

ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННАЯ КОМПОНЕНТА В ИЗЛУЧЕНИИ СМИТА – ПАРСЕЛЛА

А. П. Потылицын^{a,b}, Д. А. Шкитов^{a**}*

^a *Национальный исследовательский Томский политехнический университет
634050, Томск, Россия*

^b *Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
115409, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 21 мая 2021 г.,
после переработки 5 июля 2021 г.
Принята к публикации 5 июля 2021 г.

Рассмотрены поляризационные характеристики излучения Смита–Парселла (ИСП) для модельной решетки, состоящей из наклонных идеально проводящих полос (стрипов), разделенных вакуумными промежутками, а также для «реальной» решетки с треугольным профилем периода, и показано, что кроме линейной поляризации ИСП обладает циркулярно поляризованной компонентой. Полученные результаты демонстрируют возможность создания монохроматического источника излучения с эллиптической поляризацией в терагерцевом диапазоне длин волн.

DOI: 10.31857/S0044451021120014

1. ВВЕДЕНИЕ

В текущем столетии были разработаны и нашли широкое применение источники терагерцевого (ТГц) излучения [1, 2]. Мощные ТГц-источники были созданы на основе лазеров на свободных электронах [3, 4], а также на основе когерентного синхротронного излучения на электронных накопителях [5, 6]. Компактные источники ТГц-излучения на основе лазерных технологий [7] в настоящее время получили широкое распространение.

Однако, в ряде случаев пользователям требуется источник монохроматического ТГц-излучения с возможностью плавной регулировки частоты в широких пределах. Подобный источник, основанный на эффекте Смита–Парселла с использованием нерелятивистских и умеренно релятивистских электронных пучков [8, 9], планируется к разработке в ближайшем будущем.

Излучение Смита–Парселла (ИСП) генерируется пучком электронов, пролетающих в вакууме вблизи решетки из проводящего материала, частота которого определяется дисперсионным соотношением

$$\nu_k = k\nu_f, \quad \nu_f = \beta c/d(1 - \beta \cos \theta). \quad (1)$$

Здесь $k = 1, 2, 3, \dots$, ν_f — фундаментальная частота, k — порядок дифракции излучения, d — период решетки, βc — скорость электрона, θ — угол наблюдения.

В некоторых областях наряду с монохроматичностью требуется использовать циркулярно поляризованное излучение (например, в исследованиях киральных биофизических объектов, метаматериалов, магнитооптике).

Общеизвестный оптический метод, основанный на использовании пластинки в четверть длины волны [10], обеспечивает трансформацию линейной поляризации в циркулярную в узком диапазоне длин волн. Недавно был предложен метод получения циркулярно поляризованного излучения с помощью метаматериалов [11]. В работе [12] исследовался «циркулярный поляризатор» на основе стандартного проволочного поляризатора и системы зеркал для регулирования фазовой задержки.

Поляризационные свойства ТГц-излучения, полученного при взаимодействии фемтосекундных лазерных пучков с газом, исследовались в работах [13–15], где было показано, что поляризация результирующего излучения, как правило, линейная.

В настоящей работе показана возможность получения циркулярно поляризованного монохромати-

* E-mail: potylitsyn@tpu.ru

** E-mail: shkitovda@tpu.ru

ческого излучения на основе эффекта Смита–Парселла.

2. ИЗЛУЧЕНИЕ СМИТА – ПАРСЕЛЛА КАК РЕЗОНАНСНОЕ ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Простейшая модель ИСП, позволяющая аналитически рассчитывать спектрально-угловые и поляризационные характеристики излучения от решетки, состоящей из набора проводящих полосок (стрипов), разделенных вакуумными промежутками, основана на модели резонансного дифракционного излучения [16, 17].

Дифракционное излучение (ДИ) можно рассматривать как излучение поляризационных токов, которые индуцируются («наводятся») на поверхности проводника, вблизи которого пролетает заряд [17]. В цитируемой монографии рассмотрены основные характеристики ДИ и показано, что излучение возникает, если прицельный параметр a — кратчайшее расстояние между траекторией заряда и поверхностью проводника, меньше (или сравнимо) с величиной «эффективного» радиуса движущегося кулоновского поля заряда $\gamma\beta\lambda/2\pi$ (γ — лоренц-фактор, $\beta = v/c = \sqrt{1-\gamma^{-2}}$ — нормализованная скорость заряда, λ — длина волны ДИ). Следует отметить, что при движении заряда параллельно бесконечной поверхности проводника ДИ не возникает, т. е. наличие «оптических неоднородностей» (в рассматриваемом случае границ (краев) проводника) является необходимым условием возникновения ДИ.

Авторы работы [18] получили точное решение уравнений Максвелла, описывающих спектрально-угловое распределение ДИ заряда при его наклонном пролете вблизи идеально проводящей полуплоскости.

Поле ДИ $\mathbf{E} = \{E_x, E_y, E_z\}$, найденное в [18], определено в системе координат, связанной с полуплоскостью. Однако более удобной является система, в которой полярный и азимутальные углы определены относительно скорости заряда, которая связана с исходной поворотом вокруг края мишени на угол θ_0 (см. рис. 1).

Далее, для расчета поляризационных характеристик необходимо использовать компоненты поля, перпендикулярные волновому вектору k . Введем поляризационные орты [17]:

$$\mathbf{e}_2 = c_{norm}[\mathbf{b}_1, \mathbf{k}_0], \quad \mathbf{e}_1 = [\mathbf{e}_2, \mathbf{k}_0], \quad (2)$$

где $\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}/\omega$, ω — круговая частота излучения, \mathbf{b}_1 — единичный вектор, направленный вдоль края мише-

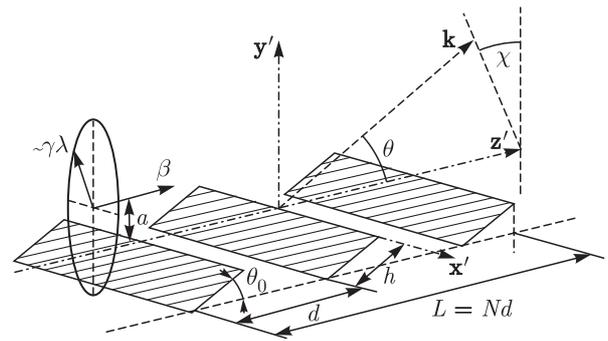


Рис. 1. Схема генерации излучения Смита–Парселла на решетке, состоящей из наклонных стрипов (a — прицельный параметр, h — ширина стрипа, θ_0 — угол наклона стрипа, θ — полярный угол, χ — азимутальный угол, характеризующие распространение ИСП)

ни, c_{norm} — нормировочный множитель (см. далее). Такой выбор ортов оставляет их неизменными при повороте на угол θ_0 . Исходя из найденных в [18] декартовых компонент поля легко получить поляризационные компоненты поля ДИ в рассматриваемой системе (см. рис. 1).

