ЖЭТФ, 2021, том 160, вып. 3 (9), стр. 415–425

ПРОИСХОЖДЕНИЕ ТОЧКИ ПЕРЕГИБА НА ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЛОНДОНОВСКОЙ ГЛУБИНЫ В ДЫРОЧНО-ЛЕГИРОВАННЫХ КУПРАТНЫХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

К. К. Комаров [*], ***Д. М. Дзебисашвили*** [**]

Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 1 апреля 2021 г.,
после переработки 20 апреля 2021 г.
Принята к публикации 20 апреля 2021 г.

В рамках концепции спинового полярона обсуждается сценарий формирования наблюдаемой экспериментально точки перегиба на температурной зависимости лондоновской глубины проникновения λ в купратных высокотемпературных сверхпроводниках при оптимальном дырочном легировании. Показано, что причина возникновения точки перегиба на зависимости $1/\lambda^2(T)$ обусловлена особенностями энергетического спектра спин-поляронных квазичастиц в сверхпроводящей фазе, а также специфической температурной зависимостью их спектральной плотности.

DOI: 10.31857/S004445102109008X

1. ВВЕДЕНИЕ

Эксперименты по измерению температурной зависимости глубины проникновения магнитного поля (или лондоновской глубины) λ дают важную информацию о симметрии сверхпроводящего параметра порядка. Возможность извлекать информацию о структуре сверхпроводящей щели на основе таких измерений обусловлена тем, что характер температурной эволюции лондоновской глубины определяется главным образом плотностью квазичастичных состояний, доступных для термического возбуждения.

В частности, температурная зависимость величины $1/\lambda^2$, полученная в работе [1] на монокристалле $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$, имеет ярко выраженный линейный вид в области низких температур и характеризуется конечным наклоном при $T = 0$. Такое поведение функции $1/\lambda^2(T)$ объясняется наличием нулей в спектре боголюбовских возбуждений в точках k-пространства, расположенных на пересечении поверхности Ферми и линии нулей параметра порядка d-типа, и существенно отличается от известной зависимости $1/\lambda^2(T)$, наблюдаемой в обычных сверхпроводниках с s-типом симметрии параметра порядка и прекрасно описываемой в рамках теории БКШ [2,3].

Линейный ход функции $1/\lambda^2(T)$ на начальном участке наблюдается во многих известных купратных высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) [4–18] и традиционно рассматривается как свидетельство в пользу d-волновой симметрии параметра порядка в этих соединениях.

Другая интересная особенность, наблюдаемая на температурной зависимости $1/\lambda^2$ в некоторых купратных ВТСП, связана с так называемой точкой перегиба. Эта точка определяется значением некоторой температуры T_i, в окрестности которой кривая $1/\lambda^2(T)$ меняет кривизну. Тот факт, что точка перегиба наблюдается не во всех купратах, по-видимому, обусловлен выбором методики измерения и качеством образцов [10]. Так, например, точка перегиба обнаруживает себя только в экспериментах, основанных на спин-вращательной мюонной (μSR) спектроскопии. В достаточно большом числе работ [8, 16, 17, 19–25], использовавших метод μSR-спектроскопии, точка перегиба была обнаружена, однако в некоторых экспериментах [26–29], выполненных в рамках той же методики, точка перегиба себя не проявила. При исследовании лондоновской глу-

[*] E-mail: constlike@gmail.com
[**] E-mail: ddm@iph.krasn.ru

бины в ВТСП-купратах на основе других экспериментальных методов данная особенность не была зафиксирована [4, 8, 11, 14].

Описание и сравнение экспериментальных техник, используемых для измерения глубины проникновения магнитного поля, можно найти, например, в работах [30, 31] или в приведенных выше. Мы же отметим важное преимущество μSR-экспериментов, которое состоит в том, что эта техника позволяет напрямую измерять абсолютные значения величины $\lambda^{-2}(T)$ [8]. При использовании других, как правило косвенных, экспериментальных методов измерения лондоновской глубины полученные данные необходимо нормировать на $1/\lambda^2$ при $T = 0$.

Наиболее четко точка перегиба заметна в тех образцах, значения легирования которых близки к оптимальным. Так, в системах $Bi_{2.15}Sr_{1.85}CaCu_2O_{8+\delta}$ и $Bi_{2.1}Sr_{1.9}Ca_{0.85}Y_{0.15}Cu_2O_{8+\delta}$, исследованных в работе [25], точка перегиба на зависимости $\lambda^{-2}(T)$ особенно ярко проявилась в образцах с легированием чуть выше оптимального. Примерно в этой же области легирования точка перегиба наблюдается и в некоторых других соединениях купратов.

Для изучения устойчивости точки перегиба к внешним воздействиям в работе [24] было проведено несколько циклов охлаждения образцов, но результаты экспериментов практически не изменялись. При этом с увеличением магнитного поля зависимость $\lambda^{-2}(T)$ при температурах, меньших T_i, становилась более пологой [16, 29]. Это приводило к тому, что изменение кривизны зависимости $\lambda^{-2}(T)$ в точке перегиба становилось менее заметным. Аналогичное поведение функции $\lambda^{-2}(T)$ наблюдалось и в работе [17], где измерения проводились при изменении давления. Отмеченные факты дают основание полагать, что причина появления точки перегиба на температурной зависимости обратного квадрата лондоновской глубины не связана с внешними факторами, а является внутренней по своему происхождению.

Было предложено несколько сценариев возникновения точки перегиба. Так, в работе [32] увеличение скорости роста плотности сверхпроводящего тока при охлаждении в области температур, меньших T_i, в соединении $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ связывалось с термическим депиннингом вихрей Абрикосова. Аналогичный сценарий обсуждался и в работе [24] при изучении лондоновской глубины в соединении $La_{2-x}Sr_xCuO_4$. Однако аналитические расчеты, выполненные в этих работах, показали наличие точки перегиба только для параметра порядка с s-типом симметрии, тогда как для параметра порядка d-типа, характерного для купратов, точка перегиба не наблюдалась. Интересны сценарии появления точки перегиба, предполагающие сосуществование двух сверхпроводящих щелей [21, 22, 33]. При этом в работах [21, 22] рассматривался случай щелей с s- и $d_{x^2-y^2}$-типами симметрии, а в работе [33] — случай щелей d_{xy}- и $d_{x^2-y^2}$-типа.

В данной работе предлагается альтернативный механизм возникновения точки перегиба на температурной зависимости обратного квадрата лондоновской глубины в купратных сверхпроводниках. Этот механизм не требует изменения симметрии сверхпроводящего параметра порядка и естественным образом вытекает из рассмотрения подсистемы носителей заряда в CuO_2-плоскости в рамках концепции спинового полярона [34, 35].

