

ВЛИЯНИЕ АМПЛИТУДЫ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА КИНЕТИКУ ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ МАГНИТНЫХ НАНОЧАСТИЦ

А. Ю. Зубарев, Л. Ю. Исакова, А. Ю. Мусихин*

Уральский федеральный университет им. Б. Н. Ельцина
620002, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 17 января 2024 г.,
после переработки 6 февраля 2024 г.
Принята к публикации 6 февраля 2024 г.

Теоретически исследовано влияние амплитуды магнитного поля на кинетику перемагничивания, а также магнитогипертермический эффект, продуцируемый однодоменной ферромагнитной частицей, иммобилизованной в немагнитной среде. Результаты расчетов, основанные на математически регулярной теории Крамерса, показывают, что в частице диссипация W энергии переменного магнитного поля может расти с амплитудой поля H_0 быстрее, чем по квадратичному закону $W \sim H_0^2$. Этот вывод, по крайней мере, в принципиальном отношении объясняет недавние эксперименты по магнитной гипертермии в системах бездвиженных частиц, где была обнаружена зависимость $W \sim H_0^\gamma$, $\gamma > 2$.

DOI: 10.31857/S0044451024080091

1. ВВЕДЕНИЕ

Композитные системы, состоящие из магнитных наночастиц, внедренных в несущую немагнитную среду, притягивают большой интерес исследователей и практиков благодаря богатому набору уникальных физических свойств, находящих активное применение во многих современных и перспективных промышленных и био-медицинских технологиях. Обзоры работ по этой тематике можно найти, например, в [1–5]. В частности, магнитно-гипертермический метод терапии онкологических заболеваний основан на внедрении магнитных наночастиц в диагностированную опухолевую область и нагрев этих частиц переменным магнитным полем до температур (как правило, выше 41–42°C), при которых опухолевые клетки погибают [6–14]. Первая теоретическая работа [15] по магнитной гипертермии основана на феноменологическом уравнении Дебая перемагничивания магнитных наночастиц в приближении линейной зависимости намагниченности частиц от внешнего поля. Рассматривались случаи частиц, иммобилизованных во внешней среде, а также частиц, свободно вращающихся в вязкой жидкости. В работах [16] кинетика перемагничивания иммобили-

зованных ферромагнитных частиц исследовалась методами статистической физики на основе уравнения Фоккера–Планка для функции распределения по ориентациям магнитного момента частицы. Приведены оценки времени релаксации намагниченности частицы в постоянном магнитном поле. Теоретические исследования кинетики перемагничивания неподвижной частицы в переменном поле проводились в [17] при произвольных значениях параметра магнитной анизотропии и амплитуды поля. В рамках этого подхода для определения статистически средней намагниченности частицы необходимо решать, строго говоря, бесконечную систему зацепляющихся дифференциальных уравнений, обоснование возможности обрыва которой с сохранением конечного числа уравнений представляет собой отдельную задачу. Анализ показывает, что количество уравнений в системе, которое необходимо сохранить, чтобы получить результаты с приемлимой точностью, быстро растет при увеличении параметра магнитной анизотропии частицы и амплитуды магнитного поля. Поэтому актуальной остается задача о выводе компактных, достаточно удобных уравнений кинетики перемагничивания частицы, пусть даже при определенных ограничениях на физические параметры системы.

Одна из важнейших характеристик магнитной гипертермии как физического явления — зависимость интенсивности W диссипации энергии маг-

* E-mail: antoniusmagna@yandex.ru

нитного поля (интенсивность генерирования тепла) от частоты и амплитуды магнитного поля. Для малых амплитуд H_0 поля, при которых выполняется приближение линейной зависимости намагниченности от поля, справедливо соотношение $W \sim H_0^\gamma$. Увеличение поля ведет к более медленной, чем линейная, зависимости намагниченности системы частиц от поля, поэтому естественно ожидать, что это должно вести к более медленной, чем квадратичная, зависимости диссипации энергии от амплитуды поля. Однако неожиданно недавние эксперименты [18] показали более быструю, чем квадратичная, зависимость $W \sim H_0^\gamma$, $\gamma > 2$.

Целью этой работы является, во-первых, вывод компактного, удобного для использования уравнения кинетики перемагничивания ферромагнитной частицы в переменных полях, которое может быть использовано в достаточно широком диапазоне амплитуд поля. Во-вторых, на основе этого уравнения показать, что более быстрая, чем квадратичная, зависимость интенсивности W диссипации энергии от амплитуды переменного поля H_0 , вполне возможна и не является следствием методических или других ошибок эксперимента.

