

О МЕТОДИКАХ ОЦЕНКИ ДЕПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ В МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ

*Г. Н. Ключников**, *А. П. Серебров*

*НИЦ «Курчатовский институт» —
Петербургский институт ядерной физики имени Б.П. Константинова
188300, Гатчина, Ленинградская обл., Россия*

Поступила в редакцию 14 февраля 2022 г.,
после переработки 19 апреля 2023 г.
Принята к публикации 3 мая 2023 г.

Задача о нахождении деполяризационных потерь нейтронов возникает в связи с необходимостью определения систематической погрешности экспериментов с магнитным удержанием ультрахолодных нейтронов в ловушках. В настоящей работе рассматриваются три методики оценки вероятности деполяризации нейтронов: классическая, квантовомеханическая и приближенная. Разработанные методики применяются к оценке вероятности деполяризации ультрахолодных нейтронов в двух магнитных ловушках: ловушке коллаборации Лос-Аламосской национальной лаборатории США (LANL) и ловушке, проектируемой в лаборатории физики нейтрона «НИЦ Курчатовский институт»–ПИЯФ. Показано, что все три методики могут успешно применяться для количественной оценки деполяризации. Это имеет особое значение для сравнения теоретических предсказаний с результатами измерений в экспериментах по определению времени жизни нейтрона.

DOI: 10.31857/S0044451023090055

EDN: KСIVPF

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача об определении потерь нейтронов вследствие деполяризации возникает при решении многих задач фундаментальной физики на реакторах: измерения времени жизни нейтрона [1–6], определения коэффициента асимметрии A , а также при решении технических задач, например, при оценке эффективности поляризаторов ультрахолодных нейтронов (УХН) в областях с сильным магнитным полем [7, 8].

Идея о возможности отражения нейтронов от магнитного барьера в статическом магнитном поле была впервые высказана В. Паулем в 1951 г. Эти представления впоследствии были развиты и использованы для создания экспериментальной установки по измерению времени жизни нейтрона — секступольной магнитной ловушки, изогнутой в виде тора [9]. В СССР на принципиальную возможность

хранения холодных нейтронов в ограниченной вакуумной полости за счет отталкивания нейтронов от областей с сильным магнитным полем указал В. В. Владимирский в 1960 г. В своей работе [2] он рассмотрел условия, необходимые для сохранения ориентации спина относительно магнитного поля и дал конкретные примеры магнитных полей, обеспечивающих хранение нейтронов. Тема магнитного хранения получила развитие в исследованиях, проведенных экспериментаторами из Курчатовского института (КИ) и Научно-исследовательского института ядерных реакторов (НИИАР) [3]. Впоследствии этой группой ученых было получено первое значение времени жизни нейтрона методом удержания УХН в полости. Позже в Институте теоретической и экспериментальной физики (ИТЭФ) была создана ловушка для УХН с электромагнитами, позволявшая удерживать нейтроны со временем хранения больше 700 с в простой односвязной области под действием гравитационного и неоднородного магнитного полей [4].

Магнитная ловушка на постоянных магнитах была спроектирована и изготовлена в ПИЯФ РАН в 2001 г. [5]. Ловушка была сделана из постоянных

* E-mail: klyushnikov_gn@pnpi.nrcki.ru

магнитов и представляла собой расположенную вертикально цилиндрическую двадцатиполусную магнитную систему с конической нижней частью. Ее конструкция предусматривала возможность регистрации потерь нейтронов в процессе хранения [6].

Первые эксперименты по определению времени жизни нейтрона были осуществлены в 50-е годы XX века при помощи пучкового метода определения вероятности распада нейтрона [10]. В экспериментах этого направления измерялась скорость распада нейтрона внутри выделенной области нейтронного пучка благодаря регистрации протонов в распадной области [11, 12]. Методом, основанным на хранении УХН в гравитационных или магнитных ловушках, экспериментаторы начали пользоваться в 80-х гг. и с тех пор постоянно повышают точность своих измерений [13]. Когда проявилось расхождение в результатах измерения времени жизни нейтрона, полученных с одной стороны в пучковых экспериментах и с другой стороны в экспериментах с хранением УХН в магнитно-гравитационных ловушках [1, 14, 15], возникла необходимость детального анализа экспериментов обеих групп, тщательного поиска в них систематических ошибок и путей дальнейшего увеличения точности измерений [16, 17]. Одним из возможных важнейших источников систематических ошибок в экспериментах с хранением в магнитно-гравитационных ловушках являются деполяризационные потери, возникающие вследствие переворота спина нейтронов в областях с сильными градиентами магнитного поля.

Основоположником теоретического изучения деполяризации нейтронов в неоднородном статическом магнитном поле является итальянский физик Э. Майорана [18]. В применении к анализу экспериментов по измерению времени жизни нейтрона первые оценки деполяризационных потерь УХН были сделаны в [19]. Вычисления в [19] были проделаны для ловушки, использовавшейся в эксперименте по определению времени жизни нейтрона в Лос-Аламосской национальной лаборатории США (LANL). Авторы использовали для оценки амплитуды переворота спина полуклассический метод и приближение Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ-приближение). В полуклассическом методе отыскивалась амплитуда переворота спина в нижней точке поворота, затем вероятность деполяризации на одном отскоке от поверхности записывалась в виде квадрата этой амплитуды. В ВКБ-приближении коэффициенты разложения спинора χ

по спинорам Паули находились как решения обыкновенных дифференциальных уравнений, получающихся из стационарного уравнения Шредингера со спинором χ . При этом рассматривались только вертикальные перемещения нейтронов. В результате в [19] вероятность деполяризации на одном отскоке оценена значениями от $2.6 \cdot 10^{-23}$ в полуклассическом подходе до 10^{-20} в ВКБ-приближении.

Анализ деполяризационных потерь в эксперименте LANL был продолжен в [20], где основное внимание было уделено рассмотрению перемещений нейтрона с ненулевой горизонтальной составляющей скорости. Именно такие перемещения, как показано в [20], являются основной причиной деполяризационных потерь в объеме магнитного хранения. К решению задачи были применены три подхода: квантовомеханический, математический и полуклассический. В квантовомеханическом подходе искались функции-коэффициенты разложения спинора χ по базисным спинорам. В математическом подходе амплитуда деполяризации была получена как решение обыкновенного дифференциального уравнения в предположении об асимптотическом представлении функции Эри. В полуклассическом подходе так же, как и в квантовомеханическом, рассматривалось разложение волновой функции по собственным состояниям, однако собственные функции и коэффициенты разложения предполагались зависящими от времени t , а не от пространственных переменных. В результате анализа, проведенного в [20], получена вероятность деполяризации на одном отскоке порядка 10^{-10} для ведущего магнитного поля 0.05 Тл и горизонтальной составляющей скорости нейтрона 3 м/с.

Помимо деполяризации, происходящей при движении нейтронов в объеме хранения, возможна деполяризация за счет некогерентного квазиупругого рассеяния нейтронов на протонах молекул стенки ловушки, а также за счет изменения траекторий нейтронов при отражении от стенки. Теоретическому исследованию этих механизмов деполяризации УХН посвящена работа [21]. В настоящей статье мы ограничимся рассмотрением деполяризации, происходящей при движении нейтронов в объеме хранения, и не будем учитывать деполяризацию при отражении от стенок. Также мы будем пренебрегать затуханием колебаний магнитного момента.

2. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ

2.1. Классический подход. Уравнения Блоха

Рассмотрим ультрахолодный (следовательно, нерелятивистский) нейтрон с массой m и средним значением магнитного момента $\boldsymbol{\mu}$, движущийся в суперпозиции магнитного поля с индукцией \mathbf{B} и гравитационного поля $m\mathbf{g}$. Уравнения движения такого нейтрона в декартовой системе координат $Oxyz$ будут

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}) + m\mathbf{g}. \quad (1)$$

Динамика среднего значения магнитного момента в магнитном поле будет описываться уравнениями Блоха

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \gamma_m \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}, \quad (2)$$

где постоянная $\gamma_m = -1.83 \cdot 10^8 / (\text{Тл}\cdot\text{с})$ — гиромагнитное отношение для нейтрона. (2) аналогично по форме уравнению Гейзенберга для ожидаемых значений элементов матрицы Паули, приведенных в [22] для случая постоянного по модулю магнитного поля, вращающегося вокруг одной из осей координат с постоянной угловой скоростью.