Выразим угловые переменные ψ, ϕ из статьи [18] через полярный и азимутальный углы θ, χ :

$$\sin \phi = \frac{-\cos \theta \sin \theta_0 + \sin \theta \cos \theta_0 \cos \chi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \chi}}, \quad (3a)$$

$$\cos \phi = \frac{\cos \theta \cos \theta_0 + \sin \theta \sin \theta_0 \cos \chi}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \chi}}, \quad (3b)$$

$$\cos \psi = \sin \theta \sin \chi.$$

Для геометрии $\chi = 0$ из (3a), (3b) имеем

$$\phi = \theta - \theta_0. \quad (4)$$

Даже для малых отклонений от плоскости, перпендикулярной решетке ($\chi = 0$), экспоненциальная зависимость от азимута [18] приводит к существенному подавлению компонент поля E_{1DR} и E_{2DR} . Этот факт позволяет использовать приближенное соотношение (4) во всей области азимутальных углов при вычислении компонент поля

$$E_{1DR} = \frac{B_{q\omega}\sqrt{\omega}}{\sqrt{\cos \theta_x}} \frac{\sin \theta_x}{D} \sqrt{1 + \cos(\theta - \theta_0)} \times \left(\cos \theta_0 + i \sin \theta_0 / \sqrt{\gamma^{-2} + (\beta \sin \theta_x)^2} \right), \quad (5a)$$

$$E_{2DR} = \frac{B_{q\omega}\sqrt{\omega}}{\sqrt{\cos \theta_x}} \frac{1}{D} \frac{\sin(\theta - \theta_0)}{\sqrt{1 + \cos(\theta - \theta_0)}} \times \left(\beta \cos \theta_x + \cos \theta_0 + i \sin \theta_0 \sqrt{\gamma^{-2} + (\beta \sin \theta_x)^2} \right), \quad (5b)$$

где

$$B_{q\omega} = \frac{e}{4\pi^2} \exp\left(-2\frac{\pi a}{\gamma\beta\lambda} \sqrt{1+(\gamma\beta \sin \theta_x)^2}\right) \times$$

$$\times \frac{\sqrt{\cos \theta_x - \cos \theta_0 / \beta - i \sin \theta_0 \sqrt{\gamma^{-2} + (\beta \sin \theta_x)^2} / \beta}}{\sqrt{\omega} \left(\sqrt{\gamma^{-2} + (\beta \sin \theta_x)^2} \cos \theta_0 + i \sin \theta_0\right)},$$

$$D = \cos \theta_0 - \beta \cos \theta_x \cos(\theta - \theta_0) +$$

$$+ i \sin \theta_0 \sqrt{\gamma^{-2} + (\beta \sin \theta_x)^2}. \quad (6)$$

В формулах (5a), (5b) для удобства используется угол θ_x (вместо азимутального угла χ), определяемый из соотношения

$$\theta_x = \pi/2 - \psi, \quad \sin \theta_x = \sin \theta \sin \chi. \quad (7)$$

Нормировочная константа в (2) выражается через введенные угловые переменные следующим образом: $c_{norm} = 1/\cos \theta_x$.

Выражения (5a), (5b) описывают характеристики ДИ от бесконечной полуплоскости, т. е. ДИ генерируется только на одном крае. В реальном случае поле ДИ от бесконечной полосы (стрипа) шириной h , должно вычисляться с учетом этой конечной ширины. В работе [19] предложен метод расчета характеристик ДИ на основе метода поляризационных токов, который позволяет учесть реальную геометрию мишени. Другая, более простая модель, основана на расчете ДИ от стрипа, как результат интерференции полей ДИ от двух краев идеально проводящей мишени.

Пусть решетка, на которой генерируется ИСП, состоит из наклонных полос из идеально проводящего материала (см. рис. 1). Поле ИСП в этой модели описывается выражением [16]

$$\mathbf{E}_{SPR} = \mathbf{E}_{DR} F_2 F_3, \quad (8)$$

где \mathbf{E}_{DR} — поле дифракционного излучения (ДИ) от края наклонной идеально проводящей полуплоскости, F_2 — функция, учитывающая интерференцию полей от обоих краев полосы, F_3 — резонансная функция, описывающая излучение от N идентичных источников. В этой системе функция F_2 выражается следующим образом [17]:

$$F_2 = 1 - \exp(\Delta\chi_1 + i\Delta\phi_1), \quad (9)$$

где

$$\Delta\chi_1 = \frac{2\pi h \sin \theta_0}{\gamma\lambda} \sqrt{1+(\gamma\beta \sin \theta_x)^2},$$

$$\Delta\phi_1 = \frac{2\pi h}{\lambda} \left(\frac{\cos \theta_0}{\beta} - \cos(\theta - \theta_0)\right).$$

Последний множитель в (8), описывающий излучение N источников, имеет вид

$$F_3 = [1 - \exp iN\Phi]/[1 - \exp i\Phi],$$

где

$$\Phi = 2\pi d\lambda^{-1}(1/\beta - \cos \theta).$$

По известным компонентам поля \mathbf{E}_{iDR} вычисляется спектрально угловое распределение ИСП:

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{c} [|E_{1SPR}|^2 + |E_{2SPR}|^2]. \quad (10)$$

Последнее выражение получено для дальней зоны, где отсутствует зависимость характеристик излучения от расстояния до источника. Оценка расстояния, соответствующего этому критерию для случая ИСП, получена в [19].

Поляризационные характеристики ИСП описываются параметрами Стокса ξ_i :

$$\xi_1 = \frac{E_{1SPR}^* E_{2SPR} + E_{1SPR} E_{2SPR}^*}{|E_{1SPR}|^2 + |E_{2SPR}|^2}, \quad (11a)$$

$$\xi_2 = \frac{i(E_{1SPR}^* E_{2SPR} - E_{1SPR} E_{2SPR}^*)}{|E_{1SPR}|^2 + |E_{2SPR}|^2}, \quad (11b)$$

$$\xi_3 = \frac{|E_{1SPR}^*|^2 - |E_{2SPR}|^2}{|E_{1SPR}|^2 + |E_{2SPR}|^2}. \quad (11c)$$

Параметры Стокса ξ_1, ξ_3 характеризуют линейную поляризацию ($P_{lin} = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_3^2}$ — скаляр), параметр ξ_2 (псевдоскаляр) — циркулярную. По определению, параметры Стокса связаны следующим соотношением:

$$\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 = 1. \quad (12)$$

При вычислении параметров Стокса множители $|Bq\omega\sqrt{\omega}|^2 |F_2|^2 |F_3|^2$ в числителе и знаменателе в (11) сокращаются, что приводит к отсутствию явной зависимости поляризационных характеристик от длины волны. Тем не менее, неявная зависимость от длины волны, которая определяется полярным углом θ , остается во всех приведенных формулах (11).

