

# ОПТОМЕХАНИЧЕСКАЯ ЛАЗЕРНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ И ДОМЕННЫЕ СТЕНКИ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ЭКСИТОН-ФОНОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

*А. В. Юлин<sup>а</sup>, А. В. Пошакинский<sup>б</sup>, А. Н. Поддубный<sup>б,а\*</sup>*

<sup>а</sup> *Университет ИТМО  
197101, Санкт-Петербург, Россия*

<sup>б</sup> *Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе  
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 26 июля 2021 г.,  
после переработки 4 октября 2021 г.  
Принята к публикации 4 октября 2021 г.

Теоретически исследовано взаимодействие оптически возбужденных экситонов с акустическими волнами в планарных полупроводниковых наноструктурах в сильнонелинейном режиме. Для частоты оптической накачки выше частоты экситонного резонанса описан режим многомодовой оптомеханической лазерной генерации и продемонстрированы широкополосные спектры излучения, подобные хаотическим. Для частоты оптической накачки ниже частоты экситонного резонанса предсказано формирование распространяющихся оптомеханических доменных стенок, обусловленных оптомеханической нелинейностью. Условия устойчивости доменных стенок исследованы аналитически и согласуются с результатами прямого численного моделирования. Полученные результаты применимы к нелинейному распространению звука в массивах квантовых ям или в планарных полупроводниковых брэгговских микрорезонаторах, поддерживающих экситон-поляритонные моды.

DOI: 10.31857/S0044451022020067

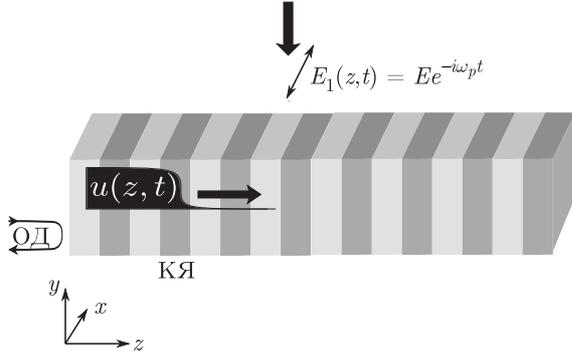
## 1. ВВЕДЕНИЕ

Полупроводниковая оптомеханика, основанная на использовании экситонных поляритонов — гибридных квазичастиц, являющихся смесью фотонов и материальных возбуждений, — испытывает в данный момент бурное развитие, вызванное успехами в технологиях создания планарных наносистем [1]. Недавно были реализованы фононные лазеры с поляритонной накачкой [2] и динамически перестраиваемые массивы поляритонных параметрических резонаторов [3]. Особенностью поляритонной платформы является наличие резонансного фотоупругого взаимодействия в дополнение к геометрическому оптомеханическому взаимодействию [4]. С акустической волной может взаимодействовать как экситонная, так и фотонная компонента поляритона, что может приводить к усилению оптомеханического

взаимодействия [5]. Было предсказано, что поляритонные оптомеханические системы могут усиливать звук  $PT$ -симметричным образом [6], а также обладают сильной акустической невзаимностью [7]. Однако большинство исследований нелинейной оптомеханической динамики поляритонов до сих пор проводилось в режиме оптомеханического резонатора, когда лишь несколько локализованных экситонных, фотонных и акустических мод взаимодействуют друг с другом, см. работу [8] и ссылки в ней. Учитывая огромный прогресс в понимании коллективных нелинейных оптомеханических эффектов в массивах связанных резонаторов [9–14], включая явление синхронизации [12, 15], формирование солитонов [14] и химерные состояния [11], актуально рассмотрение распределенных поляритонных систем, в которых акустические волны взаимодействуют с экситонами и светом.

В настоящей работе теоретически изучено нелинейное оптомеханическое взаимодействие между оптически накачиваемыми экситонами и распространяющимися акустическими волнами. Мы предпо-

\* E-mail: poddubny@coherent.ioffe.ru



**Рис. 1.** Схематическое изображение рассматриваемой структуры. Оптомеханическая доменная стенка распространяется перпендикулярно массиву полупроводниковых квантовых ям (КЯ) при наличии однородной оптической накачки  $E \exp(-i\omega_p t)$  (ОД — оптическое детектирование)

лагаем, что экситоны имеют большую массу и, следовательно, квазилокализованы в пространстве. Такая ситуация обычно реализуется в периодических полупроводниковых сверхрешетках, где экситоны локализованы внутри квантовых ям, а продольная акустическая волна может свободно распространяться вдоль нормали структуры [5, 16]. Подобная структура изображена схематически на рис. 1. Помимо этого, полученные результаты могут быть применены к латерально распространяющимся акустическим волнам в планарных брэгговских полупроводниковых микрорезонаторах [3]. В работе продемонстрировано, что нелинейная оптомеханическая динамика может быть довольно сложной в зависимости от частоты накачки, длины структуры и граничных условий. Помимо известного режима оптомеханической лазерной генерации [17] мы также предсказываем образование движущихся с дозвуковой скоростью оптомеханических доменных стенок.

## 2. МОДЕЛЬ

Рассматривается распространение взаимодействующих света, экситонов и акустических волн вдоль нормали  $z$  плоской периодической полупроводниковой наноструктуры, такой как массив квантовых ям, показанный на рис. 1. Когда длины оптических и акустических волн больше периода структуры вдоль оси роста  $z$ , систему можно рассматривать как сплошную среду. Например, эксперимент по мандельштам-бриллюэновскому рассеянию экситонных поляритонов в работе [5] был проведен для 40 квантовых ям GaAs толщиной 17.1 нм, разделен-

ных барьерами AlAs толщиной 7.5 нм, когда приближение сплошной среды вполне оправдано. Лагранжиан для такой системы имеет вид

$$L = \frac{1}{8\pi} \left[ \frac{(\partial_t A)^2}{c^2} - (\partial_z A)^2 \right] - \frac{1}{c} P \partial_t A + \frac{\rho}{2} (\partial_t u)^2 - \frac{\mathcal{E}}{2} (\partial_z u)^2 + \frac{f}{2} [(\partial_t P)^2 - (\omega_x + \Xi \partial_z u)^2 P^2]. \quad (1)$$

Первый член лагранжиана (1) соответствует свободному электромагнитному полю, описываемому векторным потенциалом  $A(z, t)$ , а второй член представляет его взаимодействие с экситонной поляризацией  $P(z, t)$ . Вторая строка лагранжиана (1) описывает поле механических смещений  $u(z, t)$ , где  $\rho$  — плотность среды и  $\mathcal{E}$  — модуль Юнга. Последняя строка уравнения (1) представляет собой лагранжиан гармонического осциллятора, описывающего поляризацию экситона. Частота осциллятора линейно сдвигается с деформацией  $\partial_z u$ ; константа деформационного потенциала  $\Xi$  приблизительно равна 10 эВ. Предполагается, что экситоны не могут двигаться в направлении  $z$ , будучи сильно ограниченными внутри отдельных квантовых ям. Константа нормировки  $f$  связана с продольно-поперечным расщеплением  $\omega_{LT}$  [18] как  $f = 2\pi/\omega_x \omega_{LT}$ . В массиве квантовых ям GaAs/AlGaAs это расщепление порядка  $\hbar\omega_{LT} \sim 0.1$  мэВ [5].

Из лагранжиана (1) следуют уравнения движения для полей  $A(z, t)$ ,  $u(z, t)$ , и  $P(z, t)$ :

$$\partial_t^2 A - c^2 \partial_z^2 A = 4\pi c \partial_t P, \quad (2)$$

$$\partial_t^2 u - s^2 \partial_z^2 u = (f\omega_x \Xi / \rho) \partial_z P^2, \quad (3)$$

$$\partial_t^2 P + \omega_x^2 P = -2\omega_x \Xi P \partial_z u - (1/fc) \partial_t A, \quad (4)$$

где  $s = \sqrt{\mathcal{E}/\rho}$  — скорость (продольного) звука и мы пренебрегли квадратичными по  $\Xi$  вкладками.

Поскольку частота экситона намного выше акустической, положим

$$P(z, t) = P_1(z, t) \exp(-i\omega_x t) + \text{c.c.},$$

$$A(z, t) = A_1(z, t) \exp(-i\omega_x t) + \text{c.c.}$$

Затем, используя приближение вращающейся волны, из уравнений (3), (4) получаем

$$\partial_t^2 u - s^2 \partial_z^2 u = \frac{4\pi \Xi}{\omega_{LT} \rho} \partial_z |P_1|^2, \quad (5)$$

$$i \partial_t P_1 = \Xi P_1 \partial_z u - \frac{\omega_{LT}}{4\pi} E_1, \quad (6)$$

где  $E_1(z, t) = (i\omega_x/c) A_1(z, t)$  — электрическое поле. Вместо поля смещений  $u(z, t)$  удобно ввести поле

$\xi(z, t) = \Xi \partial_z u + \epsilon |P_1|^2$ , где  $\epsilon = 4\pi \Xi^2 / \omega_{LT} \mathcal{E}$ . Это поле пропорционально напряжению и учитывает как механический, так и экситонный вклад. Тогда получаем систему уравнений

$$\partial_t^2 \xi + 2\Gamma_s \partial_t \xi - s^2 \partial_z^2 \xi = \epsilon \partial_t^2 |P_1|^2, \quad (7)$$

$$i \partial_t P_1 = -i \Gamma_x P_1 + \xi P_1 + \alpha |P_1|^2 P_1 + G, \quad (8)$$

где  $G(z, t) = (\omega_{LT} / 4\pi) E_1(z, t)$  и дополнительно были введены скорости затухания экситона  $\Gamma_x$  и звука  $\Gamma_s$ . Из уравнения (8) следует, что взаимодействие со звуком вызывает нелинейность для экситона с константой  $\alpha = -\epsilon$  [19]. Однако такая нелинейность для реалистичных параметров подавляется экситон-экситонным отталкивающим взаимодействием, приводящим к суммарному значению  $\alpha > 0$ . Влияние такой нелинейности широко изучалось, в частности, в работах [19–21]. В настоящей статье нас интересует эффект экситон-звукового взаимодействия. Поэтому вклад, пропорциональный  $\alpha$ , не учитывается. Мы также предполагаем, что электрическое поле  $E_1(z, t)$  определяется лазером накачки, и пренебрегаем обратным действием экситонов, т. е. пренебрегаем уравнением (2), что оправдано при условии  $\omega_{LT} < \Gamma_x$ .