Исходным положением этой концепции является сильная связь между спиновыми и зарядовыми степенями свободы, которая реализуется в купратах благодаря сильным электронным корреляциям и значительной величине гибридизации между d-состояниями ионов меди и p-состояниями на ионах кислорода. В рамках спин-поляронного подхода спин-зарядовая связь учитывается точно, что приводит к возникновению фермиевской квазичастицы, движение которой жестко скоррелированно с динамикой локализованных спинов на ближайших ионах меди. Такую квазичастицу принято называть спиновым поляроном.

Концепция спинового полярона развивалась на основе модели решетки Кондо [36–38], а также в рамках спин-фермионной модели (СФМ). Во втором случае спин-поляронный подход оказался особенно успешным при описании свойств купратов как в нормальной [39–43], так и в сверхпроводящей [44, 45] d-фазе.

В работе авторов [46] в рамках концепции спинового полярона была исследована температурная зависимость лондоновской глубины в дырочно-легированных купратных ВТСП. На рассчитанных в этой работе кривых $\lambda^{-2}(T)$ была получена точка перегиба при значениях легирования, как и в эксперименте, близких к оптимальному. Однако причина появления указанной особенности на соответствующих кривых не была вскрыта.

В данной работе будут представлены результаты дополнительного анализа, проясняющие природу точки перегиба. В частности, будет показано, что причина возникновения точки перегиба на зависимости $\lambda^{-2}(T)$ связана с особенностями фермиевского спектра спин-поляронных квазичастиц. Последнее обстоятельство можно рассматривать как дополнительное обоснование правомерности использования спин-поляронного подхода для изучения свойств дырочно-легированных ВТСП медно-оксидной группы.

Дальнейшее изложение организовано следующим образом. В разд. 2 описывается СФМ и отмечаются успехи, достигнутые в рамках этой модели при описании свойств купратов в сверхпроводящей фазе. В разд. 3 формулируется гамильтониан СФМ при учете слабого магнитного поля. В этом же разделе описывается метод получения выражения для расчета температурной зависимости лондоновской глубины в системе спин-поляронных квазичастиц. Причина возникновения точки перегиба на теоретической зависимости лондоновской глубины от температуры вскрывается в разд. 4. В заключительном разд. 5 обсуждается предложенный сценарий формирования точки перегиба и формулируются выводы.

2. СПИН-ФЕРМИОННАЯ МОДЕЛЬ

Наиболее важные особенности кристаллического строения CuO_2-плоскости и все основные типы взаимодействий в электронной подсистеме купратных дырочно-легированных ВТСП учитываются в рамках модели Эмери или трехзонной p–d-модели [47–49]. Основными параметрами этой модели являются интеграл перескока дырок между ионами кислорода, t_{pp}, кулоновское взаимодействие двух дырок на ионе меди, U_d, параметр гибридизации p- и d-орбиталей на ионах кислорода и меди, t_{pd}, а также щель с переносом заряда $\Delta_{pd} = \varepsilon_p - \varepsilon_d$, где ε_p и ε_d — энергии связи дырок на ионах соответственно кислорода и меди.

Важно отметить, что количественные соотношения между этими параметрам, характерные для купратов, соответствуют режиму сильных электронных корреляций:

$$U_d - \Delta_{pd},\, \Delta_{pd} \gg t_{pd} > t_{pp}.$$

Большие величины параметров U_d и Δ_{pd}, с одной стороны, существенно усложняют теоретическое описание низкотемпературных свойств купратов, а с другой, позволяют проинтегрировать высокоэнергетические степени свободы в модели Эмери и получить формально более простую СФМ [50–54]. Существенно, что в СФМ, в отличие от других эффективных низкоэнергетических моделей купратов, таких, например, как модель Хаббарда или t–J-модель, учитывается пространственная разнесенность дырочных состояний на ионе меди и двух ионах кислорода в одной элементарной ячейке CuO_2-плоскости. Важнейшим взаимодействием в СФМ является обменное взаимодействие между локализованным на ионе меди спином и дыркой на ближайшем ионе кислорода. Энергия этого взаимодействия определяется параметром J. Этот же параметр описывает и интенсивность спин-коррелированных перескоков, аналогичных трехцентровым взаимодействиям в t–J^*-модели, важность которых для реализации сверхпроводящей d-фазы отмечалась в работе [55]. Кроме того, в СФМ учитывается суперобменное взаимодействие в локализованной спиновой подсистеме (с обменным интегралом I), а также кулоновское взаимодействие между дырками на ионах кислорода. В данной работе, как и ранее в работах авторов [46, 56], будет учитываться кулоновское отталкивание двух дырок на одном ионе кислорода с энергией взаимодействия U_p, а также взаимодействие дырок на разных ионах — ближайших (V_1) и следующих за ближайшими (V_2). Гамильтониан СФМ приведен в следующем разделе с учетом дополнительных взаимодействий, обусловленных включением магнитного поля.

Ранее СФМ использовалась при построении теории сверхпроводящей d-фазы купратов в рамках концепции спинового полярона [44,45,57,58]. В частности, было показано, что куперовская неустойчивость развивается в ансамбле спиновых поляронов, а обменное взаимодействие между локализованными на ионах меди спинами (I) обусловливает эффективное притяжение между спин-поляронными квазичастицами и выступает в качестве механизма высокотемпературной сверхпроводимости.

Задачей данной работы является анализ выражения для глубины проникновения магнитного поля, полученного в рамках теории линейного отклика на основе гамильтониана СФМ и концепции спинового полярона. Методика получения выражения для $\lambda^{-2}(T)$ детально изложена в работе [46]. Поэтому в следующем разделе, следуя этой работе, мы лишь кратко опишем основные моменты получения выражения для лондоновской глубины.

3. РАСЧЕТ ФУНКЦИИ ОТКЛИКА В АНСАМБЛЕ СПИНОВЫХ ПОЛЯРОНОВ

Вычисление отклика спин-поляронных квазичастиц на слабое магнитное поле можно провести в рамках теории Лондонов, учитывающей связь между плотностью сверхпроводящего тока $\mathbf{j}$ и векторным потенциалом магнитного поля $\mathbf{A}$ в локальном приближении:

$$\mathbf{j} = -\frac{c}{4\pi\lambda^2}\,\mathbf{A},$$

где c — скорость света. Условием применимости теории Лондонов является соотношение $\lambda \gg \xi_L$, где ξ_L — длина когерентности куперовских пар. Для купратных ВТСП это условие выполняется, поскольку для них $\lambda \approx 2540\,\text{Å}$, $\xi_L \approx 250\,\text{Å}$ (см., например, обзор [59]). Локальный характер уравнения Лондонов позволяет рассматривать векторный потенциал в длинноволновом пределе ($\mathbf{A} = \mathbf{A}_{\mathbf{q}=0}$), а саму величину $\mathbf{A}_{\mathbf{q}=0}$ считать малой.

