ЖЭТФ, 2021, том 160, вып. 4 (10), стр. 508–519

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ГРАВАСТАРОВ ДЛЯ СЛУЧАЯ ЧД ABG

М. Шариф [*], ***Ф. Джавед*** [**]

Department of Mathematics, University of the Punjab
Lahore-54590, Pakistan

Поступила в редакцию 5 мая 2021 г.,
после переработки 22 мая 2021 г.
Принята к публикации 27 мая 2021 г.

(Перевод с английского)

DYNAMICAL STABILITY OF GRAVASTARS COVERED WITH ABG BLACK HOLES

M. Sharif, F. Javed

Построена геометрия гравастаров с тонкой оболочкой на основе сшивания внутреннего решения де Ситтера и внешней черной дыры Айон-Беато – Гарсиа (де Ситтера). На тонкой оболочке эти два пространства-времени связываются с помощью техники “cut and paste”. Наличие тонкого слоя материи на тонкой оболочке играет важную роль для объяснения динамики и устойчивости гравастаров. Оказалось, что физические характеристики, такие как собственная длина, энтропия и энергетические условия зависят от толщины оболочки. Устойчивость гравастаров исследуется с использованием линеаризованного радиального возмущения и баротропного уравнения состояния. Получено, что области устойчивости для черных дыр Айон-Беато и Гарсиа – де Ситтера больше, чем для черных дыр Айон-Беато и Гарсиа, а также для черных дыр Шварцшильда. Оказалось, что гравастары с тонкой оболочкой более устойчивы, если для баротропного уравнения состояния радиус оболочки меньше, чем ожидаемый горизонт событий.

DOI: 10.31857/S0044451021100072

1. ВВЕДЕНИЕ

Гравитационный коллапс массивной звезды приводит к формированию области пространства-времени с сильными гравитационными эффектами, откуда ничто не может вырваться, даже свет. Полная масса звезды сжимается к центральной точке, поэтому в точке центральной сингулярности кривизна пространства-времени становится бесконечной. Такие области называются черными дырами (ЧД). Черные дыры невозможно наблюдать из-за наличия горизонта событий и центральной сингулярности. В настоящее время общая теория относительности не дает достаточно информации относительно физических характеристик ЧД. Астрономические объекты, которые гипотетически можно было бы интерпретировать как ЧД, — это гравастары (звезды гравитационного вакуума). Эту гипотезу предложили Мазур и Мотолла в работе [1]. Основная идея заключается в предотвращении формирования горизонта событий и сингулярностей, если остановить коллапс материи на горизонте событий или вблизи него.

В работе [1] рассматривался холодный компактный объект, состоящий из внутренней области, которой соответствует геометрия де Ситтера (DS), и внешней области, которой соответствует геометрия Шварцшильда, при этом к гравитационным структурам применялся принцип бозе-эйнштейновской конденсации. Эти области с различными геометриями разделены границей фаз, имеющей малую

[*] E-mail: msharif.math@pu.edu.pk
[**] E-mail: faisalrandawa@hotmail.com

конечную толщину ($r_i - r_o = \delta$), также известную как тонкая оболочка; здесь r_i и r_o — соответственно внутренний и внешний радиусы гравастара. Следовательно, распределение материи в этих областях можно описывать с помощью соответствующих уравнений состояния (УС), имеющих следующий вид:

- Для внутреннего многообразия $0 \le r < r_i$

$$p = -\rho,$$

- Для тонкой оболочки $r_i < r < r_o$

$$p = \rho,$$

- Для внешнего многообразия $r_o < r$

$$p = 0 = \rho.$$

Здесь ρ — плотность энергии, а p — давление. Распределение материи в промежуточной области играет важную роль для преодоления эффектов гравитационного коллапса, поскольку является источником достаточного давления для поддержания устойчивой геометрии рассматриваемой структуры. В работе [2] для вычисления физических величин для материальной поверхности на тонкой оболочке использовался формализм Израэля. В работе [3] для получения геометрической структуры гравастара при отсутствии центральной сингулярности и горизонта событий использовался метод "cut and paste", который позволяет сшивать внутреннее многообразие DS и внешнее многообразие, соответствующее ЧД Шварцшильда. В работах [4–11] этот метод использовался для объяснения кротовых нор с тонкой оболочкой, образованных из двух эквивалентных копий пространства-времени ЧД.

В работе [12] представлена простейшая модель гипотезы Мазура – Моттолы с использованием метода "cut and paste" для внешнего и внутреннего многообразий. В работе [13] рассматривались гравастары с тонкой оболочкой для различных случаев внутренней и внешней геометрий, а именно, многообразий ЧД DS или анти-DS в качестве внутренней геомтрии и ЧД Шварцшильда–DS/анти-DS или Райснера – Нордстрема (RN) в качестве внешней. В этой работе рассматривались различные значения параметров, при которых для гравастара получаются устойчивые решения, а также были получены различные качественные результаты для уравнения состояния. В работе [14] рассматривались гравастары с электрическим зарядом, а также исследовалось влияние на их устойчивость электрического заряда, скорости звука, параметра УС и поверхностного красного смещения. В работе [15] было получено, что при наличии электромагнитного поля гравастары имеют устойчивую конфигурацию, а также рассматривался гравастар в мире на бране с ЧД в качестве внешнего многообразия.

В работе [16] представлен новый вид гравастара, полученный подстановкой фантома Борна – Инфельда для внутренней геометрии DS. В работе [17] была построена динамическая модель прототипа гравастаров, заполненных фантомной энергией. В этой работе исследовались гравастары с тонкой оболочкой с внешним пространством-временем Вайдьи, заполненные идеальной жидкостью. Было получено, что при различных распределениях материи на тонкой оболочке такая структура может представлять собой частичный ("bounded excursion") гравастар или коллапсировать к геометрии ЧД. В работе [18] в рамках подхода Чандрасекара исследовались гравастары с непрерывным давлением, а также было получено уравнение состояния для статического случая. В работе [19] приведено краткое исследование гравастара в размерности $(2 + 1)$ и исследованы его физические характеристики, такие как энтропия, длина, а также различные энергетические условия. Физические характеристики и устойчивые конфигурации некоммутативных гравастаров рассмотрены в работе [20]. Было показано, что вблизи ожидаемого горизонта событий должны существовать устойчивые области. В работе [21] с использованием радиальных возмущений исследовалась устойчивость некоммутативных гравастаров.

В 1968 г. Бардин предложил использовать регулярные ЧД как решения полевых уравнений Эйнштейна [22]. Такие области пространства-времени содержат горизонт событий, однако из них исключена центральная сингулярность. Затем Айон-Беато и Гарсиа [23] расширили эту концепцию ЧД в рамках нелинейной электродинамики, получив ЧД, известные как ЧД ABG. Авторы работы [24] предложили регулярные ЧД ABG, связанные с космологической постоянной, такие ЧД известны как ЧД ABG–DS. Построение гравастаров с тонкой оболочкой и исследование их устойчивости для различных внешних регулярных ЧД является одной из интересных задач общей теории относительности. Устойчивость гравастаров с тонкой оболочкой в контексте регулярного пространства-времени (ЧД Бардина и ЧД Бардина–DS) исследовалась в работе авторов [25]. Были исследованы физическая достоверность предложенной модели с использованием энергетических условий и устойчивость с использованием радиальных возмущений оболочки относительно положения равновесия. Затем в работе [26] были исследованы устойчивые и динамические конфигурации гравастаров с тонкой оболочкой для ЧД Хэйворда для массивного и безмассового скалярных полей. Недавно авторы исследовали влияние переменного УС на устойчивые конфигурации гравастаров с тонкой оболочкой для заряженной ЧД Киселева в качестве внешнего многообразия [27]. Интересно заметить, что области устойчивости уменьшаются при возрастании величины заряда и увеличиваются при возрастании космологической постоянной.

