0, L} = 0 \quad (34)$$

на входном и выходном сечениях волновода.

Уравнение (18) справедливо в случае, когда моды  $I$  и  $V_I$  распространяются в режиме диффузии. В условиях сильной деполяризации, когда затухание циркулярной поляризации происходит на масштабах порядка длины свободного пробега  $l$ , вместо уравнения (18) следует использовать уравнение (19) (см. Приложение). Уменьшение длины деполяризации отражается на значении коэффициента перед  $h^2$  в уравнении для  $I$ .

Решение уравнения (18) с граничными условиями (33) можно искать в виде разложения по собственным модам  $\cos q_{xn}x \cos q_{ym}y$ , где

$$\begin{aligned} q_{xn} &= (2\pi n/L_x), \quad q_{ym} = (2\pi m/L_y), \\ n, m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

Тогда формула (15) преобразуется следующим образом:

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle = -\frac{2}{3} \frac{l_{tr}}{L^2} \left[ \sum_{\mathbf{q}} \int_0^L dz I_{\mathbf{q}}(z, z) \right], \quad (35)$$

где  $I_{\mathbf{q}}(z, z')$  — коэффициенты разложения величины  $I(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  по собственным поперечным модам волновода. Из решения уравнения (18) с граничным условием (34) для них можно получить выражение

$$I_{\mathbf{q}}(z, z') = \frac{3}{\gamma l_{tr}} \frac{\text{sh} \gamma z \text{sh}(\gamma(L-z))}{\text{sh} \gamma L}, \quad (36)$$

где

$$\gamma^2 = \mathbf{q}^2 + \tilde{h}^2, \quad \tilde{h} = \sqrt{\frac{\sigma_{tr}}{\sigma_{tr}^{(V)}}} h. \quad (37)$$

В условиях сильной деполяризации меняется только коэффициент пропорциональности между  $\tilde{h}$  и  $h$  (см. (19)).

В Q1D-геометрии ( $L \gg L_x, L_y$ ) мода с  $\mathbf{q} = 0$  характеризуется наименьшим затуханием. Оставляя в (35) только слагаемое с  $\mathbf{q} = 0$ , для интерференционного вклада в кондактанс получаем

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle = -\frac{1}{(\tilde{h}L)} \left[ \text{cth}(\tilde{h}L) - \frac{1}{\tilde{h}L} \right]. \quad (38)$$

В пределе  $h = 0$  из (38) следует известный результат [42] для интерференционного вклада в кондактанс скалярных волн  $\langle \delta T \rangle = -1/3$ . С ростом магнитного поля величина интерференционной поправки монотонно уменьшается. При больших  $h$  величина  $\langle \delta T \rangle$  убывает как  $-1/\tilde{h}L$ . Изменение  $\langle \delta T \rangle$  с ростом поля качественно напоминает поведение интерференционной поправки к электронному кондактансу [10, 11], однако соответствующие функциональные зависимости различаются.

Полученные выше результаты относятся к случаю волновода с достаточно большим поперечным сечением,  $l \ll \sqrt{A}$ , когда выполнены условия перехода от системы транспортных уравнений (13) к уравнению (18) (или (19), см. Приложение).

Ситуация меняется в волноводе с малым сечением,  $l \gg \sqrt{A}$ . Можно считать, что циркулярно поляризованная мода распространяется в баллистическом режиме и разрушается при отражении от границ на масштабах порядка  $\sqrt{A}$ . В этом приближении приходим к диффузионному уравнению для  $I$ , аналогичному (18) (или (19)), но с дополнительным множителем, пропорциональным  $\sqrt{A}/l_{tr}$  перед  $h^2$ . В случае волновода с круговым сечением соответствующий численный коэффициент меняется от  $8\sqrt{\pi}$  в продольном поле до  $4\sqrt{\pi}$  — в поперечном.