Для вычисления сверхпроводящего тока $\mathbf{j}$ необходимо провести обобщение гамильтониана СФМ, включив в него вектор-потенциал $\mathbf{A}$, используя, например, подстановку Пайерлса [60, 61]. Суть подстановки состоит в ренормировке интегралов перескока дырок (как между ионами кислорода и меди, так и между ионами только кислорода) фазовым множителем

$$\exp\left\{\frac{ie}{c\hbar}\int\limits_{R_{j'}}^{R_j} d\mathbf{r}\mathbf{A}(\mathbf{r})\right\} \cong \exp\left\{\frac{ie}{c\hbar}R_{jj'}\mathbf{A}_{\mathbf{q}=0}\right\},$$

где R_j — радиус-вектор иона кислорода с индексом j, $R_{jj'} = R_j - R_{j'}$, e — заряд дырки.

В рамках традиционного подхода [2, 3, 62, 63] принято далее раскладывать в ряд экспоненциальные множители по малой величине векторного потенциала с точностью до второго порядка по $\mathbf{A}_{\mathbf{q}=0}$, что, в частности, позволяет по отдельности анализировать парамагнитную и диамагнитную части полного сверхпроводящего тока.

Однако при использовании проекционной техники Цванциага–Мори [64, 65] (в рамках которой реализуется спин-поляронная концепция в цитированных выше работах) такой подход приводит к трудности, связанной с появлением новых операторов, не входящих в исходный базис. Это обстоятельство не позволяет без расширения базиса получить замкнутое относительно исходного набора операторов выражение для сверхпроводящего тока $\mathbf{j}(\mathbf{q}=0)$. Предложенное в работе [46] решение данной проблемы заключалось в том, чтобы после подстановки Пайерлса не пытаться сразу выделять линейные и квадратичные по $\mathbf{A}_{\mathbf{q}=0}$ поправки, а сохранить вектор-потенциал в показателе экспоненты. Оказывается, что при таком подходе происходит лишь небольшое изменение определений базисных операторов, но их общее число не возрастает. Кроме того, в результате сохранения вектора $\mathbf{A}_{\mathbf{q}=0}$ в показателе экспоненты и последующего перехода в квазиимпульсное представление гамильтониан СФМ принимает особенно удобный вид [44]:

$$\begin{aligned}\hat{H}_{sp\text{-}f} = \sum_{k\alpha}\Big(\xi_{k,x}a^\dagger_{k\alpha}a_{k\alpha} + \xi_{k,y}b^\dagger_{k\alpha}b_{k\alpha} + \\ + \Gamma_k\big(a^\dagger_{k\alpha}b_{k\alpha} + b^\dagger_{k\alpha}a_{k\alpha}\big)\Big) + \\ + J\sum_{k\alpha}u^\dagger_{k\alpha}L_{k\alpha} + \frac{I}{2}\sum_{f\delta}\mathbf{S}_f\cdot\mathbf{S}_{f+2\delta} + \hat{H}_C.\end{aligned} \quad (1)$$

При записи этого выражения использованы следующие обозначения:

$$\begin{gathered}\xi_{k,x(y)} = \varepsilon_p - \mu + 2\tau s^2_{k,x(y)},\\ \Gamma_k = (2\tau - 4t_{pp})s_{k,x}s_{k,y}, \quad L_{k\alpha} = \sum_{q\beta}\tilde{S}^{\alpha\beta}_{k-q}u_{q\beta},\\ \tilde{S}_k = \frac{1}{N}\sum_f \exp(-ikR_f)\,(\mathbf{S}_f\cdot\boldsymbol{\sigma})\,,\\ u_{k\alpha} = s_{k,x}a_{k\alpha} + s_{k,y}b_{k\alpha},\\ s_{k,x} = \sin\big(k_x/2 - \alpha_x\big), \quad s_{k,y} = \sin\big(k_y/2\big),\end{gathered} \quad (2)$$

где μ — химический потенциал, τ — интенсивность перескоков дырок, обусловленных процессами гибридизации в исходной модели Эмери во втором порядке теории возмущений, N — число элементарных ячеек в CuO_2-плоскости, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z)$ — вектор, составленный из матриц Паули σ^i $(i = x, y, z)$, $\mathbf{S}_f$ — векторный оператор спина на ионе меди. Функции $s_{k,x(y)}$ возникают при переходе в k-представление и наряду с симметрией CuO_2-плоскости учитывают также соотношения между фазами p- и d-орбиталей.

Первая сумма в выражении (1) отвечает кинетической энергии дырок, возникающих при легировании. Операторы $a^\dagger_{k\alpha}$ $(a_{k\alpha})$ и $b^\dagger_{k\alpha}$ $(b_{k\alpha})$ рождают (уничтожают) дырку в состоянии с квазиимпульсом k и проекцией спина $\alpha = \pm 1/2$ в подсистеме ионов кислорода соответственно с p_x- и p_y-орбиталями. Во второй сумме произведение операторов $u_{k\alpha}$ и $L_{k\alpha}$ описывает движение дырки по ионам кислорода, коррелированное с состоянием спина на ближайшем ионе меди. Третья сумма — оператор энергии суперобменного взаимодействия.

Последнее слагаемое в выражении (1) учитывает энергию кулоновского взаимодействия. В приближении, указанном в разд. 2, оно имеет вид

$$\hat{H}_C = \frac{U_p}{N}\sum_{1234}\big(a^\dagger_{1\uparrow}a^\dagger_{2\downarrow}a_{3\downarrow}a_{4\uparrow} + (a\to b)\big)\delta_{1+2-3-4} + \\ + \frac{4V_1}{N}\sum_{\substack{1234\\ \alpha\beta}}\phi_{3-2}a^\dagger_{1\alpha}b^\dagger_{2\beta}b_{3\beta}a_{4\alpha}\delta_{1+2-3-4} + \\ + \frac{V_2}{N}\sum_{\substack{1234\\ \alpha\beta}}\big(\theta^{xy}_{2-3}a^\dagger_{1\alpha}a^\dagger_{2\beta}a_{3\beta}a_{4\alpha} + \\ + \theta^{yx}_{2-3}(a\to b)\big)\delta_{1+2-3-4}, \quad (3)$$

где функции

$$\begin{gathered}\theta^{xy(yx)}_k = \exp(ik_{x(y)}) + \exp(-ik_{y(x)}),\\ \phi_k = \cos(k_x/2)\cos(k_y/2)\end{gathered} \quad (4)$$

возникли аналогично функциям $s_{k,x(y)}$ при переходе в квазиимпульсное представление и учитывают симметрию CuO_2-плоскости. Цифрами в выражении (3) для простоты обозначены квазиимпульсы, закон сохранения которых обеспечивают символы Кронекера $\delta_{1+2-3-4}$.

Отмеченное выше удобство записи гамильтониана СФМ в форме (1) обусловлено тем, что зависимость от поля векторного потенциала $\mathbf{A}_{\mathbf{q}=0}$, направление которого выбрано вдоль оси x, выразилась лишь в фазовом сдвиге в аргументе тригонометрической функции $s_{k,x}$ (2). Величина сдвига α_x определяется выражением

$$\alpha_x = \frac{eg_x}{2c\hbar}A^x_{\mathbf{q}=0}, \quad (5)$$

где g_x — параметр элементарной ячейки в направлении оси x.