В дальнейших рассуждениях будем называть $\boldsymbol{\mu}$ магнитным моментом, всегда имея в виду его среднее значение.

Будем предполагать, что справедливы соотношения для частных производных

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{d\mu_i}{dt} \right). \quad (3)$$

Условия (3) будут выполнены, если члены с компонентами ускорения нейтрона w_j , возникающие в правой части (3), меньше членов с компонентами скорости нейтрона v_j .

Тогда система дифференциальных уравнений (1), (2) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v_x, \\ m \frac{dv_x}{dt} &= \frac{\partial \mu_x}{\partial x} B_x + \frac{\partial \mu_y}{\partial x} B_y + \frac{\partial \mu_z}{\partial x} B_z + \\ &\quad + \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial x} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial x}, \\ \frac{dy}{dt} &= v_y, \\ m \frac{dv_y}{dt} &= \frac{\partial \mu_x}{\partial y} B_x + \frac{\partial \mu_y}{\partial y} B_y + \frac{\partial \mu_z}{\partial y} B_z + \\ &\quad + \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial y} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial y} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial y}, \\ \frac{dz}{dt} &= v_z, \\ m \frac{dv_z}{dt} &= \frac{\partial \mu_x}{\partial z} B_x + \frac{\partial \mu_y}{\partial z} B_y + \frac{\partial \mu_z}{\partial z} B_z + \\ &\quad + \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial z} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial z} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} - m\mathbf{g}, \\ \frac{d\mu_x}{dt} &= \gamma_n (\mu_y B_z - \mu_z B_y), \\ \frac{d\mu_y}{dt} &= \gamma_n (\mu_z B_x - \mu_x B_z), \\ \frac{d\mu_z}{dt} &= \gamma_n (\mu_x B_y - \mu_y B_x), \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mu_x}{\partial x} \right) &= \gamma_n \left(\frac{\partial \mu_y}{\partial x} B_z + \mu_y \frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial \mu_z}{\partial x} B_y - \mu_z \frac{\partial B_y}{\partial x} \right), \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mu_x}{\partial y} \right) &= \gamma_n \left(\frac{\partial \mu_y}{\partial y} B_z + \mu_y \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial \mu_z}{\partial y} B_y - \mu_z \frac{\partial B_y}{\partial y} \right), \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mu_x}{\partial z} \right) &= \gamma_n \left(\frac{\partial \mu_y}{\partial z} B_z + \mu_y \frac{\partial B_z}{\partial z} - \frac{\partial \mu_z}{\partial z} B_y - \mu_z \frac{\partial B_y}{\partial z} \right), \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mu_y}{\partial x} \right) &= \gamma_n \left(\frac{\partial \mu_z}{\partial x} B_x + \mu_z \frac{\partial B_x}{\partial x} - \frac{\partial \mu_x}{\partial x} B_z - \mu_x \frac{\partial B_z}{\partial x} \right), \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mu_y}{\partial y} \right) &= \gamma_n \left(\frac{\partial \mu_z}{\partial y} B_x + \mu_z \frac{\partial B_x}{\partial y} - \frac{\partial \mu_x}{\partial y} B_z - \mu_x \frac{\partial B_z}{\partial y} \right), \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mu_y}{\partial z} \right) &= \gamma_n \left(\frac{\partial \mu_z}{\partial z} B_x + \mu_z \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial \mu_x}{\partial z} B_z - \mu_x \frac{\partial B_z}{\partial z} \right), \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mu_z}{\partial x} \right) &= \gamma_n \left(\frac{\partial \mu_x}{\partial x} B_y + \mu_x \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial \mu_y}{\partial x} B_x - \mu_y \frac{\partial B_x}{\partial x} \right), \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mu_z}{\partial y} \right) &= \gamma_n \left(\frac{\partial \mu_x}{\partial y} B_y + \mu_x \frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{\partial \mu_y}{\partial y} B_x - \mu_y \frac{\partial B_x}{\partial y} \right), \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mu_z}{\partial z} \right) &= \gamma_n \left(\frac{\partial \mu_x}{\partial z} B_y + \mu_x \frac{\partial B_y}{\partial z} - \frac{\partial \mu_y}{\partial z} B_x - \mu_y \frac{\partial B_x}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Система (4) должна быть дополнена начальными условиями для координат x, y, z , компонент скорости v_x, v_y, v_z , компонент магнитного момента μ_x, μ_y, μ_z и производных компонент магнитного момента по координатам $\partial \mu_i / \partial x_j$.

Если в равенствах

$$\frac{\partial(\mu_i B_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial \mu_i}{\partial x_j} B_i + \mu_i \frac{\partial B_i}{\partial x_j} \quad (5)$$

пренебречь членами с производными $\partial \mu_i / \partial x_j$, то (4) сведется к системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v_x, \\ m \frac{dv_x}{dt} &= \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial x} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial x}, \\ \frac{dy}{dt} &= v_y, \\ m \frac{dv_y}{dt} &= \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial y} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial y} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial y}, \\ \frac{dz}{dt} &= v_z, \\ m \frac{dv_z}{dt} &= \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial z} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial z} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} - mg, \\ \frac{d\mu_x}{dt} &= \gamma_n (\mu_y B_z - \mu_z B_y), \\ \frac{d\mu_y}{dt} &= \gamma_n (\mu_z B_x - \mu_x B_z), \\ \frac{d\mu_z}{dt} &= \gamma_n (\mu_x B_y - \mu_y B_x). \end{aligned} \quad (6)$$

Систему обыкновенных дифференциальных уравнений (6) также следует дополнить начальными условиями.

Будем считать, что в начальный момент времени магнитный момент нейтрона μ_0 направлен противоположно индукции магнитного поля в точке пуска \mathbf{B}_0 :

$$\mu_0 \uparrow \downarrow \mathbf{B}_0, \quad (7)$$

т. е. угол θ между средним значением спина нейтрона σ и \mathbf{B} равен 0 при $t = 0$. Модуль вектора μ равен

$$\mu = 1.913 \mu_{nucl}, \quad (8)$$

где μ_{nucl} — ядерный магнетон.

Для системы (4) помимо начальных значений координат и скоростей, а также условия (7) будем задавать производные $\frac{\partial \mu_i}{\partial x_j}$ равными нулю при $t = 0$.

Система (4) является более точной, чем (6), поэтому в общем случае следует пользоваться ей. Однако на практике разница в решениях (4) и (6) проявляется только на достаточно больших временах наблюдения.

При таком рассмотрении характеристикой деполаризации, как будет показано далее, является величина

$$\frac{1}{2} \Delta \cos \theta = \frac{1 - \cos \theta}{2} = \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Дадим теперь два определения, которые потребуются в дальнейшем. Пусть $\mathbf{B}(t)$ — индукция поля в момент времени t , $\mathbf{B}(t + \Delta t)$ — индукция поля через малый промежуток времени Δt . Примем за α угол между векторами $\mathbf{B}(t)$ и $\mathbf{B}(t + \Delta t)$ и рассмотрим предел

$$\nu = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\alpha}{\Delta t}. \quad (9)$$

Величина ν будет угловой скоростью вращения вектора \mathbf{B} .

Вторая важная характеристика магнитного поля ω — частота обращения спина вокруг поля \mathbf{B} , или ларморова частота прецессии спина.