Рассматривается случай однородного возбуждения с частотой  $\omega_p$ :

$$E_1(z, t) = E \exp[-i(\omega_p - \omega_x)t].$$

Это можно реализовать, возбуждая массив сбоку, как показано на рис. 1. Эксперимент по распространению нелинейных акустических возбуждений, который будет обсуждаться далее, потенциально может быть проведен следующим образом. Звук запускается с левого края структуры путем возбуждения коротким оптическим лазерным импульсом, как это было сделано в работах [16, 22]. Волна приводит к модуляции частот экситонного резонанса. Эта модуляция исследуется оптически путем измерения либо обратного мандельштам-бриллюэновского рассеяния экситонных поляритонов [5], либо когерентного отражения оптического импульса [16]. Типичные интенсивности накачки в современном эксперименте «накачка-зондирование» [16] были равны  $J \sim \sim 0.1$  мДж/см<sup>2</sup>, а нелинейные акустические эффекты наблюдались для  $J \gtrsim 3$  мДж/см<sup>2</sup>.

### 3. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ В ЛИНЕАРИЗОВАННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Сначала рассмотрим однородные в пространстве напряжение  $\xi(z, t) = \xi_0$  и экситонную поляризацию  $P_1(z, t) = b_0 \exp[-i(\omega_p - \omega_x)t]$ , где

$$b_0 = \frac{G}{\omega_p - \omega_x - \xi_0 + i\Gamma_x}. \quad (9)$$

Для анализа устойчивости исследуется динамика малых поправок  $\zeta$  и  $a = a_1 + ia_2$  к полю деформаций  $\xi$  и полю поляризаций  $P_1$ . Их эволюция описывается уравнениями

$$\partial_t^2 \zeta + 2\Gamma_s \partial_t \zeta - s^2 \partial_z^2 \zeta = 2\epsilon |b_0| \partial_t^2 a_1, \quad (10)$$

$$\partial_t a_1 = -(\omega_p - \omega_x - \xi_0) a_2 - \Gamma_x a_1, \quad (11)$$

$$\partial_t a_2 = (\omega_p - \omega_x - \xi_0) a_1 - \Gamma_x a_2 - |b_0| \zeta. \quad (12)$$

Рассматривая решение, зависящее от времени и координаты как  $\exp(-i\Omega t + ikz)$ , получаем условие разрешимости уравнений (10)–(12) в виде

$$(s^2 k^2 - \Omega^2 - 2i\Gamma_s \Omega) (\Delta^2 + \Gamma_x^2 - \Omega^2 - 2i\Gamma_x \Omega) + 2\Omega^2 \epsilon |b_0|^2 \Delta = 0, \quad (13)$$

где  $\Delta = \omega_p - \omega_x - \xi_0$  – отстройка частоты лазера от экситонного резонанса.

В режиме сильной связи, когда  $\Gamma_s$  и  $\Gamma_x$  малы, дисперсионное соотношение в главном порядке приближения имеет вид

$$\Omega^2 = \frac{s^2 k^2 + \Delta(\Delta - 2\epsilon |b_0|^2)}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{[s^2 k^2 - \Delta(\Delta + 2\epsilon |b_0|^2)]^2 - 8\Delta^3 \epsilon |b_0|^2}. \quad (14)$$

При положительной отстройке лазера ( $\Delta > 0$ ) собственные частоты становятся комплексными в окрестности  $k = \pm \sqrt{\Delta(\Delta + 2\epsilon |b_0|^2)} / s$ . Более того, некоторые собственные частоты имеют положительную мнимую часть, что указывает на рост соответствующих собственных мод со временем.

Теперь исследуем влияние конечных потерь на неустойчивость. Предполагается, что потери и накачка слабые по сравнению с соответствующими звуковыми частотами,  $\Gamma_x, \Gamma_s, \epsilon |b_0|^2 \ll |\Delta|, s|k|$ . Тогда естественно предположить, что наиболее нестабильная мода будет иметь волновой вектор  $k \approx \pm |\Delta| / s$  и частоту  $\Omega \approx |\Delta|$ . Вблизи этой точки уравнение (13) можно упростить до

$$(\Omega - sk + i\Gamma_s)(\Omega - |\Delta| + i\Gamma_x) = -\frac{1}{2} \epsilon |b_0|^2 \Delta. \quad (15)$$

Анализ показывает, что нестабильность сохраняется, если

$$\epsilon |b_0|^2 \Delta > 2\Gamma_x \Gamma_s.$$

Нестабильными оказываются акустические волны с волновыми векторами в области

$$\left| |k| - \frac{\Delta}{s} \right| < \frac{\Gamma_s + \Gamma_x}{s} \sqrt{\frac{\epsilon |b_0|^2 \Delta}{2\Gamma_s \Gamma_x} - 1}.$$

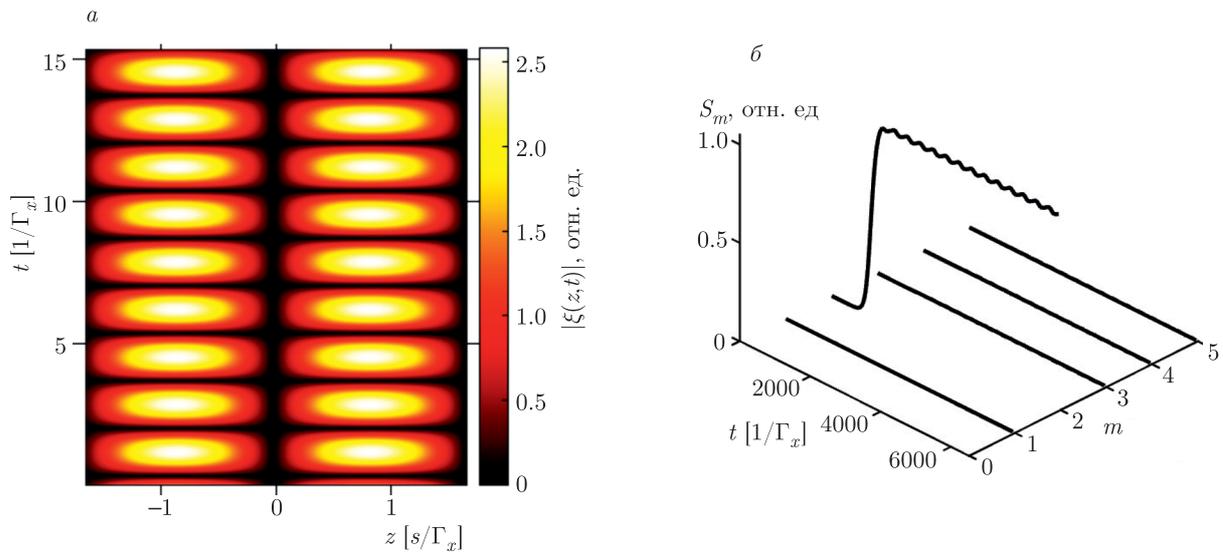


Рис. 2. (В цвете онлайн) Установившаяся эволюция поля деформаций  $\xi(z, t)$  (а) и временная эволюция амплитуд первых пяти пространственных гармоник (б) для длины системы  $L = 3.3s/\Gamma_x$ . Параметры расчета приведены в тексте

