

СКОРОСТЬ ТУННЕЛЬНОЙ ИОНИЗАЦИИ В СИЛЬНОМ ПОЛЕ В ТЕОРИИ ПЕРЕХОДОВ ЛАНДАУ – ДЫХНЕ

В. М. Петрович^а, Х. С. Делибашич^{а}, И. Д. Петрович^б*

^а *University of Kragujevac, Faculty of Science
34000, Kragujevac, Serbia*

^б *University of Kragujevac, Technical Collage of Applied Studies
34000, Kragujevac, Serbia*

Поступила в редакцию 24 декабря 2020 г.,
после переработки 24 декабря 2020 г.
Принята к публикации 13 января 2021 г.

(Перевод с английского)

STRONG-FIELD TUNNELING IONIZATION RATE BASED ON LANDAU–DYKHNE TRANSITION THEORY

V. M. Petrović, H. S. Delibašić, I. D. Petrović

С помощью теории переходов Ландау–Дыхне исследована ионизация атома гелия и подобных ему атомов в поле линейно-поляризованного лазерного излучения низкой частоты. С учетом кулоновской поправки и взаимодействия электронов в основном состоянии получено выражение для скорости туннельных переходов, вызванных импульсами линейно-поляризованного излучения с тригонометрической формой огибающей. Проведено сравнение этой зависимости с результатами теории Аммосова–Делоне–Крайнова. Полученная зависимость имеет правильную форму, но скорость ионизации превышает результат теории Аммосова–Делоне–Крайнова. В дополнение к этому проведено исследование при различных длинах волн, а также при учете пондеромоторного сдвига в потенциале ионизации. Проведенный анализ показывает, что учет дополнительных членов в потенциале ионизации приводит к уменьшению скорости переходов. Эта скорость зависит от формы лазерных импульсов. Согласно нашим расчетам скорость ионизации также сильно зависит от длины волны лазерного излучения (его частоты) и от параболической координаты.

DOI: 10.31857/S0044451021070014

1. ВВЕДЕНИЕ

Результатом исследований взаимодействия лазерного излучения и атомов, выполненных за последние три десятилетия, стало общее понимание нелинейных оптических явлений вне рамок теории возмущения, таких как генерация гармоник высокого порядка, оптическое отражение, смешивание частот и самофокусировка света [1, 2]. Объяснение физической картины этих процессов включает меха-

низм фотоионизации, который необходимо детально изучить как с теоретической, так и с экспериментальной точек зрения [3, 4].

Зависимость вероятности ионизации (скорости ионизации) от потенциала ионизации и свойств поля лазерного излучения была теоретически исследована в работе Келдыша [5]. В ней ионизация понималась как покидание валентным электроном атома или молекулы под воздействием поля лазерного излучения большой напряженности при поглощении нескольких фотонов (многофотонная ионизация) или в результате туннелирования под потенциальным барьером, который создается благодаря

* E-mail: hristina.delibasic@pmf.kg.ac.rs

действию кулоновских сил и полю лазерного излучения (туннельная ионизация). Для того чтобы различить эти два механизма фотоионизации, был введен параметр Келдыша γ , который представляет собой отношение частоты туннелирования ω_t и угловой частоты лазерного излучения ω , $\gamma = \omega_t/\omega$ [5]. Этот параметр можно выразить как отношение характерного атомного импульса $\sqrt{2mI_p}$ и импульса eF/ω , приобретенного в электрическом поле, $\gamma = \omega\sqrt{2mI_p}/eF$, где I_p — это потенциал ионизации, а F — напряженность электрического поля. В атомных единицах ($e = m = \hbar = 1$), которые будут использоваться в этой статье, параметр Келдыша записывается в виде $\gamma = \omega\sqrt{2I_p}/F$. Механизм туннельной фотоионизации преобладает при $\gamma \ll 1$, а механизм многофотонной ионизации преобладает при $\gamma \gg 1$. При $\gamma \sim 1$ режим, в котором находится система, является промежуточным. Определение режимов важно для хорошего понимания разнообразных явлений, обусловленных ионизацией в сильном поле.