Зеемановская энергия, обусловленная взаимодействием поля со спинами дырок, в гамильтониане (1) не учитывается, поскольку в длинноволновом пределе ($\mathbf{q}\to 0$) эта энергия обращается в нуль.

Для параметров СФМ использовались следующие численные значения (в эВ):

$$\tau = 0.1, \quad J = 3.4, \quad I = 0.136\ [66],$$

$$t_{pp} = 0.11\ [43, 67], \quad U_p = 4.0\ [68, 69],$$

$$V_1 = 1.5\ [70], \quad V_2 = 0.12\ [71].$$

Мы не будем останавливаться на обсуждении значений этих параметров, так как этот вопрос подробно рассматривался в соответствующих цитированных работах. Отметим только, что согласно результатам работы [67], параметр V_1, отвечающий интенсивности кулоновского взаимодействия дырок на ближайших ионах кислорода, не влияет на значение T_c, поскольку по симметрийным причинам выпадает из системы уравнений для d-волнового параметра порядка.

Выражение для плотности сверхпроводящего тока получается, как обычно [61], варьированием гамильтониана по полю векторного потенциала и последующим усреднением по термодинамическому ансамблю. Причем матрица плотности, с которой проводится усреднение, должна учитывать поле $\mathbf{A}_{\mathbf{q}=0}$. В результате выражение для плотности сверхпроводящего тока получается в виде

$$j_x(\mathbf{q}=0) = \frac{eg_x}{\hbar}\sum_{k\alpha}\cos\left(\frac{k_x}{2}-\alpha_x\right)\Big(2\tau s_{k,x}\langle a^\dagger_{k\alpha}a_{k\alpha}\rangle + \\ + 2(\tau - 2t_{pp})s_{k,y}\langle a^\dagger_{k\alpha}b_{k\alpha}\rangle + J\langle a^\dagger_{k\alpha}L_{k\alpha}\rangle\Big), \quad (6)$$

где зависимость от поля векторного потенциала $A^x_{\mathbf{q}=0}$ определяется только как аддитивная ренормировка квазиимпульса k_x на величину α_x. Эта ренормировка в формуле (6) учитывается как явным образом — в аргументе косинуса и в функции $s_{k,x}$, так и неявным — в термодинамических средних.

Отметим, что полученное выражение (6) дает правильное предельное поведение плотности сверхпроводящего тока при переходе в нормальную фазу. Как показано в работе [46], в пределе $T\to T_c$ правая часть выражения (6), как и должно быть, тождественно обращается в нуль.

Выражение для глубины проникновения магнитного поля следует из уравнения Лондонов

$$\mathbf{j} = -\frac{c}{4\pi\lambda^2}\mathbf{A}$$

и имеет вид

$$\frac{1}{\lambda^2} = -\frac{2e\pi}{c^2\hbar g_y g_z}\frac{j_x(\mathbf{q}=0)}{N\alpha_x}, \quad (7)$$

где $g_{y(z)}$ — параметр решетки вдоль оси $y(z)$, а плотность тока $j_x(\mathbf{q}=0)$ определяется выражением (6).

Поскольку значения λ^{-2} должны вычисляться по формуле (7) в пределе $A^x_{\mathbf{q}=0}\to 0$, вторая дробь, стоящая в правой части выражения (7), есть с точностью до константы просто производная плотности тока по вектор-потенциалу в точке $A^x_{\mathbf{q}=0} = 0$. Это означает, что при определении лондоновской глубины фактически учитываются только линейные по $A^x_{\mathbf{q}=0}$ поправки к плотности тока $j_x(\mathbf{q}=0)$, как это и должно быть в теории линейного отклика.

Явная зависимость плотности тока от векторного потенциала, вследствие используемого проекционного метода, оказывается довольно сложной. Несмотря на то, что аналитическое вычисление производной плотности тока по α_x, в принципе, возможно, более простым решением оказывается численное дифференцирование. При этом, разумеется, значения α_x необходимо выбирать из того интервала, в котором функция $j_x(\alpha_x)$ линейна [46].

4. ПРОИСХОЖДЕНИЕ ТОЧКИ ПЕРЕГИБА НА ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЛОНДОНОВСКОЙ ГЛУБИНЫ

Существенным для вычисления плотности тока является тот факт, что в определении термодинамических средних в формуле (6) фигурируют только три оператора: $a_{k\alpha}$, $b_{k\alpha}$ и $L_{k\alpha}$, и именно те, которые используются в определении гамильтониана СФМ (1). Если бы в гамильтониане (1) было проведено разложение соответствующих экспонент до второго порядка по потенциалу $A^x_{\mathbf{q}=0}$, как это обычно принято, то в выражении для тока возник бы дополнительный составной оператор вида

$$\sum_{q\beta} \tilde{S}^{\alpha\beta}_{k-q}\left[\cos\left(\frac{q_x}{2}\right)a_{q\beta} + s_{q,y}b_{q\beta}\right],$$

который, очевидно, не сводится к линейной комбинации исходных трех операторов $a_{k\alpha}$, $b_{k\alpha}$ и $L_{k\alpha}$.

Таким образом, в рамках предложенной схемы расчета плотности сверхпроводящего тока базисными можно считать шесть операторов. Первые три — это операторы $a_{k\uparrow}$, $b_{k\uparrow}$ и $L_{k\uparrow}$. Базис этих операторов достаточен для удовлетворительного описания, например, спектральных свойств купратов в нормальной фазе (см. рис. 1). При этом следует обратить внимание на исключительную важность оператора $L_{k\alpha}$. Включение в базис именно $L_{k\alpha}$ позволяет корректно учесть сильную связь локализованного на ионе меди спина и дырки, движущейся по четырем ближайшим ионам кислорода [42]. Для описания аномальных свойств ансамбля спиновых поляронов в базис операторов необходимо добавить еще три оператора: $a^\dagger_{-k\downarrow}$, $b^\dagger_{-k\downarrow}$ и $L^\dagger_{-k\downarrow}$ [44].