2.2. Приближенный способ оценки вероятности деполаризации через квадрат отношения частот

Задачу вычисления вероятности неадиабатических переходов решал немецкий физик В. Гюттингер. В 1931 г. он получил уравнения для нахождения коэффициентов разложения волновой функции частицы со спином в магнитном поле в одном частном случае. Дж. Швингер получил более общие уравнения для коэффициентов разложения волновой функции и решил эти уравнения для нескольких практически важных примеров, в том числе для магнитного поля, постоянного по модулю и вращающегося с постоянной угловой скоростью [23].

В работе [23] использовался угол α , через который были записаны вероятность системы остаться в том же квантовом состоянии

$$P\left(\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}\right) = P\left(-\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}\right) = \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad (10)$$

и вероятность перехода в состояние с противоположным спином

$$P\left(\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}\right) = \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (11)$$

И. Раби также рассмотрел задачу о вероятности переворота спина нейтрона в магнитном поле, вращающемся с постоянной угловой скоростью. Задача изначально решалась в неподвижной системе координат. В работе [24] получено выражение для вероятности обнаружить нейтрон в состоянии со спином $(-1/2)$ через угловую скорость поворота поля и ларморову частоту прецессии спина.

В 1954 г. И. Раби с соавторами решил задачу о вероятности обнаружить нейтрон в квантовом состоянии со спином $(-1/2)$ в системе координат, движущейся вместе с нейтроном [25]. Предполагалось,

что вектор магнитной индукции вращается с постоянной угловой скоростью вокруг некоторой оси в пространстве. Были найдены вероятности $P_{(1/2)}$ и $P_{(-1/2)}$, где $(1/2)$ и $(-1/2)$ — проекции спина нейтрона на направления \mathbf{B} и $-\mathbf{B}$. Вероятность $P_{(-1/2)}$ определялась по формуле

$$P_{(-1/2)} = \frac{1 - \cos \theta}{2}, \quad (12)$$

где θ — угол между вектором \mathbf{B} в неподвижной системе координат и магнитным моментом нейтрона.

В работе [26] рассмотрена задача о нахождении вероятностей $P_{(1/2)}$ и $P_{(-1/2)}$ в системе координат, связанной с нейтроном, в предположении, что магнитное поле в подвижной системе координат вращается с произвольной угловой частотой $\nu(t)$. Сделан вывод о том, что в общем случае для определения компонент волновой функции ψ_+ и ψ_- нужно решить интегро-дифференциальное уравнение с неизвестной функцией $\Delta(t)$. Однако, как подчеркивается в [26], в большинстве практически интересных случаев для оценки вероятности нахождения системы в состоянии $(-1/2)$

$$P_{(-1/2)} = \|\psi_-\|^2 \quad (13)$$

достаточно воспользоваться простым выражением для волновой функции

$$\psi_- = i \frac{\nu_x}{n} \sin \frac{nt}{2}, \quad (14)$$

где $n = \sqrt{(\omega - \nu_z)^2 + \nu_x^2}$, $\boldsymbol{\nu}$ — вектор угловой скорости поворота поля.

Будем предполагать, что $|\mathbf{B}(t)|$ и $\nu(t)$ — функции, меняющиеся настолько медленно, что выполняются условия

$$\mathbf{v} \nabla B / (\gamma B^2) \ll 1, \quad \nu / \omega \ll 1. \quad (15)$$

Первое из условий (15) означает, что поле \mathbf{B} меняется медленно по модулю, второе — медленно по направлению. Тогда выражение (12) и квадрат волновой функции (14) могут служить локальными оценками вероятности деполяризации. Если мы будем возводить в квадрат не локальную, а среднюю величину отношения частот, то получим из (13) и (14) формулу

$$P_{(-1/2)} = \frac{1}{2} \left\langle \frac{\nu}{\omega} \right\rangle^2, \quad (16)$$

где угловыми скобками в (16) обозначено усреднение по координатам и скоростям нейтронов.

Таким образом, (16) может служить приближенной формулой для оценки вероятности деполяризации на одном отскоке. Использование формулы

(12) для вероятности деполяризации на одном отскоке ограничено, поскольку вычисление $\cos \theta$ является затратным по времени вычисления для практически интересных магнитных систем.

2.3. Квантовомеханическая оценка вероятности деполяризации

В работе [20] оценка вероятности деполяризации за счет переворота спина нейтронов сделана для магнитного поля, удовлетворяющего следующим условиям (система координат та же, что в [20]):

- 1) модуль магнитного поля $|\mathbf{B}|$ зависит только от вертикальной координаты y ;
- 2) угол ϕ , определяемый через соотношение $\operatorname{tg} \phi = B_y / B_x$, зависит только от горизонтальной координаты x ;
- 3) угол θ , определяемый через соотношение $\cos \theta = B_z / B$, зависит только от вертикальной координаты y .

Первое предположение означает, что градиент $\nabla |\mathbf{B}|$ имеет только одну ненулевую компоненту. Второе и третье предположения накладывают ограничения на геометрию магнитного поля \mathbf{B} .

При сделанных предположениях вероятность деполяризации на одном отскоке можно записать так:

$$p(t) = \frac{\dot{\theta}^2 + (K v_x \sin \theta)^2}{4\omega_L^2}, \quad (17)$$

где $K = 2\pi/L$, L — постоянная магнитной структуры, ω_L — ларморова частота прецессии спина.

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Применим теперь методики оценки деполяризации, основанные на трех описанных выше методах, к двум магнитным ловушкам: ловушке эксперимента LANL и магнитной ловушке, проект которой разрабатывается в настоящее время в лаборатории физики нейтрона НИЦ «Курчатовский институт» — ПИЯФ.

Перед выполнением деполяризационных расчетов мы проведем независимое вычисление магнитных полей. Для ловушки LANL это необходимо, чтобы проверить, насколько сильно аналитическое магнитное поле, использованное в [20], отличается от реального поля, и как возможное отличие влияет на итоговую оценку деполяризации нейтронов. Будем использовать геометрию магнитной системы, заданную в [27].

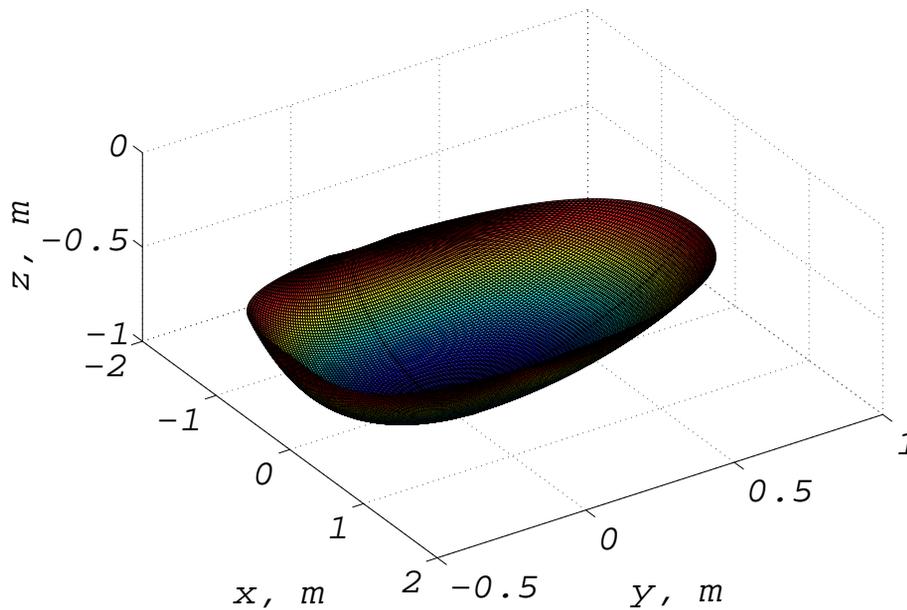


Рис. 1. Линии, вдоль которых вычислялась индукция внутреннего магнитного поля (показаны черным цветом)

3.1. Магнитное поле ловушки эксперимента LANL

Решение задачи о нахождении магнитного поля ловушки эксперимента LANL осуществлялось по следующему плану.