Запишем формулы для ξ_i после упрощения выражений (11a)–(11c):

$$\xi_1 = -\sqrt{s} \sin \theta_x \sin(\theta - \theta_0)/S, \quad (13a)$$

$$\xi_2 = -\sqrt{s} \sin(\theta - \theta_0) \sin \theta_0 \sin \theta_x \cos \theta_x/S, \quad (13b)$$

$$\xi_3 = \frac{1}{2S} \{(1 + \cos(\theta - \theta_0)) \sin^2 \theta_x (1 - \beta \cos \theta_x \cos \theta) -$$

$$- s(1 - \cos(\theta - \theta_0))(1 + \beta \cos \theta_x \cos \theta)\}. \quad (13c)$$

где

$$S = \frac{1}{2} \{ (1 + \cos(\theta - \theta_0)) \sin^2 \theta_x (1 - \beta \cos \theta_x \cos \theta) + s(1 - \cos(\theta - \theta_0))(1 + \beta \cos \theta_x \cos \theta) \}, \quad (14)$$

$$s = \gamma^{-2} + (\beta \sin \theta_x)^2.$$

Легко показать, что выражения для параметров Стокса (13) удовлетворяют соотношению (12). Другими словами, ИСП в дальней зоне для фиксированного направления волнового вектора обладает 100-процентной, вообще говоря, эллиптической поляризацией.

Из выражений (13а)–(13с) вытекают следствия:

а) в плоскости, перпендикулярной «средней» плоскости решетки ($\theta_x = 0$), приравниваются нулю параметры ξ_1, ξ_2 , а линейная поляризация в этой плоскости достигает 100% ($\xi_3(\theta_x = 0) = -1$);

б) для «плоской» решетки ($\theta_0 = 0$) циркулярная поляризация равна нулю;

в) в «правом» и «левом» полупространстве относительно перпендикулярной плоскости ($\theta_x > 0, \theta_x < 0$) параметры ξ_1, ξ_2 обладают противоположными знаками.

Отметим, что циркулярная поляризация ξ_2 возникает только в том случае, когда из кинематических переменных, соответствующих рассматриваемой геометрии, можно получить псевдоскаляр. В случае дифракционного излучения подобный псевдоскаляр можно получить, рассматривая три вектора — β, \mathbf{k}_0 и перпендикуляр к краю стрипа, лежащий в плоскости стрипа $\mathbf{b}_2 = \{1, 0, 0\}$. Смешанное произведение $(\beta, [\mathbf{b}_2, \mathbf{k}_0]) = \sin \theta_0 \sin \theta_x$ как раз и описывает поведение циркулярной поляризации.

3. ИЗЛУЧЕНИЕ СМИТА – ПАРСЕЛЛА ПО ОБОБЩЕННОМУ МЕТОДУ ПОВЕРХНОСТНЫХ ТОКОВ

В работах [20, 21] авторами был предложен и развит метод поляризационных токов, частным случаем которого является обобщенный метод поверхностных токов [22], в случае если мишень представляет собой идеальный проводник. На практике последний подходит для расчета характеристик излучения в оптическом, инфракрасном и ТГц-диапазонах, в том числе всех компонент поля излучения от металлических мишеней в заданной точке пространства. Метод применим для переходного излучения (ПИ), дифракционного излучения (ДИ) и излучения Смита – Парселла. Обобщенный метод поверхностных токов (ОМПТ) основывается на макроскопи-

ческих уравнениях Максвелла, поэтому на него накладываются ограничения макроскопического подхода [23]. Метод применим для заряженных частиц с практически произвольными энергиями (начиная от сотен кэВ и более) и практически произвольными углами падения к поверхностям (исключая скользящее падение), а также для длин волн от оптических до миллиметровых. Мы применяем данный метод для релятивистских электронов ($\gamma > 10$) и субмиллиметрового диапазона длин волн. Более подробно вопрос ограничений метода рассмотрен в работе [24].

В ОМПТ источником поля излучения являются поверхностные токи на поверхности проводника, которые возникают за счет динамической поляризации атомов мишени кулоновским полем пролетающей заряженной частицы. Поле излучения от произвольной поверхности имеет вид

$$\mathbf{E}_R^D(\mathbf{r}_D, \lambda) = \frac{1}{2\pi} \times \iint [[\mathbf{n}(\mathbf{r}_T), \mathbf{E}_e^T(\mathbf{r}_T, \lambda)], \nabla G(\mathbf{r}_T, \mathbf{r}_D, \lambda)] dS_T. \quad (15)$$

Здесь $\mathbf{n}(\mathbf{r}_T)$ — единичный вектор нормали к поверхности мишени в заданной точке, $\mathbf{E}_e^T(\mathbf{r}_T, \lambda)$ — кулоновское поле электрона, $\nabla G(\mathbf{r}_T, \mathbf{r}_D, \lambda)$ — градиент функции Грина, $\mathbf{r}_T = \{x_T, y_T, z_T\}$ — координата точки на поверхности мишени, расположенной на расстоянии a от траектории частицы, $\mathbf{r}_D = \{x_D, y_D, z_D\}$ — координата точки наблюдения (точечного детектора), dS_T — элементарная площадь поверхности мишени, λ — длина волны излучения, скобки $[\cdot, \cdot]$ — обозначают векторное произведение. Функция Грина имеет вид

$$G(\mathbf{r}_T, \mathbf{r}_D, \lambda) = e^{ik|\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_T|} / |\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_T|.$$

Ранее этот метод уже был использован для моделирования характеристик ДИ [25]. В работе реализован численный код, в котором все координаты и направления задаются в глобальной системе координат, где ось Z привязана к направлению движения частицы и оси образуют правую систему координат. Начало координат в глобальной системе координат по оси Z выбирается в точке, по нормали ближайшей к центру решетки (см. рис. 2). Для произвольной плоской мишени вектор нормали можно представить в виде

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}_T) = A(\psi) \times \{0, 0, 1\},$$

где $A(\psi)$ — трехмерная матрица поворота нормали к мишени на угол ψ , знак « \times » — матричное про-