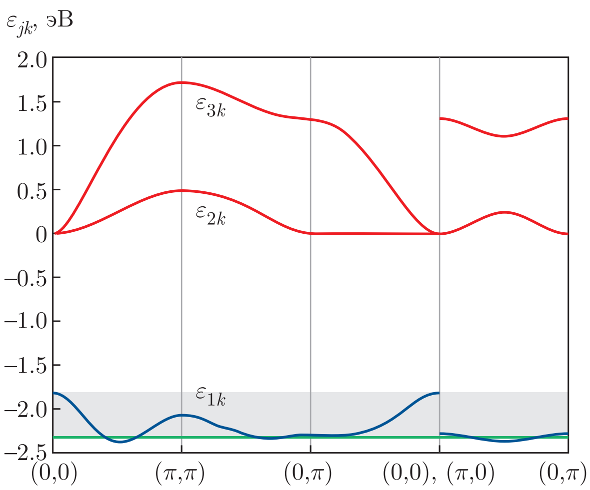

Рис. 1. (В цвете онлайн) СФМ-спектр фермиевских возбуждений в нормальной фазе. Нижняя зона ε_{1k} соответствует спин-поляронным состояниям (синие кривые), формирующимся за счет сильной спин-фермионной связи J. Верхние зоны, ε_{2k} и ε_{3k}, образованы в основном чисто дырочными состояниями. Эти зоны в режиме низкой плотности, когда химический потенциал (зеленая прямая) лежит в нижней спин-поляронной зоне, остаются пустыми. Особенность спин-поляронного спектра характеризуется наличием минимума в окрестности точек $(\pm\pi/2, \pm\pi/2)$ [43, 72]

В работе [46] указанный базис из шести операторов, $a_{k\uparrow}$, $b_{k\uparrow}$, $L_{k\uparrow}$, $a^\dagger_{-k\downarrow}$, $b^\dagger_{-k\downarrow}$ и $L^\dagger_{-k\downarrow}$, использовался для вычисления термодинамических средних, входящих в выражение (6) для сверхпроводящего тока. Расчет проводился в рамках проекционного метода Цванцига – Мори [64, 65], на основе которого в предыдущих работах [39, 42] была реализована концепция спинового полярона. В результате расчета термодинамических средних в формуле (6) и подстановки полученного результата для тока в формулу (7) было найдено выражение для обратного квадрата глубины проникновения. В силу объемности этого выражения мы не станем его воспроизводить здесь полностью, но чуть ниже приведем только ту его часть, которая будет необходима для наших целей.

Пример зависимости $\lambda^{-2}(T)$, полученной в работе [46] для значения легирования $x = 0.17$ на основе самосогласованных численных расчетов уравнения для $j_x(\mathbf{q} = 0)$ (совместно с уравнением для параметра порядка и химического потенциала), продемонстрирован на рис. 2 сплошной кривой. Важным результатом этих численных расчетов стало обнаружение на теоретической зависимости $\lambda^{-2}(T)$ точки перегиба, которая неплохо воспроизвела аналогичную особенность на экспериментальной зависимости, представленной на этом же рис. 2 символами в виде квадратов. Однако физическая причина возникновения точки перегиба на теоретических кривых в цитированных работах не была вскрыта.

Как следует из выражения (7), для ответа на данный вопрос необходимо взять производную по фазе α_x от довольно сложного выражения для тока $j_x(\mathbf{q} = 0)$, полученного ранее [46]. В результате возникает большая совокупность слагаемых, каждое из которых следует проанализировать. К счастью, выписывать все эти слагаемые здесь нет необходимости, поскольку, как показал численный анализ, только одно из них приводит к точке перегиба на кривой $1/\lambda^2(T)$. Это слагаемое имеет вид

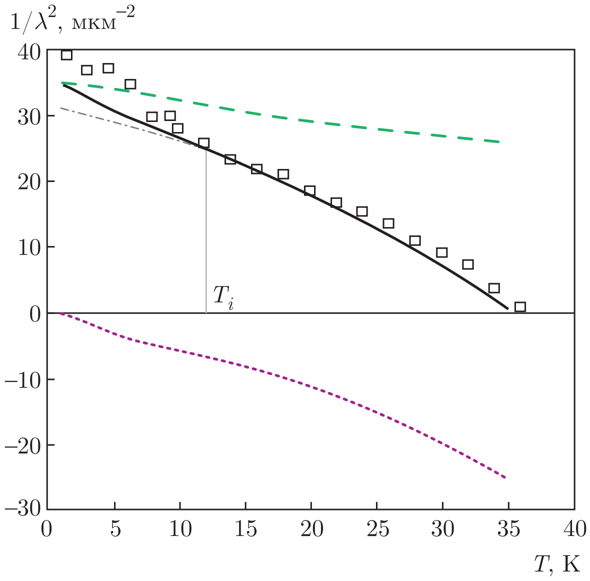

Рис. 2. Точка перегиба на экспериментальной и теоретической температурных зависимостях обратного квадрата лондоновской глубины при $x = 0.17$. Сплошная кривая рассчитана в спин-поляронном подходе, символы — экспериментальные данные для $La_{1.83}Sr_{0.17}CuO_4$ [21, 24]. Штрихпунктирная линия при $T < T_i$ — экстраполяция функции $\lambda^{-2}(T)$ с правой стороны от точки перегиба T_i. Нижняя пунктирная кривая демонстрирует температурную зависимость слагаемого (8), выделенного из правой части выражения (7) для λ^{-2}. Верхняя штриховая кривая отражает сумму остальных слагаемых в правой части формулы (7). Сумма пунктирной и штриховой кривых есть сплошная кривая. Параметры модели (в эВ): $J = 3.4$, $\tau = 0.1$, $I = 0.136$, $t_{pp} = 0.11$, $U_p = 4.0$, $V_2 = 0.12$

$$\frac{3\pi g_x e^2}{\hbar g_y g_z c^2} J^2(\varepsilon_p - \mu)\frac{1}{N} \times \\ \times \sum_k \frac{f'(E_k/T)\sin(k_x)\varepsilon_{2k}\varepsilon_{3k}}{(E_k^2 - \varepsilon_{2k}^2)(E_k^2 - \varepsilon_{3k}^2)} v_{k,x}^{s-p}. \quad (8)$$

В выражении (8) штрих у функции распределения Ферми–Дирака $f(x) = (e^x + 1)^{-1}$ означает ее производную по энергии боголюбовских возбуждений $E_k = \sqrt{(\varepsilon_{1k} - \mu)^2 + |\Delta_k|^2}$, где $|\Delta_k|^2$ — функция щели $d_{x^2-y^2}$-типа симметрии [73]; T — температура. Три ветви спектра ε_{jk} ($j = 1, 2, 3$) описывают зонную структуру спин-поляронных квазичастиц в нормальной фазе (см. рис. 1). Посредством $v_{k,x}^{s-p}$ обозначена проекция скорости спин-поляронных квазичастиц на ось x:

$$v_{k,x}^{s-p} = \frac{1}{\hbar}\frac{d\varepsilon_{1k}}{dk_x}. \quad (9)$$

На рис. 2 пунктирной нижней кривой продемонстрирована температурная зависимость слагаемого (8), выделенного из общего выражения для