В настоящей работе рассматриваются гравастары для случаев ЧД ABG и ABG–DS. Работа построена следующим образом. В разд. 2 приведен формализм гравастаров с тонкой оболочкой и рассмотрена их динамика. В разд. 3 с использованием радиального возмущения и баротропного УС исследуется устойчивость гравастаров с тонкой оболочкой. Наконец, в последнем разделе обобщаются полученные результаты.

2. ФОРМАЛИЗМ ГРАВАСТАРОВ

Чтобы исследовать геометрическую структуру гравастара с тонкой оболочкой, выберем ЧД DS в качестве внутреннего многообразия и ЧД ABG–DS в качестве внешнего. Будем использовать метод “cut and paste”. Обозначим внутреннюю и внешнюю геометрии как Υ^- и Υ^+, соответственно. Линейный элемент этих многообразий можно записать как [24]

$$ds_\pm^2 = -\mathcal{B}_\pm(r_\pm)dt_\pm^2 + \mathcal{B}_\pm^{-1}(r_\pm)dr_\pm^2 + r_\pm^2(d\theta_\pm^2 + \sin^2\theta_\pm d\phi_\pm^2), \quad (1)$$

где

$$\mathcal{B}_-(r_-) = 1 - \frac{r_-^2}{\alpha^2},$$

$$\mathcal{B}_+(r_+) = 1 - \frac{2r_+^2 m}{(r_+^2+Q^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{Q^2 m}{(r_+^2+Q^2)^2} - \frac{\Lambda r_+^2}{3},$$

здесь α — ненулевая постоянная, Λ — космологическая постоянная, Q — заряд, а m — масса регулярной ЧД. Оказывается, ЧД ABG–DS сводится к ЧД ABG, если космологическая постоянная обращается в нуль, и к ЧД Шварцшильда, если $Q = 0 = \Lambda$. В работе [23] представлено регулярное решение, связанное с чисто нелинейной электродинамикой; обычная линейная теория Максвелла получается в приближении слабого поля. Такое взаимодействие гравитации и нелинейной электродинамики позволяет получить точное несингулярное решение, удовлетворяющее слабым энергетическим условиям. Электрическое поле, соответствующее регулярному решению полевых уравнений, имеет вид [23, 24]

$$E = \frac{15Qr_+^4 m}{2(r_+^2+Q^2)^{7/2}} + \frac{Qr_+^4(r_+^2 - 5Q^2)}{(r_+^2+Q^2)^4}.$$

При больших значениях r_+ это решение асимптотически соответствует решению для ЧД RN. Соответствующая метрическая функция и электрическое поле принимают вид

$$\mathcal{B}_+(r_+) = 1 - \frac{2m}{r_+} + \frac{Q^2}{r_+^2} - \frac{\Lambda r_+^2}{3} + O\left(\frac{1}{r_+^3}\right),$$

$$E = \frac{Q^2}{r_+^2} + O\left(\frac{1}{r_+^3}\right).$$

Используем теперь подход Виссера для сшивания внутреннего пространства-времени ЧД DS и внешнего пространства-времени регулярной ЧД на тонкой оболочке. Плотность энергии и давление материи, располагающейся на тонкой оболочке, имеют вид [25]

$$\rho = -\frac{1}{4\pi u}\left\{\sqrt{\dot{u}^2 + \mathcal{B}_+(u)} - \sqrt{\dot{u}^2 + \mathcal{B}_-(u)}\right\}, \quad (2)$$

$$p = \frac{1}{8\pi u}\left\{\frac{2\dot{u}^2 + 2u\ddot{u} + 2\mathcal{B}_+(u) + u\mathcal{B}'_+(u)}{\sqrt{\dot{u}^2 + \mathcal{B}_+(u)}} - \frac{2\dot{u}^2 + 2u\ddot{u} + 2\mathcal{B}_-(u) + u\mathcal{B}'_-(u)}{\sqrt{\dot{u}^2 + \mathcal{B}_-(u)}}\right\}. \quad (3)$$

Заметим, что

$$\dot{u}_0 = \ddot{u}_0 = 0,$$

где u_0 — равновесный радиус оболочки. Компоненты тензора энергии-импульса при $u = u_0$ имеют вид

$$\rho_0 = -\frac{1}{4\pi u_0}\left\{\sqrt{\mathcal{B}_+(u_0)} - \sqrt{\mathcal{B}_-(u_0)}\right\}, \quad (4)$$

$$p_0 = \frac{1}{8\pi u_0}\left\{\frac{2\mathcal{B}_+(u_0) + u_0\mathcal{B}'_+(u_0)}{\sqrt{\mathcal{B}_+(u_0)}} - \frac{2\mathcal{B}_-(u_0) + u_0\mathcal{B}'_-(u_0)}{\sqrt{\mathcal{B}_-(u_0)}}\right\}. \quad (5)$$

Мы использовали физические параметры рассматриваемой структуры, такие как гравитационная постоянная (G), космологическая постоянная (Λ), заряд (Q), масса тонкой оболочки (M), масс ЧД

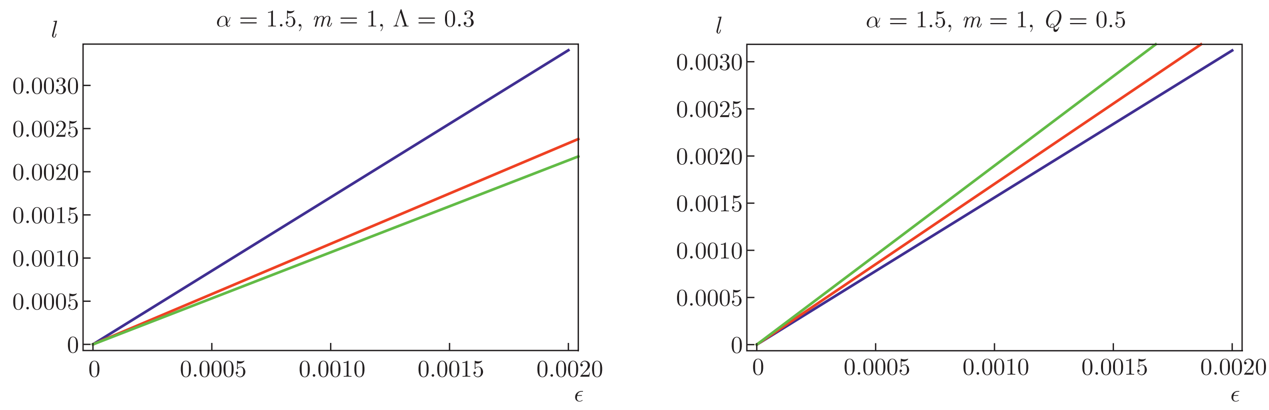

Рис. 1. Зависимости собственной длины l [км] оболочки от толщины ϵ [км] для $q = 0.5$ (синий), $q = 0.9$ (красный), $q = 1.2$ (зеленый) (левая панель) и $\Lambda = 0.1$ (синий), $\Lambda = 0.3$ (красный), $\Lambda = 0.5$ (зеленый) (правая панель)

(m), равновесный радиус оболочки (u_0) и α. Эти величины имеют следующую размерность: $\Lambda = 4.33 \cdot 10^{-66}$эВ$^2 = \alpha$, $M = 3.36 \cdot 10^{66}$эВ, $G = 6.72 \cdot 10^{-57}$эВ$^{-2}$ [28]. Масса тонкой оболочки приблизительно в три раза больше массы Солнца, что представляет собой нижнюю границу массы ЧД. Равновесный радиус оболочки измеряется в километрах. Однако удобнее использовать безразмерные величины физических параметров: $m = 0.5$, $\Lambda = 0.5$ и $\alpha = 0.5$, $Q = 0.5$ для подходящей области значений u_0. Эти значения могут оказаться полезны при рассмотрении влияния физических параметров на физические характеристики и устойчивость гравастаров с тонкой оболочкой [5–10].