1. Расчет основного (внутреннего) магнитного поля магнитной ловушки эксперимента LANL — поля, создаваемого основной магнитной поверхностью:

- 1) параметризация магнитной поверхности,
- 2) разбиение поверхности на элементарные ячейки-магниты, задание полярности каждой ячейки,
- 3) нахождение поля одной магнитной полосы для четырех различных ориентаций полос,
- 4) вычисление поля от всей магнитной поверхности. Создание калькулятора внутреннего магнитного поля.

2. Расчет внешнего (ведущего) магнитного поля — тороидального поля, создаваемого витками соленоидов:

- 1) нахождение поля одного (центрального) витка прямоугольной формы,

- 2) скругление краев контура, вычисление поля одного витка в форме прямоугольника со скругленными краями,

- 3) нахождение поля девяти витков путем применения преобразования поворота поля от одного витка на заданный угол. Создание калькулятора внешнего магнитного поля.

3. Определение результирующего поля магнитной системы как суперпозиции внутреннего и внешнего магнитных полей.

Расчет основного магнитного поля

Будем использовать декартову систему координат $Oxyz$ с осью z , направленной вертикально вверх. В этой системе координат самой нижней точкой магнитной поверхности будет $(0, 0, -1)$ м.

Поверхность, на которой располагаются магниты, создающие основное магнитное поле, вместе с контрольными линиями представлена на рис. 1. Поверхность составлена из элементарных магнитов в виде равномерно намагниченных прямоугольных параллелепипедов размера $5.08 \times 1.27 \times 2.54$ см. Таким образом, период магнитной структуры составляет 5.08 см, основное изменение ориентации магнитного поля будет происходить вдоль оси y .

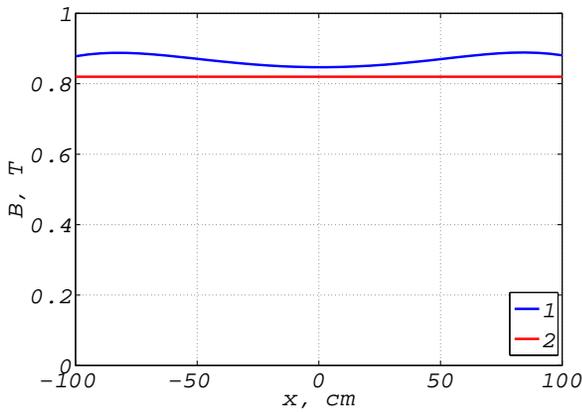


Рис. 2. Зависимость $|\mathbf{B}(x)|$ в y -слое. 1 — поле задано численно, 2 — поле задано аналитически

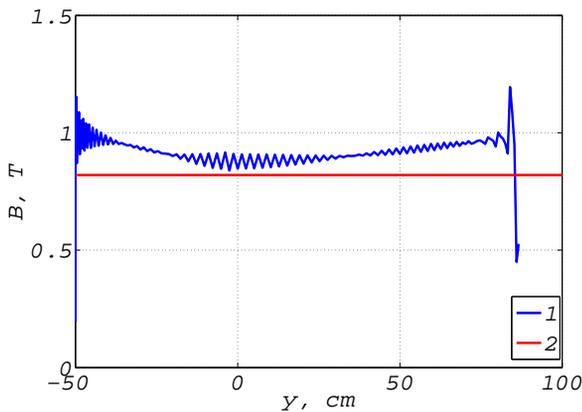


Рис. 3. Зависимость $|\mathbf{B}(y)|$ в x -слое. 1 — поле задано численно, 2 — поле задано аналитически

Для вычисления поля магнитной поверхности была разработана и записана в виде программного кода процедура из следующих действий.

1. Вычисление координат z торцов элементарных магнитов с помощью уравнения поверхности $z(x, y)$.
2. Создание матрицы с координатами базиса Френе в каждой точке разбиения.
3. Определение координат центра текущего магнита.
4. Выбор одной из четырех возможных ориентаций текущего магнита.
5. Нахождение координат вектора относительно положения точки наблюдения $\mathbf{r} - \mathbf{r}_c$ в локальной системе координат с использованием матриц A и C . В матрице A записаны координаты базиса Френе в рассматриваемой точке, C представляет собой матрицу поворота.

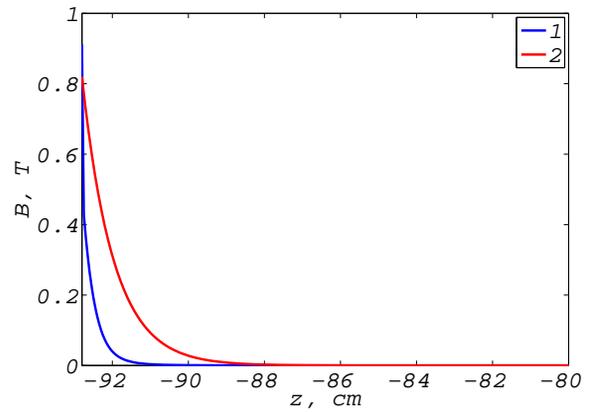


Рис. 4. Зависимость $|\mathbf{B}(z)|$ вдоль вертикальной прямой для двух полей — расчетного (кривая 1) и аналитического (кривая 2)

6. Вычисление компонент поля $\mathbf{B}'(\mathbf{r} - \mathbf{r}_c)$ в локальной системе координат.

7. Пересчет компонент поля $\mathbf{B}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_c)$ в неподвижной системе координат, суммирование.

Результаты расчета внутреннего магнитного поля представлены на рис. 2–4. На рис. 1 показаны линии, вдоль которых вычислялось магнитное поле для рис. 2 и рис. 3.

На рис. 2 показано изменение модуля магнитной индукции $|\mathbf{B}|$ от координаты x в одном из сечений поверхности плоскостью $y = const$ (будем называть такое сечение y -слоем). Для аналитического магнитного поля из [20] модуль $|\mathbf{B}|$ постоянен в плоскости $z = const$. Для криволинейной поверхности аналогом плоскости $z = const$ является поверхность, параллельная поверхности магнитов. Зависимость $|\mathbf{B}(x)|$ на рис. 2 дана для основной плоскости (высота над магнитами нулевая). Видно отклонение графика от горизонтальной прямой, соответствующей аналитически заданному полю.

На рис. 3 приведен график зависимости $|\mathbf{B}|$ от координаты y в x -слое. Видны колебания модуля индукции, отражающие влияние магнитной структуры, создаваемой отдельными прямоугольными параллелепипедами. Однако такие отклонения по абсолютной величине не превышают 0.2 Тл в области без влияния краевых эффектов.

Для исследования зависимости внутреннего магнитного поля от вертикальной координаты z были построены графики функций $|\mathbf{B}|(z)$ для фиксированных значений координат x и y . Один из таких графиков дан на рис. 4 вместе с графиком функции

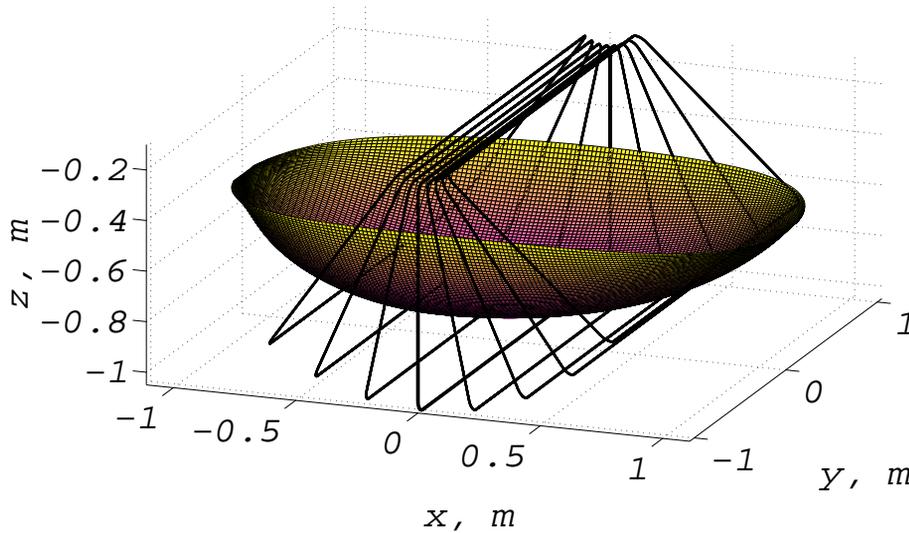


Рис. 5. Полная геометрия магнитной системы массива Хальбаха (витки, создающие ведущее поле, показаны черным цветом)

$$B = B_0 e^{-1.21(z-z_0)}, \tag{18}$$

где $B_0 = 0.82$ Тл — модуль поля на поверхности, z_0 — координата нижней точки поверхности магнитов в см. График функции (18) показан на рис. 3 красным цветом.