По мере уменьшения сечения волновода влияние магнитного поля на значение интерференционной поправки уменьшается. Длина, на которой происходит разрушение интерференции, растет с уменьшением  $A$  как  $(l_{tr}^{1/2}/A^{1/4})(1/h)$ . Поскольку применимость использованного в работе диффузионного рассмотрения для  $I$  ограничена полями  $h < 1/l_{tr}$ , то указанная длина всегда превышает  $(l_{tr}^{3/2}/A^{1/4})$ . Чтобы наблюдать влияние магнитного поля на интерференцию, это значение не должно быть больше, чем длина локализации  $l_{loc} = Nl_{tr} \sim l_{tr}A/\lambda^2$ . Поэтому приведенные выше результаты ограничены условием на сечение волновода  $A > \lambda^2(l_{tr}/\lambda)^{2/5}$ . В рассматриваемом случае в пределе слабой локализации  $\lambda \ll l_{tr}$  волновод можно считать многомодовым.

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проанализируем, как меняется интерференционный вклад в оптический контактанс в зависимости от отношения  $\sigma_{dep}/\sigma_{tr}$  и напряженности магнитного поля.

В отсутствие магнитного поля ( $h = 0$ ) отрицательная интерференционная поправка  $\langle \delta T \rangle$  к контактансу максимальна по величине в пределе, когда вообще нет деполяризации (т.е. нет перемешивания поляризаций из-за рассеяния, и  $I = V$  в (15)). В этом случае

$$\langle \delta T \rangle = 2\langle \delta T^{(sc)} \rangle,$$

где  $\langle \delta T^{(sc)} \rangle < 0$  — соответствующий результат в приближении скалярных волн. В наибольшей степени описанной выше предельной ситуации соответствует рассеяние света на ансамбле частиц Ми в окрестности первой точки Керкера ( $\lambda = 2.29na$ , где

$\lambda$  — длина волны света,  $a$  и  $n$  — радиус и показатель преломления частицы) [18,36,37]. В этом случае для частиц с большим показателем преломления сечение рассеяния с переворотом спиральности может быть на два порядка меньше, чем транспортное сечение рассеяния [18,36]. Учет малой, но конечной величины  $\sigma_{dep}$  приводит к отклонению  $\langle \delta T \rangle$  от  $2\langle \delta T^{(sc)} \rangle$ . В условиях редких столкновений с переворотом спиральности ( $\sigma_{dep} \ll \sigma_{tr}$ ) интерференционный вклад в оптический контактанс приобретает дополнительное слагаемое (см. (23))

$$\langle \delta T \rangle = 2\langle \delta T^{(sc)} \rangle + \frac{1}{2\pi} \frac{A}{Ll_{circ}}. \quad (39)$$

Отклонение от  $2\langle \delta T^{(sc)} \rangle$  в (39) определяется вторым слагаемым выражения (15), которое резко возрастает по мере удаления от первой точки Керкера. Резонансное поведение  $\sigma_{dep}$  напрямую отражается на величине интерференционной поправки (см. рис. 4).

В случае сильной деполяризации волн, когда изменение спиральности происходит при каждом рассеянии,  $\langle \delta T \rangle = \langle \delta T^{(sc)} \rangle$  (это следует непосредственно из формулы (15), если пренебречь вкладом  $V$ ).

Если не было бы рассеяния волн с изменением спиральности, то при наложении магнитного поля интерференционный вклад в оптический контактанс остался бы неизменным,  $\langle \delta T \rangle = 2\langle \delta T^{(sc)} \rangle$ . Это связано с тем, что в этом случае магнитное поле удается исключить из уравнения (16) и, соответственно, формулы (15) (см. раздел 4). Деполяризация включает влияние магнитного поля на величину  $\langle \delta T \rangle$ . В условиях медленной деполяризации ( $\sigma_{dep} \ll \sigma_{tr}$ ) изменение интерференционного вклада с ростом магнитного поля описывается выражениями (28), (29), и при  $h \gg 1/l_{circ}$  величина  $\langle \delta T \rangle$  стремится к значению

$$\langle \delta T \rangle = 2\langle \delta T^{(sc)} \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \frac{A}{Ll_{circ}}, \quad (40)$$

т.е. отличие  $\langle \delta T \rangle$  от  $2\langle \delta T^{(sc)} \rangle$  меняется при изменении поля  $h$  от нуля до больших значений приблизительно в полтора раза.