Следуя пионерской работе Келдыша, были получены многочисленные аналитические выражения, описывающие скорости ионизации атомов и молекул. Один из таких результатов, известный как ППТ (Переломов, Попов, Терентьев) [6], весьма хорошо описывает экспериментально измеренные зависимости скоростей ионизации в многофотонном и туннельном режимах. В исследовании [6] была предложена более точная модель для расчета скорости ионизации, в которой учитывается кулоновское взаимодействие покидающего атом фотоэлектрона и иона. Позднее Аммосов, Делоне и Крайнов уточнили формулы, выведенные для сложных атомов и ионов в так называемом туннельном режиме, и получили наиболее часто используемое выражение для скорости ионизации, АДК. В случае линейно-поляризованного поля лазерного излучения и ненулевого начального импульса, $p \neq 0$, скорость ионизации дается выражением

$$W_{ADK}(F_0, \omega, p, \eta) \sim \exp \left[-\frac{2Z^3}{3F_0 n^{*3}} - \frac{p(F_0, \eta)^2 \gamma(F_0, \eta)^3}{3\omega} \right],$$

см. [7], где n^* обозначает эффективное квантовое число, $n^* = Z/2I_p$, а Z — заряд иона. Из приведенного выражения следует, что скорость перехода $W_{ADK}(F_0, \omega, p, \eta)$ зависит от второй степени начального импульса $p(F_0, \eta)$ испускаемых фотоэлектронов и от параметра Келдыша $\gamma(F_0, \eta)$, а также от эффективного квантового числа n^* и интенсивности

поля лазерного излучения F_0 . Справедливость этого выражения была многократно проверена экспериментально [8, 9], а также подтверждена сравнением с результатами вычислений, использующих зависящее от времени уравнение Шредингера. Следует заметить, что АДК-теория хорошо описывает экспериментальные данные для инертных газов (одним из них является гелий) только при $\gamma < 0.5$ [10]. В остальных случаях теория переоценивает экспериментальную величину и предсказание АДК не совпадает с результатами экспериментов. Причиной этого является тот факт, что при $\gamma > 1$ время туннелирования электрона становится гораздо больше, чем период оптических колебаний, и квазистатическое приближение перестает работать даже при сильном подавлении кулоновского барьера [9].

После получения Аммосовым, Делоне и Крайновым аналитического выражения для скорости туннельной ионизации [7] многие авторы пытались уточнить его [11–13]. В результате было выдвинуто и разработано множество других теорий, например, теория квантовых переходов Ландау–Дыхне (ЛД) [14], теория неадиабатической туннельной ионизации (НТИ) [15] и асимптотическая теория в режиме слабого поля (СЛП) [16]. В дальнейшем теория НТИ детально разрабатывалась Юдиным и Ивановым [15] в предположении нулевого начального импульса испускаемого электрона (экспериментальные исследования НТИ проводились, например, в работах [17–19]). Ими было получено простое выражение в замкнутой форме для скорости ионизации как функции мгновенной фазы лазерного излучения для произвольных значений γ в обычном приближении сильного поля (СП). Приближение СЛП было впервые использовано в работе Опенгеймера [20], но лишь через 50 лет после этого было получено правильное выражение для асимптотической зависимости скорости ионизации простейшей системы, содержащей водород в основном состоянии [21]. Несмотря на значительную работу, проделанную в этой области, до сих пор отсутствует общепринятая формула, и дебаты продолжаются. Настоящая работа посвящена изучению разновидности ЛД-теории [14], которая характеризуется достаточной простотой и точностью.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В настоящей статье исследуется двухэлектронная система (нейтральный атом гелия и подобные ему атомы), которая является предельным случа-

ем задачи многих тел, взаимодействующих с линейно-поляризованным лазерным излучением. Целью работы является выяснение влияния интенсивности лазерного излучения, формы луча и длины волны (частоты) на скорость туннельной фотоионизации. Для этого нами была получена аналитическая формула для конкретного профиля лазерного импульса и проведено сравнение с результатом широко применяемой АДК-теории, а также с некоторыми доступными экспериментальными результатами.

Следуя работе [22], мы использовали ЛД-теорию [14, 21], которая широко применяется в различных областях физики, где исследуемая система подвергается воздействию поля сильного лазерного излучения. Необходимое условие применимости ЛД-теории состоит в том, что энергия фотона ω должна быть мала по сравнению с энергией ионизации I_p . Как было установлено Дыхне [14], если гамильтониан системы $\hat{H}(t)$ является медленноменяющейся функцией времени и

$$\hat{H}(t)\Psi_n(t) = \hat{E}(t)\Psi_n(t), \quad n = i, f$$

(где i и f обозначают начальное (связанное) и конечное состояния соответственно), вероятность перехода $\Psi_i \rightarrow \Psi_f$, $W(F, \omega, p)$, выражается через мнимую часть классического действия S следующей формулой:

$$W(F, \omega, p) \propto \exp[-2 \operatorname{Im}(S)],$$

где

$$S = \int_0^\tau [E_f(t) - E_i(t)] dt.$$

Здесь комплексное значение τ является точкой поворота в комплексной плоскости времени. Для его нахождения используются метод седловой точки и условие равенства начальной и конечной энергий $E_i(\tau) = E_f(\tau)$.