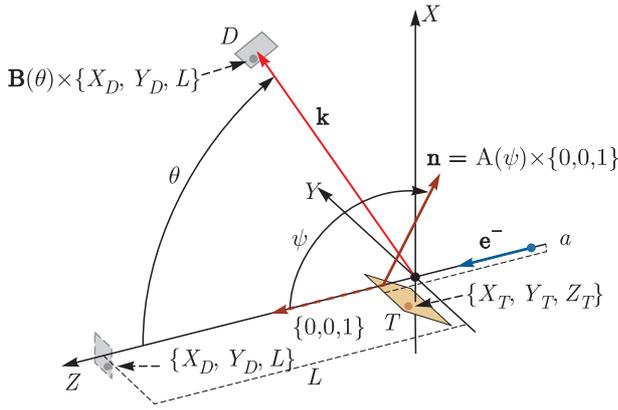


Рис. 2. Графические пояснения к системе координат, используемой в моделировании

изведение. Для случая исследуемой решетки и выбранной системы координат, матрица поворота $A(\psi)$ вокруг оси Y равна

$$\begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix}.$$

Аналогично можно представить и координаты точек на детекторе в случае плоской поверхности его апертуры:

$$\mathbf{r}_D = \{x_D, y_D, z_D\} = B(\theta) \times \{X_D, Y_D, L\},$$

где $B(\theta)$ — матрица поворота на полярный угол θ вокруг оси Y , L — расстояние от центра глобальной системы координат (точка $0, 0, 0$) до центра апертуры детектора (точка с координатами $B(\theta) \times \{0, 0, L\}$), $\{X_D, Y_D\}$ — координаты на плоскости детектора до поворота (см. рис. 2).

Поле, создаваемое электроном, определяется следующим образом [17]:

$$\mathbf{E}_e^T(\mathbf{r}_T, \lambda) = \frac{2q}{\beta^2 c \gamma \lambda} \exp\left(i \frac{k}{\beta} z_T\right) \times \left\{ \frac{x_T}{\rho} K_1\left(\frac{k\rho}{\beta\gamma}\right), \frac{y_T}{\rho} K_1\left(\frac{k\rho}{\beta\gamma}\right), -\frac{i}{\gamma} K_0\left(\frac{k\rho}{\beta\gamma}\right) \right\}.$$

Здесь q — заряд частицы, γ — лоренц-фактор частицы, c — скорость света, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, β — относительная скорость частицы, $\rho = \sqrt{x_T^2 + y_T^2}$, K_1 и K_0 — модифицированные функции Бесселя соответственно первого и нулевого порядков. Частица движется в положительном на-

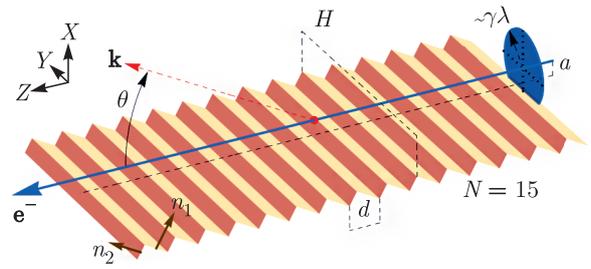


Рис. 3. Схема генерации излучения от сплошной периодической решетки, синяя стрелка показывает направление движения и траекторию частицы относительно решетки, цифры 1 и 2 и векторы \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 обозначают прямые и обратные полосы и нормали к ним, соответственно

правлении оси Z . Градиент функции Грина принимает вид

$$\nabla G(\mathbf{r}_T, \mathbf{r}_D, \lambda) = \frac{\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_T}{|\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_T|} e^{ik|\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_T|} \left(\frac{1}{|\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_T|} - ik \right).$$

Определив поле излучения, можно рассчитать спектрально-угловое распределение интенсивности излучения в точке, расположенной под углом θ на расстоянии L :

$$\frac{d^2 W_e}{d\omega d\Omega} = |\mathbf{E}_R^D(\mathbf{r}_D, \lambda)|^2 = cL^2 (|E_{Rx}^D|^2 + |E_{Ry}^D|^2 + |E_{Rz}^D|^2), \quad (16)$$

где $\{E_{Rx}^D, E_{Ry}^D, E_{Rz}^D\}$ — компоненты поля излучения.

Заметим, что, используя данный подход, можно численно решить задачу генерации ПИ и ДИ (в том числе ИСП) от конечной мишени, что было сделано ранее [25]. Численный код реализован в системе Wolfram Mathematica 12.0 [26]. Расчет проводился на суперкомпьютере ТПУ [27]. Пример расчета излучения с применением численной реализации на основе данного метода также представлен другими авторами в работе [28]. В разработанном коде моделирование излучения в ближней или дальней зоне (соответственно в зоне Френеля или Фраунгофера), определяется в зависимости от заданного расстояния от центра глобальной системы координат до центра точечного детектора, длины волны излучения, размеров решетки, а также угла наблюдения.

Профиль решетки в моделировании учитывается следующим образом. Полное излучение от решетки представляет собой сумму полей излучения от каждой плоской грани в отдельности (см. рис. 3), что можно представить в виде

$$\mathbf{E}_R^{grating}(\mathbf{r}_D, \lambda) = \sum_{S_{T_k}} \mathbf{E}_{R_k}^D(\mathbf{r}_D, \lambda). \quad (17)$$

Здесь S_{T_k} — площадь поверхности мишени k -ой грани в профиле решетки, здесь k меняется от 1 до $2N$, N — количество периодов в решетке, $\mathbf{E}_{R_k}^D$ — поле излучения от k -й плоской грани, $\mathbf{E}_R^{grating}$ — полное поле излучения от решетки с заданным профилем, состоящим из набора плоских граней. При этом нужно отметить, что профиль решетки состоит из граней двух типов, назовем их прямые и обратные стрипы, где первые это те грани, вектор нормали которых направлен в отрицательном направлении по оси Z , а вторые — в положительном. Для рассматриваемой решетки матрица поворота нормали $A(\psi)$ определена соответственно углами $\psi_1 = 120^\circ$ и $\psi_2 = 30^\circ$ (см. рис. 3). Точечные детекторы в расчетах спектральных характеристик располагались в плоскости наблюдения под полярными углами $\theta_1 = 45^\circ$ и $\theta_2 = 135^\circ$ при нулевом азимутальном угле. В рассматриваемом случае поперечный размер решетки H равен 30 мм, расстояние $L = 5$ м.

Разработанный численный код устроен таким образом, что возможно задавать практически произвольную геометрию решетки, состоящую из набора плоских граней конечных размеров. Однако в коде не учитываются переотражения излучения от первых граней на последующих гранях. Также при расчетах не учитывается эффект экранировки поля заряженных частиц на предыдущих гранях при расчете поля излучения на последующих (так называемый эффект тени [29]).

В данной работе был сделан расчет для двух видов решеток. Для сравнения с аналитическими расчетами моделирование выполнялось для решетки, состоящей только из прямых стрипов (решетка с вакуумными промежутками) — суммирование проводилось только по нечетным индексам k в формуле (17). В том же коде выполнялось моделирование для полной решетки, состоящей из прямых и обратных стрипов (сплошная решетка). Расчет интеграла по поверхности решетки осуществлялся с помощью возможностей символьной геометрии системы Wolfram Mathematica по вычислению интегралов по заданным поверхностям на основе метода Монте-Карло.