С этой целью мы рассмотрим однодоменную одноосную ферромагнитную частицу, иммобилизованную в немагнитной среде. Отметим, что иммобилизация магнитных наночастиц часто имеет место, например, при их внедрении в биологические ткани [19, 20]. Мы ограничиваемся анализом сильной магнитной анизотропии частицы, т. е. энергия этой анизотропии предполагается намного больше тепловой энергии системы. Поскольку, как известно, энергия магнитной анизотропии пропорциональна объему частицы, это означает, что размер частицы не очень мал. Например, можно показать, что для магнетитовых частиц, часто используемых в экспериментах и приложениях, энергия магнитной анизотропии превышает тепловую энергию при комнатных температурах, когда диаметр частицы больше 16–18 нм (оценки физических характеристик магнетитовых частиц можно найти, например, в [21]). Заметим, что особенности поверхности наночастицы могут вносить дополнительный вклад в энергию ее магнитной анизотропии. Поэтому в реальности приближение сильной анизотропии может выполняться и для частиц с диаметром заметно меньшим указанных 16–18 нм. Наконец, мы будем пренебрегать гиромангнитными эффектами, которые проявляются только при высоких частотах поля (порядка гигагерц), существенно превышающих диапазон, допустимый для многих технологических приложений.

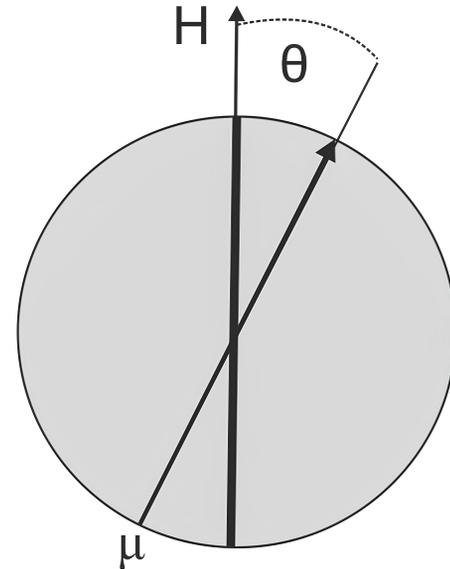


Рис. 1. Иллюстрация рассматриваемой частицы. Толстая линия — ось легкого намагничивания частицы

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ

Рассмотрим неподвижную ферромагнитную частицу (см. иллюстрацию на рис. 1), помещенную в осциллирующее магнитное поле, параллельное оси легкого намагничивания частицы. Отметим, что в экспериментах «in-vitro» направление осей легкого намагничивания частиц может быть зафиксировано вдоль выбранного направления, если полимеризацию магнитного композита проводить в достаточно сильном постоянном поле.

Обозначим μ — единичный вектор, направленный вдоль магнитного момента частицы (см. рис. 1) и $f(\mu)$ — нормализованную на единицу функцию распределения (плотность вероятности) по ориентациям вектора μ . Эта функция может быть найдена как решение уравнения Фоккера–Планка, которое с учетом осевой симметрии задачи может быть записана в виде [16, 17, 22]

$$2\tau_D \frac{\partial f}{\partial \tau} = -\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} j. \quad (1)$$

Здесь j — плотность потока вероятности в пространстве μ :

$$j(\theta) = -\sin \theta \left(f \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) = -\sin \theta e^{-u} \frac{\partial}{\partial \theta} (f e^u). \quad (2)$$

Параметр τ_D — характерное время вращательной диффузии магнитного момента частицы, определяе-

мое ее внутренней кристаллической структурой; θ — полярный угол отклонения вектора μ от оси магнитной анизотропии частицы (следовательно, от направления осциллирующего поля, см. рис. 1); u — безразмерная, по отношению к абсолютной температуре $k_B\Theta$ энергия частицы, Θ — абсолютная температура в кельвинах. Энергия u может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} u &= -\sigma \cos^2 \theta - h \cos \theta, \\ h &= \mu_0 \frac{m}{k_B\Theta} H, \quad \sigma = \frac{K v_p}{k_B\Theta}, \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь μ_0 — магнитная проницаемость вакуума; m — абсолютное значение магнитного момента частицы; k — параметр магнитной анизотропии частицы; v_p и d_p — объем и диаметр частицы; h — отношение энергии Зеемана взаимодействия частицы с магнитным полем H к тепловой энергии $k_B\Theta$, которое может рассматриваться как безразмерное магнитное поле; σ — безразмерный параметр магнитной анизотропии частицы. Отметим, что для магнетитовых частиц, обычно используемых в медико-биологических приложениях, по порядку величины $\tau_D \sim 10^{-9}$ с (см., например, [21]).

В общем случае решение уравнения (1) в конечной аналитической форме не получено. Здесь рассмотрим случай сильной магнитной анизотропии, когда выполняются сильные неравенства $\sigma \gg 1$, $\sigma \gg h$. Отметим, что никаких других ограничений на величину магнитного поля не предполагается.