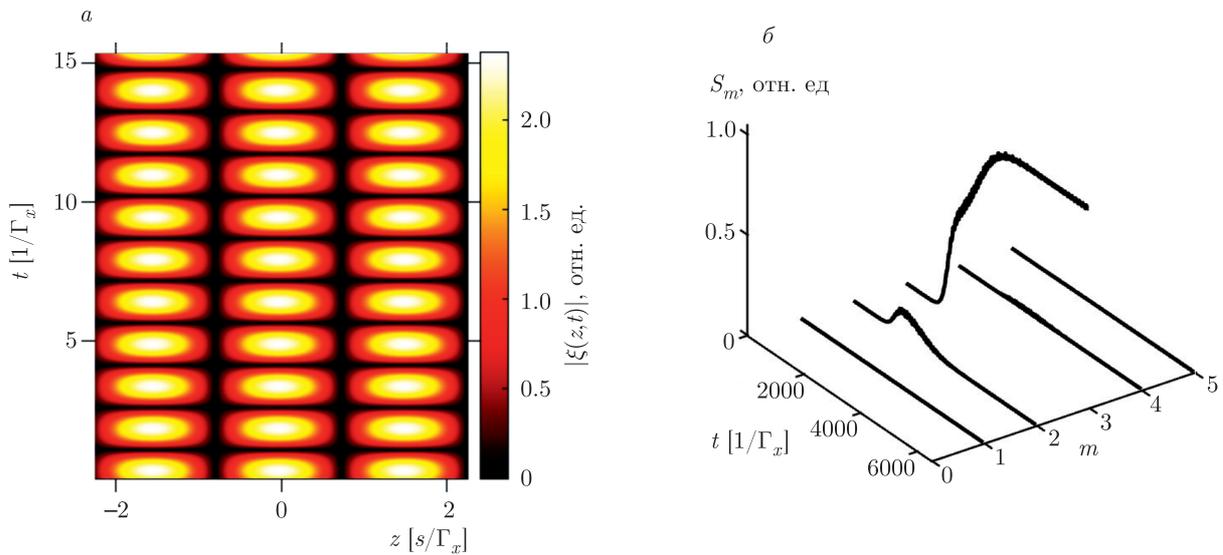


Рис. 3. (В цвете онлайн) То же, что на рис. 2, но для  $L = 4.5s/\Gamma_x$

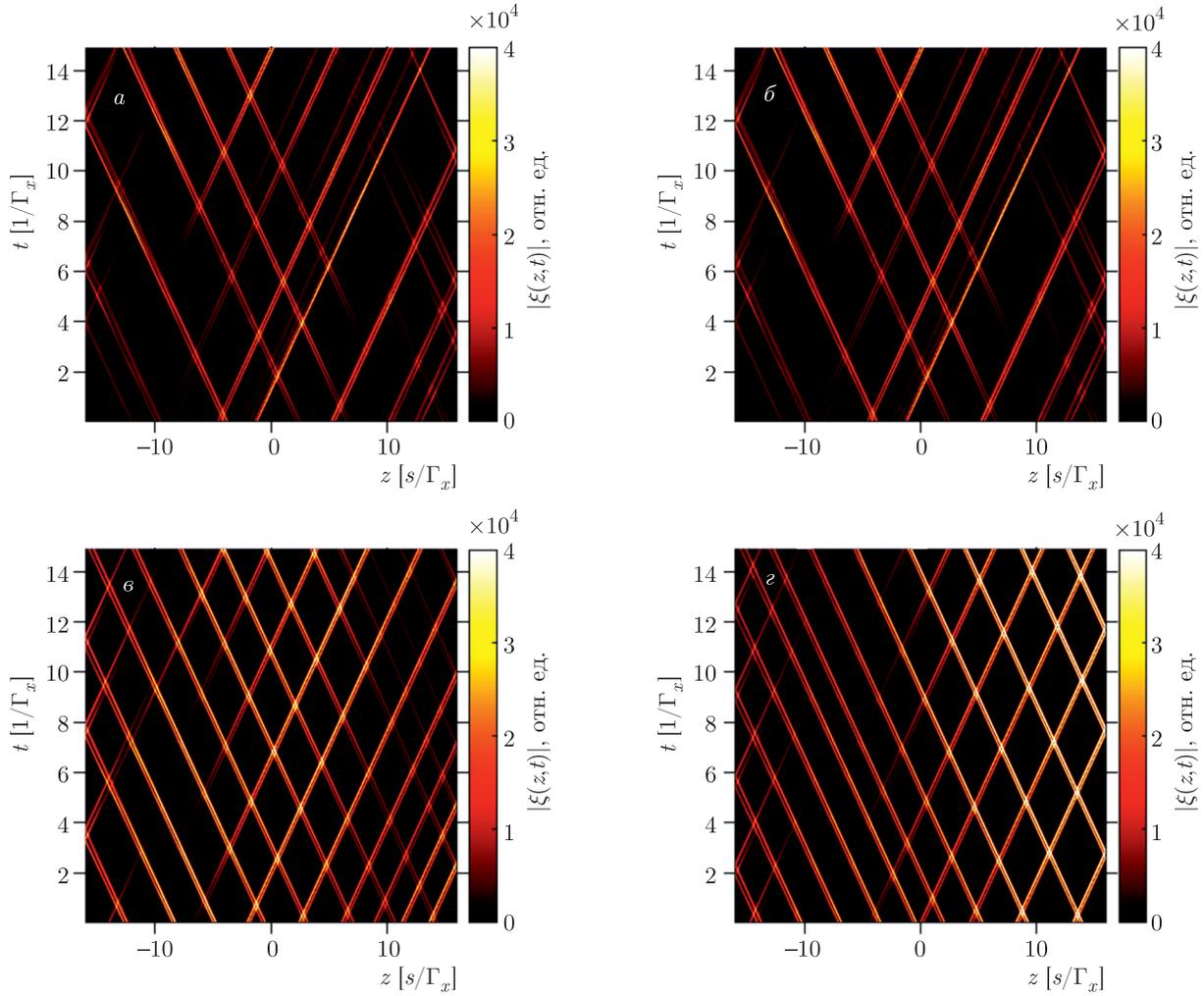
#### 4. РЕЖИМ ОПТОМЕХАНИЧЕСКОЙ ЛАЗЕРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ

Исследуем численно динамику системы в случае, когда основное состояние неустойчиво и структура генерирует автоколебания. На рис. 2 и 3 показаны результаты расчетов для  $\Delta/\Gamma_x = 1.5$ ,  $\Gamma_s/\Gamma_x = 0.01$ ,  $\epsilon G^2/\Gamma_x^3 = 0.09$  и разных длин системы  $L$ . Предположим, что напряжения на краях структуры равны нулю, что соответствует граничным условиям

$\xi(\pm L/2) = 0$ . В качестве начальных условий был взят слабый шум для  $\xi$  и стационарное решение для  $b_0$ .

Рисунок 2 рассчитан для длины структуры  $L = 3.3s/\Gamma_x$ . На рис. 2а показана цветом карта деформаций  $\xi(z, t)$ . На рис. 2б представлена временная эволюция амплитуд пространственных спектральных гармоник. Мы определяем их как

$$S_m = \sqrt{(k_m/s)^2 |S_\xi(k_m)|^2 + |S_{\partial_t \xi}(k_m)|^2},$$



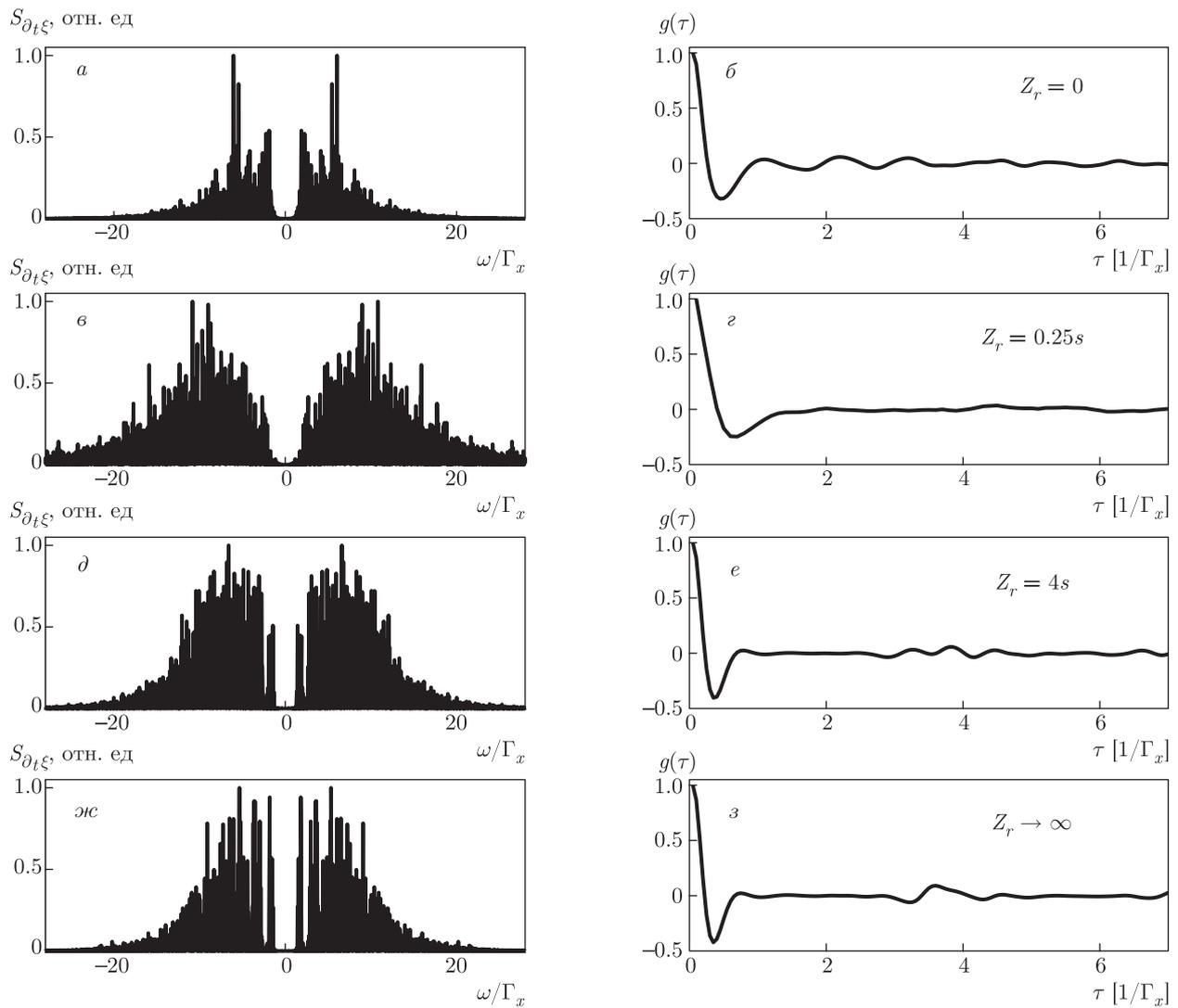
**Рис. 4.** (В цвете онлайн) Установившаяся динамика акустической составляющей, рассчитанная для различных акустических импедансов, определяющих граничные условия в уравнении (16):  $Z_r = 0$  (а),  $Z_r = 0.25$  (б),  $Z_r = 4$  (в) и  $Z_r = \infty$  (г). Другие параметры расчета не менялись:  $L = 32s/\Gamma_x$  и  $\epsilon G^2/\Gamma_x^3 = 0.04$ . Начальными условиями для расчета были взяты случайные шумы как в акустической, так и в экситонной составляющих. Показана рассчитанная динамика после большой задержки  $t_0 = 10000/\Gamma_x$ , когда переходные процессы уже успели завершиться

где  $S_\xi$  и  $S_{\partial_t \xi}$  — пространственные спектры соответственно  $\xi$  и  $\partial_t \xi$ , а  $k_m = \pi m/L$ . Видно, что положительный темп роста наблюдается только для одной моды  $m = 2$ .