Далее, для расчета поляризационных характеристик излучения необходимо использовать компоненты поля, перпендикулярные волновому вектору излучения, направленному в точку наблюдения. Введем поляризационные орты через векторные произведения (см. ранее (2)):

$$\mathbf{e}_1 = [\mathbf{e}_2, \mathbf{k}_0], \quad \mathbf{e}_2 = c'_{norm}[\mathbf{b}, \mathbf{k}_0], \quad (18)$$

где в выбранной глобальной системе координат $\mathbf{k}_0 = \cos \chi \sin \theta, \sin \chi \sin \theta, \cos \theta$ — единичный вектор, направленный в точку наблюдения, $c'_{norm} = 1/\sqrt{1 - (\sin \chi \sin \theta)^2}$ — нормировочный коэффициент, $\mathbf{b} = \{0, -1, 0\}$ — единичный вектор, направленный поперек решетки, т. е. вдоль стрипов, θ — полярный угол, отсчитываемый от оси Z , χ — азимутальный угол, отсчитываемый от оси X в плоскости XY , $\chi = \arctg(Y_D/L \sin \theta)$. Таким образом можно получить поляризационные компоненты поля ИСП в плоскости наблюдения:

$$E_1 = \mathbf{E}_R^{grating} \cdot \mathbf{e}_1, \quad E_2 = \mathbf{E}_R^{grating} \cdot \mathbf{e}_2. \quad (19)$$

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК ИЗЛУЧЕНИЯ СМИТА – ПАРСЕЛЛА ПО РАЗЛИЧНЫМ МОДЕЛЯМ

На рис. 4–6 приведены характеристики ИСП, рассчитанные по модели резонансного дифракционного излучения, описанной в разд. 2, на рис. 7–9 — по модели поляризационных токов, описанной в разд. 3.

Спектры ИСП для плоской решетки (см. рис. 4а), полученные для углов наблюдения $\theta_1 = 45^\circ$ и $\theta_2 = 135^\circ$ демонстрируют набор спектральных линий с $\nu(45^\circ) = j \cdot 256$ ГГц, $j = 1, 2, 3$ и $\nu(135^\circ) = j \cdot 44$ ГГц, $j = 2, 3, \dots, 19$ в интервале частот $\nu = 50$ –850 ГГц. Если в первом случае наблюдается монотонно убывающая зависимость с ростом частоты, то во втором случае интенсивность ИСП меняется периодически с увеличением j . Для наклонной решетки (см. рис. 4б) наблюдаются примерно те же зависимости, однако изменения в интенсивностях спектральных линий более резкие. Следует указать, что для этой геометрии для угла наблюдения $\theta_2 = 135^\circ$ наблюдается подавление четных порядков (на частотах 88 и 176 ГГц).

Азимутальные зависимости ИСП (распределение интенсивности спектральных линий при изменении угла χ) показаны на рис. 5 для «объемной» решетки. Для излучения в «переднюю» полусферу ($\theta_1 = 45^\circ$) наблюдается «провал» интенсивности ИСП в плоскости симметрии ($\chi = 0$), тогда как для «задней» полусферы такой зависимости нет (см. рис. 5б).

На рис. 6 приведены поляризационные характеристики ИСП для «объемной» решетки. Для угла $\theta_1 = 45^\circ$ в области азимутальных углов $0.2 \geq \chi \geq 0.05$ циркулярная поляризация достигает

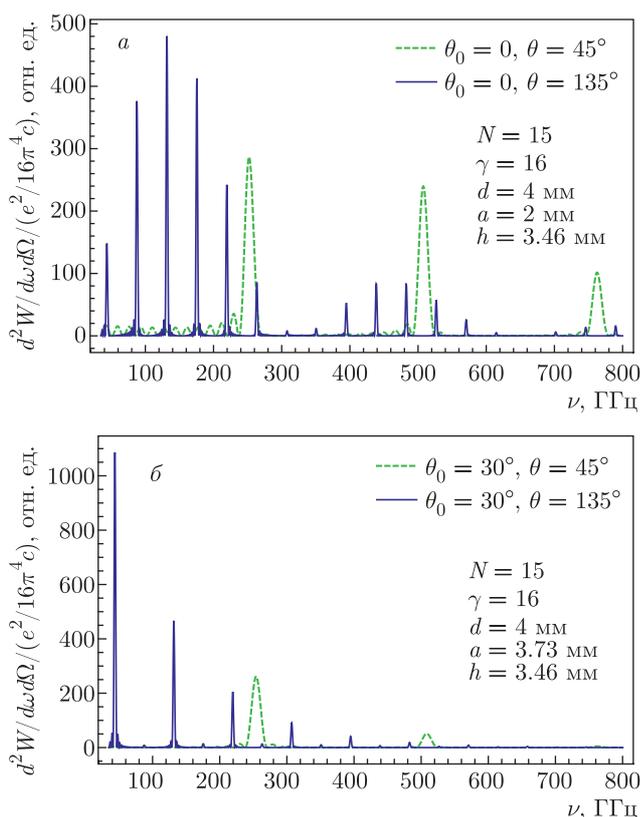


Рис. 4. Спектральные распределения ИСП по модели резонансного дифракционного излучения от «плоской» решетки $\theta_0 = 0$ (а) и от «объемной» решетки $\theta_0 = 30^\circ$ (б) для углов наблюдения $\theta = 45^\circ$ (зеленый цвет) и $\theta = 135^\circ$ (синий цвет). Расчет проводился по формуле (10) для $\chi = 0$

почти 100%. По мере увеличения угла θ (по мере сдвига спектральных линий в «мягкую» часть) циркулярная поляризация уменьшается (для $\theta_2 = 135^\circ$) до 40%.

Понятно, что для реальной апертуры коллиматора, формирующего пучок излучения, числитель и знаменатель в выражениях (11) необходимо усреднить по телесному углу $d\Omega = \sin\theta d\theta d\chi$ и только после этого вычислять усредненные параметры Стокса.

На рис. 7 приведены спектры ИСП для двух типов решеток и двух углов наблюдения. Моделирование проводилось для следующих параметров: ширина прямого стрипа 3.46 мм, ширина обратного стрипа 2 мм, профиль периода образует прямоугольный треугольник, остальные параметры приведены на рисунках.

