

# НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА АТОМНО-МОЛЕКУЛЯРНОЙ КОНВЕРСИИ ИЗОТОПОВ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ ПРИ СВЕРХНИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

*А. П. Зинган\**, *О. Ф. Васильева*

*Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко  
MD-3300, Тирасполь, Молдова*

Поступила в редакцию 4 октября 2021 г.,  
после переработки 4 октября 2021 г.  
Принята к публикации 14 октября 2021 г.

Изучена динамика атомно-молекулярной конверсии системы конденсированных изотопов лития при сверхнизких температурах. Представлены точные аналитические решения, показывающие, что в условиях точного резонанса имеют место аперiodические и периодические режимы превращения атомов  ${}^6\text{Li}$  и молекул  ${}^6\text{Li}{}^7\text{Li}$  в молекулу  ${}^6\text{Li}_2$  и атом  ${}^7\text{Li}$ . Показано, что временная эволюция атомов и молекул в процессе стимулированной конверсии определяется начальной разностью фаз.

DOI: 10.31857/S0044451022030014

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение бозе-конденсатов в последнее время является очень перспективной линией изучения свойств ультрахолодных молекулярных газов. В последние годы важным направлением является получение сложных, многоатомных молекул при сверхнизких температурах [1–12]. В работе [13] было описано существование трехатомных ефимовских резонансных молекул, которые впервые наблюдались в ультрахолодных газах в 2006 г. Тримерные молекулы наблюдались экспериментально в трехкомпонентных ферми-газах  ${}^6\text{Li}$  [14, 15] и в бозе-газе атомов  ${}^{39}\text{K}$  [16]. Этот факт открывает новые пути исследования многочастичных квантовых систем. Также недавно были получены тетрамеры в ультрахолодном газе цезиевых атомов. В приближении среднего поля были описаны свойства гомоядерных и гетероядерных тетрамеров [17, 18]. В работе [19] теоретически изучено образование стабильных гомо- и гетероядерных пентамеров из ультрахолодных атомов в процессе обобщенного стимулированного рамановского адиабатического прохождения.

В работе [20] на основе модифицированной системы уравнений Гросса – Питаяевского изучена дина-

мика атомного и молекулярного бозе-эйнштейновских конденсатов  ${}^{87}\text{Rb}$  в сферически-симметричной ловушке в процессе стимулированной рамановской фотоассоциации. Показано, что динамика системы существенно определяется не только межатомными взаимодействиями, но также атомно-молекулярными и межмолекулярными взаимодействиями. Пространственно-временная эволюция атомов и молекул сводится к монотонному радиальному уменьшению плотности частиц в ловушке и осцилляционным колебаниям плотностей во времени.

В работе [21] сообщалось о генерации квантовой вырожденной ферми-ферми-смеси двух атомов различных сортов  $\text{Li}^6$  и  $\text{K}^{40}$  охлажденным бозонным газом  $\text{Rb}^{87}$ . Была описана комбинация методов для успешного охлаждения смеси. В частности, показано, что эффективность охлаждения газа  $\text{Li}^6$  и  $\text{Rb}^{87}$  повышается за счет присутствия атомов  $\text{K}^{40}$  через каталитическое охлаждение. Из-за различных физических свойств этих двух компонентов квантовая вырожденная ферми-ферми-смесь  $\text{Li}^6\text{--K}^{40}$  является отличным вариантом для стабильной гетероядерной системы, позволяющей изучать некоторые до сих пор не до конца исследованные типы квантовой материи.

Что касается практического применения конденсатов, то в работе [22] показано, как сильно взаимодействующие ультрахолодные бозонные газы в периодических потенциалах можно использовать в ка-

\* E-mail: zingan.anna@mail.ru

честве проводников в цепи и для построения атомных аналогов диодов и транзисторов с биполярным переходом. Таким образом появляется возможность реализации атомного усилителя — устройства, которое позволяет управлять большим атомным током. Транзистор, представленный в [22], непосредственно служит этой цели, поскольку небольшие изменения тока базы приводят к большим изменениям тока коллектора. Отсюда открывается перспектива представления более сложных бистабильных устройств.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Цель данной работы — изучить динамику атомно-молекулярной конверсии в ультрахолодных газах. Рассмотрим систему конденсированных частиц, состоящую, например, из изотопов лития и их молекул. Образование гомо- и гетеродимеров изотопов лития можно представить в виде реакции  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li} \leftrightarrow {}^{12}\text{Li}_2$ . В [23] показано, что изотопно-обменные реакции между основными состояниями щелочно-галлоидных гетероядерных димеров, состоящих из двух изотопов одного и того же атома, являются экзотермическими с изменением энергии в области 1–8000 МГц. Поэтому гетероядерные димеры являются химически нестабильными при ультранизких температурах. Например, две гетеромолекулы  ${}^6\text{Li}{}^7\text{Li}$  распадаются на два димера  ${}^6\text{Li}_2$  и  ${}^7\text{Li}_2$  с выделением энергии порядка 8000 МГц. Пусть атом  ${}^6\text{Li}$  и молекула  ${}^6\text{Li}{}^7\text{Li}$  преобразуются в молекулу  ${}^6\text{Li}_2$  и атом  ${}^7\text{Li}$  под действием двух импульсов резонансного лазерного излучения с энергиями  $\hbar ck_1$  и  $\hbar ck_2$ . Рассматриваемый процесс является оптической рамановской нутацией в условиях атомно-молекулярной конверсии под действием двух когерентных рамановских импульсов резонансного лазерного излучения с периодическим усилением одного из импульсов и ослаблением другого. Тогда гамильтониан взаимодействия в этом случае можно представить в виде

$$H_{int} = -\hbar g \left( a_1 b_1 c_1 a_2^\dagger b_2^\dagger c_2^\dagger + a_1^\dagger b_1^\dagger c_1^\dagger a_2 b_2 c_2 \right), \quad (1)$$