Насыщение зависимости интерференционной поправки от  $h$  с ростом магнитного поля можно объяснить уменьшением вероятности деполяризующих столкновений на длине  $h^{-1}$ . До первого акта рассеяния с переворотом спиральности моды  $I$  и  $V$  успевают сильно перемешаться и происходит «гибридизация» мод  $I$  и  $V$ . Выживают только две моды с заданной спиральностью,  $I + V_I$  и  $V + I_V$ , которые характеризуются длиной затухания в  $\sqrt{2}$  раз больше, чем затухание моды  $V$  в отсутствие магнитного поля (см. выражение (31)).

При сильной деполяризации интерференционный вклад в кондактанс с ростом напряженности магнитного поля стремится к нулю. В условиях диффузии волн через Q1D-образец (волновод) реализуется именно этот случай. При быстром затухании моды  $V$  основной вклад в (15) дает интенсивность  $I$ . Согласно (35), переход к Q1D-геометрии происходит, когда в (35) преобладающим становится слагаемое с  $q = 0$ . В отсутствие магнитного поля вклад в (35) от ненулевых гармоник можно оценить как

$$\langle \delta T^{(sc)} \rangle = -\frac{2}{3} \frac{A l_{tr}}{L^2} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \int_0^L dz I_{\mathbf{q}}(z, z) \sim -\frac{A}{l_{tr} L}, \quad (41)$$

где учтено, что интеграл по  $\mathbf{q}$  обрезается на значениях  $q \sim 1/l_{tr}$ . Требование малости (41) по сравнению с вкладом от нулевой гармоники  $\langle \delta T^{(sc)} \rangle_{q=0} = -1/3$  [42] приводит к неравенству  $A \ll l_{tr} L$ , т. е. площадь поперечного сечения образца должна быть меньше, чем средний квадрат поперечного смещения светового луча при диффузии в слое среды толщиной  $L$ .

Следует отметить, что усредненный по положению рассеивателей кондактанс в диффузионном приближении в первом по  $1/k_0 l_{tr}$  порядке равен

$$\langle T \rangle = \frac{8}{3} \frac{\mathcal{N} l_{tr}}{L}$$

(см., например, [8, 17]). Интерференционная поправка к кондактансу  $\langle \delta T \rangle$  имеет порядок

$$\langle \delta T \rangle \sim \frac{1}{(k_0 l_{tr})^2} \frac{\mathcal{N} l_{tr}}{L},$$

пока не наступил переход к Q1D-геометрии. В этой геометрии в отсутствие магнитного поля  $\langle \delta T \rangle = -1/3$ . Поэтому в длинном,  $L \sim l_{loc} = \mathcal{N} l_{tr}$  [42], волноводе, когда  $\langle T \rangle$  становится порядка  $\langle \delta T \rangle$ , происходит переход к режиму андерсоновской локализации. Поскольку интерференционная поправка  $\langle \delta T \rangle$  в присутствии магнитного поля в Q1D-случае убывает с ростом  $L$  как  $1/L$  (см. (38)), то переход к режиму андерсоновской локализации при  $\hbar > h_c \sim 1/\mathcal{N} l_{tr}$  должен нарушаться. Из-за разрушения интерференции обращенных во времени волн длина локализации должна увеличиваться (см., например, [42]). В многомодовом оптоволокне ( $\mathcal{N} \gg 1$ ) критическое значение магнитного поля  $h_c$  оказывается намного меньше, чем то, которое приводит к заметному эффекту в когерентном обратном рассеянии от фарадеевской среды [19, 22]. При транспорте электронов в Q1D-системах (проволах)

наблюдать подобный эффект трудно, поскольку при увеличении  $L$  происходит разрушение когерентности электронных волн из-за неупругих взаимодействий, температуры и других факторов [11, 13].