Длина формирования для рассматриваемого случая [19] составляет примерно $N^2 d(1 + \cos\theta)$ и равна приблизительно 1500 мм. С выбранным

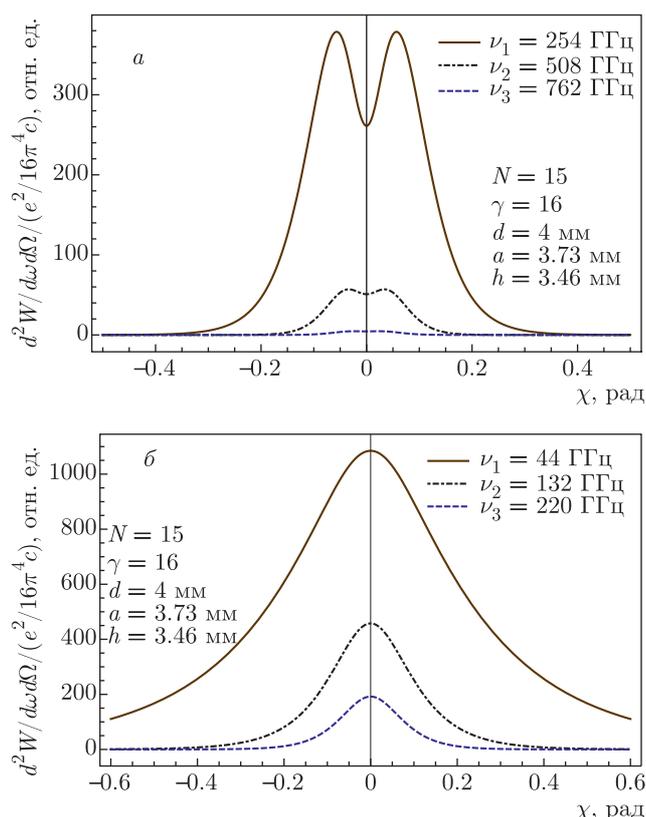


Рис. 5. Азимутальное распределение ИСП от «объемной» решетки для первых трех порядков для тех же параметров, что на рис. 4б при $\theta = 45^\circ$ (а) и $\theta = 135^\circ$ (б)

значением монохроматичность спектральных линий ИСП, полученных при моделировании, практически совпадает со значениями, типичными для дальней зоны $\delta\nu_k/\nu_k = 1/kN$, где k — порядок дифракции излучения.

Сравнивая спектры излучения от решетки с вакуумными промежутками и сплошной решетки, видно, что они различаются по интенсивности. Для ИСП под углом наблюдения 45° (т.е. в переднюю полусферу относительно траектории частицы) наличие обратных стрипов в сплошной решетке по отношению к решетке с вакуумными промежутками дает деструктивную интерференцию от прямых и обратных стрипов. Напротив, для ИСП под углом наблюдения 135° (т.е. в заднюю полусферу) наличие обратных стрипов в сплошной решетке по отношению к решетке с вакуумными промежутками дает конструктивную интерференцию совместно от прямых и обратных стрипов. Сравнивая интенсивности ИСП по первому порядку дифракции, отметим, что для сплошной решетки излучение в заднюю полусферу обладает меньшей интенсивностью в 2.5 ра-

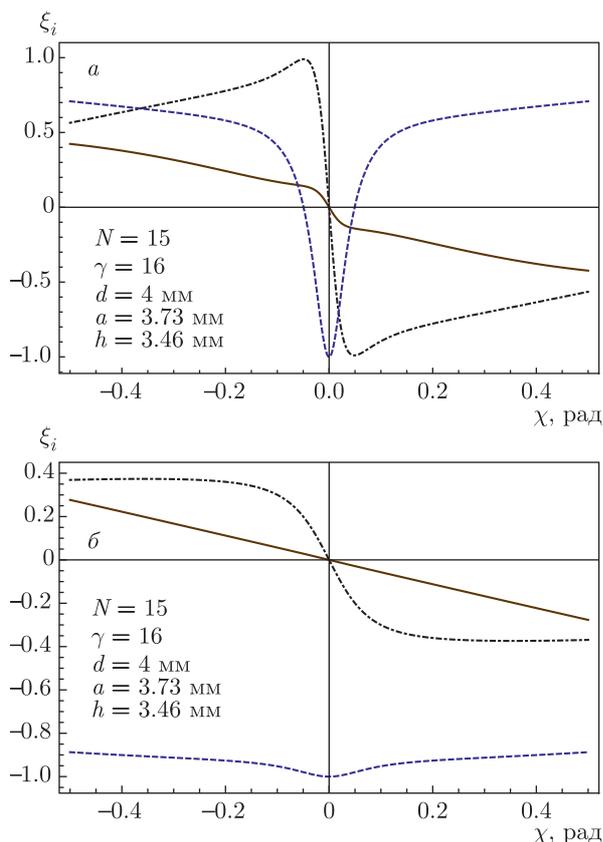


Рис. 6. Поляризационные характеристики ИСП, рассчитанные для «объемной» решетки с теми же параметрами, что на рис. 4б, для углов наблюдения $\theta = 45^\circ$ (а) и $\theta = 135^\circ$ (б); параметры Стокса: ξ_1 — коричневый, ξ_2 — черный и ξ_3 — синий цвет

за, а для решетки с вакуумными промежутками — меньшей в 23 раза.

На рис. 8 приведены азимутальные распределения ИСП для двух углов 45° и 135° для частот соответственно $\nu_{1...5}(45^\circ) = 254.3, 507.1, 761.7, 1016.3, 1270.9$ ГГц и $\nu_{1...5}(135^\circ) = 43.7, 87.9, 131.6, 175.8, 219.1$ ГГц с 1 по 5 порядки.

Для излучения в «переднюю» полусферу «провал» интенсивности ИСП в плоскости симметрии ($\chi = 0$) для обеих решеток не наблюдается. Тогда как для «задней» полусферы «провал» интенсивности ИСП в плоскости симметрии ($\chi = 0$) в разной степени, которая уменьшается с ростом порядка, проявляется для всех порядков и для всех рассматриваемых типов решеток.

На рис. 8 и 9 азимутальные распределения и зависимости параметров Стокса представлены в зависимости от азимутального угла $\chi = \arctg(Y_D/L \sin \theta)$ соответственно для углов $\theta_1 = 45^\circ$ и $\theta_2 = 135^\circ$. Большой разброс на краях ин-