где  $a_1, a_2, b_1$  и  $b_2$  — бозонные операторы уничтожения атомов изотопов лития  ${}^6\text{Li}, {}^7\text{Li}$  и димеров изотопов лития  ${}^6\text{Li}{}^7\text{Li}$  и  ${}^6\text{Li}_2$  с собственными частотами  $\omega_1, \omega_2, \Omega_1$  и  $\Omega_2$  соответственно,  $c_1$  и  $c_2$  — операторы уничтожения фотонов,  $g$  — константа взаимодействия. Из гамильтониана (1) получена система гейзенберговских уравнений для операторов частиц реакции, усредняя которую и используя приближение среднего поля (mean field approximation)

[17, 18], можно получить систему нелинейных уравнений для амплитуд (параметров порядка) материального и электромагнитного полей:

$$\begin{aligned} i\dot{a}_1 &= \omega_1 a_1 - g b_1^\dagger c_1^\dagger a_2 b_2 c_2, \\ i\dot{b}_1 &= \Omega_1 b_1 - g a_1^\dagger c_1^\dagger a_2 b_2 c_2, \\ i\dot{c}_1 &= ck_1 c_1 - g a_1^\dagger b_1^\dagger a_2 b_2 c_2, \\ i\dot{a}_2 &= \omega_2 a_2 - g a_1 b_1 c_1 a_2^\dagger c_2^\dagger, \\ i\dot{b}_2 &= \Omega_2 b_2 - g a_1 b_1 c_1 a_2^\dagger c_2^\dagger, \\ i\dot{c}_2 &= ck_2 c_2 - g a_1 b_1 c_1 a_2^\dagger b_2^\dagger. \end{aligned} \quad (2)$$

Вводим далее в рассмотрение плотности частиц  $n_1 = a_1^\dagger a_1, n_2 = a_2^\dagger a_2, N_1 = b_1^\dagger b_1, N_2 = b_2^\dagger b_2, f_1 = c_1^\dagger c_1, f_2 = c_2^\dagger c_2$  и две компоненты «поляризации»

$$Q = i(a_1 b_1 c_1 a_2^\dagger b_2^\dagger c_2^\dagger - a_1^\dagger b_1^\dagger c_1^\dagger a_2 b_2 c_2),$$

$$R = a_1 b_1 c_1 a_2^\dagger b_2^\dagger c_2^\dagger + a_1^\dagger b_1^\dagger c_1^\dagger a_2 b_2 c_2.$$

Тогда удается получить замкнутую систему дифференциальных уравнений для плотностей частиц:

$$\begin{aligned} \dot{n}_1 &= -gQ, \\ \dot{n}_2 &= gQ, \\ \dot{N}_1 &= -gQ, \\ \dot{N}_2 &= gQ, \\ \dot{f}_1 &= -gQ, \\ \dot{f}_2 &= gQ, \\ \dot{Q} &= \Delta R - 2g(N_1 f_1 + n_1 f_1 + N_1 n_1)N_2 n_2 f_2 - \\ &\quad - (N_2 f_2 + n_2 f_2 + N_2 n_2)N_1 n_1 f_1, \\ \dot{R} &= -\Delta Q, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\Delta = \omega_1 + \Omega_1 + ck_1 - (\omega_2 + \Omega_2 + ck_2)$$