В рамках принятых приближений в пространстве μ существуют две потенциальные ямы, разделенные потенциальным барьером, т.е. функция $u(\theta)$ при $0 \leq \theta \leq \pi$ имеет два минимума и один максимум.

Минимумы потенциала u соответствуют $\theta = 0$ и $\theta = \pi$; они равны соответственно

$$\begin{aligned} u_0 &= -\sigma - h, \\ u_\pi &= -\sigma + h. \end{aligned} \quad (4)$$

Значение θ_{max} угла θ , соответствующее максимуму u , определяется из уравнения $\cos \theta_{max} = -h/2\sigma$; значение потенциала в точке максимума равно

$$u_{max} = \frac{h^2}{4\sigma}. \quad (5)$$

Введем вероятности P_0 и P_π того, что вектор μ принадлежит потенциальным ямам $0 \leq \theta \leq \pi/2$ и

$\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ соответственно. Они могут быть определены следующим образом:

$$\begin{aligned} P_0 &= \int_0^{\theta_{max}} f(\theta) \sin \theta d\theta, \\ P_\pi &= \int_0^{\theta_{max}} f(\theta) \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (6)$$

Очевидно, условие нормировки $P_0 + P_\pi = 1$ должно выполняться. Для того чтобы найти P_0 , проинтегрируем обе части уравнения (1) так же, как в первом интеграле (6). После простых преобразований получаем

$$2\tau_D \frac{\partial P_0}{\partial t} = -j(\theta_{max}). \quad (7)$$

Для того чтобы найти $j(\theta_{max})$, мы будем использовать основные идеи классической теории Крамерса диффузии броуновской частицы через потенциальный барьер (см. также [23]). Следуя этому методу, перепишем уравнение (2) в виде

$$j(\theta) \frac{e^u}{\sin \theta} = -\frac{\partial}{\partial \theta} (f e^u) \quad (8)$$

и проинтегрируем обе части (8) по θ от 0 до π :

$$\begin{aligned} \int_0^\pi j(\theta) \frac{e^u}{\sin \theta} d\theta &= -[f_\pi e^{u_\pi} - f_0 e^{u_0}], \\ f_0 &= f(0), \quad f_\pi = f(\pi). \end{aligned} \quad (9)$$

Поскольку $\sigma \gg 1$, функция $u(\theta)$ вблизи своего максимума имеет форму высокого острого пика:

$$u_{max} - u_{0,\pi} \gg 1, \quad \left. \frac{d^2 u}{d\theta^2} \right|_{\theta_{max}} \gg 1.$$

Поэтому мы можем оценить интеграл в левой части (9), используя стандартные соображения метода перевала:

$$\begin{aligned} \int_0^\pi j(\theta) \frac{e^u}{\sin \theta} d\theta &\approx j(\theta_{max}) \frac{e^{u_{max}}}{\sin \theta_{max}} \sqrt{\frac{\pi}{\Omega}}, \\ \Omega &= -\frac{1}{2} \left. \frac{d^2 u}{d\theta^2} \right|_{\theta_{max}}. \end{aligned} \quad (10)$$

В линейном приближении по малому отношению h/σ получаем $\Omega = \sigma$ и $\sin \theta_{max} = 1$. Следовательно,

$$\int_0^\pi j(\theta) \frac{e^u}{\sin \theta} d\theta \approx j(\theta_{max}) \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} e^{u_{max}}. \quad (11)$$

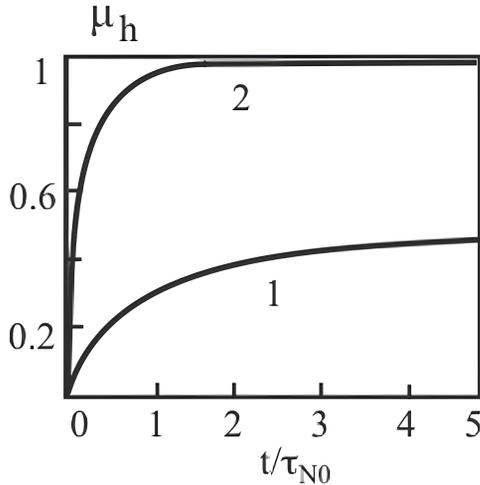


Рис. 2. Статистически средняя проекция μ_h вектора μ как функция от времени. Цифры возле кривых: 1 — $h = 0.5$; 2 — $h = 2.5$

Комбинируя (9) и (11), получаем

$$j(\theta_{max}) \approx - \left(\sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} e^{u_{max}} \right)^{-1} [f_{\pi} e^{u_{\pi}} - f_0 e^{u_0}]. \quad (12)$$