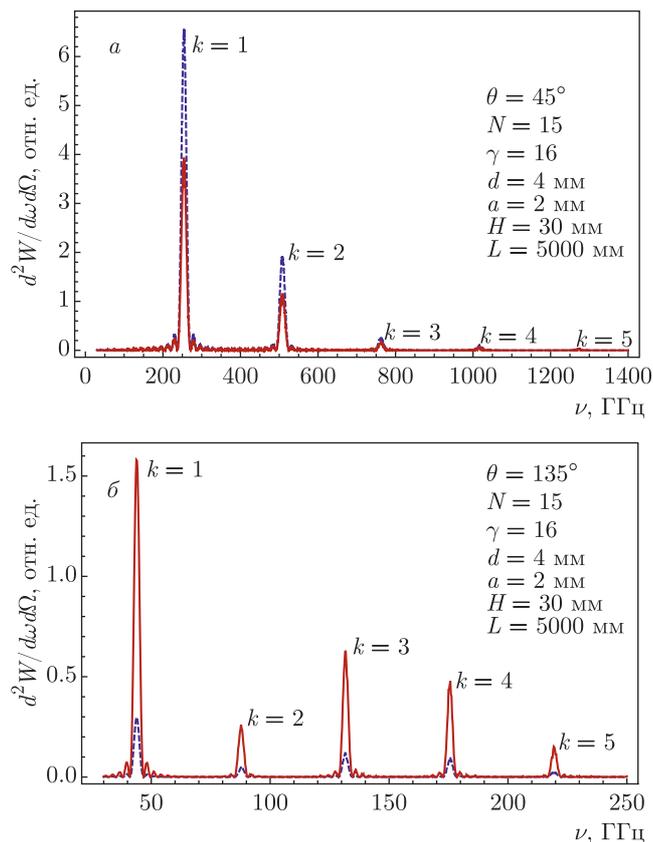


Рис. 7. Спектры ИСП для двух углов $\theta = 45^\circ$ (а) и $\theta = 135^\circ$ (б) для двух типов решеток: с вакуумными промежутками (штриховые кривые) и сплошной (сплошные кривые). Цифрами отмечены номера порядков дифракции

тервалов зависимостей параметров Стокса на рис. 9 обусловлен численным расчетом на основе метода Монте-Карло малых значений интенсивности при больших азимутальных углах.

На рис. 9 приведены поляризационные характеристики ИСП для двух углов, 45° и 135° , только для первого порядка дифракции.

Хорошо видно, что качественно характер поведения поляризации излучения от решетки с вакуумными промежутками и сплошной решетки практически одинаков. Но количественно конкретные значения параметров Стокса под тем или иным углом наблюдения могут значительно различаться. Так, для угла $\theta_1 = 45^\circ$ в области азимутальных углов $\chi > 0.1$ циркулярная поляризация ξ_2 достигает почти 100% для сплошной решетки и 70% для решетки с вакуумными промежутками. Для угла $\theta_2 = 135^\circ$ картина несколько иная — циркулярная поляризация ξ_2 достигает значений 100% в области азимутальных углов $\chi \geq 0.15$ для сплошной решетки.

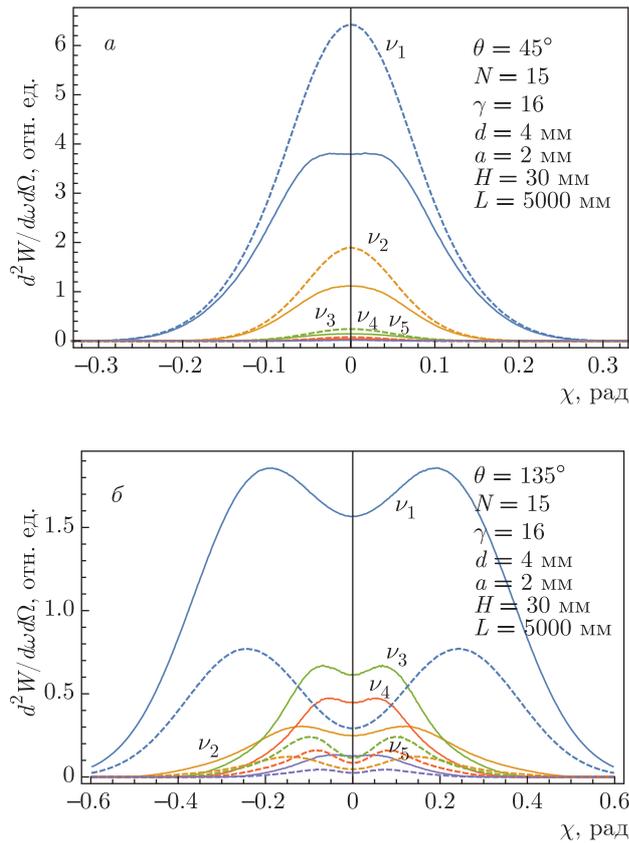


Рис. 8. Азимутальные распределения ИСП для двух углов $\theta = 45^\circ$ (а) и $\theta = 135^\circ$ (б) для двух типов решеток: с вакуумными промежутками (штриховые кривые) и сплошной (сплошные кривые) для порядков излучения с 1 по 5 (см. рис. 7)

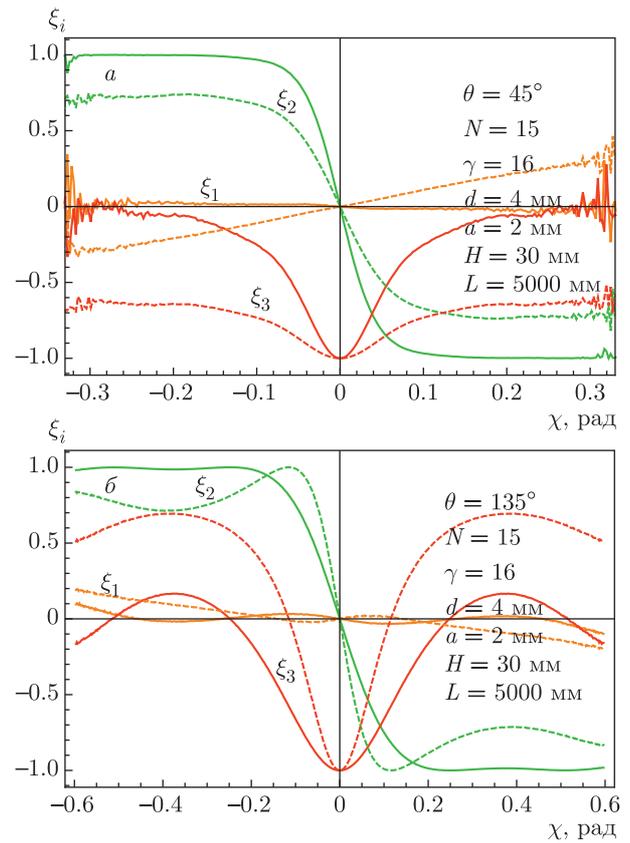


Рис. 9. Зависимость трех параметров Стокса для первого порядка ИСП для двух углов $\theta = 45^\circ$ (а) и $\theta = 135^\circ$ (б) для двух типов решеток: с вакуумными промежутками (штриховые кривые) и сплошной (сплошные кривые)

ки. А для решетки с вакуумными промежутками циркулярная поляризация достигает 100 % для угла $\chi \approx 0.1$, а затем убывает до 70 % и снова несколько увеличивается.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано аналитически (для модельной решетки, состоящей из стрипов, разделенных вакуумными промежутками) и численным моделированием (для решетки с треугольным профилем), что излучение Смита–Парселла под азимутальным углом $\chi \neq 0$ является эллиптически поляризованным. Вклад циркулярно поляризованной компоненты ИСП возрастает по мере увеличения азимутального угла и для достаточно больших углов может достигать 100 %.