2.1. Физические характеристики

Рассмотрим некоторые физические характеристики гравастаров с тонкой оболочкой, такие как собственная длина, энтропия и плотность энергии на поверхности оболочки. Пусть внешней и внутренней границам оболочки отвечают радиусы $r = u$ и $r = u + \epsilon$, где ϵ — собственная толщина тонкой оболочки, причем $0 < \epsilon \ll 1$. Собственная толщина промежуточной области вычисляется как [29, 30]

$$l = \int\limits_u^{u+\epsilon} \sqrt{\mathcal{B}_+^{-1}(r)} dr =$$
$$= \int\limits_u^{u+\epsilon} \frac{dr}{\sqrt{1 - \dfrac{2r^2 m}{(r^2+Q^2)^{3/2}} + \dfrac{Q^2 m}{(r^2+Q^2)^2} - \dfrac{\Lambda r^2}{3}}}.$$

Это уравнение можно решить, предполагая

$$\sqrt{\mathcal{B}_+^{-1}(r)} = \frac{df(r)}{dr},$$

откуда

$$l = \int\limits_u^{u+\epsilon} \frac{df(r)}{dr} dr = f(u+\epsilon) - f(u) \approx$$
$$\approx \epsilon \frac{df(r)}{dr}\bigg|_{r=u} = \epsilon \sqrt{\mathcal{B}_+^{-1}(u)}.$$

Поскольку $0 < \epsilon \ll 1$, мы пренебрегаем квадратичными и более высокими степенями ϵ. Отсюда имеем

$$l = \epsilon \left[1 - \frac{2u^2 m}{(u^2+Q^2)^{3/2}} + \frac{Q^2 m}{(u^2+Q^2)^2} - \frac{\Lambda u^2}{3}\right]^{-1/2}.$$

Из этого выражения видно, что собственная длина пропорциональна толщине оболочки. Поскольку приведенное выше выражение является сложным, для исследования влияния величины заряда и космологической постоянной на поведение собственной длины был проведен численный анализ. Было получено, что собственная длина возрастает с ростом Λ и убывает с ростом заряда, см. рис. 1.

Энтропия является мерой возмущения или беспорядка в геометрической структуре. Мы вычисляем энтропию в области оболочки как [29, 30]

$$S = \epsilon \eta u^2 \sqrt{8\pi p(u) \mathcal{B}_+^{-1}(u)},$$

где η — безразмерный параметр. Из этого выражения видно, что энтропия также пропорциональна толщине оболочки. Зависимости энтропии S от толщины оболочки при различных значениях Q и Λ приведены на рис. 2. Видно, что энтропия убывает с

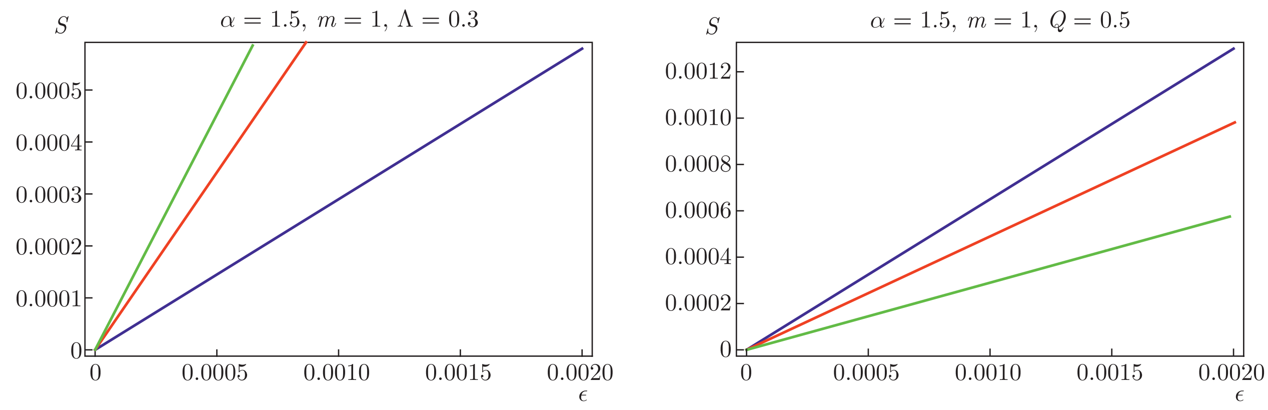

Рис. 2. Зависимости энтропии оболочки от ее толщины

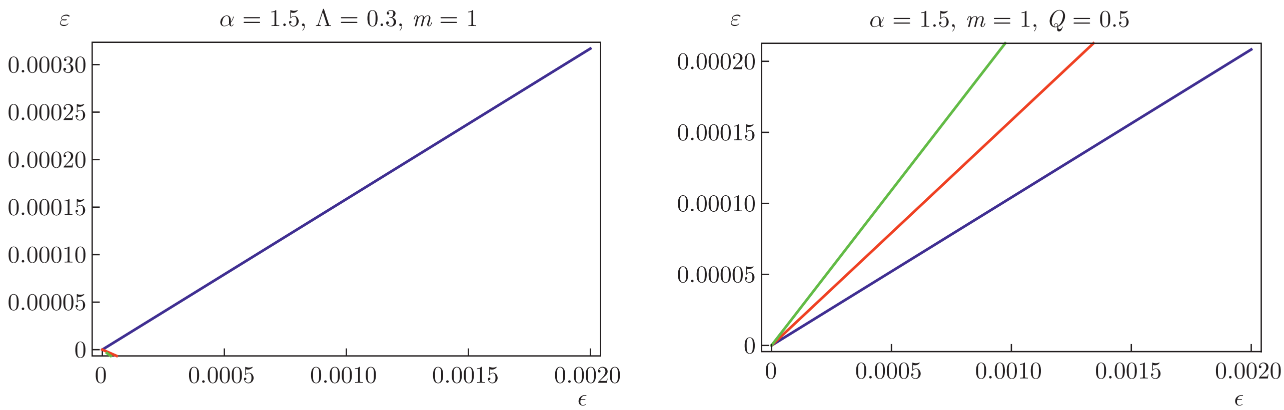

Рис. 3. Зависимости распределения энергии оболочки от ее толщины

ростом Λ и возрастает с ростом заряда. Более того, распределение энергии в рассматриваемой структуре определяется выражением [29, 30]

$$\varepsilon = \int\limits_{u}^{u+\epsilon} 4\pi r^2 \rho(r)\, dr \approx 4\epsilon\pi u^2 \rho(u).$$

Видно, что распределение энергии пропорционально ϵ. Распределение энергии внутри оболочки одинаково для всех значений заряда и возрастает при увеличении Λ (см. рис. 3).