— расстройка резонанса. Дополнив систему начальными условиями

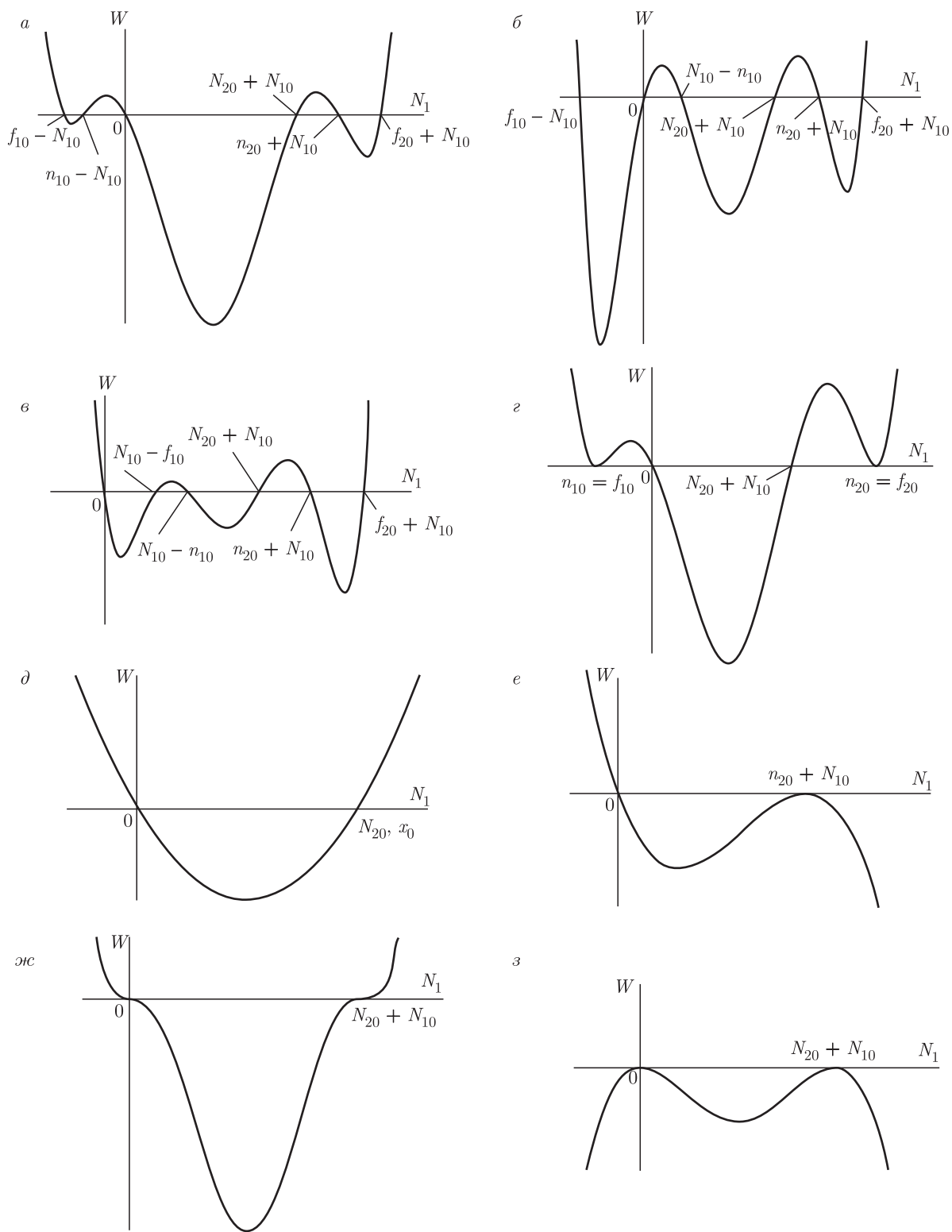
$$n_{1,2} \Big|_{t=0} = n_{10,20}, \quad N_{1,2} \Big|_{t=0} = N_{10,20},$$

$$f_{1,2} \Big|_{t=0} = f_{10,20},$$

$$Q \Big|_{t=0} = Q_0 = 2\sqrt{n_{10}n_{20}N_{10}N_{20}f_{10}f_{20}} \sin \theta_0,$$

$$R \Big|_{t=0} = R_0 = 2\sqrt{n_{10}n_{20}N_{10}N_{20}f_{10}f_{20}} \cos \theta_0,$$

где  $\theta_0$  — начальная разность фаз, из (3) удается получить интегралы движения



**Рис. 1.** Графики потенциальной энергии  $W(N_1)$  нелинейного осциллятора при  $\theta_0 = \pi/2$  и различных соотношениях между параметрами: а)  $f_{20} > n_{20} > N_{20}, f_{10} > n_{10} > N_{10}$ ; б)  $f_{20} > n_{20} > N_{20}, f_{10} > N_{10}, N_{10} > n_{10}$ ; в)  $f_{20} > n_{20} > N_{20}, N_{10} > f_{10} > n_{10}$ ; г)  $f_{10} = n_{10} > N_{10}, f_{20} = n_{20} > N_{20}$ ; д) приближение  $n_{10}, n_{20}, f_{10}, f_{20} \gg N_{20}$ ; е) приближение  $n_{10}, f_{10}, f_{20} \gg n_{20} = N_{20}$ ; ж)  $f_{20} = n_{20} = N_{20}, N_{10} = f_{10} = n_{10}$ ; з) приближение  $f_{10}, f_{20} \gg n_{10} = N_{10}, n_{20} = N_{20}$

$$\begin{aligned}
 N_2 &= N_{10} + N_{20} - N_1, \\
 n_2 &= N_{10} + n_{20} - N_1, \\
 f_2 &= N_{10} + f_{20} - N_1, \\
 n_1 &= n_{10} - N_{10} + N_1, \\
 f_1 &= f_{10} - N_{10} + N_1, \\
 R &= \Delta g^{-1}(N_1 - N_{10}) + \\
 &\quad + 2\sqrt{n_{10}n_{20}N_{10}N_{20}f_{10}f_{20}} \cos \theta_0, \\
 Q^2 &= 4N_1(n_{10} - N_{10} + N_1)(f_{10} - N_{10} + N_1) \times \\
 &\quad \times (N_{10} + N_{20} - N_1)(N_{10} + n_{20} - N_1) \times \\
 &\quad \times (N_{10} + f_{20} - N_1) - (\Delta g^{-1}(N_1 - N_{10}) + \\
 &\quad + 2\sqrt{n_{10}n_{20}N_{10}N_{20}f_{10}f_{20}} \cos \theta_0)^2
 \end{aligned} \tag{4}$$