Как указывалось ранее, в общем случае линейно-поляризованное поле лазерного излучения записывается в виде

$$F(t) = F_0 f(t) \cos(\omega t + \varphi),$$

где $f(t)$ — нормированная огибающая функция [23]. В нашей работе исследуются импульсы с тригонометрической формой огибающей

$$f(t) = \sin(\omega t + \varphi)$$

[24], F_0 — пиковая амплитуда, а φ — фаза несущей огибающей (ФНО), которая для циклов большого количества импульсов полагается равной нулю [25].

Векторный потенциал определяется согласно работе [26],

$$A(t) = c \int F(t) dt,$$

и имеет следующий вид:

$$A(t) = -\frac{cF_0}{4\omega} \cos(2\omega t),$$

где c — скорость света.

Согласно подходу, сформулированному в работах [14, 22], нами была использована ЛД-теория с заданными значениями E_i и $E_f(t)$. В начальном состоянии мы учли электрон-электронные корреляции [27] (второй член в выражении E_i), а в конечном состоянии была учтена кулоновская поправка (второй член в выражении $E_f(t)$ в параболических координатах η) [28]. В итоге

$$E_i = -I_p + \frac{5Z}{8},$$

где Z — заряд иона, а

$$E_f = \frac{1}{2} \left(p - \frac{A(t)}{c} \right)^2 - \frac{(2n_2 + |m| + 1)\sqrt{2I_p}}{\eta}.$$

Кулоновский член приводит к появлению параболического n_2 и магнитного m квантовых чисел [26].

Время поворота τ определяется на комплексной плоскости с помощью седловой точки из уравнения $E_i(\tau) = E_f(\tau)$ [14, 22]:

$$-I_p + \frac{5Z}{8} = \frac{1}{2} \left(p - \frac{A(t)}{c} \right)^2 - \frac{(2n_2 + |m| + 1)\sqrt{2I_p}}{\eta}. \quad (1)$$

Тригонометрическую функцию $\cos(2\omega\tau)$ можно разложить в ряд Маклорена (используются лишь первые два члена разложения, остальными членами пренебрегаем). В результате последовательных преобразований из уравнения (1) можно получить выражение для точки поворота τ в комплексном виде:

$$\tau = \frac{\pi}{4\omega} + \frac{2p}{F_0} - \frac{32\omega^2 D(\eta)p}{F_0^3} + \frac{16\omega^2 p^3}{3F_0^3} - i \left(\frac{2\sqrt{2D(\eta)}}{F_0} - \frac{32\sqrt{2}\omega^2 D(\eta)\sqrt{D(\eta)}}{3F_0^3} + \frac{16\omega^2 p^2 \sqrt{2D(\eta)}}{F_0^3} \right). \quad (2)$$

Для упрощения записи было введено следующее обозначение:

$$D(\eta) = I_p - \frac{5Z}{8} - \frac{1}{2} \left(p - \frac{A(t)}{c} \right)^2 - \frac{(2n_2 + |m| + 1)\sqrt{2I_p}}{\eta},$$

где $D(\eta)$ является поправкой к I_p и может рассматриваться как некоторый эффективный потенциал ионизации. Согласно уравнению (2) точка поворота на комплексной плоскости зависит от величины электрического поля F_0 , угловой частоты ω и от начального импульса испускаемых фотоэлектронов в области вне барьера, который можно выразить через параболическую координату η :

$$p(F_0, \eta) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{F_0 \eta - 1} - \frac{1}{\eta \sqrt{F_0 \eta - 1}} \right)$$

[29, 30]. Если полная энергия системы не зависит от координаты η , импульс сохраняется вдоль классической траектории, $p_\eta = p$ [29].

