

# ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В ДВУХСЛОЙНЫХ СИСТЕМАХ НЕИДЕНТИЧНЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

*О. С. Ваулина<sup>a,b\*</sup>, С. В. Кауфман<sup>a</sup>, И. И. Лисина<sup>a,b</sup>*

<sup>a</sup> *Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)  
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

<sup>b</sup> *Объединенный институт высоких температур Российской академии наук  
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 18 февраля 2020 г.,  
после переработки 18 июня 2020 г.  
Принята к публикации 8 июля 2020 г.

Исследуются условия энергетического обмена в двухслойных ансамблях с двумя разделенными фракциями неидентичных частиц разных размеров, зарядов и температур. Выполнен численный анализ процессов перераспределения стохастической энергии между различными фракциями частиц, имеющих различную температуру, в таких системах. Рассмотрено перераспределение стохастической энергии по степеням свободы.

DOI: 10.31857/S0044451020120160

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования процессов энергетического обмена в системах взаимодействующих частиц вызывает значительный интерес в различных областях науки и техники (физике плазмы, биологии, физике полимеров и т. д.) [1–5]. Ряд актуальных задач касается особенностей физических характеристик в ансамблях неидентичных частиц, имеющих различные заряды, размеры, диэлектрическую проницаемость и т. д. [1–9].

Образование квазидвумерных плазменно-пылевых систем, состоящих из нескольких (от одного до десятков) протяженных слоев заряженных пылевых частиц (макрочастиц), часто наблюдается в условиях лабораторной пылевой плазмы ВЧ-разряда [10–15]. Процессы формирования протяженных слоев идентичных макрочастиц, взаимодействующих с экранированным потенциалом

$$U = Q^2 \exp(-l/\lambda)/l$$

(где  $Q$  — заряд частиц,  $l$  — расстояние, а  $\lambda$  — длина экранирования), исследовались ранее в различных численных и теоретических работах [10, 16–20].

Большая часть теоретических и численных работ, посвященных исследованию свойств пылевой плазмы, имеют дело с идентичными пылевыми частицами, поскольку такие системы легче поддаются математическому описанию и более просты для понимания. Тем не менее в реальных условиях пылевые структуры редко содержат идентичные частицы. Даже в случае лабораторных исследований монодисперсные пылевые частицы могут иметь различную величину заряда и/или стохастической кинетической энергии в зависимости от их пространственного положения [1, 2].

Большинство лабораторных исследований пылевой плазмы проводится в газовых разрядах различных типов [10–15, 21, 22]. Стохастическая кинетическая энергия пылевых частиц (их «кинетическая температура») в таких условиях может достигать 0.2–5 эВ. Механизмы такого аномального разогрева пылевых частиц обычно связывают с временными и/или пространственными изменениями их зарядов или положения в объеме неоднородной плазмы [23–27]. Поскольку заряд пылевой частицы определяется локальными параметрами плазмы в ее окрестности, мощность источников подкачки энер-

\* E-mail: olga.vaulina@bk.ru

гии, а соответственно, и кинетическая температура частицы могут существенно изменяться в пространстве [1, 2]. Источниками неравномерного нагрева системы частиц также могут являться неоднородное распределение температуры окружающего газа, лазерное излучение, используемое для диагностики и т. д.

Флуктуации зарядов пылевых частиц, вызванные случайной природой ионных и электронных токов, заряжающих эти частицы, присущи любым типам плазмы [1, 2]. В условиях лабораторной газоразрядной плазмы дополнительная стохастическая кинетическая энергия для отдельной пылевой частицы, связанная с этими флуктуациями, составляет  $\Delta T_f \propto QE^2/M$  [1, 23–25], где  $E$  — напряженность электрического поля в анализируемой системе, необходимая для равновесного положения частицы с зарядом  $Q$  и массой  $M$  в поле действующих сил. В микрогравитации величина  $\Delta T_f$  определяется флуктуациями зарядов окружающих частиц пылевого облака,

$$E \approx E_{int} \sim Q/d^2,$$

где  $d$  — среднее расстояние между частицами. Для наземных экспериментов, где основной внешней неэлектрической силой является сила тяжести,  $E \approx E_{int} + E_{ext}$ , где  $E_{ext} \approx gM/Q$ .

Отсутствие простых теоретических моделей для описания энергетического баланса в системах неидентичных заряженных частиц с неоднородным распределением тепловых источников (источников их стохастической кинетической энергии) затрудняет анализ процессов передачи тепла в реальных системах.