Используя (12) в уравнении (7), учитывая соотношения (4) и (5), меняя для упрощения записи знак приближенного равенства « \approx » на знак равенства « $=$ », в рамках приближения $\sigma \gg 1$ приходим к уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_0}{\partial t} &= \frac{1}{2\tau_I} [f_{\pi} e^h - f_0 e^{-h}], \\ \tau_I &= \tau_D \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} \exp \left\{ \sigma + \frac{h^2}{4\sigma} \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Определим теперь связь между вероятностью P_0 и значениями f_0, f_{π} плотности вероятности f в точках $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ минимумов потенциала u . Для этого, как и в классической теории Крамерса, учтем, что переход вектора μ через высокий потенциальный барьер — сравнительно редкое явление, и характерное время между двумя такими переходами намного больше времени установления термодинамического равновесия в каждой из потенциальных ям, совпадающим с τ_D по порядку величины. Поэтому в каждый момент времени мы можем рассматривать состояние внутри такой ямы как практически равновесное, описываемое функцией распределения Больцмана. Очевидно, это не означает равновесного распределения между потенциальными ямами. Таким образом, в каждой из потенциальных ям $0 \leq \theta \leq \pi/2$ и $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$, в соответствии распределением Больцмана имеем

$$f(\theta) = f_0 \exp\{u_0 - u(\theta)\} \quad (14)$$

и

$$f(\theta) = f_{\pi} \exp\{u_{\pi} - u(\theta)\}. \quad (15)$$

Подставляя (14) в первое соотношение (6), получаем

$$\begin{aligned} P_0 &= f_0 \int_0^{\theta_{max}} \exp\{u_0 - u(\theta)\} \sin \theta d\theta = \\ &= f_0 \int_0^{\theta_{max}} \exp\{-\sigma(1 - \cos^2 \theta)\} \exp\{-h(1 - \cos \theta)\} \times \\ &\quad \times \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (16)$$

Поскольку $\sigma \gg 1$, функция $\exp\{-\sigma(1 - \cos^2 \theta)\}$ имеет острый максимум при $\theta = 0$. В силу неравенства $\sigma \gg h$ экспонента $\exp\{-h(1 - \cos \theta)\}$ меняется с θ намного медленнее, чем $\exp\{-\sigma(1 - \cos^2 \theta)\}$. Следовательно, используя метод перевала, мы можем представить

$$\begin{aligned} P_0 &\approx f_0 \int_0^{\theta_{max}} \exp\{-\sigma\theta^2\} \theta d\theta = \\ &= f_0 \frac{1}{2\sigma} (1 - \exp\{\sigma\theta_{max}^2\}) \approx f_0 \frac{1}{2\sigma}. \end{aligned} \quad (17)$$

Аналогично

$$P_{\pi} \approx f_{\pi} \frac{1}{2\sigma}. \quad (18)$$

Ниже для удобства в уравнениях (17) и (18) мы будем использовать знак равенства « $=$ » вместо приближенного равенства « \approx ».

В силу условия нормировки $P_0 + P_{\pi} = 1$, используя (17) и (18), приходим к равенству

$$f_0 + f_{\pi} = 2\sigma. \quad (19)$$

Комбинируя соотношения (17), (18) и (19) с (13), получаем уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_0}{\partial t} &= \frac{1}{\tau_{II}} [\sigma e^h - f_0 \operatorname{ch} h], \\ \tau_{II} &= 2 \frac{\tau_I}{\sigma} = 2\tau_D \sqrt{\frac{\pi}{\sigma^3}} e^{\sigma + \frac{h^2}{4\sigma}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Статистически средняя проекция единичного вектора μ на направление поля \mathbf{H} может быть рассчитана следующим образом:

$$\mu_h = \mu_{h0} + \mu_{h\pi}, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} \mu_{h0} &= \int_0^{\theta_{max}} f(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta, \\ \mu_{h\pi} &= \int_{\theta_{max}}^{\pi} f(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (22)$$

Учитывая (14), (15) и (19), уравнение (22) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \mu_{h0} &= \\ &= f_0 \int_0^{\theta_{max}} \exp \{-\sigma (1 - \cos^2 \theta)\} \exp \{-h(1 - \cos \theta)\} \times \\ &\quad \times \cos \theta \sin \theta d\theta \approx f_0 \frac{1}{2\sigma}, \end{aligned} \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} \mu_{h\pi} &= \\ &= f_{\pi} \int_{\theta_{max}}^{\pi} \exp \{-\sigma (1 - \cos^2 \theta)\} \exp \{h(1 + \cos \theta)\} \times \\ &\quad \times \cos \theta \sin \theta d\theta \approx -f_{\pi} \frac{1}{2\sigma}. \end{aligned} \quad (23b)$$