Подставляя уравнение (2) в формулу для скорости перехода

$$W(F, \omega, p) \propto \exp[-2 \operatorname{Im}(S)]$$

и интегрируя по времени, разделяя действительную и мнимую части (нас интересует только мнимая часть, содержащая $1/F^n$, $n \leq 3$), находим

$$W(F_0, \omega, p, \eta) \sim \exp \left[-2 \left(\frac{2D(\eta)\gamma'(F_0, \eta)}{3\omega} - \frac{\sqrt{D(\eta)}F_0\pi^2}{32\omega^2} + \frac{\sqrt[3]{2D(\eta)}}{5F_0} - \frac{2p}{\omega}(F_0, \eta)^2\gamma'(F_0, \eta) \left(1 - \frac{80D(\eta)\omega^2}{3} \right) \right) \right]. \quad (3)$$

Получаемое в результате выражение для скорости перехода $W(F_0, \omega, p, \eta)$ имеет компактную форму, в которой не содержится суммирование рядов и интегрирование. Оно состоит из двух частей: первой, не зависящей от начального импульса испускаемых фотоэлектронов $p(F_0, \eta)$, и второй, которая зависит от импульса. На часть, не зависящую от импульса, сильно влияют эффективный потенциал ионизации $D(\eta)$, а также напряженность электрического поля F_0 и угловая частота ω . Введем модифицированный параметр Келдыша

$$\gamma'(F_0, \eta) = (\omega \sqrt{2D(\eta)}) / (F_0),$$

который учитывает поправку в потенциале ионизации $D(\eta)$. Оставшаяся часть зависит от квадрата начального импульса $p(F_0, \eta)^2$ как

$$\frac{2p(F_0, \eta)^2\gamma'(F_0, \eta)}{\omega} \left(1 - \frac{80D(\eta)\omega^2}{3} \right).$$

Мы предполагаем, что импульсы достаточно малы, так что четвертой и более высокими степенями можно пренебречь по сравнению со второй степенью.

Для сравнения экспериментальных данных с теорией следует отметить существенность таких не связанных напрямую с актом элементарной ионизации факторов как пондеромоторное ускорение испускаемых электронов и насыщение вероятности ионизации [31, 32]. Чтобы учесть их влияние на скорость перехода, мы включили пондеромоторный потенциал U_p в уравнении (3). Для поля с линейной поляризацией при усреднении кинетической энергии электрона во времени пондеромоторный потенциал дается следующим выражением: $U_p(F_0, \omega) = F_0^2/4c^2$ [31]. В соответствии с этим выражением во всех приведенных выше формулах мы заменили потенциал ионизации I_p на значение $I_p^{corr} = I_p + F_0^2/4c^2$, учитывающее поправку. Новые обозначения имеют вид

$$D^{eff}(F_0, \omega, \eta) = I_p^{corr} - \frac{5Z}{8} + \frac{(2n_2 + |m| + 1)\sqrt{2I_p}}{\eta}$$

и

$$\gamma'^{eff}(F_0, \omega, \eta) = \frac{\omega \sqrt{2D^{eff}(F_0, \omega, \eta)}}{F_0}.$$

Основываясь на сказанном выше, уравнение (3) можно переписать в следующем виде:

$$W^{corr}(F_0, \omega, p, \eta) \sim \exp \left[-2 \left(\frac{2}{3\omega} D^{eff}(F_0, \omega, \eta)\gamma'^{eff}(F_0, \omega, \eta) - \frac{\sqrt{D^{eff}(F_0, \omega, \eta)}F_0\pi^2}{32\omega^2} + \frac{\sqrt[3]{2D^{eff}(F_0, \omega, \eta)}}{5F_0} - \frac{2p}{\omega}(F_0, \eta)^2\gamma'^{eff}(F_0, \omega, \eta) \times \left(1 - \frac{80D^{eff}(F_0, \omega, \eta)\omega^2}{3} \right) \right) \right]. \quad (4)$$

Штарковским сдвигом атомных уровней в слабых полях при условии непрерывности границы можно пренебречь [22].

Скорость однократной фотоионизации может быть рассчитана и по стандартным формулам АДК-теории туннельной ионизации. Для лазерного излучения с линейной поляризацией и ненулевого начального импульса p скорость ионизации дается следующим выражением [7]:

$$W_{ADK}(F_0, \omega, p, \eta) \sim \exp \left[-\frac{2Z^3}{3F_0 n^{*3}} - \frac{p(F_0, \eta)^2\gamma(F_0, \eta)^3}{3\omega} \right]. \quad (5)$$