Для более длинной системы несколько пространственных гармоник могут находиться в пределах диапазона усиления в линейном режиме. Случай, когда две гармоники усиливаются одновременно, показан на рис. 3. Параметры расчета выбраны такими же, как для рис. 2, но  $L = 4.5 s/\Gamma_x$ . Происходит конкуренция между модами, и, в зависимости от начального условия, могут образовываться два различных стационарных состояния, в которых доминирует либо гармоника с  $m = 3$ , как на рис. 3, либо гармоника с  $m = 2$ .

При большой длине системы и большой мощности накачки динамика становится намного богаче. Это обусловлено тем, что большое количество пространственных гармоник попадает в диапазон усиления и одновременно возбуждается в системе. На нелинейном этапе поведение системы определяется сложной динамикой взаимодействующих мод. Было проведено численное моделирование для накачки  $\epsilon G^2/\Gamma_x^3 = 4$  и длины системы  $L = 32 s/\Gamma_x$ . Эволюция распределения акустической энергии в системе показана на рис. 4 при различных граничных условиях, наложенных на правом краю,

$$\partial_t \xi_t(L/2) + s Z_r \partial_z \xi(L/2) = 0, \quad (16)$$



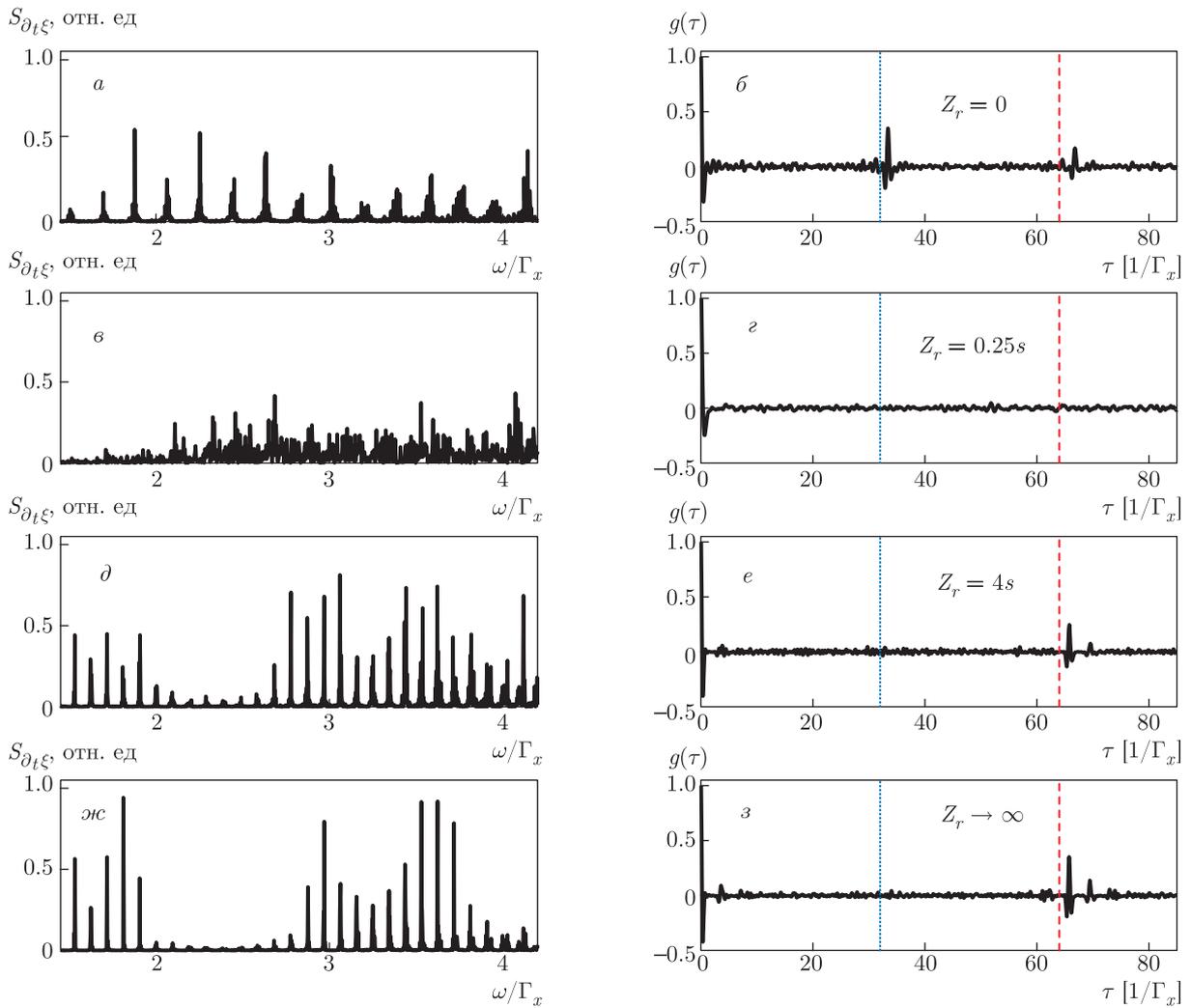
**Рис. 5.** Спектры скорости  $S_{d_t \xi}$  (слева) и соответствующие корреляционные функции скорости  $g(\tau)$  (справа), рассчитанные для различных акустических импедансов  $Z_r$  на правой границе. Скорость измерялась при  $z_0 = 0$  (а, б) и при  $z_0 = L/2 = 16s/\Gamma_x$  (в-з). Акустический импеданс  $Z_r$  увеличивается сверху вниз, как показано на рисунке. Параметры такие же, как для рис. 4

которые описывают ситуацию, когда область  $z > L/2$  заполнена материалами с различными акустическими импедансами, характеризуемыми параметром  $Z_r = 0, 0.25, 4, \infty$  соответственно для рис. 4а,б,в,г. На левом краю всегда считалось, что  $\xi(-L/2) = 0$ , т. е.  $Z_l = 0$ .

Видно, что динамика существенно меняется в зависимости от импеданса на правом краю. Далее были рассчитаны временные спектры скорости  $v(t) = \partial_t \xi(z_0, t)$ , см. рис. 5, где верхняя строка соответствует импедансам  $Z_r = 0$ , нижние три строки соответствуют  $Z_r = 0.25s, Z_r = 4s, Z_r = \infty$ . Ско-

рость рассчитывалась на правом конце ( $z_0 = L/2$ ) для всех случаев, кроме рис. 5а,б. Выбор для измерения скорости на правом краю сделан потому, что это значение определяет интенсивность излучения акустических волн на среду, контактирующую со структурой справа. В случае, когда  $Z_r = 0$ , скорость на правом краю тождественно равна нулю, поэтому для анализа было выбрано ее значение в середине структуры,  $z_0 = 0$ .

Видно, что все спектры скоростей на рис. 5а,в,д,жс довольно широкие, но имеют разную ширину и структуру. Корреляционные функции



**Рис. 6.** То же, что и на рис. 5. Более узкая часть спектра показана с большим разрешением. Корреляционные функции показаны на больших временах. Вертикальные линии в правом столбце указывают время однократного прохождения акустической волны через структуру и время ее прохождения туда и обратно

$$g(\tau) = \frac{\int v(t - \tau)v(t) dt}{\int v(t)^2 dt},$$

показанные в правом столбце рис. 5, быстро затухают, что хорошо согласуется с шириной спектра. Широкие спектры и быстро затухающие корреляционные функции подтверждают, что динамика акустического поля очень сложна и, возможно, хаотична. Интересно отметить, что в линейном режиме абсолютные значения коэффициентов отражения акустических волн для  $Z_r = 0.25s$  и  $Z_r = 4s$  одинаковы, но в нелинейном режиме генерации динамика для этих импедансов различается. Это может происходить из-за того, что экситоны влияют на отражение акустической моды на краях системы.

Интересно рассмотреть тонкую структуру спектров и поведение корреляционных функций на временах, сравнимых со временем прохождения акустических волн через систему. Это показано на рис. 6. Видно, что в случае  $Z_r = 0$  корреляционная функция имеет резкий максимум при  $\tau \approx 64/\Gamma_x$ , который соответствует проходу акустической волны через структуру слева направо и затем обратно, справа налево. Другой максимум виден при  $\tau \approx 32/\Gamma_x$  и соответствует времени однократного прохождения акустических волн через структуру слева направо. При  $Z_r = 0.25s$  максимумов корреляционной функции, кроме максимума при  $\tau = 0$ , не наблюдается. Для  $Z_r = 4s$  и  $Z_r = \infty$  первые максимумы расположены при  $\tau \approx 64/\Gamma_x$ . Данные особенности проявляются и в тонкой структуре спектров. Расстояние

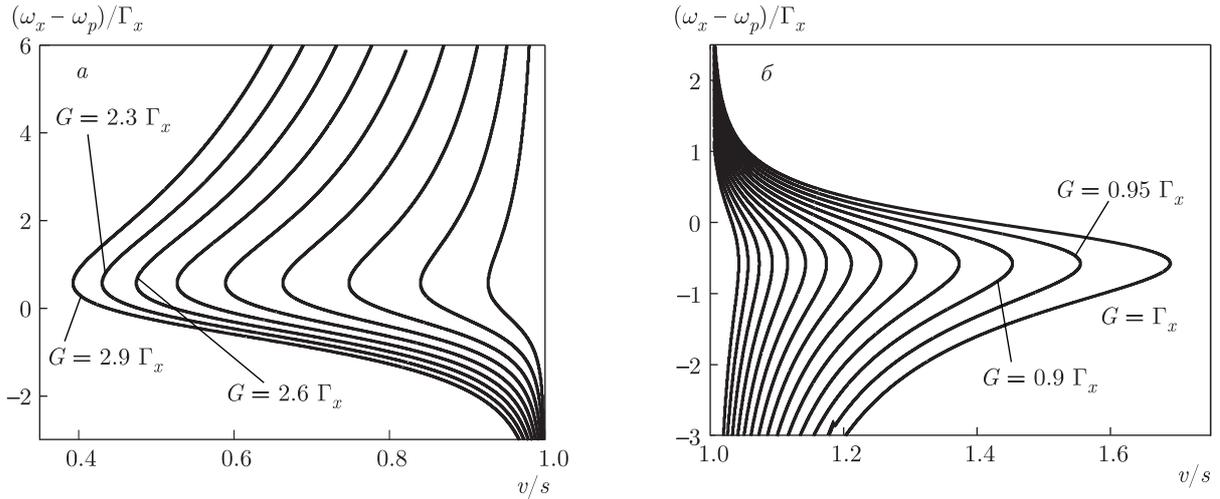


Рис. 7. Диаграммы существования дозвуковых и сверхзвуковых оптомеханических доменных стенок для различных параметров  $v - \omega_x$  и амплитуд накачки. Накачка изменяется от  $G = 0.2\Gamma_x$  до  $G = 2.9\Gamma_x$  с шагом  $0.3\Gamma_x$  (а) и от  $G = \Gamma_x$  до  $G = 0.35\Gamma_x$  с шагом  $-0.05\Gamma_x$  (б)

между соседними пиками соответствует указанным выше временам: оно равно  $\Delta\omega \approx 0.2\Gamma_x$  (рис. 6б) и  $\Delta\omega = 0.1\Gamma_x$  (рис. 6е,з).