Здесь, как и в (17), (18), снова использован метод седловой точки оценки определенных интегралов. Подставляя (21), (23) в (20), приходим к уравнению

$$\frac{\partial \mu_h}{\partial t} = \frac{1}{\tau_{II}} [\text{sh } h - \mu_h \text{ch } h] \quad (24)$$

или

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu_h}{\partial t} &= \frac{1}{\tau_N} [\text{th } h - \mu_h], \\ \tau_N &= \frac{\tau_{II}}{\text{ch } h} = \tau_{N0} \frac{e^{\frac{h^2}{4\sigma}}}{\text{ch } h}, \\ \tau_{N0} &= 2\tau_D \sqrt{\frac{\pi}{\sigma^3}} e^{\sigma}. \end{aligned} \quad (25)$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Если h не зависит от времени, например, после ступенчатого изменения поля, параметр τ_N постоянен и играет роль характерного времени неелевской релаксации μ_h к его равновесному значению $\text{th } h$; τ_{N0} является значением τ_N при $h = 0$. Полученная оценка τ_{N0} совпадает с таковой, полученной в (23) в пределе очень высокой магнитной анизотропии частицы. Как видно из (25), τ_N уменьшается с ростом магнитного поля h (напомним, предполагается выполнение сильного неравенства $h \ll \sigma$), что соответствует выводам [16, 17].

Когда h меняется со временем t , величина τ_N зависит от t и не может рассматриваться как время релаксации. Некоторые результаты расчетов $\mu_h(t)$ после ступенчатого изменения h от нуля до некоторых постоянных значений представлены на рис. 2. Увеличение конечного значения поля h приводит к более быстрой релаксации μ_h к его равновесному значению. Заметим, что после выключения поля время релаксации μ_h к нулю будет равно τ_{N0} , т.е. больше времени релаксационного процесса при увеличении поля. Таким образом, процессы намагничивания системы после увеличения поля и размагничивания после его уменьшения (выключения), вообще говоря, характеризуются разными временами релаксации.

Рассмотрим теперь случай осциллирующего поля $h = h_0 \cos \omega t$, где $h_0 \ll \sigma$ — его амплитуда. Решение (24) при начальном условии $\mu_h = 0$ при $t = 0$ имеет вид

$$\begin{aligned} \mu_h(t) &= \frac{V(t)}{\tau_{N0}} \int_0^t \frac{\text{sh}(h_0 \cos \omega t')}{V(t')} \times \\ &\quad \times \exp \left\{ \left(-\frac{(h_0 \cos \omega t')^2}{4\sigma} \right) \right\} dt', \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} V(t) &= \exp \left\{ \left(-\frac{1}{\tau_{N0}} \int_0^t \exp \left\{ \left(-\frac{(h_0 \cos \omega t')^2}{4\sigma} \right) \right\} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \text{ch}(h_0 \cos \omega t') dt' \right) \right\}. \end{aligned}$$

Мы определим эффективную комплексную восприимчивость χ на частоте сигнала следующим образом:

$$\begin{aligned} \chi'(\omega, h_0) &= \frac{1}{h_0} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mu_h \cos \omega t dt, \\ \chi''(\omega, h_0) &= \frac{1}{h_0} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mu_h \sin \omega t dt. \end{aligned} \quad (27)$$

Заметим, что определенная таким образом восприимчивость определяет связь между средним вектором μ_h ориентации магнитного момента частицы и безразмерным полем h .

Измеряемая восприимчивость материала, связывающая намагниченность всего композита и размерное поле H , пропорциональна χ с коэффициентом

$$\mu_0 \frac{m^2}{v_p k_B T} \varphi,$$

где φ — объемная концентрация частиц.