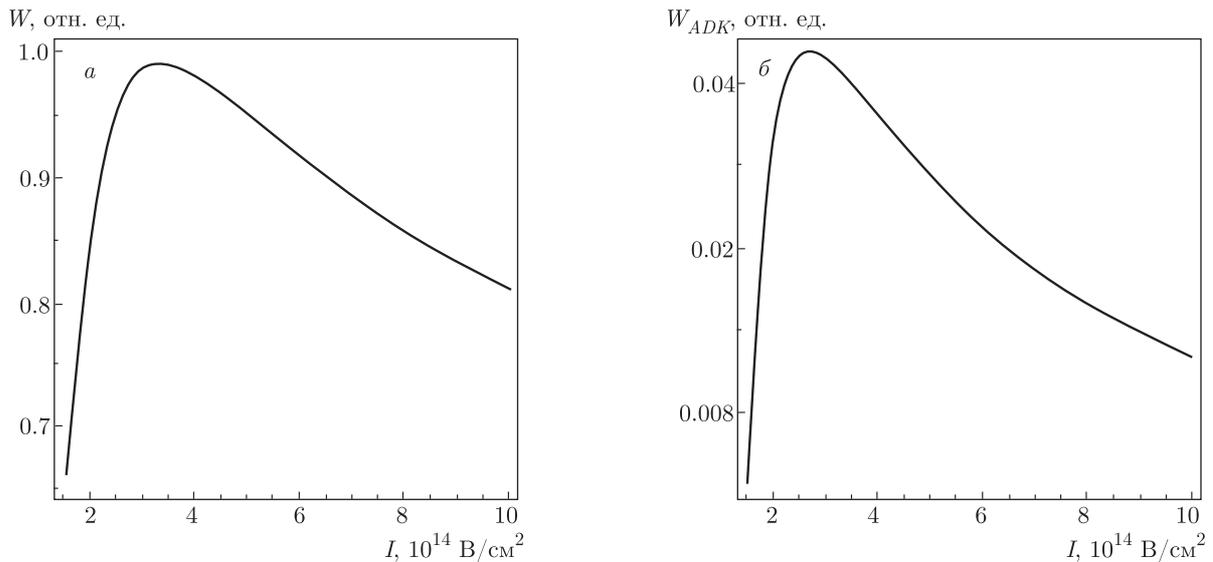


Рис. 1. Скорости ионизации $W(F_0, \omega, p, \eta)$ (а) и $W_{ADK}(F_0, \omega, p, \eta)$ (б) как функция интенсивности лазерного излучения $I = (1 \cdot 10^{14} - 1 \cdot 10^{15}) \text{ Вт/см}^2$. Параболическая координата принимает значение $\eta = 20$, начальный импульс испускаемых фотоэлектронов меняется в диапазоне $p = (0.2 - 0.8)$ ат. ед. Все теоретические кривые построены для угловой частоты $\omega = 0.0569$ ат. ед. ($\lambda = 800 \text{ нм}$)

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В этой работе для исследования ионизации атома гелия и ему подобных атомов нами предложено выражение для импульсов с тригонометрической формой огибающей. Проанализировано, как профиль лазерного луча влияет на скорость однократной фотоионизации. Импульсы лазерного излучения предполагаются короткими. Мы использовали лазерное излучение с длинами волн 800 нм, 1000 нм и 1200 нм и соответствующими угловыми частотами 0.0569 ат. ед., 0.0455 ат. ед. и 0.0379 ат. ед. Параметр Келдыша γ был рассчитан в зависимости от интенсивности поля I ($F_0 \sim \sqrt{I}$), которая менялась в интервале $10^{14} \text{ Вт/см}^2 < I < 10^{15} \text{ Вт/см}^2$. Выбранные параметры ограничивают значения γ диапазоном, который характерен для туннельной ионизации $\gamma \ll 1$. В завершение мы проанализировали, как на скорость ионизации влияют поправки, модифицирующие потенциал ионизации. Приводятся обсуждение и сравнение наших результатов с предсказаниями АДК-теории и имеющимися экспериментальными результатами.

Чтобы проанализировать применимость полученных нами формул для описания туннельной ионизации, на рис. 1 приводится сравнение наших результатов (уравнение (3), рис. 1а) и кривой по АДК-теории (уравнение (5), рис. 1б). Для расче-

та обеих кривых начальный импульс предполагался ненулевым.

На рис. 1а видно, что теоретическая кривая, полученная нами, демонстрирует типичную зависимость туннельного типа, и ее согласие с кривой АДК-теории, вообще говоря, весьма неплохое. Ширина нашей кривой больше, чем предсказано АДК-теорией (рис. 1б), и она имеет менее резко выраженную форму. Это демонстрирует существенное влияние формы лазерного луча на скорость ионизации. Можно сделать вывод, что сдвиг и уширение нашей кривой непосредственно связаны с параметрами источников лазерного излучения, что согласуется с результатами [7, 31, 32]. Для сравнения кривых мы использовали одни и те же единицы, что сохраняет количественное соотношение между ними. Обе зависимости демонстрируют экспоненциальный рост, достигают максимального значения, а затем убывают, пока поле не достигнет насыщения (при значениях $I \sim 1 \cdot 10^{15} \text{ Вт/см}^2$). Область насыщения соответствует результатам [29]. Оба пика располагаются почти при одном и том же значении интенсивности поля примерно $3 \cdot 10^{14} \text{ Вт/см}^2$. Расчеты по нашей формуле совпадают с результатами численного моделирования [30] и с экспериментальными данными [33] в диапазоне интенсивностей около $5 \cdot 10^{14} \text{ Вт/см}^2$, а при более высоких интенсивностях возникает отклонение в соответствии с [29]. Причи-