Из рис. 4 становится заметным более быстрое спадание магнитного поля в действительности по сравнению с теоретической моделью. Рассмотрение $|\mathbf{B}|(z)$ при других x и y показало, что изменение реального магнитного поля с ростом координаты z неравномерное и существенно зависит от выбора точки (x, y) .

Расчет внешнего магнитного поля

Для задания геометрии внешнего (ведущего) магнитного поля в плоскости Oyz был построен прямоугольник размеров 220×90 см со скругленными углами, радиус скругления был взят равным 5 см. Центр прямоугольника был смещен относительно начала координат по оси z вниз на 80 см.

Остальные прямоугольники были получены из основного поворотом на угол $\arccos(2/3)/4$ вокруг оси y .

На рис. 5 показана полная геометрия магнитной системы массива Хальбаха вместе с системой девяти колец, создающей внешнее магнитное поле.

Поле одного кольца с током было вычислено по закону Био–Савара–Лапласа

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{j} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}') dV}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}, \tag{19}$$

где интегрирование производилось по всем элементам тока \mathbf{j} .

Вычисленное внешнее магнитное поле оказалось отличным от однородного и от ведущего поля, использованного в [20]. Указанное отличие от однородного поля объясняется тем, что, во-первых, между соседними витками есть ненулевое расстояние, а во-вторых, витки повернуты друг относительно друга, а не параллельны одной плоскости. Так, например, x -компонента магнитной индукции будет равна 0 в центре только того витка, который лежит в плоскости Oyz .

На рис. 6 показан график зависимости модуля индукции магнитного поля, вычисленный вдоль дуги окружности, в нижней точке касающейся магнитной поверхности массива Хальбаха. Максимальное значение $|\mathbf{B}|$ не превышает 50 Гс.

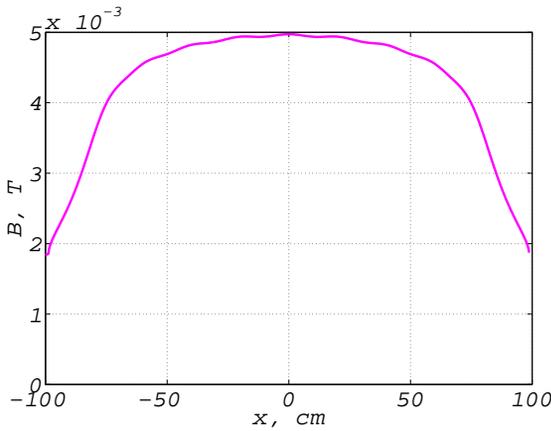


Рис. 6. Зависимость $|B(x)|$ для внешнего магнитного поля. Поле вычислено вдоль дуги окружности, касающейся в нижней точке магнитной плоскости

3.2. Магнитное поле новой ловушки ультрахолодных нейтронов проекта ПИЯФ

Магнитная система новой ловушки УХН, разработанной в лаборатории физики нейтрона НИЦ «Курчатовский институт»–ПИЯФ, представляет собой совокупность пяти магнитных граней в виде усеченной пирамиды и магнита, создающего ведущее магнитное поле (см. рис. 7). Из пяти граней одна является горизонтальной, четыре остальные грани наклонены к ней под углом 60° каждая. Магнит, создающий ведущее поле, представляет собой равномерно намагниченный в направлении оси Ox прямоугольный параллелепипед. Грани составлены из вплотную прилегающих друг к другу малых магнитов размерами $4 \times 3 \times 2$ см. Магнитный момент каждого магнита перпендикулярен плоскости грани, в которой он лежит. На горизонтальной грани полярность магнитного момента меняется вместе с координатой y (магнитный момент сонаправлен или противоположно направлен оси z) и не меняется для фиксированного значения y при изменении x . Магнитные моменты магнитов боковых граней ориентированы согласованно с моментами магнитов горизонтальной грани. Период магнитной структуры по координате y на боковых гранях увеличен в 2 раза по сравнению с периодом магнитной структуры в горизонтальной магнитной плоскости, равным 6 см.

На рис. 8 показаны различия в полярности магнитов массива Хальбаха и новой магнитной ловушки ПИЯФ, лежащих в одном сечении. Как следует из геометрии ловушки, представленной на рис. 7, и из правила расположения магнитов, показанного на рис. 8, технологическим преимуществом рассматриваемой ловушки по сравнению с ловушкой экспери-

мента LANL является ее конструкционная простота и удобство сборки.

Зависимость модуля индукции магнитного поля B от координаты y для $z = 1.05$ см (высота над поверхностью магнитов 0.5 мм) приведена на рис. 9. Локальные максимумы магнитного поля достигаются на стыках между соседними магнитами, минимумы — в серединах магнитов.

На рис. 10 показана зависимость $B(x, y)$ для точек (x, y) , удаленных на 1 мм от плоскости ведущего магнита. Целью введения ведущего магнита является увеличение абсолютного минимума поля в объеме ловушки и уменьшение пространственной неоднородности магнитного поля.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДИК ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ

4.1. Оценка вероятности деполаризации в магнитном поле массива Хальбаха

Для получения оценки вероятности деполаризации в магнитной ловушке был применен алгоритм вычисления среднего. Оценка проводилась по формуле (16). Опишем кратко алгоритм вычисления среднего.

Разыгрывается координата z в соответствии с зависимостью плотности нейтронов от высоты. Далее разыгрываются координаты x и y внутри поверхности массива Хальбаха с равномерным распределением в z -слое. В каждой точке рассматривается множество из 1000 различных направлений начальной скорости нейтрона. Модуль скорости в расчетах принимается равным 3 м/с. Распределение начальных скоростей по направлениям вылета считается изотропным.

Для каждого элементарного события — пуска в выбранном направлении из точки (x, y, z) определяется отношение частот ν/ω .

После расчета отношения частот ν/ω для каждого события находится величина $P_{(-1/2)}$ по формуле (16).

В результате проделанных вычислений было получено, что вероятность деполаризации, оцененная по квадрату отношения частот, составляет $4.4 \cdot 10^{-9}$.