В заключение рассмотрим условия, при которых возможно экспериментальное наблюдение интерференционного вклада в кондактанс. Наиболее простой выглядит схема измерения полного коэффициента прохождения через волновод с рассеивающими неоднородностями. Будем считать, что чувствительность измерений позволяет регистрировать относительное изменение коэффициента прохождения порядка одного процента. Поскольку в Q1D-геометрии интерференционная поправка меняется от значения  $-1/3$  до нуля (при наложении магнитного поля), то это накладывает требование на величину  $\langle T \rangle$ , которая не должна быть больше, чем  $10^2$ . Такое значение  $\langle T \rangle$  можно обеспечить в волноводе длиной  $L = 10$  см, площадью поперечного сечения  $A = 10^{-2}$  мм<sup>2</sup>, числом мод  $\mathcal{N} = 10^4$  на длине волны  $\lambda = 1$  мкм при типичном для неупорядоченных сред значении транспортной длины  $l_{tr} = 100$  мкм. В этом случае отношение  $A/(L l_{tr})$  (см. (41)) равно  $10^{-3}$ , так что заведомо оправдано приближение Q1D-геометрии. Поскольку в магнитном поле интерференционная поправка заметно изменяется при  $h \sim 10/L$  (см. (38)), то для характерных значений постоянной Верде ( $V = 0.06$  мм<sup>-1</sup> · Тл<sup>-1</sup> для  $\lambda = 1.064$  мкм, см., например, [43, 44]) наблюдать поправку к кондактансу можно в поле напряженностью 1 Тл. С ростом длины волновода амплитуда изменения оптического кондактанса с магнитным полем увеличивается, что дает возможность изучать переход к режиму сильной локализации в условиях нарушения  $T$ -инвариантности.

**Благодарности.** Авторы благодарят В. В. Маринюка за полезное обсуждение рассмотренных в статье вопросов.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (договор № 075-15-2021-1361 от 07.10.2021).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

В предположении, что мода  $V$  затухает быстрее моды  $I$  (т. е. в приближении относительно быстрой деполяризации), интерференционная поправка к кондактансу будет определяться только модой  $I$ . Согласно системе транспортных уравнений (13), связанные уравнения для мод  $I$  и  $V_I$  имеют вид

$$\left\{ \mathbf{n} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \sigma_{tot} \right\} I(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') + i(\mathbf{nh}) V_I(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') = \\ = \int d\mathbf{n}_1 a_1(\mathbf{nn}_1) I(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1 | \mathbf{r}', \mathbf{n}') + \\ + \delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (42)$$

$$\left\{ \mathbf{n} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \sigma_{tot} \right\} V_I(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') + i(\mathbf{nh}) I(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') = \\ = \int d\mathbf{n}_1 a_2(\mathbf{nn}_1) V_I(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1 | \mathbf{r}', \mathbf{n}'). \quad (43)$$

Записывая выражение для  $V_I$  как свертку функции Грина уравнения (43) с входящим в (43) слагаемым  $i(\mathbf{nh})I$  и подставляя  $V_I$  в (42), получаем замкнутое уравнение для моды  $I$

$$\left\{ \mathbf{n} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \sigma_{tot} \right\} I(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') + \\ + (\mathbf{nh}) \int d\mathbf{r}'' d\mathbf{n}'' G_V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}'', \mathbf{n}'') (\mathbf{n}'' \mathbf{h}) \times \\ \times I(\mathbf{r}'', \mathbf{n}'' | \mathbf{r}', \mathbf{n}') = \\ = \int d\mathbf{n}_1 a_1(\mathbf{nn}_1) I(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1 | \mathbf{r}', \mathbf{n}') + \\ + \delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (44)$$