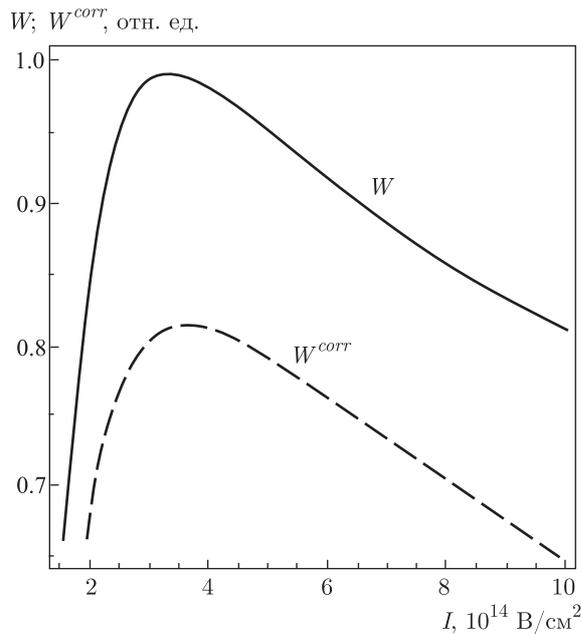


Рис. 2. Сравнение скоростей ионизации как функций интенсивности лазерного излучения $I = (1 \cdot 10^{14} - 1 \cdot 10^{15})$ Вт/см² для $W(F_0, \omega, p, \eta)$ и $W^{corr}(F_0, \omega, p, \eta)$ при фиксированном значении параболической координаты $\eta = 20$. Угловая частота $\omega = 0.0569$ ат. ед. ($\lambda = 800$ нм), а начальные импульсы испускаемых фотоэлектронов лежат в интервале $p = (0.2 - 0.8)$ ат. ед.

на этого отклонения при больших интенсивностях может заключаться в том, что выражение для скорости ионизации в [29] выведено в предположении малости импульса испущенного электрона, которым можно пренебречь [12, 13].

Далее анализируется влияние пондеромоторного потенциала U_p на скорость туннельной ионизации $W(F_0, \omega, p, \eta)$. На рис. 2 приведены кривые, полученные согласно уравнениям (3), (4).

Согласно теоретическим кривым $W(F_0, \omega, p, \eta)$ и $W^{corr}(F_0, \omega, p, \eta)$, построенным на рис. 2, учет пондеромоторного потенциала U_p приводит к уменьшению скорости ионизации (штриховая линия) по сравнению с исходной кривой (уравнение (3), сплошная линия). Максимальное значение скорости ионизации с учетом поправки съезжает ниже и правее в область больших интенсивностей лазерного излучения. Максимум исходной кривой располагается при значении примерно $3 \cdot 10^{14}$ Вт/см², а на кривой с учетом поправки он достигается примерно при $3.8 \cdot 10^{14}$ Вт/см². Такое уменьшение обусловлено тем, что часть энергии фотонов «тратится» на сообщение испускаемому электрону начального импульса

и колебательной энергии. Это приводит к снижению скорости фотоионизации [29].

Мы также построили скорость ионизации $W(F_0, \omega, p, \eta)$ (уравнение (3)) в зависимости от интенсивности лазерного излучения при различных длинах волн. Скорость рассчитана для выбранных значений длинноволнового диапазона 800 нм, 1000 нм и 1200 нм. Результаты показаны на рис. 3. Вычисления проводились при исходных условиях, т.е. для невозмущенного значения потенциала ионизации I_p .