Также для магнитного поля эксперимента LANL было проведено численное решение системы уравнений (4) с начальными данными (2.1)–(8) для различных начальных координат и скоростей нейтронов. Для контроля вычислений производился пересчет траекторий по системе (6). В результате расчетов

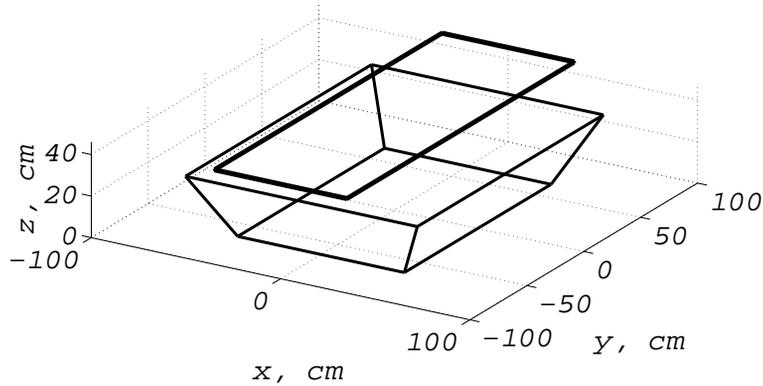


Рис. 7. Схема магнитной ловушки УХН, разработанной в лаборатории физики нейтрона НИЦ «Курчатовский институт»–ПИЯФ: четыре магнитные грани, соединенные в виде усеченной пирамиды, и ведущий магнит

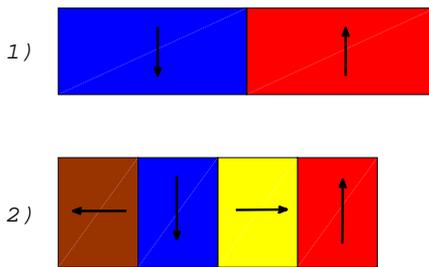


Рис. 8. Сравнение двух магнитных схем: 1) схема новой магнитной ловушки ПИЯФ, 2) схема ловушки эксперимента LANL. Стрелками показаны ориентации магнитов на длине, равной периоду магнитной структуры

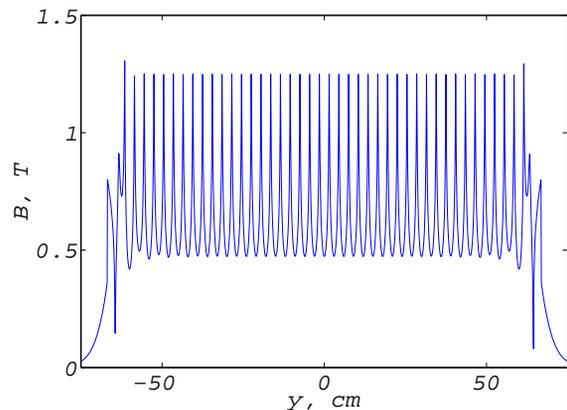


Рис. 9. Зависимость модуля индукции магнитного поля от координаты y при $x = 0$ и $h = 0.5$ мм

было найдено, что среднее значение отклонения косинуса угла θ составляет $0.5\langle 1 - \cos\theta \rangle = 2.3 \cdot 10^{-8}$. В [20] проделано вычисление функции $p(t)$ по формуле (17). Максимальное значение $\max(p)$ функции $p(t)$, соответствующее вероятности деполяризации на одном отскоке, для ведущего поля 5 мТл составило 10^{-8} . Эти значения вместе с рассчитанными в настоящей работе объединены в Табл. 1.

Полученная оценка $P_{-1/2} = 4.4 \cdot 10^{-9}$ хорошо согласуется со средним значением функции p . Это означает, что для оценки вероятности деполяризации в рассматриваемой магнитной ловушке мож-

Таблица 1. сравнение разных методик оценки вероятности деполяризации для эксперимента LANL

$0.5\langle 1 - \cos\theta \rangle$	$\max(p)$	$0.5\langle \nu/\omega \rangle^2$
$2.3 \cdot 10^{-8}$	10^{-8}	$4.4 \cdot 10^{-9}$

но использовать величину $0.5\langle \nu/\omega \rangle^2$. Отличие значения вероятности p от среднего отклонения косинуса $0.5\langle 1 - \cos\theta \rangle$ можно объяснить недостаточным для достоверного определения среднего количеством статистических испытаний.

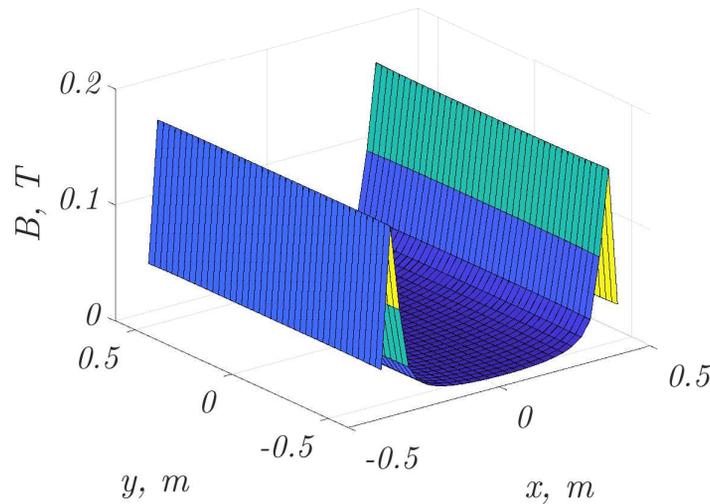


Рис. 10. Зависимость модуля индукции магнитного поля от координат x и y на расстоянии 1 мм от поверхности ведущего магнита

4.2. Сравнение классического и квантовомеханического подхода на примере новой магнитной ловушки проекта ПИЯФ

Условия, накладываемые на магнитное поле в [20], оказываются выполненными для новой магнитной ловушки ПИЯФ с хорошей точностью для $z > 11$ см, т. е. в той области, где преобладающим является ведущее магнитное поле. Было проведено сравнение вероятностей, вычисленных по изменению $\cos \theta$ из (4), и с помощью квантовомеханического подхода по формуле (17). Компоненты начальной скорости нейтрона были взяты равными $v_{x0} = 0.2$ м/с, $v_{z0} = -3$ м/с. Результаты сравнения приведены на рис. 11. На рисунке синим цветом показан график величины $0.5(1 - \cos \theta)$, красным — график функции $p(t)$, определяемой по формуле (17). Нейтрон начал свое движение на высоте $h = 15$ см, закончил движение на высоте $h = 10$ см. Вероятность обнаружения нейтрона в состоянии с перевернутым спином оказалась величиной порядка 10^{-10} и росла во время движения, что объясняется перемещением нейтрона за время наблюдения в область с более слабым магнитным полем. Из рис. 11 видно, что функции $p(t)$ и $(1 - \cos \theta)/2$ возрастают и имеют близкие средние значения в конечный момент времени. Следовательно, в области $z > 11$ см в новой магнитной ловушке проекта ПИЯФ для оценки вероятности деполаризации на одном отскоке применима формула (12).

Предварительные расчеты показывают, что функции $p(t)$ и $(1 - \cos \theta)/2$ имеют максимумы в

одни и те же моменты времени. Таким образом, в области высот $h \geq 10$ см к описанию динамики нейтрона и его спина применим квантовомеханический подход, изложенный в [20]. Оценки вероятности деполаризации, даваемые классической и квантовомеханической методиками, в этой области дают результаты, близкие по порядку величины и по точкам экстремума функций.

4.3. Оценка вероятности деполаризации для ловушки проекта ПИЯФ по приближенной методике

С использованием описанного выше алгоритма было найдено среднее значение отношения частот для поля магнитной ловушки проекта ПИЯФ, показанной на рис. 7. Вычисления проводились для двух моделей ловушки. В первой модели не учитывалось влияние углов сочленения наклонных граней и магнитной подложки. Для такой конфигурации поля среднее значение отношения частот оказалось равным

$$\langle \nu/\omega \rangle = 1.4 \cdot 10^{-5}, \quad (20)$$

вероятность деполаризации на одном отскоке составила, таким образом, 10^{-10} .

Учет влияния углов сочленения наклонных плоскостей и подложки

Поясним более подробно разницу в использованных моделях магнитного поля. В упрощенном ва-

рианте поля рассматривались не все магниты наклонных магнитных плоскостей, а только магниты в форме прямоугольных параллелепипедов заданного размера $4 \times 3 \times 2$ см. Магниты предполагались выполненными из сплава NdFeB. В плоскости $z = const$ всегда находилось целое число магнитных параллелепипедов, те магниты, которые выходили за линию пересечения двух соседних наклонных плоскостей, не учитывались. Во втором, более точном варианте область пространства в окрестности линии пересечения плоскостей заполнялась магнитами сплошь. После целого числа магнитов-параллелепипедов в каждом z -слое располагались магниты той формы и размеров, которые требовались для полного задания всех наклонных магнитных плоскостей. Ориентация таких дополнительных магнитов задавалась согласованно с ориентацией остальных магнитов плоскости. Также было учтено поле магнитной подложки из стали марки АРМКО. Предполагалась, что подложка имеет толщину 1 см и находится строго под каждой из магнитных плоскостей. При этом все магниты горизонтальной магнитной плоскости задавались одинаково в первом и во втором случае.