где  $G_V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}')$  — функция Грина уравнения (43) с источником в виде  $\delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ . Выполняя в (44) стандартную процедуру перехода к диффузионному приближению (см., например, [45]), приходим к уравнению

$$\Delta I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + 3 \frac{\partial}{\partial x_i} \int d\mathbf{r}'' \int d\mathbf{n} d\mathbf{n}' n_i (\mathbf{nh}) \int d\mathbf{n}'' \times \\ \times G_V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}'', \mathbf{n}'') (\mathbf{n}'' \mathbf{h}) I(\mathbf{r}'', \mathbf{n}'' | \mathbf{r}', \mathbf{n}') - \\ - 3\sigma_{tr} \int d\mathbf{r}'' \int d\mathbf{n} d\mathbf{n}' (\mathbf{nh}) \int d\mathbf{n}'' \times \\ \times G_V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}'', \mathbf{n}'') (\mathbf{n}'' \mathbf{h}) I(\mathbf{r}'', \mathbf{n}'' | \mathbf{r}', \mathbf{n}') = \\ = -3\sigma_{tr} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (45)$$

В предположении, что функция  $G_V$  убывает на расстояниях много меньших, чем характерный масштаб изменения моды  $I$ , можно разложить  $I$  в окрестности  $\mathbf{r}'' = \mathbf{r}$ . Оставляя только первый член в разложении, получаем

$$\Delta I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \frac{\sigma_{tr}}{\sigma_{tr}^{(V)}} h^2 I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + 3h_j h_k \frac{\sigma_{tr}^{(V)} - \sigma_{tr}}{\sigma_{tr}^{(V)}} \times \\ \times \left[ \int d\mathbf{n} d\mathbf{n}' n_j n'_k \int d\mathbf{r}'' (\mathbf{n} \nabla) G_V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}'', \mathbf{n}') \right] \times \\ \times I(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -3\sigma_{tr} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (46)$$

Преобразуем третье слагаемое в левой части уравнения (46). Подставляя в него вытекающее из

$$\text{теоремы взаимности (см., например, [46]) равенство} \\ (\mathbf{n} \nabla_{\mathbf{r}}) G_V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}'', \mathbf{n}') = \\ = -(\mathbf{n}' \nabla_{\mathbf{r}''}) G_V(\mathbf{r}'', -\mathbf{n}' | \mathbf{r}, -\mathbf{n}), \quad (47)$$

представим его в виде

$$3h_j h_k \frac{\sigma_{tr}^{(V)} - \sigma_{tr}}{\sigma_{tr}^{(V)}} \times \\ \times \left[ \int d\mathbf{n} d\mathbf{n}' n'_k n_j \oint_S (\mathbf{n}' ds) G_V(\mathbf{r}_S, -\mathbf{n}' | \mathbf{r}, -\mathbf{n}) \right] \times \\ \times I(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (48)$$

где интегрирование проводится по поверхности образца, а  $\mathbf{r}_S$  берется на его границе. В случае, когда расстояние от точки  $\mathbf{r}$  до границы образца превышает длину затухания циркулярно поляризованной моды  $l_{circ}$ , вкладом слагаемого (48) в уравнение (46) можно пренебречь. В результате уравнение (46) сводится к уравнению (18). Это утверждение остается справедливым, пока линейные размеры образца намного больше транспортной длины,  $(L, \sqrt{A}) \gg l_{tr}$ , и для вычисления функции Грина  $G_V$  можно воспользоваться диффузионным приближением, положив

$$G_V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}'', \mathbf{n}') = G_V(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') / (4\pi)^2,$$

где

$$G_V(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \int d\mathbf{n} d\mathbf{n}' G_V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}'', \mathbf{n}')$$

— пропагатор «плотности» циркулярно поляризованной моды  $V$ . В этом случае вклад (48) исчезает из-за обращения пропагатора плотности в нуль на границах области интегрирования [45].