На рис. 3 видно, что скорость ионизации $W(F_0, \omega, p, \eta)$ зависит от длины волны. Лазерное излучение более коротких длин волн дает большие значения скорости ионизации при всех значениях интенсивности излучения. Такое поведение соответствует работе [34]. Наши расчеты показывают, что соответствующий сдвиг скоростей уменьшается при увеличении длин волн, что согласуется с результатами, полученными в [27, 34]. Кривые, соответствующие разным длинам волн, ведут себя качественно одинаково. Как видно на рис. 3, любая из этих кривых сначала возрастает, достигает максимального значения, а затем убывает с ростом интенсивности лазерного излучения. Примечательно, что величина и положение максимума зависят от длины волны (частоты) лазерного излучения. Для длин волн 800 нм, 1000 нм и 1200 нм максимум располагается соответственно при $2.91 \cdot 10^{14}$ Вт/см², $3.01 \cdot 10^{14}$ Вт/см² и $3.14 \cdot 10^{14}$ Вт/см². Эти результаты соответствуют ожиданиям, поскольку согласно работе [28] пондеромоторная энергия увеличивается с уменьшением длины волны, ограничивая вероятность туннельной ионизации. При больших длинах волн и большом колебательном радиусе, когда пондеромоторной энергией можно пренебречь, скорость ионизации достигает насыщения и начинает убывать с ростом интенсивности лазерного излучения. Кроме того, видно, что линии, соответствующие разным длинам волн, совпадают приблизительно при 10^{14} Вт/см². Сравнение наших теоретических результатов с результатами эксперимента показывает их хорошее согласие [29].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе исследовалась туннельная ионизация двухэлектронных атомов. Была получена удобная формула для скорости однократной туннельной ионизации атома гелия и ему подобных атомов в поле линейно-поляризованного лазер-

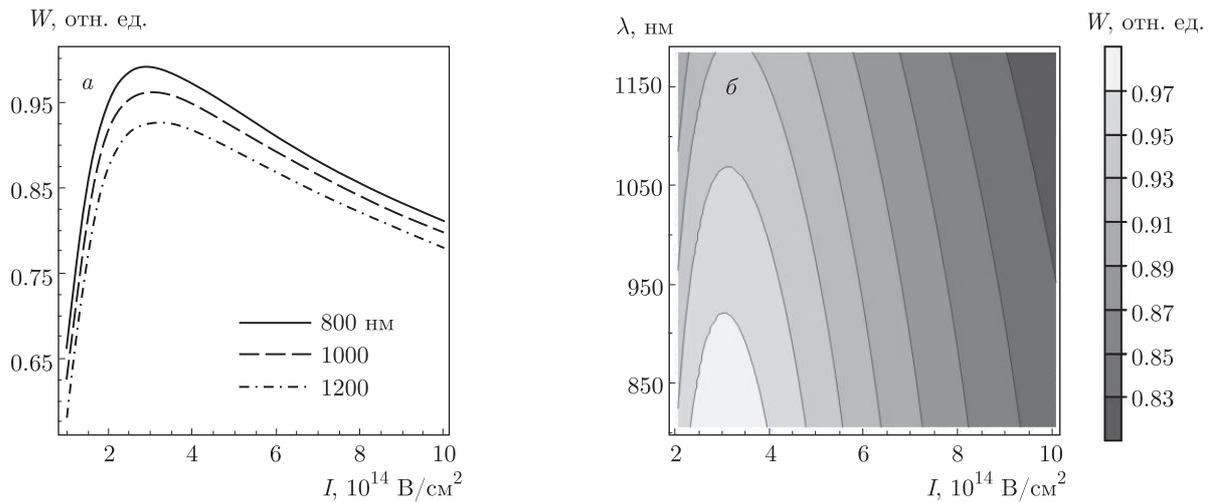


Рис. 3. а) Скорость ионизации $W(F_0, \omega, p, \eta)$ как функция интенсивности лазерного излучения I при фиксированных значениях длин волн λ , б) контурный график для скорости ионизации $W(F_0, \omega, p, \eta)$ как функции интенсивности лазерного излучения и длины волн λ (800 нм–1200 нм). Значение параболической координаты фиксировано $\eta = 20$, а интенсивность лазерного излучения и начальный импульс испускаемых фотоэлектронов меняются в интервалах $I = (1 \cdot 10^{14} - 1 \cdot 10^{15})$ Вт/см² и $p = (0.2 - 0.8)$ ат. ед.

ного излучения в нерелятивистском режиме. Полученная нами формула хорошо согласуется с теоретическими и экспериментальными данными в области малых полей и имеет ожидаемую форму. Продemonстрировано, что конкретная форма лазерного импульса оказывает влияние на скорость ионизации. В наших расчетах учитывался пондеромоторный потенциал электрона в поле лазерного излучения, а сдвиг Штарка не учитывался. Показано, что получаемые результаты сильно зависят от длины волны лазерного излучения, от параболической координаты и от интенсивности. Как следует из полученных теоретических зависимостей, все эти параметры влияют на величину скорости ионизации. Описанная теоретическая модель может быть использована для атомов других инертных газов, что послужит ее дальнейшей верификации.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке министерства Образования, Науки и Технологического Развития республики Сербия (грант № 451-03-68/2020-14/200122) и гранта Европейского Содружества в Области Науки и Технологий COST CA18222 «Атмосекундная Химия».