### 5. ОПТОМЕХАНИЧЕСКИЕ ДОМЕННЫЕ СТЕНКИ

Теперь рассмотрим ситуацию, когда накачка отрицательно отстроена от экситонного резонанса,  $\omega_p < \omega_x$ . В этом случае однородное решение является стабильным и оптомеханическая генерация не происходит, но ниже будет показано, что возможно образование оптомеханических доменных стенок.

Сначала рассмотрим случай  $\Gamma_s = 0$  и перепишем основные уравнения (7), (8) в системе отсчета, движущейся со скоростью  $v$ :

$$(\partial_t^2 - 2v\partial_t\partial_\eta)(\xi - \epsilon|b|^2) = (s^2 - v^2)\partial_\eta^2\xi + \epsilon v^2\partial_\eta^2|b|^2,$$

$$\partial_t b = v\partial_\eta b - i(\omega_x - \omega_p)b - \Gamma_x b - ib\xi - iG,$$

где  $b(\eta, t) = P_1(z, t)$  и  $\eta = z - vt$ . Стационарные решения в движущейся системе отсчета описываются связанными уравнениями

$$\partial_\eta^2\xi = \frac{\epsilon v^2}{v^2 - s^2} \partial_\eta^2|b|^2, \tag{17}$$

$$v\partial_\eta b = i(\omega_x - \omega_p)b + \Gamma_x b + ib\xi + iG.$$

Уравнение (17) имеет решение  $\xi = \epsilon v^2|b|^2/(v^2 - s^2) + \xi_0$ , где  $\xi_0$  — константа. Используя это, получаем

уравнение для стационарного распределения поля  $b$  экситонных поляризацій:

$$v\partial_\eta b = i\tilde{\Omega}b + \Gamma_x b + i\mu|b|^2 b + iG, \tag{18}$$

где  $\tilde{\Omega} = \omega_x - \omega_p + \xi_0$  и  $\mu = \epsilon v^2/(v^2 - s^2)$ .

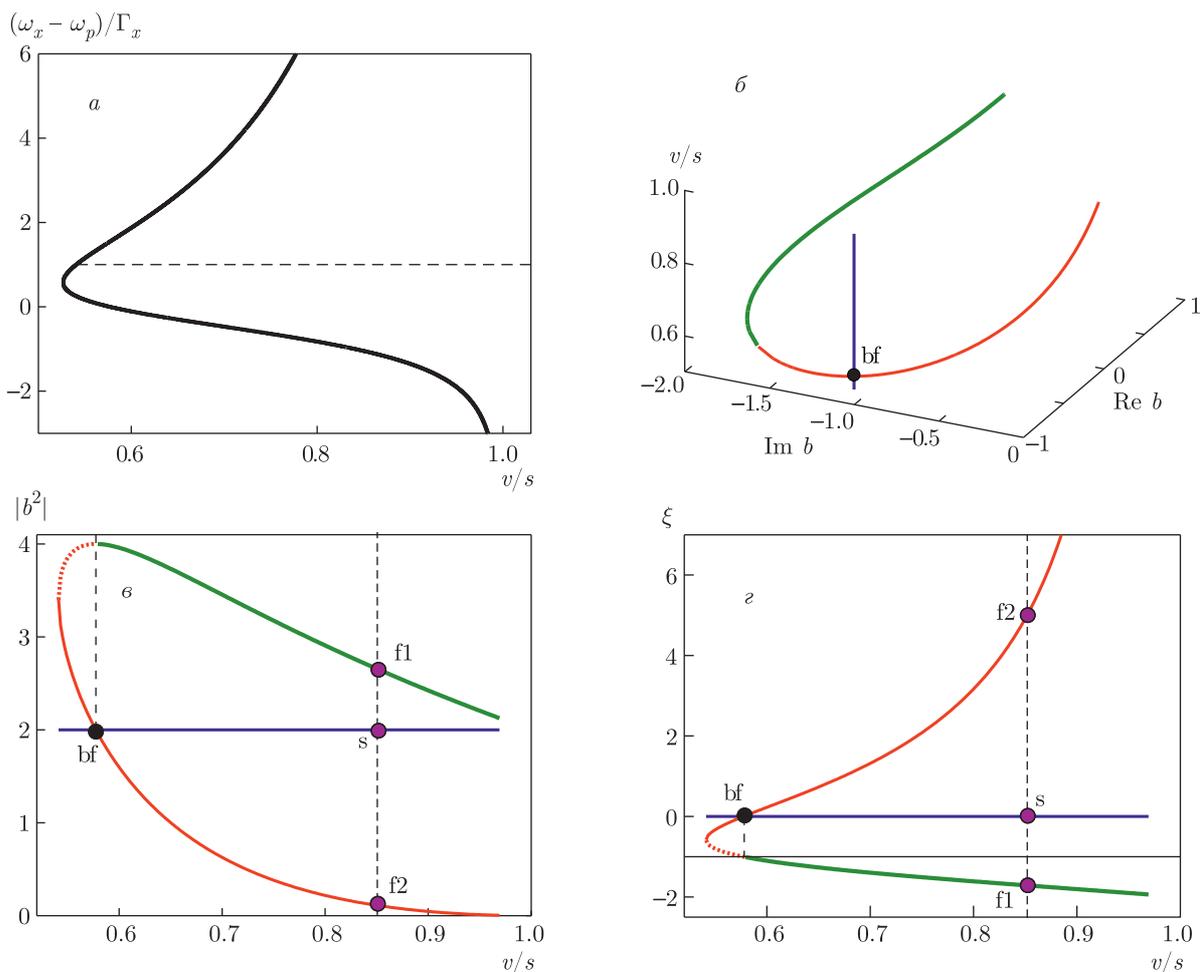
Без ограничения общности можно положить  $\xi = 0$  при  $\eta = -\infty$ . Это означает, что  $b(\eta = -\infty) = G/(\omega_p - \omega_x + i\Gamma_x)$  и поэтому  $\xi_0 = -\mu G^2/[\Gamma_x^2 + (\omega_x - \omega_p)^2]$ . Это состояние мы далее называем основным состоянием.

Выясним, можно ли связать основное состояние доменной стенки с другим пространственно-однородным состоянием. Это возможно, только если уравнение (18) имеет три пространственно-однородных решения. Нетрудно написать алгебраическое уравнение для интенсивности пространственно-однородных состояний:

$$\mu^2|b|^6 + 2\tilde{\Omega}\mu|b|^4 + (\tilde{\Omega}^2 + \Gamma_x^2)|b|^2 - G^2 = 0. \tag{19}$$

Используя то, что одно из решений есть  $|b_0|^2 = G^2/[(\omega_x - \omega_p)^2 + \Gamma_x^2]$ , можно представить другие два решения уравнения (19) в простой форме:

$$|b|^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{G^2}{(\omega_x - \omega_p)^2 + \Gamma_x^2} - \frac{2(\omega_x - \omega_p)}{\mu} \pm \sqrt{\frac{G^4}{[(\omega_x - \omega_p)^2 + \Gamma_x^2]^2} - \frac{4(\omega_x - \omega_p)G^2}{\mu[(\omega_x - \omega_p)^2 + \Gamma_x^2]} - \frac{4\Gamma_x^2}{\mu^2}} \right). \tag{20}$$