Отметим, что если в разложении  $I$  в окрестности  $\mathbf{r}'' = \mathbf{r}$  оставить в (45) следующее слагаемое, то это приведет к перенормировке множителя перед  $\Delta I$  в уравнении (46) на малую добавку порядка  $(hl_{tr})^2 \ll 1$ , которой в рассматриваемом приближении можно пренебречь.

Полученные выше результаты (см. (18)) опираются на диффузионное приближение при вычислении функции Грина  $G_V$ . В условиях сильной деполаризации,  $\sigma_{dep} \sim \sigma_{tr}$ , длина затухания циркулярно поляризованной моды оказывается близка к длине свободного пробега  $l$  [18, 32], и в первом приближении для вычисления функции  $G_V$  можно воспользоваться баллистическим приближением, т. е. считать, что главный вклад в  $G_V$  дают нерассеянные волны,

$$G_V(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}') = \\ = \delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}') \delta\left(\mathbf{n} - \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}\right) \frac{e^{-\sigma|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}. \quad (49)$$

Подставляя (49) в (44), и предполагая, что мода  $I$  является более плавной функцией координат и направлений, чем  $G_V$ , приходим для  $I$  к уравнению диффузии вида (18), в котором  $\sigma_{tr}^{(V)}$  следует заметить на  $\sigma$  (см. (19)).

Уравнения (18) и (19) остаются справедливыми и для волновода,  $L \gg \sqrt{A}$ . Применимость уравнения (18) в условиях медленного затухания циркулярной поляризации связана с использованием диффузионного приближения для  $G_V$ . Из-за того, что при отражении от боковых границ волновода знак циркулярной поляризации меняется на противоположный, пропагатор плотности  $G_V$  на границах волновода обращается в нуль (т. е., когда рассеивающая среда помещается в волновод с отражающими границами, для  $G_V$  граничные условия, в отличие от моды  $I$ , не меняются). Уравнение (19) в условиях сильной деполяризации справедливо, пока поперечное сечение достаточно велико,  $\sqrt{A} > l$ . В волноводе с малым сечением, но который остается многомодовым,  $\lambda \ll \sqrt{A} \ll l$ , подстановка баллистической функции Грина (49) в (44) после промежуточного интегрирования по пространственным переменным приводит к диффузионному уравнению для  $I_{\mathbf{q}=0}(z, z')$ , аналогичному (19), но с дополнительным множителем, пропорциональным  $\sqrt{A}/l_{tr}$  перед  $h^2$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Analogies in Optics and Microelectronics*, ed. by W. van Haeringen and D. Lenstra, Kluwer, Dordrecht (1990).
2. E. Akkermans and G. Montambaux, *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons*, Cambridge University Press, Cambridge (2007).
3. S. Rotter and S. Gigan, *Rev. Mod. Phys.* **89**, 015005 (2017).
4. L. Schertel, O. Irtenkauf, C. M. Aegerter et al., *Phys. Rev. A* **100**, 043818 (2019).
5. K. Y. Bliokh, S. A. Gredeskul, P. Rajan et al., *Phys. Rev. B* **85**, 014205 (2012).
6. T. Goto, A. V. Dorofeenko, A. M. Merzlikin, et al., *Phys. Rev. Lett.* **101**, 113902 (2008).
7. F. Scheffold and G. Maret, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5800 (1998).
8. A. A. Chabanov, N. P. Trégourés, B. A. van Tiggelen, and A. Z. Genack, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 173901 (2004).
9. T. Ozawa, H. M. Price, A. Amo, N. Goldman, M. Hafezi, L. Lu, M. C. Rechtsman, D. Schuster, J. Simon, O. Zilberberg, and I. Carusotto, *Rev. Mod. Phys.* **91**, 015006 (2019).
10. B. L. Altshuler, A. G. Aronov, D. E. Khmel'nitskii, A. I. Larkin, *Quantum Theory of Solids*, Mir, Moscow (1982), p. 130.
11. G. Bergmann, *Phys. Rep.* **107**, 1 (1984).
12. M. C. W. van Rossum and T. M. Nieuwenhuizen, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 313 (1999).
13. P. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 287 (1985).
14. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, *Письма в ЖЭТФ* **68**, 21 (1998).
15. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, *ЖЭТФ* **133**, 839 (2008).
16. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, *Письма в ЖЭТФ*, **89**, 649 (2009).
17. Е. Е. Gorodnichev, A. I. Kuzovlev, and D. B. Rogozkin, *JOSA A* **33**, 95, (2016).
18. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, *Письма в ЖЭТФ* **104**, 155 (2016).
19. R. Lenke, R. Lehner, and G. Maret, *Europhys. Lett.* **52**, 620 (2000).
20. R. Lenke, C. Eisenmann, D. Reinke, and G. Maret, *Phys. Rev. E* **66**, 056610 (2002).
21. Е. Е. Gorodnichev and D. B. Rogozkin, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1686**, 012024 (2020).
22. Е. Е. Gorodnichev, K. A. Kondratiev, and D. B. Rogozkin, *Phys. Rev. B* **105**, 104208 (2022).
23. Е. Е. Городничев, Д. Б. Рогозкин, *Письма в ЖЭТФ* **118**, 30 (2023).
24. А. А. Голубенцев, *Изв. ВУЗов. Радиофизика* **27**, 734 (1984).
25. А. А. Голубенцев, *ЖЭТФ* **86**, 47 (1984).
26. F. C. MacKintosh and S. John, *Phys. Rev. B* **37**, 1884 (1988).
27. V. Gasparian and Zh. S. Gevorkian, *Phys. Rev. A* **87**, 053807 (2013).
28. M. A. Kozhaev, R. A. Niyazov, and V. I. Belotelov, *Phys. Rev. A* **95**, 023819 (2017).
29. A. K. Zvezdin and V. A. Kotov, *Modern Magneto-optics and Magneto-optical Materials*, Institute of Physics Publishing, (1997), p. 404.