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Xia, C. Kim, F. Lu et al., *Opt. Express* **26**, 29393 (2018).
2. N. J. Dawson and M. Kounta, *J. Nonlinear Opt. Phys. Mater.* **28**, 1950033 (2019).
3. A. V. Andreev, O. A. Shoutova, and V. A. Makarov, In *ICONO 2005: Nonlinear Optical Phenomena* **6259**, 625901 (2006).
4. Y. H. Lai, J. Xu, U. B. Szafruga et al., *Phys. Rev. A* **96**, (2017).
5. Л. В. Келдыш, *ЖЭТФ* **47**, 1945 (1964).
6. A. M. Perelomov, V. S. Popov, and M. V. Terent'ev, *Sov. Phys. JETP* **24**, 207 (1967).
7. M. V. Ammosov, N. B. Delone, and V. P. Krainov, *ЖЭТФ* **91**, 2008 (1986).
8. H. Ni, U. Saalman, and J. M. Rost, *Phys. Rev. A* **97**, 013426 (2018).
9. R. Wang, Q. Zhang, D. Li et al., *Opt. Express* **27**, 647 (2019).
10. Y. Z. Fu, S. F. Zhao, and X. X. Zhou, *Chin. Phys. B* **21**, 113101 (2012).
11. N. Abro, K. Wang, X. Zhu, B. Li, and C. Jin, *Phys. Rev. A* **98**, 023411 (2018).
12. R. Sun, X. Lai, W. Quan et al., *Phys. Rev. A* **98**, 053418 (2018).
13. S. Luo, M. Li, W. Xie et al., *Phys. Rev. A* **99**, 053422 (2019).

14. A. M. Dykhne, *Sov. Phys. JETP* **14**, 1 (1962).
15. G. L. Yudin and M. Y. Ivanov, *Phys. Rev. A* **64**, 013409 (2001).
16. L. B. Madsen, O. I. Tolstikhin, and T. Morishita, *Phys. Rev. A* **85**, 053404 (2012).
17. I. Barth and O. Smirnova, *Phys. Rev. A* **87**, 065401 (2013).
18. M. Li, M. M. Liu, J. W. Geng et al., *Phys. Rev. A* **95**, 053425 (2017).
19. K. Liu, S. Luo, M. Li et al., *Phys. Rev. Lett.* **122**, 053202 (2019).
20. J. R. Oppenheimer, *Phys. Rev.* **31**, 66 (1928).
21. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics (Nonrelativistic Theory)*, Pergamon, Oxford (1977).
22. D. I. Bondar, W. K. Liu et al., *Phys. Rev. A* **79** (2009).
23. C. D. Lin, C. Jin, A. T. Le, and H. Wei, *Attosecond and Strong-Field Physics: Principles and Applications*, Cambridge Univ. Press (2018), pp. 86.
24. I. Barth and M. Lein, *J. Phys. B* **47**, 204016 (2014).
25. M. Harooni, *High Power Laser Systems (BoD—Books on Demand, 2018)*.
26. V. P. Krainov, *J. Opt. Soc. Amer. B* **14**, 425 (1997).
27. V. P. Krainov, *J. Phys. B* **36**, L169 (2003).
28. M. Inguscio and L. Fallani, *Atomic Physics: Precise Measurements and Ultracold Matter*, OUP Oxford (2013).
29. M. Petersilka and E. K. U. Gross, *Laser Phys.* **9**, 1 (1999).
30. Z. Chen, L. Zhang, Y. Wang et al., *Phys. Rev. A* **99**, (2019).
31. Е. А. Волкова, А. М. Попов, О. В. Тихонова, *ЖЭТФ* **140**, 450 (2011).
32. R. Wiehle, *Experimental Examination of Ionization Processes of Noble Gases in Strong Laser Fields*, Doctoral Dissertation, Verlag Nicht Ermittlbar (2005).
33. B. Walker, B. Sheehy, L. F. DiMauro et al., *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1227 (1994).
34. K. Nagaya, K. Mishima, M. Hayashi, and S. H. Lin, *J. Chem. Phys.* **124**, 144303 (2006).