2.2. Равновесное уравнение состояния

Равновесное уравнение состояния для давления можно получить, используя компоненты внешней кривизны для обоих многообразий [31]:

$$\Delta^-(u_0) - \Delta^+(u_0) = \frac{p_0}{2u_0}\left(\sqrt{\mathcal{B}_+(u_0)} + \sqrt{\mathcal{B}_-(u_0)}\right) + \\ + \frac{\rho_0}{2}\left(\frac{\mathcal{B}_+(u_0)'}{\sqrt{\mathcal{B}_+(u_0)}} + \frac{\mathcal{B}_-(u_0)'}{\sqrt{\mathcal{B}_-(u_0)}}\right), \quad (6)$$

где $\Delta^{\pm}(u_0)$ — напряжение, действующее вдоль радиального направления тонкой оболочки, для внутренней и внешней геометрий. Приведенное выше уравнение определяет радиальные напряжения и их разность в терминах компонент тензора энергии-импульса материальной поверхности для равновесного радиуса оболочки. Видно, что напряжение вдоль радиального направления для внешнего вакуумного решения обращается в нуль, т. е.

$$\Delta^+(u_0) = 0.$$

Для исследования динамики гравастаров будем предполагать, что плотность поверхностной энергии при $u = u_0$ обращается в нуль. Поэтому соответствующее уравнение (6) принимает вид

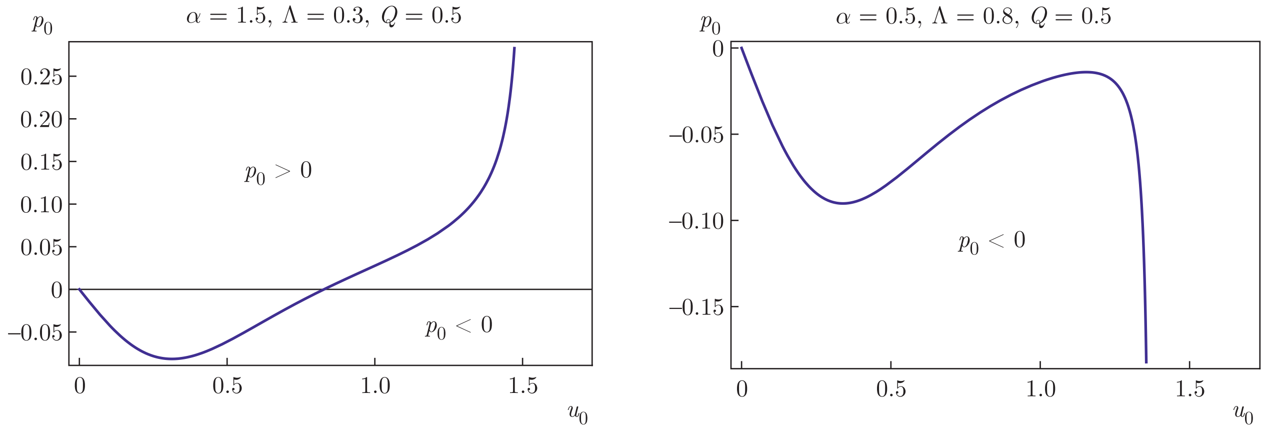

Рис. 4. Динамика гравастаров с тонкой оболочкой при различных значениях Λ, $m = 0.5$

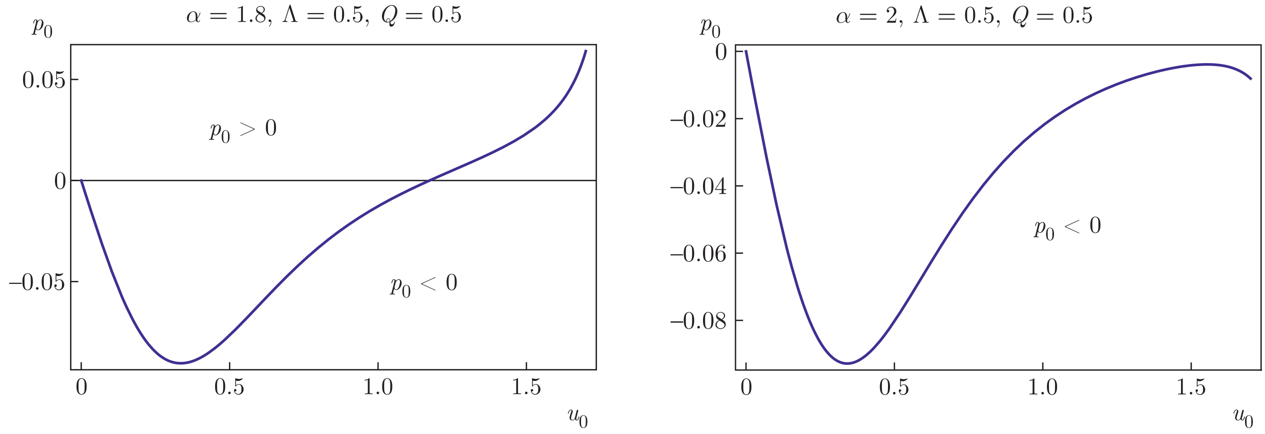

Рис. 5. Динамика гравастаров с тонкой оболочкой при различных значениях α, $m = 0.5$

$$\Delta^-(u_0) = \frac{p_0}{2u_0}\left(\sqrt{\mathcal{B}_+(u_0)} + \sqrt{\mathcal{B}_-(u_0)}\right). \qquad (7)$$

Это уравнение описывает соотношение между радиальным напряжением внутреннего пространства-времени ($\Delta^-(u_0)$) и поверхностным давлением тонкого слоя материи на оболочке.

Нетрудно видеть, что если $\Delta^-(u_0) < 0$, то $p_0 < 0$, а при расширении оболочки $\Delta^-(u_0) > 0$ имеем $p_0 > 0$, что соответствует коллапсирующему поведению гравастаров с тонкой оболочкой. Рисунок 4 иллюстрирует динамику гравастаров с тонкой оболочкой, а именно, зависимости поверхностного давления от $u = u_0$. На левой и правой панелях рис. 4 видно, что при $\Lambda < 0.8$ гравастар с тонкой оболочкой претерпевает сначала коллапс, а затем расширение, тогда как при $\Lambda \geq 0.8$ происходит только коллапс. Аналогично, как видно на рис. 5, гравастар с тонкой оболочкой демонстрирует коллапс, только если $\alpha \geq 2$. Оказалось, что скорости коллапса и расширения гравастаров с тонкой оболочкой убывают с ростом Λ (см. рис. 5, левая панель). Кроме того, для пространства-времени Шварцшильда гравастар демонстрирует только расширение, при этом для ЧД ABG–DS и ЧД ABG он демонстрирует как расширение, так и коллапс (см. рис. 6, правая панель).

3. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ

В данном разделе мы рассмотрим характеристики устойчивости гравастаров, используя линеаризованное радиальное возмущение относительно $u = u_0$ и баротропное УС. Для этого рассмотрим уравнения сохранения и уравнение движения гравастара с тонкой оболочкой. Из (2) получаем

$$\dot{u}^2 + \Omega(u) = 0,$$

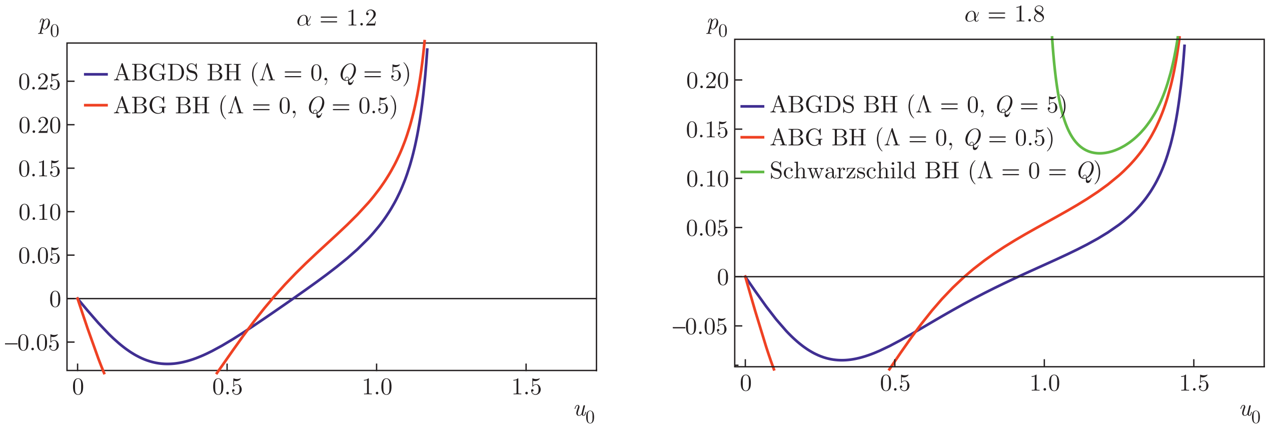

Рис. 6. Динамика гравастаров с тонкой оболочкой для ЧД ABG–DS (синий, $\Lambda = 0$, $Q = 5$), ABG (красный, $\Lambda = 0$, $Q = 0.5$) и Шварцшильда (зеленый, $\Lambda = 0$, $Q = 0$), $m = 0.5$