и свести задачу к одному нелинейному дифференциальному уравнению, описывающему временную эволюцию  $N_1(t)$  плотности димеров изотопов лития  ${}^6\text{Li}{}^7\text{Li}$ . В условиях точного резонанса, при  $\Delta = 0$ , уравнение динамики атомно-молекулярной конверсии можно представить в виде

$$\dot{N}_1^2 + W(N_1) = E_0,$$

где  $\dot{N}_1^2$ ,  $W(N_1)$  и  $E_0$  играют роль соответственно кинетической, потенциальной и полной энергий нелинейного осциллятора, колебания которого происходят в той области значений  $N_1$ , в которой  $W(N_1) \leq E_0$ . Здесь

$$\begin{aligned}
 W(N_1) &= -4N_1(n_{10} - N_{10} + N_1) \times \\
 &\quad \times (f_{10} - N_{10} + N_1)(N_{10} + N_{20} - N_1) \times \\
 &\quad \times (N_{10} + n_{20} - N_1)(N_{10} + f_{20} - N_1), \\
 E_0 &= -4n_{10}n_{20}N_{10}N_{20}f_{10}f_{20} \cos^2 \theta_0.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Рассматривая зависимость потенциальной энергии нелинейного осциллятора  $W(N_1)$ , можно судить о качественном характере динамики  $N_1(t)$ . На рис. 1 показано, что эволюция системы при отличных от нуля начальных плотностях всех частиц является периодической и состоит в циклическом изменении плотности димеров, связывающихся из изотопов атомов. Даже при попарном равенстве плотностей  $n_{10} = f_{10}$  и  $n_{20} = f_{20}$  динамика остается периодической (рис. 1а). Однако особенности эволюции системы определяются не только значениями начальных плотностей частиц, но также и соотношениями между ними. Например, при равенстве начальных плотностей частиц  $N_{10} = n_{10} = f_{10}$  и  $N_{20} = n_{20} = f_{20}$  периодический режим эволюции переходит в аperiodический (рис. 1б). Аналитические решения в общем случае получить не представляется возможным в известных алгебраических функциях, поэтому мы используем приближения заданных начальных плотностей частиц, участвующих в реакции. В

этом случае возможны как периодические превращения атомов в молекулы, так и необратимые процессы распада и связывания молекул (рис. 1в,з).

### 3. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Вначале рассмотрим случай заданных начальных плотностей фотонов и атомов  $n_{10}$ ,  $n_{20}$ ,  $f_{10}$ ,  $f_{20} \gg N_{20}$  в условиях точного резонанса при начальной плотности димеров изотопов лития равной нулю,  $N_{10} = 0$ , и начальной разности фаз  $\theta_0 = \pi/2$ . Данный случай представляет интерес для рассмотрения, так как двухатомные димеры различных изотопов лития в начальный момент времени отсутствуют. Решение для плотности частиц  $N_1(t)$  в этом случае имеет вид

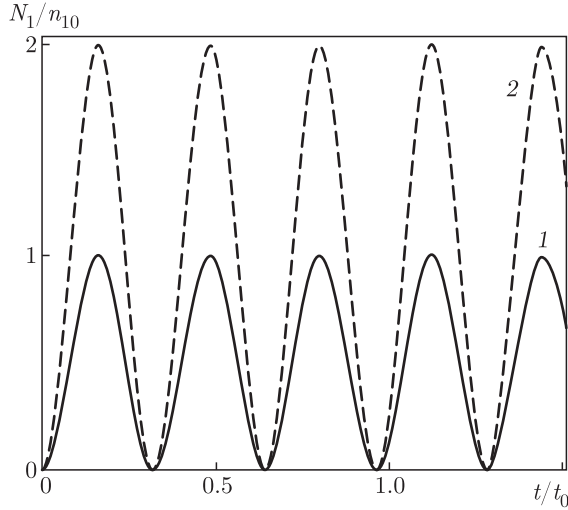
$$N_1 = N_{20} \sin^2 \left( g \sqrt{n_{10}n_{20}f_{10}f_{20}} t \right). \tag{6}$$

Следовательно, плотность молекул периодически изменяется со временем, причем амплитуда колебаний равна начальной плотности гомоядерных димеров  $A = N_{20}$ , а период колебаний выражается как

$$T = \frac{\pi}{g \sqrt{n_{10}n_{20}f_{10}f_{20}}}. \tag{7}$$

Период колебаний определяется произведением четырех наибольших плотностей, причем с ростом каждой из них он монотонно убывает. Амплитуда колебаний определяется величиной наименьшей начальной плотности молекул  $N_{20}$ . На рис. 2 представлены графики временной эволюции нормированной плотности двухатомных молекул  $N_1(t)$  при различных значениях плотности  $N_{20}$ . Если начальная плотность двухатомных гомоядерных молекул  $N_{20}$  равна нулю, то эволюция в системе отсутствует, хотя начальные плотности всех остальных частиц, участвующих в реакции, отличны от нуля. При отличной от нуля плотности  $N_{20}$  происходит периодическое во времени изменение плотности двухатомных гетероядерных молекул от нуля до заданного ее значения.