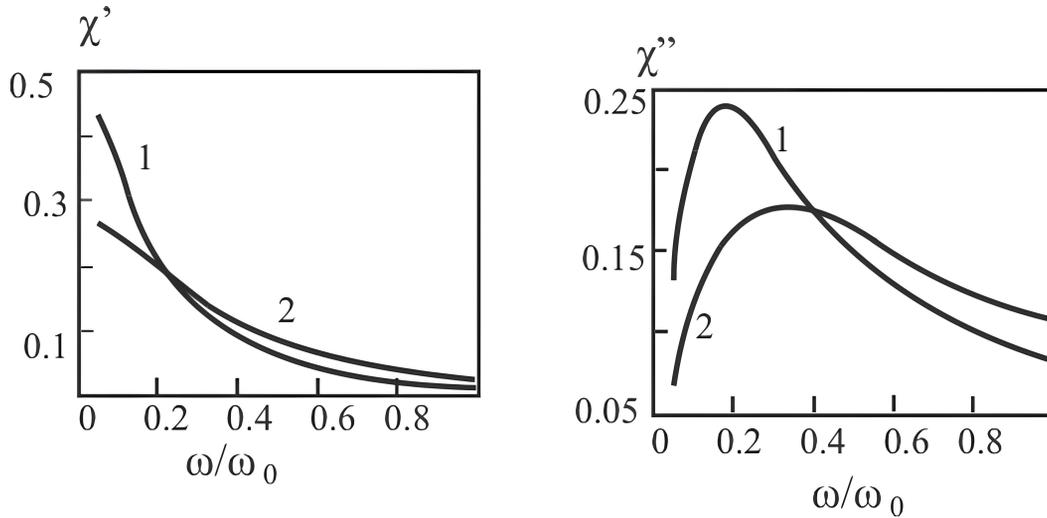


Рис. 3. Действительные и мнимые части эффективной восприимчивости χ в зависимости от угловой частоты поля ω . Цифры возле кривых: 1 — $h_0 = 0.5$; 2 — $h_0 = 2$. Параметр $\omega_0 = 2\pi/\tau_{N0}$

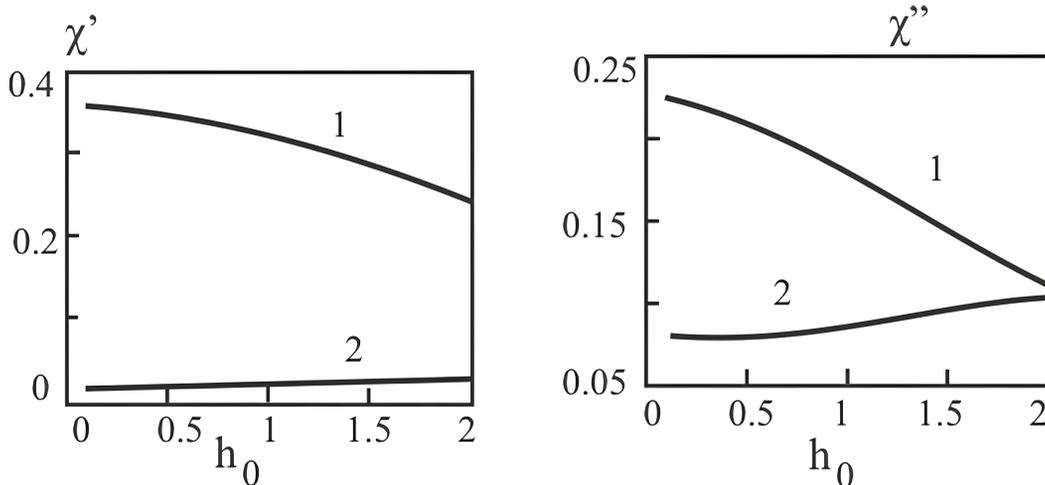


Рис. 4. Действительная и мнимая части эффективной восприимчивости χ в зависимости от амплитуды h_0 осциллирующего поля. Кривые: 1 — $\omega = 0.1$; 2 — $\omega = \omega_0$. Параметр ω_0 тот же, что на рис. 3

Некоторые результаты расчетов χ' и χ'' приведены на рис. 3 и 4.

Обе части χ' и χ'' восприимчивости уменьшаются с амплитудой h_0 поля, когда угловая частота ω существенно меньше ω_0 , и увеличиваются при относительно высоких значениях ω . Насколько нам известно, ранее это обстоятельство в литературе не отмечалось.

Хорошо известно, что переменное магнитное поле \mathbf{H} вызывает нагрев ферромагнитных частиц, используемый, в частности, для терапии онкологических заболеваний (метод магнитной гипертермии). Физическая причина этого нагрева состоит в диссипации энергии магнитного поля при перемагничивании частицы.

Среднее значение энергии диссипации за время $T \gg \{2\pi/\omega, \tau_{N0}\}$ может быть определено из общих термодинамических соображений (см, например, [15]):

$$W = -\mu_0 \frac{m}{T} \int_0^T \mu_h \frac{dH}{dt} dt. \tag{28}$$

Используя обозначения (3) и $H = H_0 \cos \omega t$, легко получаем

$$W = \frac{k_B \Theta}{\tau} w, \quad w = h_0 \omega \frac{\tau_{N0}}{T} \int_0^T \mu_h \sin \omega t dt, \tag{29}$$

$$h_0 = \mu_0 \frac{m}{k_B \Theta} H_0,$$

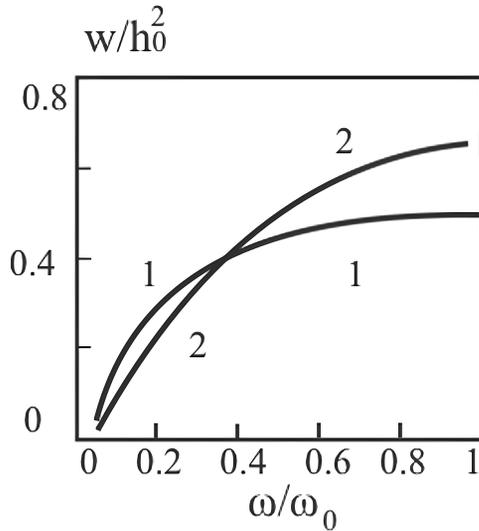


Рис. 5. Безразмерная интенсивность генерирования тепла в частицы в зависимости от угловой частоты поля. Кривые: 1 — $h_0 = 0.5$; 2 — $h_0 = 2$. Параметр ω_0 тот же, что на рис. 3, 4