где

$$\Omega_{ABGDS}(u) = \frac{1}{2}\left(u^2\left(-\frac{2m}{(u^2+Q^2)^{3/2}} + \frac{Q^2}{(u^2+Q^2)^2} - \frac{1}{\alpha^2} - \frac{\Lambda}{3}\right) + 2\right) - \frac{u^2\left(\frac{6m}{(u^2+Q^2)^{3/2}} - \frac{3Q^2}{(u^2+Q^2)^2} - \frac{3}{\alpha^2} + \Lambda\right)^2}{576\pi^2\rho^2} - 4\pi^2u^2\rho^2,$$

$$\Omega_{ABG}(u) = \frac{1}{2}\left(u^2\left(-\frac{2m}{(u^2+Q^2)^{3/2}} + \frac{Q^2}{(u^2+Q^2)^2} - \frac{1}{\alpha^2}\right) + 2\right) - 4\pi^2u^2\rho^2 - \frac{u^2\left(-\frac{2m}{(u^2+Q^2)^{3/2}} + \frac{Q^2}{(u^2+Q^2)^2} + \frac{1}{\alpha^2}\right)^2}{64\pi^2\rho^2}.$$

Из уравнения сохранения получаем

$$\rho' = -\frac{2}{u}(p(\rho) + \rho).$$

При анализе устойчивости можно записать [25]

$$\Omega''(u_0) > 0 \;\Rightarrow\; \Upsilon(u_0)\eta_0^2 - B(u_0) > 0,$$

где

$$\Upsilon_0 = (4\rho_0 p_0 + 4\rho_0^2)\times \times\left(-256\pi^4 u_0 + (\mathcal{B}_-(u_0) - \mathcal{B}_+(u_0))^2)^4\rho_0^4\right),$$

$$B_0 = -\left(4p_0^2 + 6p_0\rho_0 + 3\rho_0^2\right)256\pi^4u_0^4\rho_0^4 + u_0\rho_0\left(u_0\rho_0\left(\mathcal{B}_-(u_0)''\left(16\pi^2u_0^2\rho_0^2 - \mathcal{B}_-(u_0) + \mathcal{B}_+(u_0)\right) + \mathcal{B}_+(u_0)''\left(\mathcal{B}_-(u_0) + 16\pi^2u_0^2\rho_0^2 - \mathcal{B}_+(u_0)\right)\right) + 2\mathcal{B}_-(u_0)'\left(u_0\rho_0\mathcal{B}_+(u_0)' - 2(\mathcal{B}_-(u_0) - \mathcal{B}_+(u_0))(2p_0+\rho_0)\right) - u_0\rho_0\left(\mathcal{B}_-(u_0)'\right)^2 - u_0\rho_0\left(\mathcal{B}_+(u_0)'\right)^2 + 4\mathcal{B}_+(u_0)'(2p_0+\rho_0)\left(\mathcal{B}_-(u_0) - \mathcal{B}_+(u_0)\right)\right) - \left(12p_0^2 + 10p_0\rho_0 + \rho_0^2\right)\mathcal{B}_-(u_0)^2 + 2\mathcal{B}_-(u_0)\left(12p_0^2 + \rho_0^2 + 10p_0\rho_0\right)\mathcal{B}_+(u_0) - \mathcal{B}_+(u_0)^2\left(12p_0^2 + 10p_0\rho_0 + \rho_0^2\right),$$

а $\eta_0^2 = dp/d\rho|_{u=u_0}$ — параметр УС. Области устойчивости гравастаров с тонкой оболочкой можно характеризовать следующим образом:

если $\Upsilon_0 < 0$, то $\eta_0^2 < B_0/\Upsilon_0$,
если $\Upsilon_0 > 0$, то $\eta_0^2 > B_0/\Upsilon_0$.

Устойчивость гравастара с тонкой оболочкой можно анализировать, рассматривая изменения B_0/Υ_0 и η_0^2 при различных значениях физических параметров, а именно, α, Q, m и Λ. Оказалось, что области устойчивости гравастаров зависят от заряда, причем при его росте они уменьшаются (см. рис. 7). Было получено, что области устойчивости увеличиваются как с ростом m, так и с ростом α (см. рис. 8 и 9). Увеличение космологической постоянной приводит к росту областей устойчивости гравастаров с тонкой оболочкой (см. рис. 10). Наличие регулярного пространства-времени в качестве внешней геометрии также увеличивает области устойчивости гравастаров (см. рис. 11). Таким образом, степень устойчивость гравастаров с тонкой оболочкой для различных внешних многообразий можно расположить следующим образом:

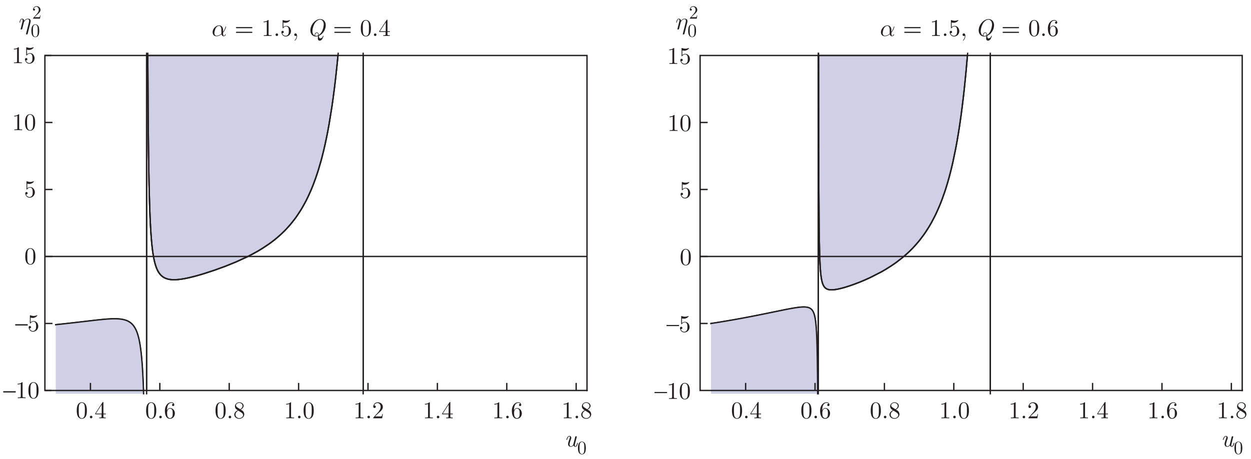

Рис. 7. Области устойчивости гравастаров с тонкой оболочкой для ЧД ABG при различных значениях заряда ($\Lambda = 0$), $m = 0.5$