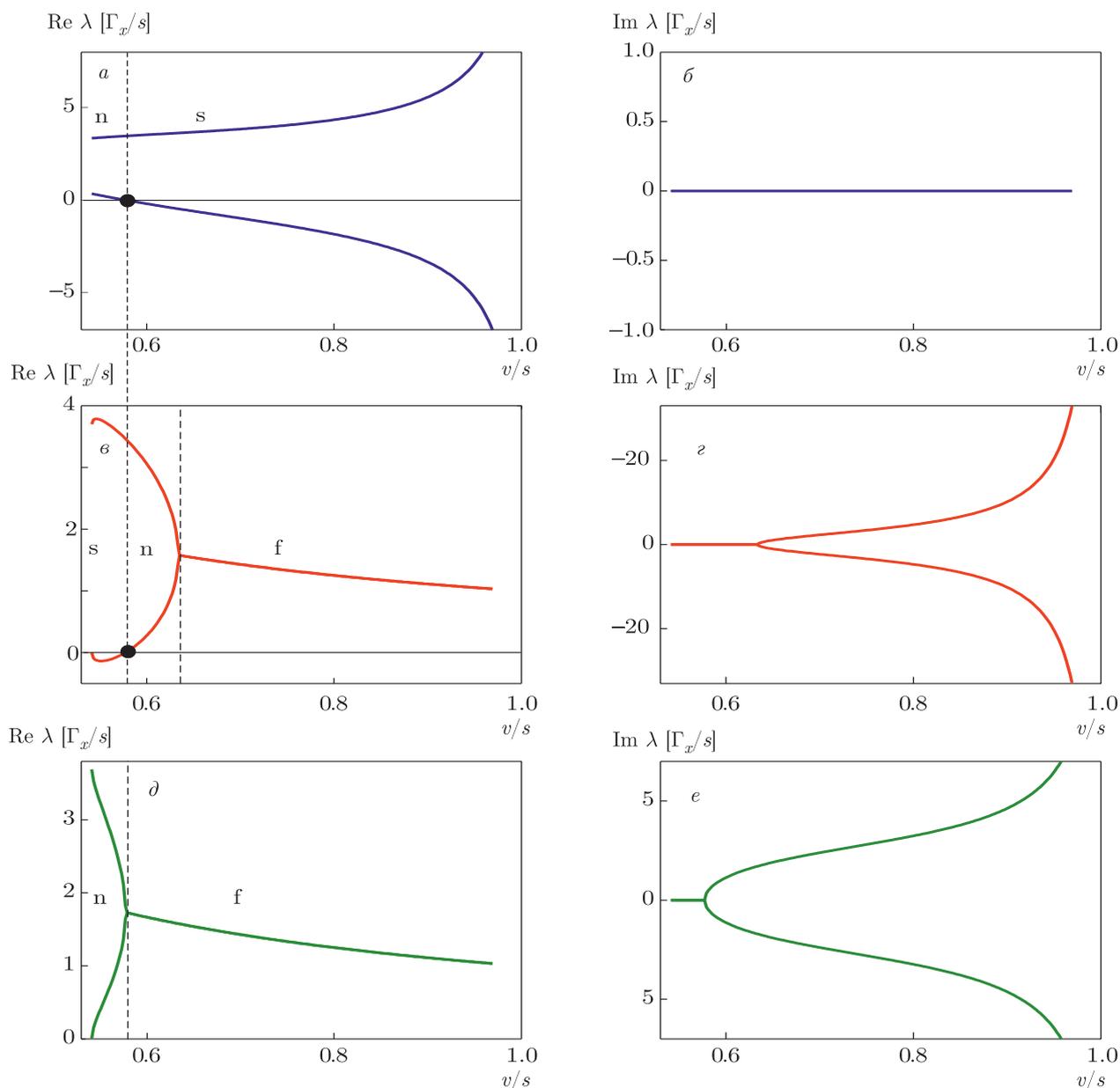
**Рис. 8.** (В цвете онлайн) *a*) Области существования нескольких стационарных решений для  $G = 2\Gamma_x$  и  $v < s$ . *б, в*) Изменения экситонной компоненты  $b$  стационарных решений в зависимости от скорости  $v$  (соответствующий путь показан штриховой линией на рис. *a*) при  $\omega_x - \omega_p = \Gamma_x$ . *г*) Бифуркационная диаграмма для механической составляющей  $\xi$ . Синие линии соответствуют основному решению, а зеленые и красные линии — двум другим решениям. Столкновение основного состояния с другим устойчивым состоянием отмечено знаком «bf». Седло (s) и два стационарных состояния типа фокус (f1, f2) отмечены на фазовой плоскости на рис. 10 (см. ниже). Пунктирные линии показывают устойчивые состояния, которые не связаны с основным состоянием

Эти три решения существуют в области параметров  $\omega_x - v$ , находящейся справа от кривых на рис. 7*a* и слева от кривых на рис. 7*б*.

Анализ показывает, что сверхзвуковые доменные стенки никогда не могут соединять динамически устойчивые решения. Поэтому основное внимание мы уделяем дозвуковым доменным стенкам. Прежде всего исследуем, как изменяются установившиеся состояния, когда параметр  $v$  изменяется для фиксированного значения  $\omega_x$  в области существования нескольких решений. Соответствующий путь показан штриховой линией на рис. 8*a*. Решение, пока-

занное синей линией, соответствует основному решению  $\xi = 0$ . Два других решения показаны зеленой и красной линиями. Рисунки 8*б* и 8*в* демонстрируют, как экситонные компоненты стационарных решений меняются с изменением скорости  $v$ . Аналогичная бифуркационная диаграмма для механической составляющей  $\xi$  представлена на рис. 8*г*. Можно видеть, что при определенном значении  $v$  основное состояние сталкивается с другим решением, точка столкновения (bf) отмечена на рис. 8.

Перейдем к классификации стационарных состояний. Это можно сделать, найдя собственные значения линеаризованной задачи, описывающей про-



**Рис. 9.** (В цвете онлайн) Эволюция действительной (справа) и мнимой (слева) частей собственных значений, определяющих пространственную релаксацию к основному состоянию (*a* и *б*) и к двум другим устойчивым состояниям (*в*–*е*). Показаны типы стационарных состояний для седел (*s*), для узлов (*n*) и для фокусов (*f*)

пространственную эволюцию поля *b* в окрестности точек равновесия. Действительная и мнимая части соответствующих собственных значений представлены на рис. 9. Расчет показывает, что для скоростей, близких к 1, основное состояние — седло, два других — фокусы. Соответствующая фазовая плоскость для  $v = 0.85s$  показана на рис. 10. Он демонстрирует, что основное состояние действительно является

седлом и имеет гетероклинические связи со всеми другими устойчивыми состояниями. Эти гетероклинические связи показаны толстыми красными линиями, что говорит о существовании двух разных доменных стенок, движущихся со скоростью  $v = 0.85s$ . Эти доменные стенки связывают основное состояние с состояниями с различными механическими  $\xi$  и экситонными *b* компонентами.

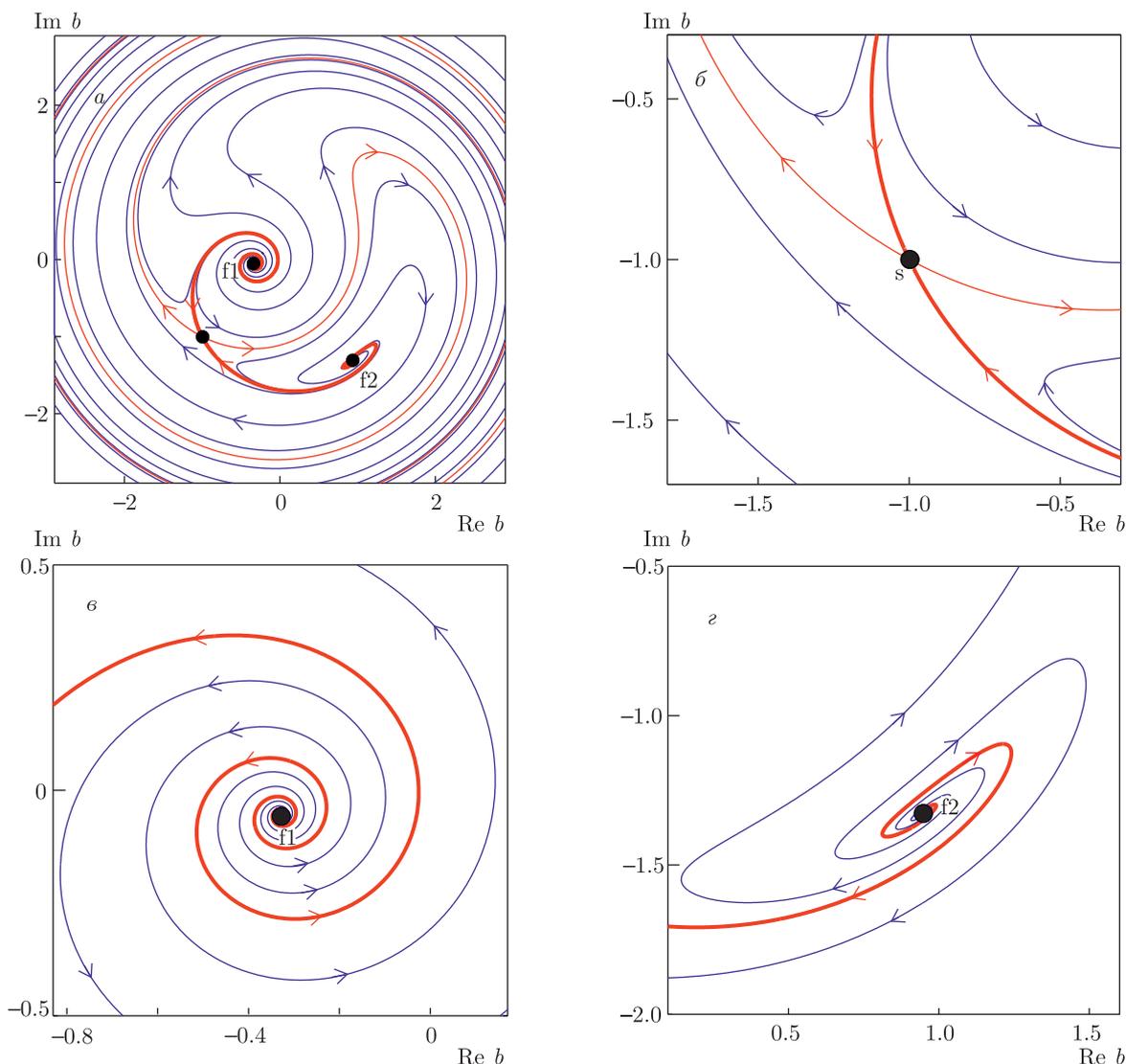
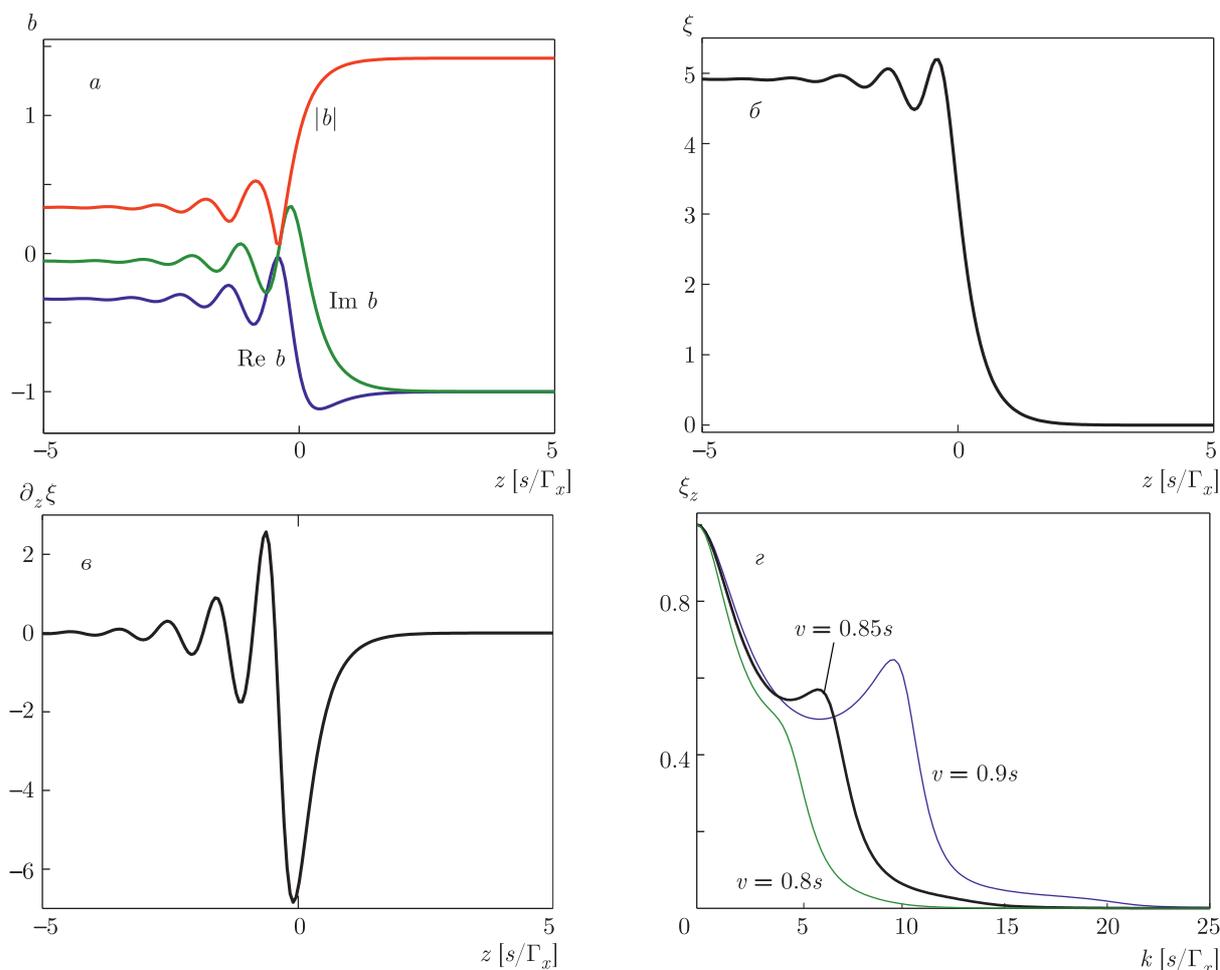