В том же приближении, но при отличной от нуля расстройке резонанса,  $\Delta \neq 0$ , также удастся получить аналитическое решение для плотности двухатомных гетероядерных молекул  $N_1(t)$ :



**Рис. 2.** Временная эволюция нормированной плотности гетероядерных димеров в случае заданных начальных плотностей фотонов и атомов  $n_{10}, n_{20}, f_{10}, f_{20} \gg N_{20}$  при  $N_{10} = 0, n_{20}/n_{10} = 2, f_{10}/n_{10} = 3, f_{20}/n_{10} = 4, \theta_0 = \pi/2; N_{20}/n_{10} = 1$  (1), 2 (2)

$$N_1 = \frac{N_{20}}{1 + \frac{\Delta^2}{4g^2 n_{10} n_{20} f_{10} f_{20}}} \times \sin^2 \left( \sqrt{g^2 n_{10} n_{20} f_{10} f_{20} + \frac{\Delta^2}{4}} t \right), \quad (8)$$

$$T = \frac{\pi}{g \sqrt{g^2 n_{10} n_{20} f_{10} f_{20} + \frac{\Delta^2}{4}}}.$$

В этом случае динамика превращения атомов в молекулы остается периодической с амплитудой

$$A = \frac{N_{20}}{1 + \frac{\Delta^2}{4g^2 n_{10} n_{20} f_{10} f_{20}}}.$$

Видно, что расстройка резонанса влияет на амплитуду и период колебаний, уменьшая их по сравнению с предыдущим случаем. В целом же общий вид динамики изменения плотности двухатомных гетероядерных молекул изотопов  $N_1(t)$  не изменяется.

Далее рассмотрим динамику системы в том же приближении  $n_{10}, n_{20}, f_{10}, f_{20} \gg N_{10}, N_{20}$ , но при произвольных значениях начальной разности фаз  $\theta_0$ . Будем также считать, что в начальный момент времени плотность гетероядерных молекул  $N_{10}$  отлична от нуля. В этом приближении удастся получить аналитическое решение, которое существенно зависит от начальных плотностей частиц и разности

фаз. Если начальные плотности гомо- и гетероядерных молекул различны, то решение имеет вид

$$N_1 = 0.5(N_{10} + N_{20}) \pm \sqrt{N_{10} N_{20}} |\sin \theta_0| \sin \left( 2g \sqrt{n_{10} n_{20} f_{10} f_{20}} t \right) + 0.5(N_{10} - N_{20}) \cos \left( 2g \sqrt{n_{10} n_{20} f_{10} f_{20}} t \right). \quad (9)$$

При равенстве начальных плотностей молекул или отсутствии одной из них в начальный момент времени решение упрощается и принимает вид

$$N_1 = N_0 (1 \pm |\sin \theta_0| \sin \left( 2g \sqrt{n_{10} n_{20} f_{10} f_{20}} t \right)), \quad (10)$$

если  $N_{10} = N_{20} = N_0$ ;

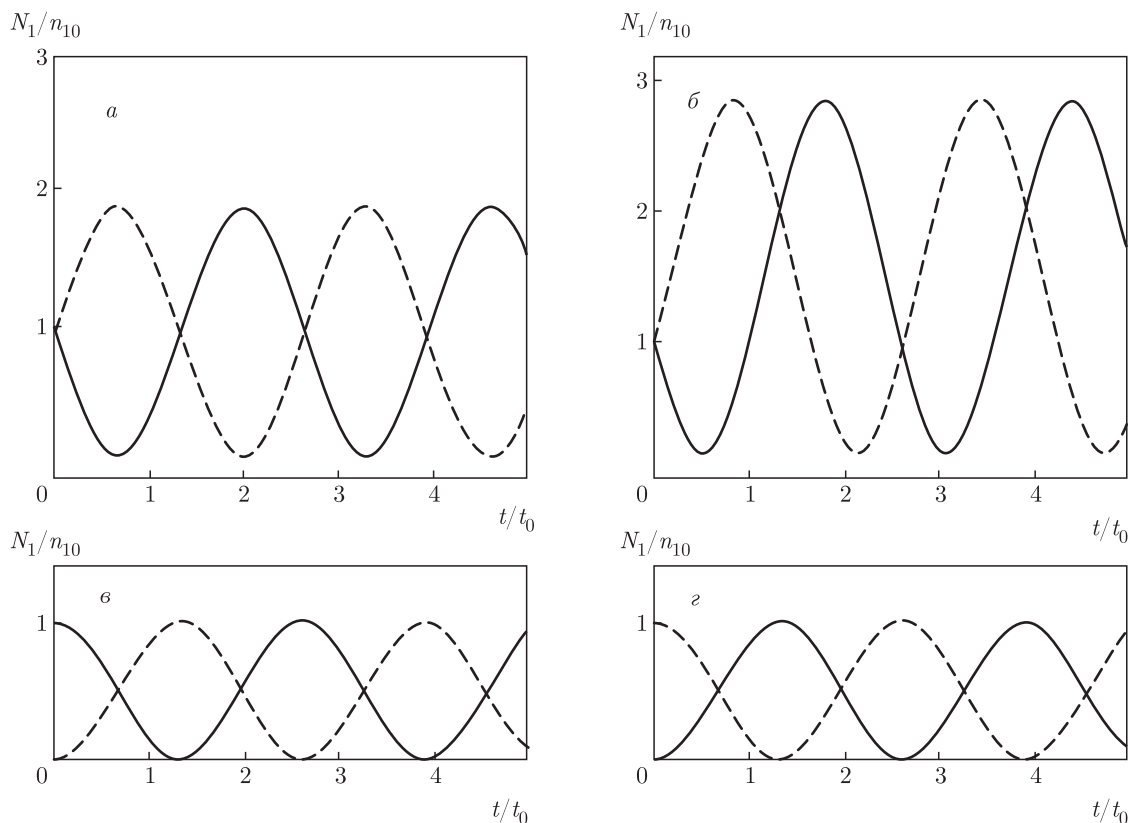
$$N_1 = N_{20} \sin^2 \left( g \sqrt{n_{10} n_{20} f_{10} f_{20}} t \right), \quad (11)$$