Более точное вычисление магнитного поля, произведенное описанным выше способом, повысило сделанную оценку вероятности деполяризации на одном отскоке до $7.2 \cdot 10^{-10}$. Это значение получается меньше аналогичной величины для эксперимента LANL $4.4 \cdot 10^{-9}$.

Рассмотрим среднюю скорость деполяризации

$$\langle \tau_{dep}^{-1} \rangle, \quad (21)$$

где τ_{dep} — характерное время деполяризации, угловые скобки означают усреднение. Связь между вероятностью деполяризации p и средней скоростью деполяризации τ_{dep}^{-1} дается формулой

$$p = T \langle \tau_{dep}^{-1} \rangle,$$

где T — период вертикальных колебаний нейтрона.

Величина τ_{dep} входит в формулу для вычисления скорости потерь

$$\tau^{-1} = \tau_n^{-1} + \tau_{dep}^{-1}, \quad (22)$$

где общая скорость потерь τ^{-1} складывается из потерь нейтронов вследствие β -распада τ_n^{-1} и потерь нейтронов из-за деполяризации τ_{dep}^{-1} . Если домножить обе части (22) на время жизни нейтрона τ_n , то можно получить, что относительная ошибка измерения времени жизни будет $\sim \tau_n / \tau_{dep}$.

Поэтому если, например, средняя скорость деполяризации (21) меньше 10^{-6} , то относительная ошибка измерения τ_n будет не превосходить

$8.8 \cdot 10^{-4}$. Поскольку максимальное отношение $(\tau_n / \tau_{dep})_{max}$ на практике обычно примерно в 4 раза превосходит среднее $\tau_n / \langle \tau_{dep} \rangle$, то относительная ошибка измерения τ_n будет меньше $2.2 \cdot 10^{-4}$ при $(\tau_n / \tau_{dep})_{max} < 10^{-6}$.

Таким образом, проведенные расчеты дают основание полагать, что в эксперименте ПИЯФ с новой магнитной ловушкой будет обеспечена приемлемая систематическая погрешность, связанная с деполяризационными потерями УХН.

4.4. Примеры магнитных систем с большой деполяризацией

Приведем теперь два примера, когда вероятность деполяризации нейтронов в ловушках будет значительно выше, чем в рассмотренных примерах.

Пусть магнитное поле обладает той же конфигурацией, как в проекте новой магнитной ловушки ПИЯФ (усеченная пирамида вместе с ведущим магнитом), но в 10 раз слабее этого поля по модулю. Тогда направление поля в каждой точке будет тем же, что и ранее, а модуль магнитной индукции уменьшится в каждой точке магнитного хранения в 10 раз. Если прежде максимум индукции на высоте 0.5 мм над поверхностью горизонтальных магнитов был равен $B_{max} = 1.2$ Тл, то теперь он будет 0.12 Тл. Ослабление поля повлечет уменьшение средней скорости нейтронов примерно в 3.2 раза. Исходя из этого задаваемая в расчете на деполяризацию скорость нейтронов была уменьшена с 1.5 до 0.5 м/с. Результат оценки вероятности деполяризации по приближенной методике дал в этом случае величину 10^{-9} . Таким образом, ослабление магнитного поля в 10 раз дало увеличение деполяризации в 10 раз.

В качестве второго примера было рассмотрено аналитически заданное магнитное поле ловушки LANL с плоской системой магнитов

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_H + \mathbf{B}_1, \quad (23)$$

где

$$\mathbf{B}_H = B_0 e^{-Kz} (\cos(Kx), 0, -\sin(Kx))$$

— магнитное поле массива Хальбаха,

$$\mathbf{B}_1 = (0, B_{10} \rho / (\rho - z), 0)$$

— ведущее магнитное поле, $B_0 = 0.82$ Тл — индукция поля на поверхности магнитов, $K = 121 \text{ м}^{-1}$, $B_{10} < 0.1$ Тл — параметр ведущего магнитного поля, равный магнитной индукции ведущего поля на поверхности магнитов, $\rho = 1.5$ м [20]. В расчете нижняя граница B_{10} была принята равной $4 \cdot 10^{-5}$ Тл.

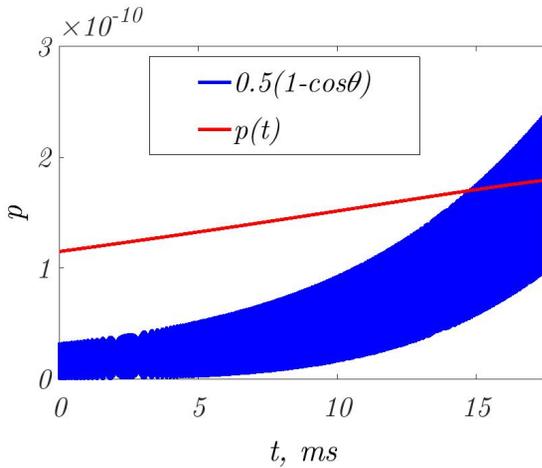


Рис. 11. Сравнение вероятностей деполяризации, вычисленных по формуле (17) и через $\cos \theta$ из уравнений (4)

Известно, что деполяризация нейтронов в такой ловушке уменьшается с усилением ведущего поля B_{10} . Это утверждение было проверено с помощью разработанной приближенной методики оценки деполяризации.

Для этого была исследована зависимость величины, равной половине квадрата максимального отношения частот

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\nu}{\omega} \right)_{max}^2, \tag{24}$$

от параметра ведущего поля B_{10} . (24) отличается от оценки вероятности деполяризации

$$\frac{1}{2} \left\langle \frac{\nu}{\omega} \right\rangle^2 \tag{25}$$

тем, что расчет отношения частот для нее производится не для всех z , а для фиксированного значения $z = 4$ см. Выбор z объясняется тем, что при $z = 4$ см для $B_{10} = 50$ Гс наблюдается максимальная деполяризация. Модуль начальной скорости нейтронов полагается равным 3 м/с, пуск производится в наиболее опасном для деполяризации направлении оси x .

Результаты вычислений представлены на рис. 12. Из рисунка видно, что деполяризация нейтронов в поле (23) убывает с усилением ведущего поля. При $B_{10} = 50$ Гс значение выражения (24) получается равным $1.8 \cdot 10^{-8}$.

Подставляя в (14) $p_{max} = 1.67 \cdot 10^{-8}$, $T = 0.29$ с, мы получаем, что относительная погрешность измерения времени жизни меньше $5 \cdot 10^{-5}$. При $B_{10} = 4 \cdot 10^{-5}$ Тл получается $p_{max} = 4.7 \cdot 10^{-8}$ и погрешность менее $1.38 \cdot 10^{-4}$. Такой результат может свидетельствовать об излишне оптимистичной

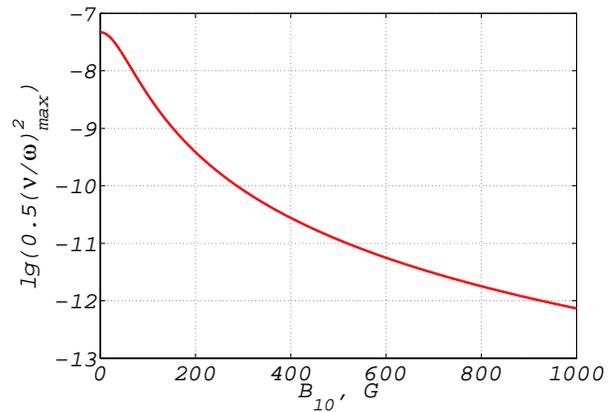


Рис. 12. Зависимость десятичного логарифма максимальной вероятности деполяризации от параметра ведущего магнитного поля для модели «аналитическое поле массива Хальбаха+ведущее магнитное поле, плоская система магнитов»

оценке при малых значениях B_{10} . Как видно из графика на рис. 12, при $B_{10} \rightarrow 0$ увеличение квадрата отношения (24) замедляется. В этой области значений B_{10} уменьшается минимум магнитного поля и перестает с хорошей точностью выполняться второе из условий (15) — условие медленного поворота поля \mathbf{V} .