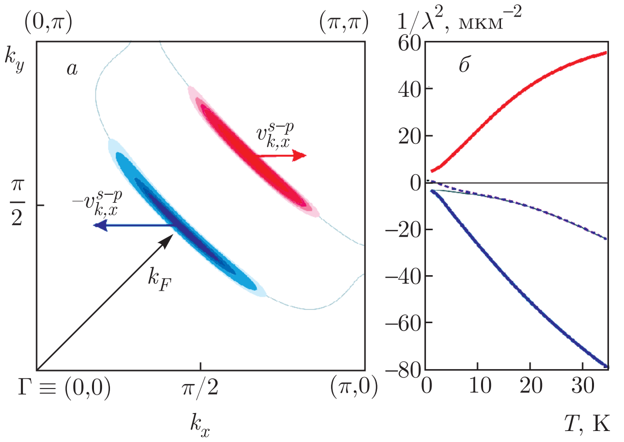

Рис. 3. (В цвете онлайн) Возникновение точки перегиба на зависимости $1/\lambda^2(T)$ в рамках концепции спинового полярона. *а*) Две окрестности точек пересечения линии нулей параметра порядка и поверхности Ферми в первом квадранте зоны Бриллюэна показаны синим и красным цветом (допирование $x = 0.17$ и $T = 20$ K); проекции скоростей на горизонтальную ось для квазичастиц из красной области противоположны по знаку соответствующим проекциям скоростей для квазичастиц из синей области. *б*) Вклады в температурную зависимость выражения (8) от красной и синей областей зоны Бриллюэна обозначены соответственно красным и синим цветом; конкуренция двух этих вкладов в итоге и приводит к появлению точки перегиба на температурной зависимости $\lambda^{-2}(T)$, представленной на рис. 2 сплошной линией, а на рис. 3*б* — штриховой. Параметры модели такие же, как и на рис. 2

λ^{-2}, полный вид которого приведен в работе [46]. В окрестности 12 K на этой кривой наблюдается смена кривизны, отвечающая точке перегиба. Верхней штриховой линией показана температурная зависимость всех остальных вкладов, оставшихся в выражении для λ^{-2} после выделения слагаемого (8). Видно, что температурная зависимость этих вкладов не обнаруживает особенностей, указывающих на наличие точки перегиба. Сплошная линия на рис. 2 является суммой пунктирной и штриховой линий и описывает, как уже говорилось выше, температурную зависимость обратного квадрата лондоновской глубины при легировании $x = 0.17$. Таким образом, мы видим, что наличие точки перегиба на результирующей кривой $\lambda^{-2}(T)$ обусловлено исключительно слагаемым (8).

Анализ структуры выражения (8) позволяет вскрыть причину аномального температурного поведения λ^{-2}. Действительно, поскольку при низких температурах производная функции Ферми–Дирака в формуле (8) пропорциональна дельта-функции, основной вклад в сумме по квазиимпульсу k набирается в окрестности точек зоны Бриллюэна, где E_k обращается в нуль, т. е. на пересечении поверхности Ферми (дырочных карманов) и линий нулей параметра порядка d-типа. В каждом квадранте зоны Бриллюэна таких точек две. На рис. 3*а* окрестности этих точек выделены синим и красным цветом.

Важным обстоятельством для объяснения возникновения точки перегиба на кривой $1/\lambda^2(T)$ является то, что групповые скорости фермиевских квазичастиц в этих двух областях имеют противоположные знаки. Это приводит к тому, что вклады от красной и синей областей в сумму в выражении (8) оказываются противоположными по знаку. Температурные зависимости вкладов в интеграл (8) по отдельности от красной и синей областей (увеличивающихся по площади при возрастании температуры) представлены на рис. 3*б* соответственно красной и синей линиями. Вклад от синей области (расположенной ближе к Г-точке зоны Бриллюэна) — отрицательный, а его зависимость от температуры имеет вогнутый вниз вид. Вклад от красной области (расположенной дальше от Г-точки), напротив, — положительный, а его температурная зависимость выгнута вверх. В результате конкуренции вкладов в интеграл (8) от этих двух областей и возникает точка перегиба на итоговой зависимости $1/\lambda^2(T)$, представленной на рис. 2 сплошной линией.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный в рамках концепции спинового полярона анализ показал, что причина возникновения точки перегиба на температурной зависимости обратного квадрата лондоновской глубины в купратных ВТСП обусловлена особенностями спектра спин-поляронных квазичастиц, связанными с наличием в каждом квадранте зоны Бриллюэна двух точек пересечения поверхности Ферми с линией нулей d-волнового параметра порядка.

Важное значение для появления точки перегиба имеет не только тот факт, что состояния фермиевских спин-поляронных квазичастиц в окрестности отмеченных двух точек пересечения дают конкурирующий по знаку вклад в выражение для $1/\lambda^2$, но и то, что характер температурной зависимости этих вкладов — разный (см. рис. 3*б*). Температурная зависимость вклада от состояний из ближайшей к Г-точке зоны Бриллюэна окрестности (синяя область на рис. 3*а*) имеет вогнутый вниз вид, тогда как температурная зависимость вкладов от удаленной от Г-точки окрестности (красная область на рис. 3*а*) выгнута вверх. Последнее обстоятельство обусловлено разной температурной зависимостью спектрального веса квазичастиц из указанных двух окрестностей точек пересечения поверхности Ферми и линии нулей параметра порядка. Очевидно, что специфика этой зависимости обусловлена спин-поляронной природой фермиевских квазичастиц.

В данной работе анализ причины возникновения точки перегиба на температурной зависимости лондоновской глубины в купратных ВТСП был проведен при значении легирования $x = 0.17$, близком к оптимальному. Выбор этого значения x обусловлен прежде всего тем, что именно в области оптимального легирования точка перегиба экспериментально определяется наиболее четко. С другой стороны, теоретические температурные зависимости λ^{-2}, полученные в работе [46], лучше всего согласуются с экспериментальными кривыми для значений x из интервала $0.12 < x < 0.2$, включающем в себя область оптимального легирования. При этом с увеличением легирования точка перегиба смещается в область более низких температур, а при уменьшении x — в область более высоких T. За пределами интервала $0.12 < x < 0.2$ согласие с экспериментом ухудшается по следующим, как нам видится, причинам: при значениях $x > 0.2$ использованное в работе приближение низкой плотности оказывается недостаточным, а при $x < 0.12$ важными становятся псевдощелевые эффекты, которые в данной теории не учитываются.

Необходимо также сделать следующее замечание относительно топологии поверхности Ферми. Представление о поверхности Ферми в слаболегированных купратных ВТСП в виде четырех дырочных карманов, центрированных в окрестности точек $(\pm\pi/2, \pm\pi/2)$ зоны Бриллюэна, есть результат численных расчетов, основанных по большей части на модельных гамильтонианах. Экспериментально же наблюдается только ближний к Г-точке зоны Бриллюэна край дырочного кармана — так называемые ферми-арки (синяя область на рис. 3*а*). Дальний край дырочного кармана (красная область на рис. 3*а*) обычно (например, в ARPES-экспериментах [74, 75]) не виден. Считается, что спектральный вес этих состояний существенно подавлен вследствие значительного спин-флуктуационного рассеяния [76, 77]. Подавление спектрального веса состояний, отвечающих красной области, приведет, очевидно, к уменьшению их вклада в выражение (8) для $1/\lambda^2$ и, соответственно, к увеличению относительного вклада состояний из синей области. Как видно из сравнения соответствующих кривых на рис. 3*б*, это должно привести к еще большему наклону результирующей зависимости $1/\lambda^2(T)$ в области низких температур, и, как следствие, можно ожидать еще более сильного проявления точки перегиба.