если  $N_{10} = 0$ ;

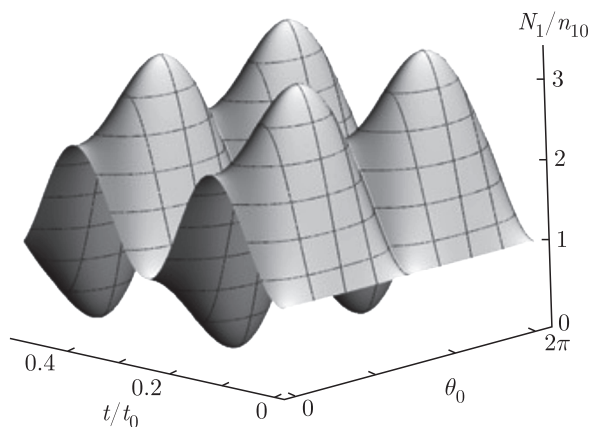
$$N_1 = N_{10} \cos^2 \left( g \sqrt{n_{10} n_{20} f_{10} f_{20}} t \right), \quad (12)$$

если  $N_{20} = 0$ . При одновременном равенстве нулю начальных плотностей молекул  $N_{10} = N_{20} = 0$  временная эволюция отсутствует. Это связано с отсутствием стимулирования процесса. На рис. 3 представлена временная эволюция нормированной плотности гетероядерных молекул димеров изотопов лития  $N_1(t)$ . Видно, что при отличных от нуля начальных плотностях молекул колебания происходят в области значений, не достигая нуля и не превышая суммы начальных концентраций, причем амплитуда колебаний тем больше, чем больше начальное значение  $N_{20}$  (рис. 3а,б). При равенстве нулю одной из начальных плотностей молекул колебания происходят в области от нуля до значения соответствующей ненулевой исходной плотности молекул. При этом решение со знаком «+» при  $N_{10} = 0$  сначала возрастает и затем изменяется периодически, а при  $N_{20} = 0$  — сначала убывает до нуля. То есть с увеличением времени происходит периодическое связывание атомов  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^7\text{Li}$  в димеры с распадом двухатомных гомоядерных молекул  ${}^6\text{Li}_2$ .

На рис. 4 представлена временная эволюция плотности молекул  $N_1(t)$  в зависимости от начальной разности фаз. Видно, что в начальный момент времени плотность молекул не изменяется и остается постоянной, равной начальной. Далее, с течением времени эволюция системы является периодической. Амплитуда колебаний существенно определяется начальной разностью фаз. При  $\theta_0 = 0, \pi, \dots$



**Рис. 3.** Временная эволюция нормированной плотности гетероядерных димеров в случае заданных начальных плотностей фотонов и атомов  $n_{10}, n_{20}, f_{10}, f_{20} \gg N_{20}$  при  $n_{20}/n_{10} = 2, f_{10}/n_{10} = 3, f_{20}/n_{10} = 4, \theta_0 = \pi/3; N_{20}/N_{10} = 1$  (а), 2 (б);  $N_{10} = 0$  (в),  $N_{20} = 0$  (г); сплошные линии — решение со знаком «-», штриховые — решение со знаком «+»



**Рис. 4.** Временная эволюция нормированной плотности гетероядерных димеров в случае заданных начальных плотностей фотонов и атомов  $n_{10}, n_{20}, f_{10}, f_{20} \gg N_{20}$  при различных значениях начальной разности фаз  $\theta_0$  при  $n_{20}/n_{10} = 2, f_{10}/n_{10} = 3, f_{20}/n_{10} = 4, N_{20}/N_{10} = 2.5, 0 < \theta_0 < 2\pi$

амплитуда колебаний является наименьшей, а при  $\theta_0 = \pi/2, 3\pi/2, \dots$  амплитуда колебаний достигает своего наибольшего значения. Можно сделать вывод, что начальная разность фаз существенно определяет динамику превращений атомов в молекулы и их распад. Таким образом, сохраняя начальные плотности частиц постоянными и изменяя только начальную разность фаз, можно управлять динамикой процесса атомно-молекулярной конверсии.