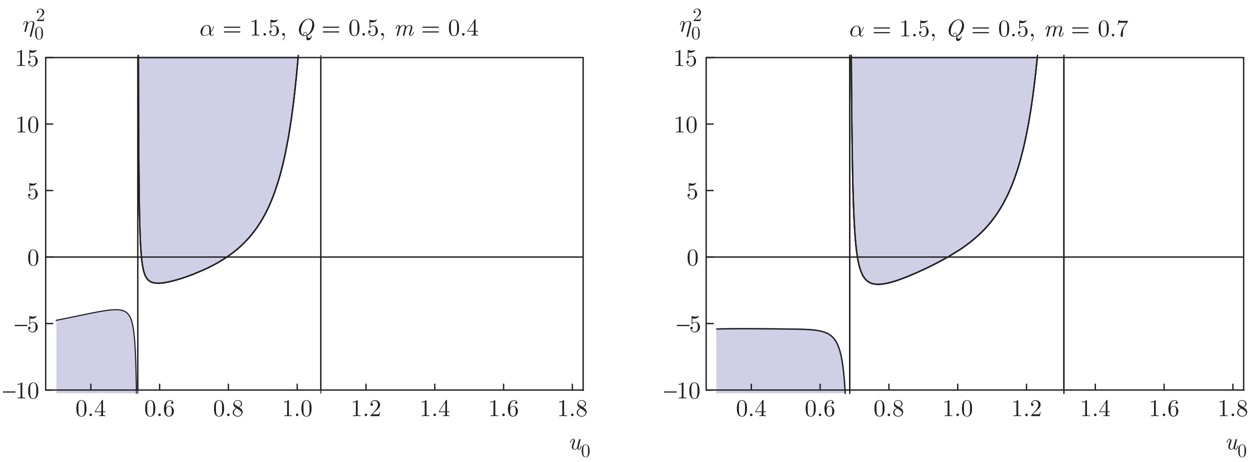

Рис. 8. Области устойчивости гравастаров с тонкой оболочкой для ЧД ABG при различных значениях массы

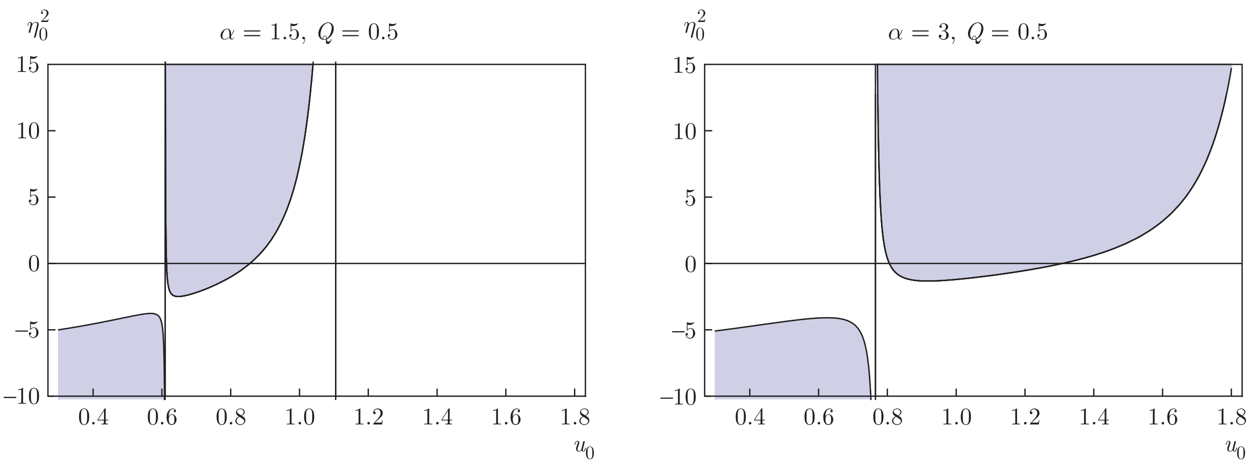

Рис. 9. Области устойчивости гравастаров с тонкой оболочкой для ЧД ABG при различных значениях α, $m = 0.5$

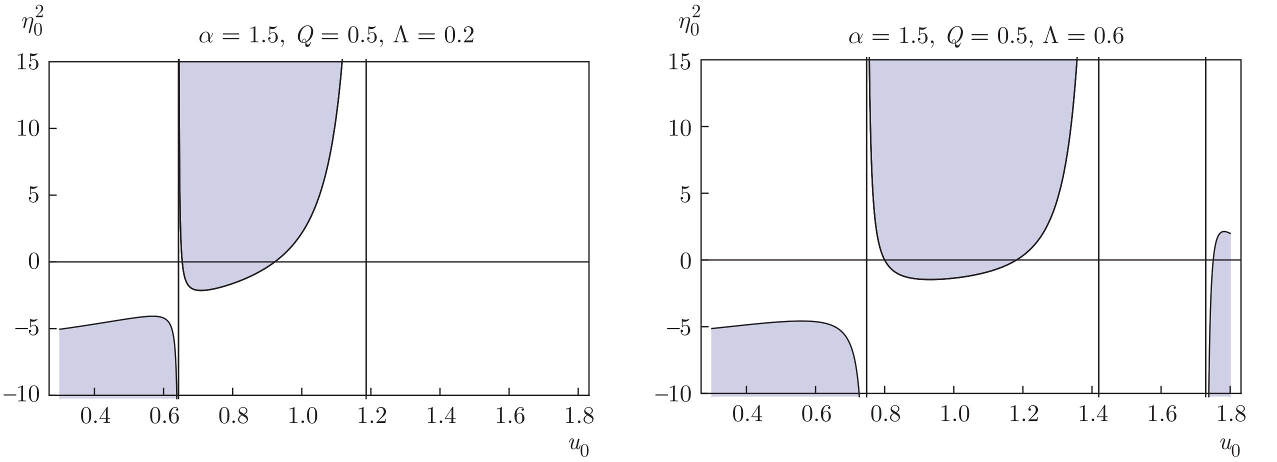

Рис. 10. Области устойчивости гравастаров с тонкой оболочкой для ЧД ABG–DS при различных значениях Λ, $m = 0.5$

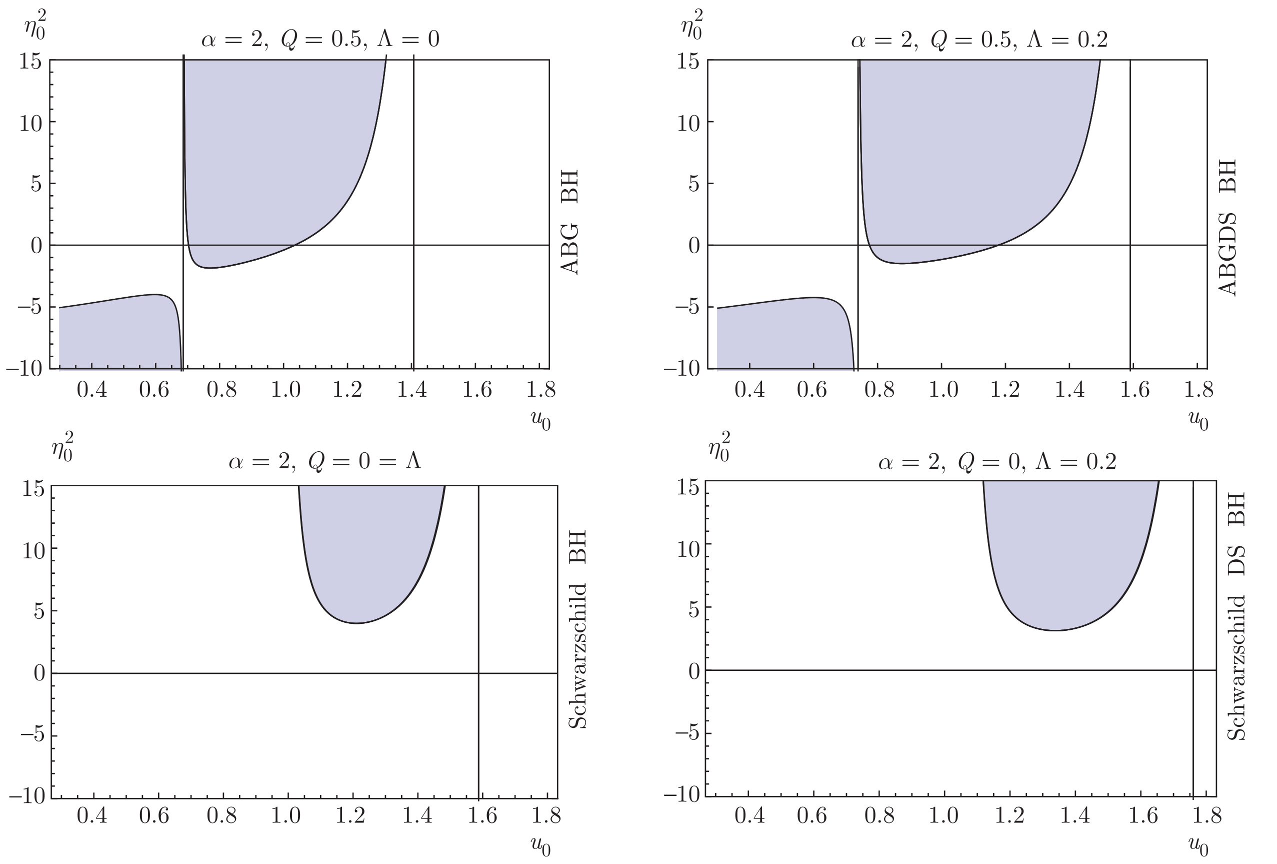

Рис. 11. Области устойчивости гравастаров с тонкой оболочкой при различном выборе внешнего пространства-времени (вверху — ЧД Шварцшильда, внизу слева — ЧД ABG, внизу справа — ЧД ABD-DS), $m = 0.5$