Отметим, наконец, что отличительная черта предложенного в данной работе сценария появления точки перегиба на зависимости $1/\lambda^2(T)$ состоит в отсутствии необходимости модифицировать симметрию d-волнового параметра порядка, например, добавлением s-компоненты, как это было сделано в работах [21, 22]. В рамках спин-поляронного подхода точка перегиба возникает естественным образом, и поэтому ее экспериментальное наблюдение может рассматриваться как обоснование правомерности использования концепции спин-поляронных квазичастиц для описания спектральных и сверхпроводящих свойств купратных сверхпроводников.

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 18-02-00837, 20-32-70059).

ЛИТЕРАТУРА

1. W. N. Hardy, D. A. Bonn, D. C. Morgan, R. Liang, and K. Zhang, Phys. Rev. Lett. **70**, 3999 (1993).

2. M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, Courier Corporation, North Chelmsford, Massachusetts, US (2004).

3. J. R. Schrieffer, *Theory of Superconductivity*, CRC Press, Boca Raton, Florida, US (2018).

4. T. Jacobs, S. Sridhar, Qiang Li, G. D. Gu, and N. Koshizuka, Phys. Rev. Lett. **75**, 4516 (1995).

5. C. Panagopoulos, J. R. Cooper, G. B. Peacock, I. Gameson, P. P. Edwards, W. Schmidbauer, and J. W. Hodby, Phys. Rev. B **53**, R2999(R) (1996).

6. D. M. Broun, D. C. Morgan, R. J. Ormeno, S. F. Lee, A. W. Tyler, A. P. Mackenzie, and J. R. Waldram, Phys. Rev. B **56**, R11443(R) (1997).

7. C. Panagopoulos, J. R. Cooper, and T. Xiang, Phys. Rev. B **57**, 13422 (1998).

8. C. Panagopoulos, B. D. Rainford, J. R. Cooper, W. Lo, J. L. Tallon, J. W. Loram, J. Betouras, Y. S. Wang, and C. W. Chu, Phys. Rev. B **60**, 14617 (1999).

9. R. F. Wang, S. P. Zhao, G. H. Chen, and Q. S. Yang, Appl. Phys. Lett. **75**, 3865 (1999).

10. K. M. Paget, S. Guha, M. Z. Cieplak, I. E. Trofimov, S. J. Turneaure, and T. R. Lemberger, Phys. Rev. B **59**, 641 (1999).

11. A. Hosseini, R. Harris, S. Kamal, P. Dosanjh, J. Preston, R. Liang, W. N. Hardy, and D. A. Bonn, Phys. Rev. B **60**, 1349 (1999).

12. D. M. Broun, W. A. Huttema, P. J. Turner, S. Özcan, B. Morgan, R. Liang, W. N. Hardy, and D. A. Bonn, Phys. Rev. Lett. **99**, 237003 (2007).

13. T. R. Lemberger, I. Hetel, A. Tsukada, and M. Naito, Phys. Rev. B **82**, 214513 (2010).

14. T. R. Lemberger, I. Hetel, A. Tsukada, M. Naito, and M. Randeria, Phys. Rev. B **83**, 140507(R) (2011).

15. A. V. Pronin, T. Fischer, J. Wosnitza, A. Ikeda, and M. Naito, Physica C **473**, 11 (2012).

16. J. E. Sonier, J. Phys. Soc. Jpn. **85**, 091005 (2016).

17. Z. Guguchia, R. Khasanov, A. Shengelaya, E. Pomjakushina, S. J. L. Billinge, A. Amato, E. Morenzoni, and H. Keller, Phys. Rev. B **94**, 214511 (2016).

18. I. Božović, X. He, J. Wu, and A. T. Bollinger, Nature **536**, 309 (2016).

19. J. E. Sonier, J. H. Brewer, R. F. Kiefl, G. D. Morris, R. I. Miller, D. A. Bonn, J. Chakhalian, R. H. Heffner, W. N. Hardy, and R. Liang, Phys. Rev. Lett. **83**, 4156 (1999).

20. A. T. Savici, A. Fukaya, I. M. Gat-Malureanu, T. Ito, P. L. Russo, Y. J. Uemura, C. R. Wiebe, P. P. Kyriakou, G. J. MacDougall, M. T. Rovers, G. M. Luke, K. M. Kojima, M. Goto, S. Uchida, R. Kadono, K. Yamada, S. Tajima, T. Masui, H. Eisaki, N. Kaneko, M. Greven, and G. D. Gu, Phys. Rev. Lett. **95**, 157001 (2005).

21. R. Khasanov, A. Shengelaya, A. Maisuradze, F. La Mattina, A. Bussmann-Holder, H. Keller, and K. A. Müller, Phys. Rev. Lett. **98**, 057007 (2007).

22. R. Khasanov, S. Strässle, D. Di Castro, T. Masui, S. Miyasaka, S. Tajima, A. Bussmann-Holder, and H. Keller, Phys. Rev. Lett. **99**, 237601 (2007).

23. R. Khasanov, A. Shengelaya, J. Karpinski, A. Bussmann-Holder, H. Keller, and K. A. Müller, J. Supercond. Nov. Magn. **21**, 81 (2008).

24. B. M. Wojek, S. Weyeneth, S. Bosma, E. Pomjakushina, and R. Puźniak, Phys. Rev. B **84**, 144521 (2011).

25. W. Anukool, S. Barakat, C. Panagopoulos, and J. R. Cooper, Phys. Rev. B **80**, 024516 (2009).

26. C. Bernhard, Ch. Niedermayer, U. Binninger, A. Hofer, Ch. Wenger, J. L. Tallon, G. V. M. Williams, E. J. Ansaldo, J. I. Budnick, C. E. Stronach, D. R. Noakes, and M. A. Blankson-Mills, Phys. Rev. B **52**, 10488 (1995).

27. P. Zimmermann, H. Keller, S. L. Lee, I. M. Savić, M. Warden, D. Zech, R. Cubitt, E. M. Forgan, E. Kaldis, J. Karpinski, and C. Krüger, Phys. Rev. B **52**, 541 (1995).

28. A. Suter, G. Logvenov, A. V. Boris, F. Baiutti, F. Wrobel, L. Howald, E. Stilp, Z. Salman, T. Prokscha, and B. Keimer, Phys. Rev. B **97**, 134522 (2018).

29. L. Howald, E. Stilp, F. Baiutti, C. Dietl, F. Wrobel, G. Logvenov, T. Prokscha, Z. Salman, N. Wooding, D. Pavuna, H. Keller, and A. Suter, Phys. Rev. B **97**, 094514 (2018).