Рассмотрим теперь приближение заданных начальных плотностей фотонов и атомов изотопов лития  ${}^6\text{Li}$  при равенстве начальных концентраций атомов изотопов лития  ${}^7\text{Li}$  и димеров  ${}^6\text{Li}_2$  ( $n_{10}, f_{10}, f_{20} \gg n_{20} = N_{20}$ ). Так же, как и в первом рассмотренном случае, будем исследовать динамику в условиях точного резонанса и при начальной разности фаз  $\theta_0 = \pi/2$ . В этом приближении, как видно из графика потенциальной энергии (рис. 1е), плотность молекул  $N_1$  будет изменяться с течением времени аperiодически. Нами получено аналитическое решение, которое имеет вид

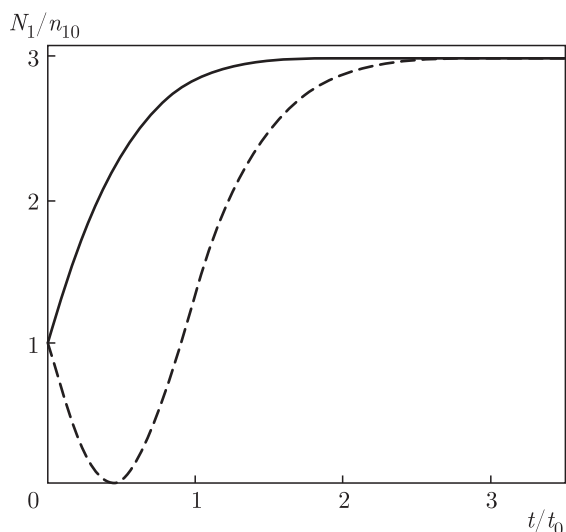


Рис. 5. Временная эволюция нормированной плотности гетероядерных димеров в приближении  $n_{10}, f_{10}, f_{20} \gg \gg n_{20} = N_{20}$  при  $f_{10}/n_{10} = 3, f_{20}/n_{10} = 4, \theta_0 = \pi/2$ ; сплошная линия — решение со знаком «+», штриховая — со знаком «-»

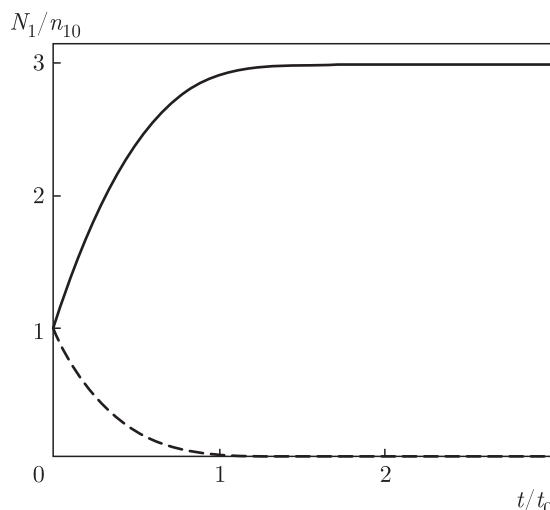


Рис. 6. Временная эволюция нормированной плотности гетероядерных димеров в приближении  $f_{10}, f_{20} \gg n_{10} = = N_{10}, n_{20} = N_{20}$  при  $n_{20}/n_{10} = 2$ ; сплошная линия — решение со знаком «+», штриховая — со знаком «-»

$$N_1 = (N_{10} + n_{20}) \left( \sqrt{\frac{N_{10}}{N_{10} + n_{20}}} + \operatorname{th} \left( g \sqrt{(N_{10} + n_{20}) n_{10} f_{10} f_{20} t} \right) \right)^2 \times \left( 1 \pm \sqrt{\frac{N_{10}}{N_{10} + n_{20}}} \times \operatorname{th} \left( g \sqrt{(N_{10} + n_{20}) n_{10} f_{10} f_{20} t} \right) \right)^{-2}. \quad (13)$$

Как представлено на рис. 5, решение со знаком «+» монотонно возрастает с течением времени и плотность образующихся двухатомных гетероядерных молекул растет, достигая насыщения при времени  $t \rightarrow \infty$ :

$$N_{1max} = N_{10} + n_{20}. \quad (14)$$

Решение со знаком «-» сначала монотонно убывает и плотность образующихся молекул достигает нулевого значения в момент времени

$$t = \frac{\operatorname{arth} \sqrt{\frac{N_{10}}{N_{10} + n_{20}}}}{g \sqrt{(N_{10} + n_{20}) n_{10} f_{10} f_{20}}}, \quad (15)$$

затем начинает монотонно возрастать, достигая предельного значения (14). Таким образом, на больших временах различие в решениях с противоположными знаками исчезает. В этом случае все атомы  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^7\text{Li}$  связываются в гетероядерные димеры  ${}^6\text{Li}{}^7\text{Li}$  с распадом двухатомных гомоядерных молекул  ${}^6\text{Li}_2$ , чем эволюция и завершается.