Для получения монохроматического пучка излучения следует коллимировать часть ИСП аперту-

рой, расположенной вне плоскости, перпендикулярной центральной плоскости решетки. При выборе апертуры коллиматора из условий [30]: $\delta\chi = \delta\theta \geq \text{tg}(\theta/2)/kN$, монохроматичность излучения будет определяться только числом периодов, поскольку от азимутального угла χ дисперсионное соотношение (1) не зависит. Отметим, что измерения циркулярной поляризации ИСП, судя по имеющимся публикациям, до настоящего времени не проводились.

Авторы работы [31] измерили линейную поляризацию когерентного ИСП в субтерагерцевом диапазоне. Эксперимент проводился на пучке электронов с энергией 20 ГэВ под углами наблюдения $\theta = 90^\circ$, $\chi = 0$. Авторы измерили линейную поляризацию ИСП для различных периодов решетки и показали, что степень линейной поляризации изменяется в пределах 0.55–0.85 для плоскости, перпендикулярной решетке. Следует отметить, что измерения проводились с детектором, размещенным на расстоянии 155 мм от решетки длиной 40 мм, т. е. условие

дальней зоны не выполнялось. Можно ожидать, что циркулярно поляризованная компонента ИСП при измерениях под углами $\chi \neq 0$ также будет весьма значительной, $\xi_2 \approx 0.5$.

В работе [32] также измерялась линейная поляризация ИСП в субтерагерцевом диапазоне на пучке электронов ускорителя LUCX с энергией 8 МэВ. Исследования проводились в области углов $\theta = 90^\circ \pm 5^\circ$, $\chi = 0$ при использовании вращающегося проволочного поляризатора. Как и в предыдущем случае, условие размещения детектора в дальней зоне не соблюдалось. Результаты измерений линейной поляризации ИСП колебались в широком диапазоне для разных углов наблюдения, однако, в среднем, степень линейной поляризации может быть оценена на уровне 50%. Авторы объясняют заметное отличие экспериментального результата от моделирования несопадением оси вращения поляризатора с оптической осью используемого интерферометра, а также большим захватом по азимутальному углу.

Методику поляризационных измерений с вращающимся поляризатором [32] можно использовать для доказательства наличия эллиптической поляризации ИСП. При увеличении азимутального угла линейная поляризация ИСП уменьшается, что легко можно измерить экспериментально. Уменьшение степени линейной поляризации вплоть до нуля (при достаточно большом угле χ) будет свидетельствовать в пользу наличия циркулярно поляризованной компоненты ИСП.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования, выделенной Томскому политехническому университету в рамках программы развития и по проекту № FSWW 2020-0008. Расчеты выполнены на вычислительном кластере Томского политехнического университета.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Tonouchi, *Nat. Photon.* **1**, 97 (2007).
2. C. G. Wade, N. Sibalic, N. R. de Melo et al., *Nat. Photon.* **11**, 40 (2017).
3. A. Doria, G. P. Gallerano, E. Giovenale et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 264801 (2004).
4. E. A. Antokhin, R. R. Akberdin, V. S. Arbuzov et al., *Nucl. Instr. Meth. A* **528**, 15 (2004).
5. G. P. Williams, *Rep. Prog. Phys.* **69**, 301 (2006).
6. Y.-L. Mathis, B. Gasharova, and D. Mosset, *J. Biolog. Phys.* **29**, 313 (2003).
7. K. Y. Kim, A. J. Taylor, J. H. Glowina et al., *Nat. Photon.* **2**, 605 (2008).
8. V. L. Bratman, A. E. Fedorov, and P. B. Makhlov, *Appl. Phys. Lett.* **98**, 061503 (2011).
9. Y. Liang, Y. Du, and X. Su, *Appl. Phys. Lett.* **112**, 053501 (2018).
10. M. Born and E. Wolf, *Principle of Optics*, Cambridge University Press (2013).
11. J. B. Masson and G. Gallot, *Opt. Lett.* **31**, 265 (2006).
12. D. T. Chuss, E. J. Wollack, R. Henry et al., *Appl. Opt.* **51**, 197 (2012).
13. F. Miyamaru and M. Hangyo, *Appl. Optics* **43**, 1412 (2004).
14. C. H. Morris, R. V. Aguilar, A. V. Stier et al., *Opt. Exp.* **20**, 12303 (2012).
15. M. Neskut and N. P. Armitage, *Opt. Exp.* **20** (27), 29063 (2012).
16. A. P. Potylitsyn, *Phys. Lett. A* **238**, 12 (1998).
17. A. P. Potylitsyn, M. I. Ryazanov, M. N. Strikhanov, and A. A. Tishchenko, *Diffraction Radiation from Relativistic Particles*, Springer, Heidelberg (2010).
18. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, *ДАН СССР* **7**, 90 (1963).
19. Д. В. Карловец, А. П. Потылицын, *Письма в ЖЭТФ* **84**, 579 (2006).
20. М. И. Рязанов, И. С. Тилинин, *ЖЭТФ* **71**, 6 (1976).
21. Д. В. Карловец, А. П. Потылицын, *Письма в ЖЭТФ* **90**, 5 (2009).
22. Д. В. Карловец, А. П. Потылицын, *ЖЭТФ* **134**, 5 (2008).
23. М. И. Рязанов, *Письма в ЖЭТФ* **39**, 12 (1984).
24. А. С. Коньков, *Дисс. на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук.*, ТПУ, Томск (2015).
25. D. A. Shkitov, *Proc. 26th Russian Particle Accelerator Conference*, THPSC56 (2018).
26. Wolfram Mathematica, <http://www.wolfram.com/mathematica/>.

27. Гибридный высокопроизводительный сервер на базе ЦПУ/ГПУ T-Платформы, <https://www.t-platforms.ru/>.
28. D. V. Karlovets and A. P. Potylitsyn, Phys. Lett. A **373**, 22 (2009).
29. G. A. Naumenko, A. P. Potylitsyn, Yu. A. Popov et al., Nuovo Cimento della Societa Italiana di Fisica C **34**, 4 (2011).
30. A. Aryshev, A. Potylitsyn, G. Naumenko et al., Phys. Rev. ST AB **20**, 024701 (2017).
31. F. Bakkali Taheri, I. V. Konoplev, G. Doucas et al., Proc. 7th Int. Particle Accelerator Conf., MOPMR041 (2016).
32. H. Harrison, PhD Thesis, Univ. of Oxford, England (2018).