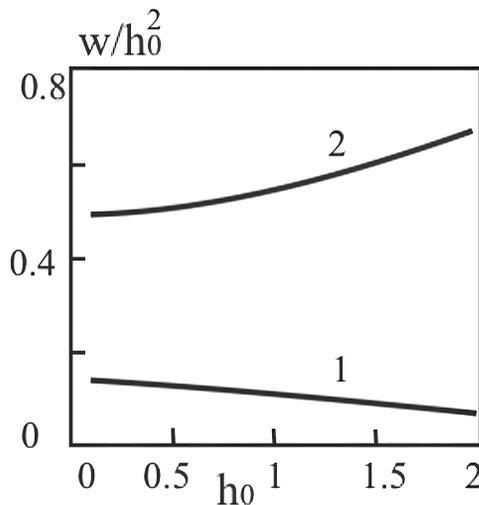


Рис. 6. Зависимость безразмерной интенсивности диссипации энергии w от безразмерной амплитуды h_0 магнитного поля. Кривые 1 и 2 — $\omega = 0.1\omega_0$ и $\omega = \omega_0$. Параметр ω_0 тот же, что на рис. 3

где w — безразмерная интенсивность диссипации энергии (интенсивность генерирования тепла) в частице.

Некоторые результаты расчетов w как функции от частоты поля ω показаны на рис. 5.

Как видно, при относительно больших частотах w растет с амплитудой поля быстрее, чем по закону $w \sim h_0^2$. При стремлении ω к бесконечности, w стремится к некоторому насыщению. Это хорошо известный результат в теории магнитной гипертермии.

Некоторые результаты зависимости отношения w/h_0^2 от h_0 приведены на рис. 6.

Этот рисунок также показывает более быструю, чем H_0^2 зависимость W от H_0 , когда частота поля достаточно велика. Отметим, что скейлинговая зависимость $W \sim H_0^\gamma$, $\gamma > 2$ в композитах с иммобилизованными магнитными частицами была обнаружена в экспериментах [18]. Таким образом, проведенный теоретический анализ показывает, что рост интенсивности тепловыделения с амплитудой поля быстрее, чем по квадратичному закону, физически возможен и не может рассматриваться как результат методической ошибки эксперимента.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически рассмотрена кинетика перемагничивания и выделение тепла в полностью неподвижной однодоменной ферромагнитной частице под действием осциллирующего магнитного поля. Предполагалась высокая магнитная анизотропия частицы, что довольно типично как для многих экспериментов, так и для технологических применений нанодисперсных магнитных композитов.

Наши расчеты, основанные на математически последовательной теории Крамерса броуновской диффузии через высокий потенциальный барьер, показали, что скорость диссипации магнитной энергии W , как и ожидалось, зависит от амплитуды поля H_0 медленнее, чем по закону $W \sim H_0^2$, когда частота поля относительно мала. Когда частота превышает некоторую пороговую величину, функция $W(H_0)$ меняется быстрее, чем H_0^2 . Этот вывод объясняет, по крайней мере, качественно, недавние экспериментальные результаты [18], в которых было получено скейлинговое соотношение

$$W \sim H_0^\gamma, \quad \gamma > 2.$$

Нами рассмотрен случай параллельной ориентации магнитного поля и оси легкого намагничивания частицы. В рамках приближения $\sigma \gg 1$, $\sigma \gg h$ не представляет принципиального труда рассмотреть случай произвольного угла β между этими векторами. Для этого достаточно в полученных здесь соотношениях заменить безразмерное поле h на $h \cos \beta$ в пренебрежении малой компонентой намагниченности в направлении, перпендикулярном оси анизотропии частицы.