30. W. N. Hardy, S. Kamal, and D. A. Bonn, *Magnetic Penetration Depths in Cuprates*: *a Short Review of Measurement Techniques and Results*, Springer, Boston, MA (2002), NATO Science Ser. B, Vol. 371.

31. R. Prozorov and R. W. Giannetta, Supercond. Sci. Technol. **19**, R41 (2006).

32. D. R. Harshman and A. T. Fiory, J. Phys.: Condens. Matter **23**, 315702 (2011).

33. A. Valli, G. Sangiovanni, M. Capone, and C. Di Castro, Phys. Rev. B **82**, 132504 (2010).

34. A. F. Barabanov, L. A. Maksimov, and A. V. Mikheyenkov, AIP Conf. Proc. **527**, 1 (2000).

35. В. В. Вальков, Д. М. Дзебисашвили, М. М. Коровушкин, А. Ф. Барабанов, УФН **191**(7) (2021).

36. L. A. Maksimov, A. F. Barabanov, and R. O. Kuzian, Phys. Lett. A **232**, 286 (1997).

37. L. A. Maksimov, R. Hayn, and A. F. Barabanov, Phys. Lett. A **238**, 288 (1998).

38. В. В. Вальков, М. М. Коровушкин, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **88**, 426 (2008) [JETP Lett. **88**, 370 (2008)].

39. А. Ф. Барабанов, В. М. Березовский, Э. Жасинас, Л. А. Максимов, ЖЭТФ **110**, 1480 (1996) [JETP **83**, 819 (1996)].

40. A. F. Barabanov, E. Žsinas, O. V. Urazaev, and L. A. Maksimov, Письма в ЖЭТФ **66**, 173 (1997) [JETP Lett. **66**, 182 (1997)].

41. R. O. Kuzian, R. Hayn, and A. F. Barabanov, Phys. Rev. B **68**, 195106 (2003).

42. А. Ф. Барабанов, Р. Хайн, А. А. Ковалев, О. В. Уразаев, А. М. Белемук, ЖЭТФ **119**, 777 (2001) [JETP **92**, 677 (2001)].

43. Д. М. Дзебисашвили, В. В. Вальков, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **98**, 596 (2013) [JETP Lett. **98**, 528 (2013)].

44. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, and A. F. Barabanov, Phys. Lett. A **379**, 421 (2015).

45. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, M. M. Korovushkin, and A. F. Barabanov, J. Magn. Magn. Mater. **440**, 123 (2017).

46. D. M. Dzebisashvili and K. K. Komarov, Eur. Phys. J. B **91**, 278 (2018).

47. V. J. Emery, Phys. Rev. Lett. **58**, 2794 (1987).

48. C. M. Varma, S. Schmitt-Rink, and E. Abrahams, Sol. St. Comm. **62**, 681 (1987).

49. J. E. Hirsch, Phys. Rev. Lett. **59**, 228 (1987).

50. J. Zaanen and A. M. Oleś, Phys. Rev. B **37**, 9423 (1988).

51. V. J. Emery and G. Reiter, Phys. Rev. B **38**, 4547 (1988).

52. P. Prelovšek, Phys. Lett. A **126**, 287 (1988).

53. E. B. Stechel and D. R. Jennison, Phys. Rev. B **38**, 4632 (1988).

54. А. Ф. Барабанов, Л. А. Максимов, Г. В. Уймин, ЖЭТФ **96**, 665 (1989) [Sov. Phys. JETP **69**, 371 (1989)].

55. V. V. Val'kov, T. A. Val'kova, D. M. Dzebisashvili, and S. G. Ovchinnikov, Mod. Phys. Lett. B **17**, 441 (2003).

56. K. K. Komarov and D. M. Dzebisashvili, Phys. Scr. **95**, 065806 (2020).

57. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, and A. F. Barabanov, J. Low Temp. Phys. **181**, 134 (2015).

58. В. В. Вальков, Д. М. Дзебисашвили, М. М. Коровушкин, А. Ф. Барабанов, ЖЭТФ **152**, 957 (2017) [JETP **125**, 810 (2017)].

59. C. W. Chu, L. Z. Deng, and B. Lv, Physica C **514**, 290 (2015).

60. R. E. Peierls, Z. Phys. **80**, 763 (1933).

61. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч. 2, Физматлит, Москва (2015).

62. M. V. Eremin, I. A. Larionov, and I. E. Lyubin, J. Phys.: Condens. Matter **22**, 185704 (2010).

63. Zh. Huang, H. Zhao, and Sh. Feng, Phys. Rev. B **83**, 144524 (2011).

64. R. Zwanzig, Phys. Rev. **124**, 983 (1961).

65. H. Mori, Prog. Theor. Phys. **33**, 423 (1965).

66. G. Shirane, Y. Endoh, R. J. Birgeneau, M. A. Kastner, Y. Hidaka, M. Oda, M. Suzuki, and T. Murakami, Phys. Rev. Lett. **59**, 1613 (1987).

67. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, and A. F. Barabanov, J. Supercond. Nov. Magn. **29**, 1049 (2016).

68. M. S. Hybertsen, M. Schlüter, and N. E. Christensen, Phys. Rev. B **39**, 9028 (1989).

69. A. K. McMahan, J. F. Annett, and R. M. Martin, Phys. Rev. B **10**, 6268 (1990).

70. M. H. Fischer, Phys. Rev. B **84**, 144502 (2011).

71. R. O. Zaitsev, Phys. Lett. A **134**, 199 (1988).

72. A. F. Barabanov, V. M. Beresovsky, E. Žasinas, and L. A. Maksimov, Physica C **252**, 308 (1995).

73. В. В. Вальков, Д. М. Дзебисашвили, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **104**, 745 (2016) [JETP Lett. **104**, 730 (2016)].

74. A. Damascelli, Z. Hussain, and Zh.-X. Shen, Rev. Mod. Phys. **75**, 473 (2003).

75. T. Yoshida, X. J. Zhou, D. H. Lu, S. Komiya, Yo. Ando, H. Eisaki, T. Kakeshita, S. Uchida, Z. Hussain, Z.-X. Shen, and A. Fujimori, J. Phys.: Condens. Matter **19**, 125209 (2007).

76. N. Doiron-Leyraud, C. Proust, D. LeBoeuf, J. Levallois, J.-B. Bonnemaison, R. Liang, D. A. Bonn, W. N. Hardy, and L. Taillefer, Nature **447**, 565 (2007).

77. E. Razzoli, Y. Sassa, G. Drachuck, M. Mansson, A. Keren, M. Shay, M. H. Berntsen, O. Tjernberg, M. Radovic, J. Chang, S. Pailhés, N. Momono, M. Oda, M. Ido, O. J. Lipscombe, S. M. Hayden, L. Patthey, J. Mesot, and M. Shi, New J. Phys. **12**, 125003 (2010).