4.5. Сравнение областей применимости разработанных методик

Как уже отмечалось ранее, квантовомеханическая методика оценки вероятности деполяризации может использоваться только в том случае, когда магнитное поле удовлетворяет определенным требованиям. Для произвольного неоднородного магнитного поля эта оценка, вообще говоря, не применима. Классическая методика работает хорошо, когда угловая скорость вращения вектора поля \mathbf{V} в системе координат, движущейся вместе с нейтроном, может считаться постоянной по модулю и по направлению. Это будет иметь место при выполнении условий (15). Поэтому различие в результатах применения квантовомеханической и классической методик, обнаруживаемое на рис. 11, имеет две возможные причины:

- 1) нарушение требований, накладываемых на магнитное поле (для расчета берется реальное поле, а не аналитическое (23));
- 2) нарушение условий адиабатичности вследствие движения в области со слабым магнитным полем.

Вместе с тем, как показали расчеты, квантовомеханическая и классическая методики дают очень близкие результаты в аналитически заданном поле (23), где строго выполняются условия, накладываемые на поле, плавно изменяются все динамические характеристики и с высокой точностью выполняются условия (15).

Возможным путем развития классической методики оценки деполяризации может быть усреднение величины (12) по траекториям, полученным в результате анализа множественной динамики нейтронов на основе уравнений (4). Решение системы дифференциальных уравнений следует проводить для всех возможных значений начальных координат и скоростей. Если выбрать время наблюдения за одной частицей небольшим (несколько мкс), можно получить значение $\cos\theta$, близкое к мгновенному в рассматриваемой точке. Затем усреднение $\langle 1 - \cos\theta \rangle$ нужно провести по найденным таким образом значениям.

Для применимости приближенной оценки вероятности деполяризации достаточно выполнения только второго условия (15), поскольку в этом случае важно лишь, чтобы магнитное поле вращалось медленнее, чем спин нейтрона вращается вокруг магнитного поля. Вследствие схожих условий применимости классическая и приближенная методики дают близкие результаты даже при существенной неоднородности поля **B**.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе дано обоснование трем методикам численной оценки вероятности деполяризации нейтронов на одном отскоке в объеме хранения магнитной ловушки. Классическая методика заключается в численном решении расширенной системы дифференциальных уравнений Блоха для различных начальных данных и вычислении среднего значения величины $\sin^2(\theta/2)$. Приближенная методика состоит в расчете среднего значения отношения частоты поворота магнитного поля к ларморовой частоте прецессии спина и взятии половины квадрата этого значения. Квантовомеханическая методика заключается в вычислении функции $p(t)$, соответствующей вероятности деполяризации на одном отскоке, в той области, где магнитное поле удовлетворяет определенным условиям.

Для применения разработанных методик произведен независимый расчет магнитного поля экспериментальной установки по измерению времени

жизни нейтрона в магнитной ловушке LANL. Обнаружены значительные отклонения действительного магнитного поля от аналитического, использовавшегося в [20]. Однако, как показал расчет, эти отклонения не оказывают существенного влияния на вероятность деполяризации. Для определения доли деполяризованных нейтронов в магнитных ловушках можно использовать оценку через квадрат отношения частот (16). Вероятно, оценка через $\sin^2(\theta/2)$ также применима, но для ее использования необходим множественный расчет, который очень затратен по времени, и специальная процедура усреднения.

Выполнен расчет магнитного поля магнитной ловушки УХН, проект которой разработан в лаборатории физики нейтрона Петербургского института ядерной физики им. Б. П. Константинова. Для найденного поля была проделана оценка вероятности деполяризации на одном отскоке. Оценка дала значение $7.2 \cdot 10^{-10}$, что обеспечивает относительную ошибку измерения времени жизни нейтрона менее 10^{-4} . Это означает, что применение новой ловушки в эксперименте по определению времени жизни нейтрона является принципиально возможным, а также более выгодным по характеристикам ловушки и простоте ее монтажа.

Благодарности. Авторы выражают благодарность А. Н. Мурашкину, Э. А. Коломенскому, С. Н. Иванову и А. К. Фомину за полезное обсуждение во время работы над статьей.

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 23-22-00169, <https://rscf.ru/project/23-22-00169/>.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Patrignani et al., Particle Data Group. *Chin. Phys. C*, **40**, 100001 (2017).
2. Владимирский В. В., *ЖЭТФ*, **4**, 39, 1062 (1960).
3. Ю. Ю. Косвинцев, Ю. А. Кушнир, В. И. Морозов и др., *Письма в ЖЭТФ*, **70**, 27 (1978).
4. Ю. Г. Абов, В. В. Васильев, В. В. Владимирский и др., *Письма в ЖЭТФ*, **369**, 44 (1986).
5. В.Ф. Ежов и др., *Письма в ЖТФ*, **24**, 64. (2001).
6. В. Ф. Ежов, В. Л. Рябов, *Письма в ЖЭТФ*, **117**, 93 (2023).

7. Ю.А. Мостовой, К.Н. Мухин, О.О. Патаракин, *Нейтрон вчера, сегодня, завтра*, УФН **166**, 987 (1996).
8. F. Wietfeldt and G.L. Greene, *The Neutron Lifetime*, Rev. of Mod. Phys. **83**, 1173 (2011).
9. W. Paul and F. Anton, Z. Phys. C Particles and Fields **45**, 25 (1989).
10. J. M. Robson, Phys.Rev. **83**, 349 (1951).
11. P. E. Spivak et al., JETP Lett. **67**, 1735 (1988).
12. A. T. Yue, M. S. Dewey, D. M. Gilliam et al., Phys. Rev. Lett. **111**, 222501 (2013).
13. R. W. Jr. Pattie, N. B. Callahan, C. Cude-Woods et al., Science **11**; 360 (6389):627 (2018); DOI: 10.1126/science.aan8895. Epub 2018 May 6. PMID: 29731449.
14. A. P. Serebrov et al., Phys. Lett. B **605**, 72 (2005).
15. A. P. Serebrov and A. K. Fomin, Phys. Proc. **199**, 17 (2011).
16. А.П. Серебров, УФН **185**, 1179 (2015).
17. А. П. Серебров, УФН **189**, 635 (2019).
18. E. Majorana, Il Nuovo Cimento **9**, 43 (1932).
19. P. L. Walstrom et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **82**, 599 (2009).
20. A. Steyerl et al., Phys. Rev. C **86**, 065501 (2012).
21. Yu. N. Pokotilovski, JETP Lett. **76**, 131 (2002); **78**, 422(E) (2003).
22. H. Kuwabara, Y. Yamauchi, and A. Pratt, J. of the Kor. Phys. Soc. **62**, 1286 (2013).
23. J. Schwinger, Phys. Rev. **51**, 648 (1937).
24. I. I. Rabi, Phys. Rev. **51**, 652 (1937).
25. I. I. Rabi, N. F. Ramsey, and J. Schwinger, Rev. Mod. Phys. **26**, 167 (1954).
26. И. М. Маторы, Ядерная физика **16**, 624 (1972).
27. A. Saunders, D. Salvat, E. Adamek et al., *UCN τ : Study of Lifetime Measurement in a Magneto-Gravitational Trap/Next Generation Experiments to Measure the Neutron Lifetime*, (2014) p. 135.