Финансирование. Работа поддержана грантом Министерства науки и образования РФ, проект FEUZ 2023-0020.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Boczkowska and S.F. Awietjan, *Tuning Active Magnetorheological Elastomers for Damping Applications*, Materials Science Forum **636–637**, 766 (2010).
2. M. T. Lopez-Lopez, G. Scionti, A. C. Oliveira et al., *Generation and Characterization of Novel Magnetic Field-Responsive Biomaterials*, PLoS ONE **10**, 7 (2015).
3. B. Sung, M-H. Kim, and L. Abelman, *Magnetic Microgels and Nanogels: Physical Mechanisms and Biomedical Applications*, Bioengineering and Translational Medicine **6**, 1 (2021).
4. M. Imran, A. M. Affandi, M. Alam et al., *Advanced Biomedical Applications of Iron Oxide Nanostructures Based Ferrofluids*, Nanotechnology **32**, 42 (2021).
5. M. Naghdi, M. Ghovvati, and N. Rabiee, *Magnetic Nanocomposites for Biomedical Applications*, Advances in colloid and interface science **308**, 10277 (2022).
6. A. Sharma, A. Jangam, and J. Low Yung Shen, *Design of a Temperature-Feedback Controlled Automated Magnetic Hyperthermia Therapy Device*, Frontiers in Thermal Engineering **3**, 1131262 (2023).
7. X. Liu, Y. Zhang, Y. Wan et al., *Comprehensive Understanding of Magnetic Hyperthermia for Improving Antitumor Therapeutic Efficacy*, Theranostics **10**, 8 (2020).
8. A. Wlodarczyk, S. Gorgon, A. Radon et al., *Magnetite Nanoparticles in Magnetic Hyperthermia and Cancer Therapies: Challenges and Perspectives*, Nanomaterials **12(11)**, 1807 (2022).
9. M. Peiravi, H. Eslami, M. Ansari et al., *Magnetic hyperthermia: Potentials and limitations*, J. Indian Chem. Soc. **99**, 1 (2022).
10. J. Pan, Y. Xu, Q. Wu et al., *Mild Magnetic Hyperthermia-Activated Innate Immunity for Liver Cancer Therapy*, J. Amer. Chem. Soc. **143**, 21 (2021).
11. A. Ahmed, E. Kim, S. Jeon et al., *Closed-Loop Temperature-Controlled Magnetic Hyperthermia Therapy With Magnetic Guidance of Superparamagnetic Iron-Oxide Nanoparticles*, Advanced Therapeutics **5**, 2 (2022).
12. H. F. Rodrigues, G. Capistrano, and A. F. Bakuzis, *In Vivo Magnetic Nanoparticle Hyperthermia: A Review on Preclinical Studies, Low-Field Nano-Heaters, Noninvasive Thermometry and Computer Simulations for Treatment Planning*, J. Hyperthermia **37**, 3 (2020).
13. V. Vilas-Boas, C. Flix, and E. Begona, *Magnetic Hyperthermia for Cancer Treatment: Main Parameters Affecting the Outcome of in Vitro and in Vivo Studies*, Molecules **25(12)**, 2874 (2020).
14. D. Chang, M. Lim, J. A. C. M. Goos et al., *Biologically Targeted Magnetic Hyperthermia: Potential and Limitations*, Frontiers in Pharmacology **9**, 831 (2018).
15. R. E. Rosensweig, *Heating Magnetic Fluid With Alternating Magnetic Field*, J. Magn. Magn. Mat. **252**, 370 (2002).
16. Yu. P. Kalmykov, *The Relaxation Time of the Magnetization of Uniaxial Single-Domain Ferromagnetic Particles in the Presence of a Uniform Magnetic Field*, J. Appl. Phys. **96**, 1138 (2004).
17. I. S. Poperechny, Yu. L. Raikher, and V. I. Stepanov, *Dynamic Magnetic Hysteresis in Single-Domain Particles With Uniaxial Anisotropy*, Phys. Rev. B **82**, 17 (2010).
18. A. P. Safronov, A. Yu. Zubarev, A. D. Maximov et al., *Specific Loss Power of Epoxy Composites With Embedded Magnetite Particles*, Europ. Phys. J. Special Topics **231**, 1181 (2022).
19. S. Dutz, M. Kettering, I. Hilger et al., *Magnetic Multicore Nanoparticles for Hyperthermia-Influence of Particle Immobilization in Tumour Tissue on Magnetic Properties*, Nanotechnology **22**, 26 (2011).
20. E. A. P?rigo, G. Hemery, O. Sandre et al., *Fundamentals and Advances in Magnetic Hyperthermia*, Applied Physics Reviews **2**, 4 (2015).
21. S. Odenbach and S. Thurm, *Magnetoviscous Effect in Ferrofluids*, Ferrofluids. Magnetically controllable fluids and their applications, Springer, Berlin (2002).
22. М. А. Марценюк, Ю. Л. Райхер, М. И. Шлиомис, ЖЭТФ **65**, 834 (1973).
23. W. F. Brown, Jr., *Thermal Fluctuations of a Single-Domain Particle*, Amer. Phys. Soc. **130**, 5 (1963).