30. M. I. Mishchenko, *Electromagnetic Scattering by Particles and Particle Groups*, Cambridge University Press, Cambridge (2014).
31. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, ЖЭТФ **131**, 357 (2007).
32. E. E. Gorodnichev, A. I. Kuzovlev, and D. B. Rogozkin, Phys. Rev. E **90**, 043205 (2014).
33. Р. Ньютон, *Теория рассеяния волн и частиц*, Мир, Москва (1969).
34. F. C. MacKintosh, J. X. Zhu, D. J. Pine, and D. A. Weitz, Phys. Rev. B **40**, 9342 (1989).
35. D. Bicoût, C. Brosseau, A. S. Martinez, and J. M. Schmitt, Phys. Rev. E **49**, 1767 (1994).
36. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, КЭ **46**, 947 (2016).
37. M. K. Schmidt, J. Aizpurua, X. Zambrana-Puyalto, X. Vidal, G. Molina-Terriza, and J. J. Saenz, Phys. Rev. Lett. **114**, 113902 (2015).
38. P. Laven, Appl. Opt. **42**, 436 (2003).
39. A. A. Chabanov, Z. Q. Zhang, and A. Z. Genack, Phys. Rev. Lett. **90**, 203903 (2003).
40. H. Cao, A. P. Mosk, and S. Rotter, Nature Physics **18**, 994 (2022).
41. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
42. C. W. J. Beenakker, Rev. Mod. Phys. **69**, 731 (1997).
43. S. Kumari and S. Chakraborty, J. Sens. Sens. Syst. **7**, 421 (2018).
44. D. Vojna, O. Slezák, A. Lucianetti, and T. Mocek, Appl. Sci. **9**, 3160 (2019).
45. А. Исмару, *Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах*, Мир, Москва (1981), т. 1.
46. E. P. Zege, A. P. Ivanov, and I. L. Katsev, *Image Transfer Through a Scattering Medium*, Springer Verlag (1991).