ЧД Шварцшильда < ЧД Шварцшильда–DS < ЧД ABG < ЧД ABG–DS.

Предположим, что тонкий слой материи удовлетворяет баротропному УС. Оказалось, что это распределение материи влияет на устойчивость. Это уравнение можно записать как

$$p = \varpi\rho,$$

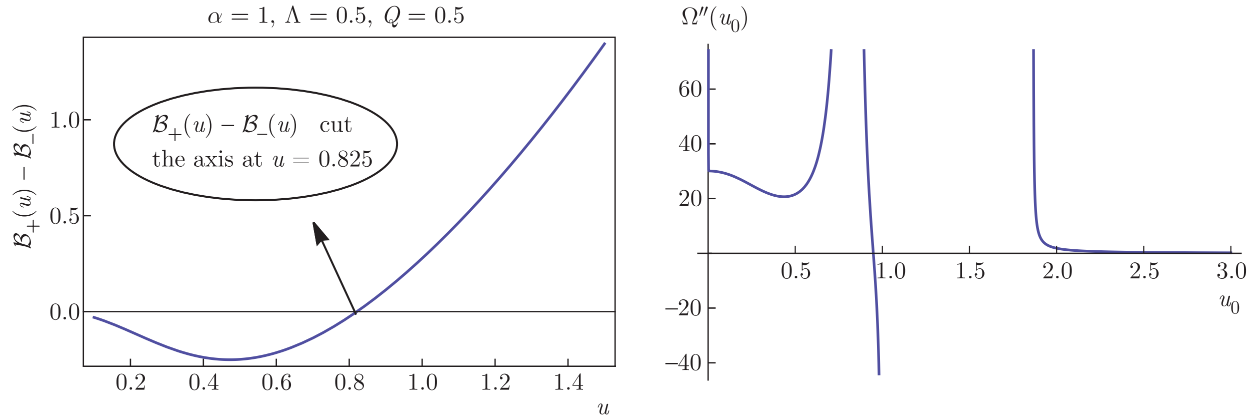

Рис. 12. Зависимости $\mathcal{B}_+(u) - \mathcal{B}_-(u)$ (левая панель) и $\Omega''(u_0)$ (правая панель) при $m = 0.5$

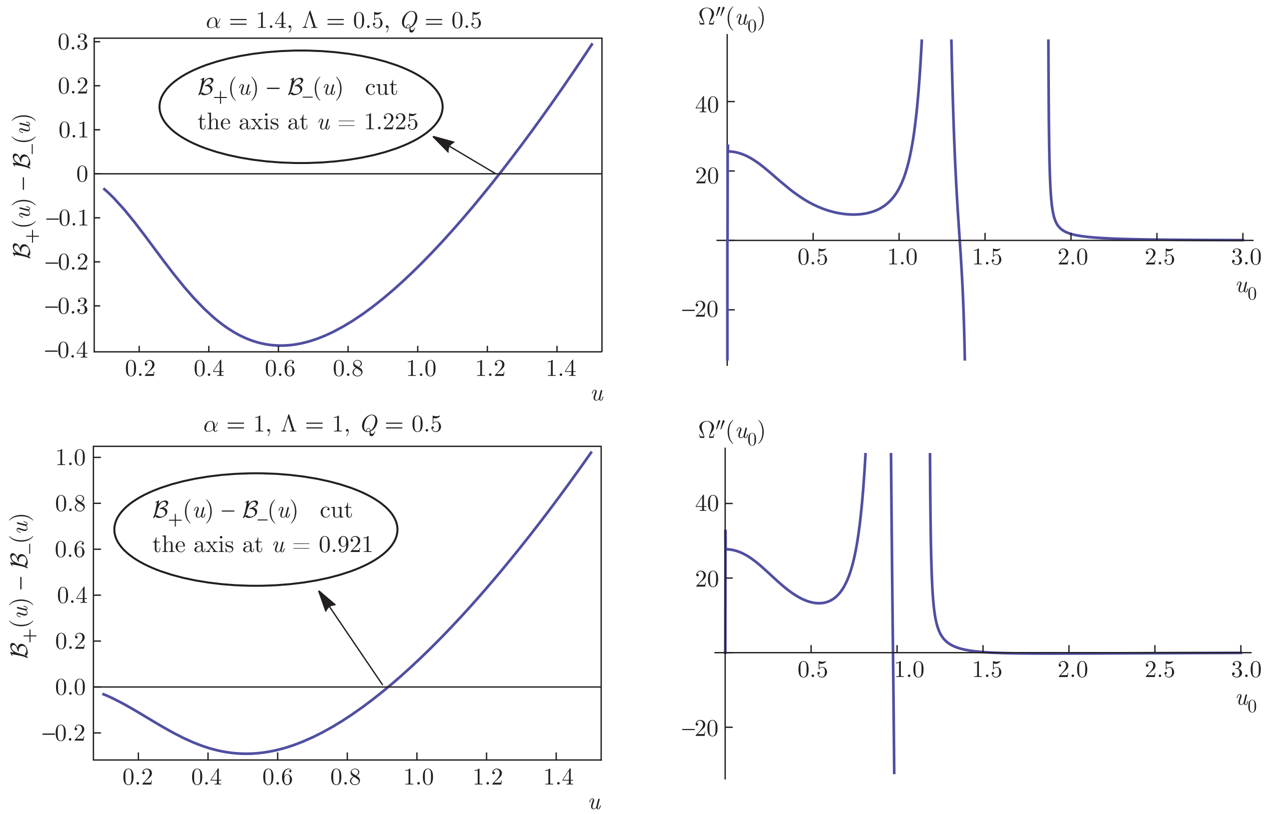

Рис. 13. Зависимости $\mathcal{B}_+(u)-\mathcal{B}_-(u)$ (левая панель) и $\Omega''(u_0)$ (правая панель) для различных значений Λ и α при $m = 0.5$

где ϖ — вещественная константа. Тогда из уравнения сохранения получаем

$$\rho(u) = \rho(u_0)\left(\frac{u_0}{u}\right)^{2(1+\varpi)},$$

а потенциальная функция принимает вид

$$\Omega(u) = -\frac{(\mathcal{B}_-(u) - \mathcal{B}_+(u))^2\left(\dfrac{u_0}{u}\right)^{-2\varpi}}{64\pi^2\rho_0^2u_0^2} + \\ + \frac{1}{2}(\mathcal{B}_-(u) + \mathcal{B}_+(u)) - 4\pi^2\rho_0^2u_0^2\left(\frac{u_0}{u}\right)^{2\varpi}.$$

Заметим, что $\Omega'(u_0)$ обращается в нуль, если и только если

$$\varpi = -\frac{u_0\mathcal{B}'_-(u_0)}{\mathcal{B}_-(u_0) + 16\pi^2\rho_0^2u_0^2 - \mathcal{B}_+(u_0)} - \\ - \frac{u_0\mathcal{B}'_+(u_0)}{-\mathcal{B}_-(u_0) + 16\pi^2\rho_0^2u_0^2 + \mathcal{B}_+(u_0)}. \quad (8)$$

Устойчивость анализируется с помощью $\Omega''(u_0)$ с баротропным УС для пространства-времени ЧД ABG и ABG–DS. На рис. 12 (левая панель) показан горизонт событий ($u = 0.825$) для гравастаров с тонкой оболочкой. На правой панели изображены зависимости $\Omega''(u_0)$ при $m = 0.5$. На рисунке видно, что гравастар с тонкой оболочкой демонстрирует устойчивое поведение при $u_0 < 0.825$ и неустойчивое при $u_0 > 0.825$ (правая панель). Аналогично, результаты анализа соответствующих горизонта событий и устойчивости гравастара приведены на рис. 13. Видно, что устойчивость гравастара увеличивается с ростом как Λ, так и α.

4. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В настоящей работе рассмотрен общий формализм гравастаров с тонкой оболочкой, а именно, с использованием метода сшивания внутреннего (ЧД DS) и внешнего (регулярные ЧД) пространства-времени с помощью техники “cut and paste”. Проанализированы некоторые физические характеристики гравастаров с тонкой оболочкой, результаты приведены на рис. 1–3. Оказалось, что на эти характеристики сильно влияют электромагнитное поле и космологическая постоянная. Динамика гравастаров с тонкой оболочкой рассматривалась с помощью равновесного уравнения состояния, при этом оказалось, что скорости расширения и коллапса для пространства-времени регулярной ЧД ABG–DS возрастали быстрее, чем для других. Динамика гравастара с тонкой оболочкой зависит от космологической постоянной, массы и заряда, соответствующих внешнему пространству-времени (см. рис. 4–6).

Во-первых, мы нашли области устойчивости для ЧД ABG, причем оказалось, что они существуют вблизи ожидаемого горизонта событий. Было получено, что области устойчивости уменьшаются с ростом заряда внешнего линейного элемента и увеличиваются с ростом Λ и α (см. рис. 7–10). Области устойчивости гравастара для пространства-времени ЧД ABG–DS больше, чем для ЧД Шварцшильда, Шварцшильда-DS и ABG (см. рис. 11). Во-вторых, мы рассмотрели устойчивость, используя баротропное УС. Было получено, что гравастар с тонкой оболочкой становится устойчивым, если радиус оболочки меньше радиуса ожидаемого горизонта событий (см. рис. 12, 13). Устойчивость гравастара возрастает с ростом Λ и α, при этом устойчивость оболочки возрастает, если в качестве внешнего многообразия использовать пространство-время регулярной ЧД. Таким образом, гравастары более устойчивы в случае ЧД ABG–DS, чем в случае ЧД ABG.

В работе было получено, что физические характеристики гравастаров с тонкой оболочкой, такие как собственная длина, энтропия и энергетические условия, зависят от толщины оболочки, а также от массы и заряда, что согласуется с литературными данными [19, 32]. Существование областей устойчивости вблизи ожидаемого горизонта событий также согласуется с результатами недавних работ [20, 21, 25]. Кроме того, было получено, что область устойчивости возрастает с ростом космологической постоянной и убывает с ростом заряда. Важно отметить, что результаты настоящей работы продолжают теоретические исследования поведения гравастаров с тонкой оболочкой, проведенные для случая ЧД Бардина [25].

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Mazur and E. Mottola, Proc. Nat. Acad. Sci. **101**, 9545 (2004); arXiv:gr-qc/0109035.

2. W. Israel, Nuovo Cimento B **44**, 1 (1966).

3. M. Visser, S. Kar, and N. Dadhich, Phys. Rev. Lett. **90**, 201102 (2003).

4. S. H. Mazharimousavi, M. Halilsoy, and Z. Amirabi, Phys. Rev. D **81**, 104002 (2010).

5. F. Rahaman, S. Ray, A. K. Jafry, and K. Chakraborty, Phys. Rev. D **82**, 104055 (2010).

6. M. Sharif and M. Azam, Eur. Phys. J. C **73**, 2407 (2013).

7. M. Sharif and F. Javed, Gen. Relativ. Gravit. **48**, 158 (2016).

8. S. D. Forghani, S. H. Mazharimousavi, and M. Halilsoy, Eur. Phys. J. C **78**, 469 (2018).

9. M. Sharif and F. Javed, Astrophys. Space Sci. **364**, 179 (2019); Int. J. Mod. Phys. D **28**, 1950046 (2019); Ann. Phys. **407**, 198 (2019); Chin. J. Phys. **61**, 262 (2019); Mod. Phys. Lett. A **35**, 1950350 (2019); Int. J. Mod. Phys. A **35**, 2040015 (2020); Ann. Phys. **416**, 168146 (2020); Int. J. Mod. Phys. D **29**, 2050007 (2020); Mod. Phys. Lett. A **39**, 2050309 (2020).

10. M. Sharif, S. Mumtaz, and F. Javed. J. Mod. Phys. A **35**, 2050030 (2020).

11. M. Sharif and F. Javed, Phys. Scr. **96**, 055003 (2021); Astron. Rep. **65**, 353 (2021).

12. M. Visser and D. L. Wiltshire, Class. Quantum Grav. **21**, 1135 (2004).

13. B. M. N. Carter, Class. Quantum Grav. **22**, 4551 (2005).

14. D. Horvat, S. Sasa Ilijic, and A. Marunovic, Class. Quantum Grav. **26**, 025003 (2009).

15. Usmani et al., Phys. Lett. B **701**, 388 (2011).

16. N. Bilić, G. B. Tupper, and R. D. Viollier, J. Cosmol. Astropart. Phys. **2006**, 013 (2006).

17. P. Rocha, R. Chan, M. F. A. da Silva, and A. Wang, J. Cosmol. Astropart. Phys. **2008**, 10 (2008); ibid **2009**, 10 (2009); ibid **2011**, 13 (2011).

18. D. Horvat, S. Ilijic, and A. Marunovic, Class. Quantum Grav. **28**, 195008 (2011).

19. F. Rahaman, A. A. Usmani, S. Ray, and S. Islam, Phys. Lett. B **707**, 319 (2012); ibid **717**, 1 (2012).

20. F. S. N. Lobo and R. Garattini, J. High Energy Phys. **1312**, 065 (2013).

21. A. Övgün, A. Banerjee, and K. Jusufi, Eur. Phys. J. C **77**, 566 (2017).

22. J. M. Bardeen, Proc. GR5, Tiflis, USSR (1968).

23. E. Ayón-Beato and A. García, Phys. Rev. Lett. **80**, 5056 (1998).

24. M. Wen-Juan, C. Rong-Gen, and S. Ru-Keng, Commun. Theor. Phys. **46**, 453 (2006).

25. M. Sharif and F. Javed, Ann. Phys. **415**, 168124 (2020).

26. M. Sharif and F. Javed, J. Exp. Theor. Phys. **132**, 381 (2021).

27. M. Sharif and F. Javed, Eur. Phys. J. C **81**, 47 (2021).

28. T. Tangphati, A. Chatrabhuti, D. Samart, and P. Channuie, Eur. Phys. J. C **80**, 722 (2020).

29. S. Ghosh, F. Rahaman, B. K. Guha, and S. Ray, Phys. Lett. B **767**, 380 (2017).

30. S. Ray, R. Sengupta, and H. Nimesh, Int. J. Mod. Phys. D **29**, 2030004 (2020).

31. F. Rahaman, A. Banerjee, and I. Radinschi, Int. J. Theor. Phys. **52**, 2943 (2013).

32. Z. Yousaf, K. Bamba, M. Z. Bhatti, and U. Ghafoor, Phys. Rev. D **100**, 024062 (2019).