Рассмотрим еще одно приближение заданных начальных плотностей частиц, при котором удастся получить аналитическое решение. Предположим, что начальные плотности фотонов много больше плотностей остальных частиц, плотность атомов изотопов лития  ${}^6\text{Li}$  в начальный момент времени равна плотности гетероядерных димеров  ${}^6\text{Li}{}^7\text{Li}$  и плотность атомов изотопов лития  ${}^7\text{Li}$  в начальный момент времени равна плотности гомоядерных молекул  ${}^6\text{Li}_2$  ( $f_{10}, f_{20} \gg n_{10} = N_{10}, n_{20} = N_{20}$ ). В этом случае динамика конверсии, как видно из рис. 1з, также является аперриодической. Для этого приближения решение для плотности гетероядерных димеров принимает вид

$$N_1 = \frac{n_{10}(n_{10}+n_{20}) \exp(\pm 2g(n_{10}+n_{20})\sqrt{f_{10}f_{20}t})}{n_{20} + n_{10} \exp(\pm 2g(n_{10} + n_{20})\sqrt{f_{10}f_{20}t})}. \quad (16)$$

На рис. 6 представлена временная эволюция плотности гетероядерных молекул. Решение для плотности гетероядерных димеров  ${}^6\text{Li}{}^7\text{Li}$  со знаком «+» только монотонно возрастает, достигая при  $t \rightarrow \infty$  значения  $n_{10} + n_{20}$ , т. е. все атомы  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^7\text{Li}$  связываются в гетероядерные димеры с распадом двухатомных гомоядерных молекул  ${}^6\text{Li}_2$ , чем эволюция и завершается, что качественно совпадает с предыдущим рассмотренным случаем. Что же касается решения со знаком «-», оно соответствует монотонному уменьшению до нуля плотности гете-

роядерных димеров  ${}^6\text{Li}{}^7\text{Li}$  с увеличением времени, что говорит об их распаде на атомы  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^7\text{Li}$ , этим эволюция в системе прекращается и процесс является необратимым.

Теперь рассмотрим эволюцию конверсии атомов и молекул в случае равенства начальных плотностей в первом и втором каналах реакции  $N_{10} = n_{10} = f_{10}$  и  $N_{20} = n_{20} = f_{20}$ . Здесь нами также получены точные аналитические решения для плотности  $N_1(t)$  гетероядерных димеров  ${}^6\text{Li}{}^7\text{Li}$ :

$$N_1 = \frac{n_{10} + n_{20}}{2} \left( 1 \pm \frac{\sqrt{n_{10}n_{20}}(n_{10} + n_{20})^2gt - n_{20} + n_{10}}{\sqrt{4n_{10}n_{20} + (\sqrt{n_{10}n_{20}}(n_{10} + n_{20})^2gt - n_{20} + n_{10})^2}} \right). \quad (17)$$

В этом случае качественно динамика совпадает с показанной на рис. 6, т. е. эволюция является аperiодической и с течением времени все частицы либо связываются в молекулы (решение со знаком «+»), либо распадаются на атомы (решение со знаком «-»).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, можно сделать вывод о том, что динамика атомно-молекулярной конверсии изотопов, например лития, и их молекул в общем случае, без применения приближений заданных начальных плотностей частиц, является периодической и состоит в циклическом распаде и связывании атомов в димеры. В общем случае этот вывод возможен только на основе исследования поведения потенциальной энергии. Что касается аperiодической динамики, то она возможна только в случаях равных начальных плотностей частиц и при использовании различных приближений. Из представленных выше результатов также следует, что временная эволюция атомов и молекул в процессе стимулированной конверсии существенно определяется начальными плотностями частиц и начальной разностью фаз, что позволяет эффективно управлять динамикой конверсии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A. C. Burchianti et al., Phys. Rev. **98**, 063616 (2018).
2. K. Wang, Phys. Rev. **100**, 063429 (2019).
3. K. Voges, Phys. Rev. **101**, 042704 (2020).
4. J. D. Hood, Phys. Rev. Res. **2**, 023108 (2020).

5. P. Gregory, Phys. Rev. Lett. **124**, 163402 (2020).
6. X. Wang, Phys. Rev. **101**, 041601 (2020).
7. F. Wang, Phys. Rev. **100**, 042706 (2019).
8. L. Liu, Phys. Rev. Lett. **122**, 253201 (2019).
9. G. Guijarro, Phys. Rev. **101**, 041602 (2020).
10. A. Dey, Phys. Rev. **101**, 053627 (2020).
11. S.-Y. Meng, X.-H. Chen, S.-N. Ning et al., J. Phys. B **47**, 185303 (2014).
12. F.-Q. Dou, S.-C. Li, H. Cao et al., Phys. Rev. **85**, 023629 (2012).
13. T. Kraemer, M. Mark, P. Waldburger et al., Nature **440**, 315 (2006).
14. T. B. Ottenstein, T. Lompe, M. Kohnen et al., Phys. Rev. Lett. **101**, 203202 (2008).
15. J. H. Hucknau, J. R. Williams, E. L. Hazlett et al., Phys. Rev. Lett. **102**, 165302 (2009).
16. M. Zaccanti, B. Deissler, C. D'Errico et al., Nature Phys. **5**, 586 (2009).
17. H. Jing and Y. Jiang, Phys. Rev. **77**, 065601 (2008).
18. G. Q. Li and P. Peng, Phys. Rev. **83**, 043605 (2011).
19. F.-Q. Dou, S.-C. Li, H. Cao et al., Phys. Rev. **85**, 023629 (2012).
20. M. Gupta and K. R. Dastidar, J. Phys. B **41**, 195302 (2008).
21. M. Taglieber, Phys. Rev. Lett. **100**, 010401 (2008).
22. B. T. Seaman, Phys. Rev. **75**, 023615 (2007).
23. M. Tomza, arXiv:1505.03443.