Рис. 10. (В цвете онлайн) Фазовая плоскость для  $v = 0.85s$  и  $\omega_x = \omega_p + \Gamma_x$  (а) и части фазовой плоскости вблизи стационарных состояний (б-г)

Пространственный профиль доменной стенки, соединяющей основное состояние с состоянием, обозначенным как «f2», показан на рис. 11а. Поскольку одно из стационарных состояний представляет собой фокус, хвост, переходящий в данное стационарное состояние, осциллирует в пространстве. Это объясняет существование дополнительного максимума в пространственном спектре доменной стенки (рис. 11б). Этот максимум становится более выраженным для более высоких скоростей, когда колебания становятся быстрее, а скорость их уменьшается (см. рис. 9в и 9г). Для более низких скоростей ре-

лаккация становится монотонной, когда фокус превращается в узел.

Важный результат состоит в том, что при некоторой пороговой скорости основное состояние сталкивается с другим стационарным состоянием в процессе транскритической бифуркации. В точке бифуркации хвосты доменной стенки релаксируют к основному состоянию алгебраически, поскольку соответствующее собственное значение обращается в нуль. Здесь следует отметить, что основное состояние становится узлом для скоростей ниже пороговой



**Рис. 11.** (В цвете онлайн) *a*) Эволюция экситонного поля  $b$  в доменной стенке, соединяющей основное состояние  $s$  и стационарное состояние  $f_2$ . *б*) и *в*) Нормированные компоненты механической деформации  $\xi$  и  $\partial_z \xi$  в доменной стенке. *г*) Нормированный пространственный спектр  $\xi_z$  для  $v = 0.85s$ . Тонкие синие и зеленые линии показывают спектры для скоростей доменных стенок  $v = 0.8s$  и  $v = 0.9s$

скорости бифуркации. Это означает, что для этих скоростей основное состояние может быть связано только с одним из двух других стационарных состояний. На рис. 8*a* и 8*г*) состояния, не имеющие связи с основным состоянием, показаны пунктирной линией.

Для меньших значений частоты  $\omega_x$  бифуркационная диаграмма выглядит иначе, как показано на рис. 12. В этом случае основное состояние сталкивается с иным решением, чем для  $\omega_x - \omega_p = \Gamma_x$ . Зависимости собственных значений, определяющих релаксацию доменных стенок к фону, от скорости  $v$  показаны на рис. 13. При высоких скоростях основным стационарным состоянием является седло, а двумя другими состояниями — фокусы. Затем один из фокусов превращается в узел. Наконец, проис-

ходит транскритическая бифуркация: основное состояние становится узлом, а второе состояние становится седлом. Как и в предыдущем случае, после точки бифуркации основное состояние может быть связано только с одним из двух других состояний. При еще меньших скоростях второй фокус также превращается в узел.

Для экспериментального наблюдения доменные стенки должны быть динамически устойчивыми. Спектральный анализ показывает, что это так, если соответствующие стационарные состояния стабильны. Как обсуждалось ранее, пространственно-однородные состояния устойчивы, если  $(\omega_x - \omega_p) + \xi > 0$ . Таким образом, стабильные доменные стенки являются связями между состояниями, расположенными над тонкими горизонтальными черными лини-

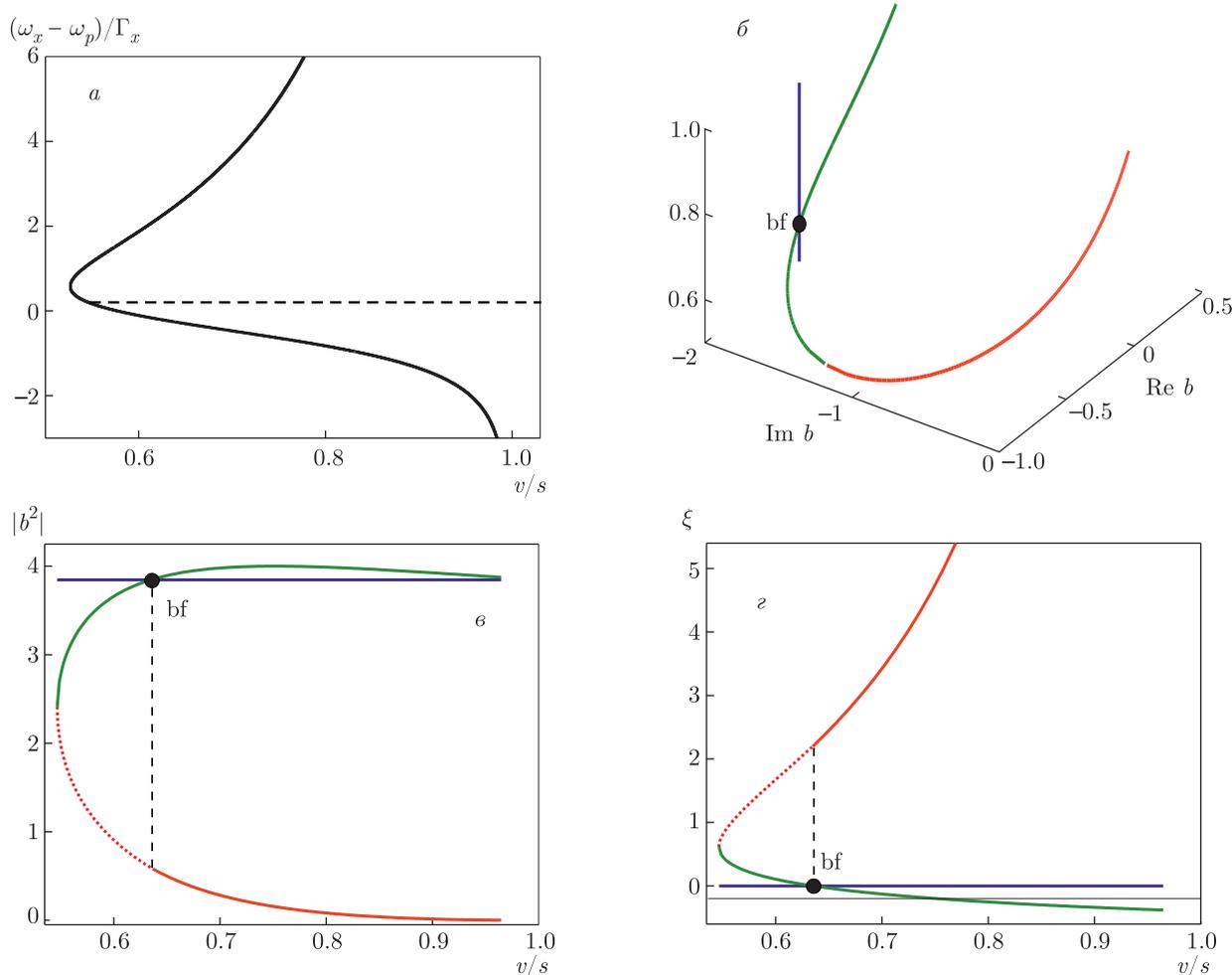


Рис. 12. (В цвете онлайн) То же что на рис. 8, но для  $\omega_x = \omega_p + 0.2\Gamma_x$

ями на рис. 8г и 12г. Также было изучено, как конечные механические потери влияют на распространение доменной стенки. Было установлено, что доменные стенки могут образовываться при наличии механических потерь, если потери не слишком велики.

Образование доменных стенок наблюдалось и при прямом численном решении уравнений. Распространяющиеся волны хорошо описываются развитой теорией. Численный расчет также показывает, что две доменные стенки образуются после того, как левый край системы сдвигается на  $\Delta\xi_1$  при  $t = t_1$ , а затем при  $t = t_2 > t_1$  на  $\Delta\xi_2$ . Обычно эти доменные стенки распространяются с разными скоростями. Если вторая доменная стенка быстрее первой, то в какой-то момент они сталкиваются, образуя новую доменную стенку со своей скоростью.

### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы теоретически исследовали сильнонелинейный режим оптомеханического взаимодействия между оптически накачиваемыми экситонами в полупроводниковой сверхрешетке и распространяющимися акустическими фононами. Были рассмотрены различные режимы взаимодействия в зависимости от отстройки частоты накачки от частоты экситонного резонанса.

Если частота накачки выше частоты экситонного резонанса, то структура находится в режиме оптомеханической лазерной генерации. Однако, в отличие от обычного одномодового оптомеханического лазера [8, 17, 23], была обнаружена сложная конкуренция между усиливающимися акустическими модами, которая происходит, когда структура достаточно длинная, так что несколько пространствен-

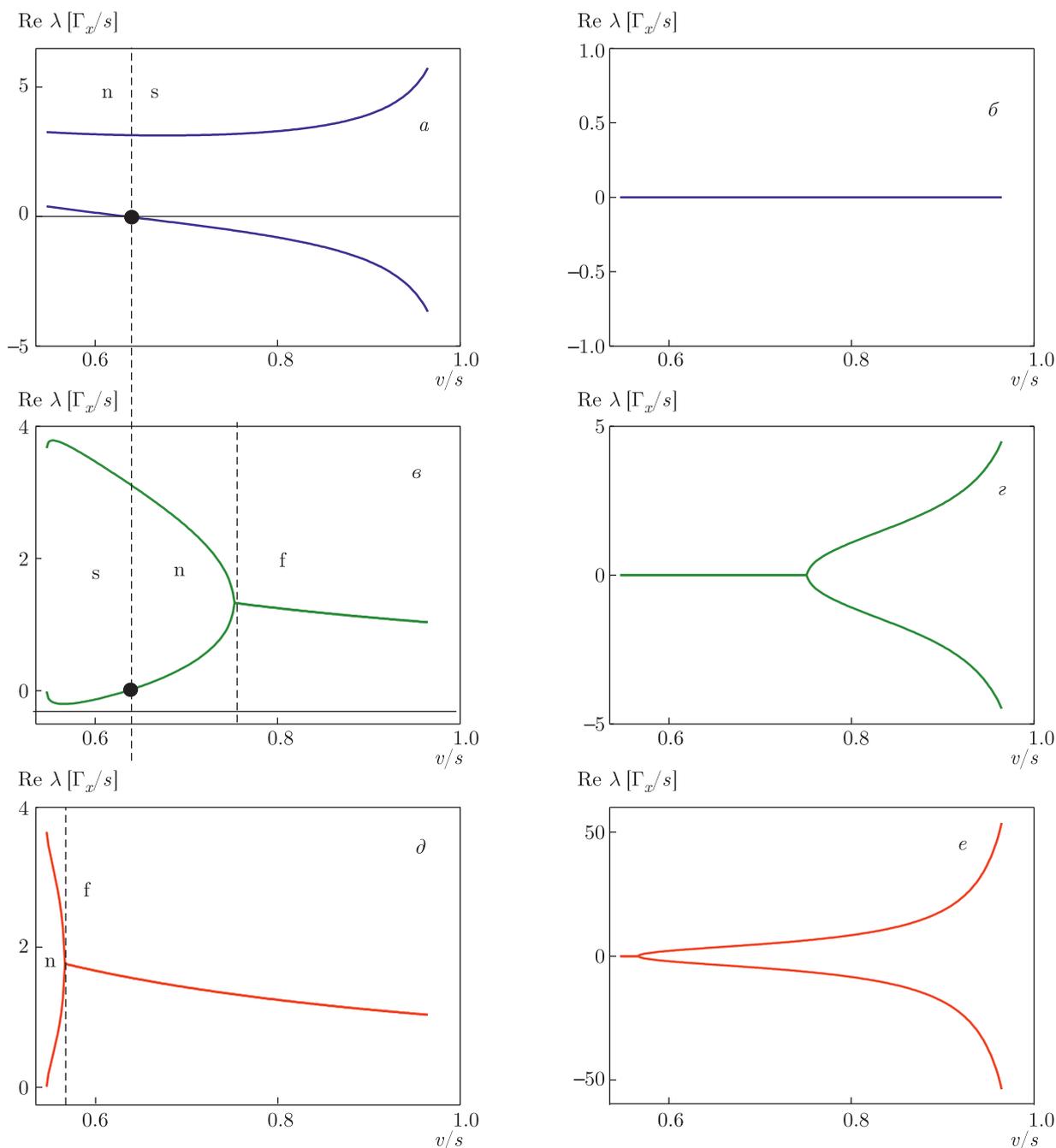


Рис. 13. (В цвете онлайн) То же что на рис. 9, но для  $\omega_x - \omega_p = 0.2\Gamma_x$

ных гармоник попадают в контур усиления. Широкий спектр генерируемого акустического поля и его корреляционные функции, быстро затухающие во времени, указывают на довольно сложную и, вероятно, хаотическую динамику. Мы также показали, что спектры излучения существенно зависят от граничных условий для акустической волны на краю структуры.

В случае, когда структура накачивается с частотой ниже частоты экситонного резонанса, оптомеханическая генерация невозможна, но вместо нее могут формироваться оптомеханические доменные стенки. Был проведен подробный анализ стационарных состояний в структуре и было показано, что только дозвуковые доменные стенки могут быть стабильными и соединять динамически устойчи-

вые стационарные решения. Рассчитаны зависимости скорости стенки и амплитуды деформации от частоты накачки.

Мы надеемся, что полученные результаты будут полезны для быстро развивающейся области резонансной оптомеханики и могут быть экспериментально подтверждены для современных структур. Естественным продолжением этой работы могло бы стать исследование фоновитонного режима [7, 24, 25], когда не только экситоны и акустические волны, как в текущем исследовании, а три типа возбуждений: свет, экситон и акустические волны, испытывают сильное нелинейное взаимодействие.

**Благодарности.** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 20-42-04405).

## ЛИТЕРАТУРА

1. P. Delsing, A. N. Cleland, M. J. A. Schuetz et al., *J. Phys. D* **52**, 353001 (2019).
2. D. L. Chafatinos, A. S. Kuznetsov, S. Anguiano et al., *Nature Comm.* **11**, 4552 (2020).
3. A. S. Kuznetsov, G. Dagvadorj, K. Biermann et al., *Optica* **7**, 1673 (2020).
4. C. Baker, W. Hease, D.-T. Nguyen et al., *Opt. Express* **22**, 14072 (2014).
5. B. Jusserand, A. N. Poddubny, A. V. Poshakinskiy et al., *Phys. Rev. Lett.* **115**, 267402 (2015).
6. A. V. Poshakinskiy, A. N. Poddubny, and A. Fainstein, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 224302 (2016).
7. A. V. Poshakinskiy and A. N. Poddubny, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 156801 (2017).
8. E. S. Vyatkin and A. N. Poddubny, *Phys. Rev. B* **104**, 075447 (2021).
9. G. Heinrich, M. Ludwig, J. Qian et al., *Phys. Rev. Lett.* **107**, 043603 (2011).
10. A. Xuereb, C. Genes, and A. Dantan, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 223601 (2012).
11. E. A. Martens, S. Thutupalli, A. Fourrière, and O. Hallatschek, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **110**, 10563 (2013).
12. M. Bagheri, M. Poot, L. Fan et al., *Phys. Rev. Lett.* **111**, 213902 (2013).
13. B. J. Eggleton, C. G. Poulton, and R. Pant, *Adv. Opt. Photon.* **5**, 536 (2013).
14. J.-H. Gan, H. Xiong, L.-G. Si et al., *Opt. Lett.* **41**, 2676 (2016).
15. M. H. Matheny, M. Grau, L. G. Villanueva et al., *Phys. Rev. Lett.* **112**, 014101 (2014).
16. M. Kobecki, A. V. Scherbakov, S. M. Kukhtaruk et al., arXiv:2106.07019 (2021).
17. M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg, and F. Marquardt, *Rev. Mod. Phys.* **86**, 1391 (2014).
18. E. L. Ivchenko, *Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures*, Alpha Science International, Harrow, UK (2005).
19. D. V. Vishnevsky, D. D. Solnyshkov, G. Malpuech et al., *Phys. Rev. B* **84**, 035312 (2011).
20. N. Bobrovska, M. Matuszewski, T. C. H. Liew, and O. Kyriienko, *Phys. Rev. B* **95**, 085309 (2017).
21. A. V. Yulin, V. K. Kozin, A. V. Nalitov, and I. A. Shelykh, *Phys. Rev. A* **100**, 043610 (2019).
22. I. A. Mogunov, S. Lysenko, F. Fern andez et al., *Phys. Rev. Materials* **4**, 125201 (2020).
23. H. Wu, G. Heinrich, and F. Marquardt, *New J. Phys.* **15**, 123022 (2013).
24. А. Л. Иванов, Л. В. Келдыш, *ЖЭТФ* **84**, 404 (1983).
25. L. Hanke, D. Fröhlich, A. L. Ivanov et al., *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4365 (1999).
26. S. Latini, U. De Giovannini, E. J. Sie et al., *Phys. Rev. Lett.* **126**, 227401 (2021).