В настоящей работе речь пойдет о механизме переноса тепла, который не связан с процессами массопереноса и возникает за счет передачи стохастических колебаний отдельных частиц вблизи их равновесного положения, что невозможно без взаимодействия между частицами системы. Особенности энергетического обмена в ансамблях неидентичных частиц рассматриваются для условий близких к условиям лабораторных экспериментов в газоразрядной плазме. Представлены аналитические соотношения для случая двух взаимодействующих частиц, которые могут быть полезны для анализа качественной картины энергетического обмена между частицами в протяженных системах. Рассмотрены условия перераспределения стохастической кинетической энергии в двухслойных ансамблях с двумя разделенными фракциями неидентичных частиц

разных размеров и температур в поле тяжести. (Отметим, что основные причины формирования раздельных фракций для частиц разных размеров в условиях микрогравитации обычно связывают с наличием термофоретических сил, или сил ионного увлечения [1, 2, 28–30].)

## 2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ ДВУХ ЧАСТИЦ

На настоящий момент аналитическое решение задачи для неидентичных частиц, имеющих различные размеры, массы, заряды и температуру, существует только для случая двух частиц в линейном электрическом поле  $E(r, z)$  ловушки с цилиндрической симметрией [8, 9] (с радиальной составляющей  $E_r = \beta_r r$  и вертикальной составляющей  $E_z = E_z^0 + \beta_z z$ ). Здесь  $r \equiv (x^2 + y^2)^{1/2}$  — радиальная координата,  $z$  — вертикальная координата по оси  $z$  в направлении силы тяжести,  $\beta_r$  и  $\beta_z$  — величины градиентов электрического поля, а значение  $E_z^0$  определяется балансом сил, действующих в системе. Остановимся на случае вертикальной конфигурации частиц, см. рис. 1.

Для двух частиц с разной массой,  $M_1 \neq M_2$ , и зарядами  $Q_1 \neq Q_2$ , в условиях наземных экспериментов (где нельзя пренебречь силой тяжести) условия баланса сил дают [8, 9]

$$g(M_1 Q_2 - M_2 Q_1) + Q_1 Q_2 \beta_z d = (Q_1 + Q_2) F, \quad (1)$$

где  $F$  — сила взаимодействия между частицами.

В случае, когда  $T_1^0 \neq T_2^0$ , где  $T_{1(2)}^0$  — энергия тепловых источников (которая при численном моделировании задачи соответствует их за-

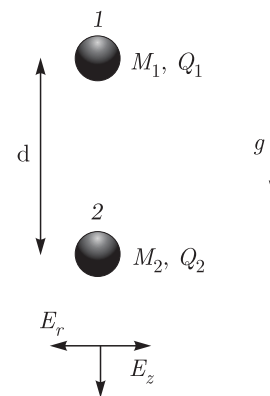


Рис. 1. Вертикальная конфигурация двух неидентичных заряженных частиц в электрическом поле ловушки  $E = E(z, r)$  с цилиндрической симметрией

данной/начальной температуре), уравнения баланса энергии можно записать как [8, 9]

$$\delta T_1 = b^2 \Delta T / (C \nu_1), \quad (2a)$$

$$\delta T_2 = -b^2 \Delta T / (C \nu_2). \quad (2b)$$

Здесь  $\Delta T = T_2^0 - T_1^0$ ,  $\delta T_{1(2)} = T_{1(2)} - T_{1(2)}^0$  — приращение температуры в процессе установления равновесия,  $T_{1(2)}$  — температура частиц для равновесного состояния системы, а коэффициент  $C$  имеет вид

$$C = \frac{(a_2 M_1 - a_1 M_2)^2}{(\nu_1 + \nu_2) M_1 M_2} + \frac{b^2 (\nu_1 + \nu_2)}{\nu_1 \nu_2} - (a_2 \nu_1 M_1 + a_1 \nu_2 M_2), \quad (3)$$

где  $\nu_{1(2)}$  — коэффициенты трения частиц за счет их столкновений с нейтральными атомами окружающего газа. При этом для вертикальных смещений частиц в направлении оси  $z$  коэффициент

$$a_{1(2)} = -(Q_{1(2)} \beta_z - F'), \quad b = -F',$$

а для их радиальных смещений в плоскости  $xy$

$$a_{1(2)} = -(Q_{1(2)} \beta_r - F/d), \quad b = F/d.$$

Здесь  $d$  — расстояние между частицами,  $F'$  — производная силы взаимодействия между частицами в направлении оси  $z$ . Для кулоновского взаимодействия

$$F = Q_1 Q_2 / d^2, \quad F' = -2 Q_1 Q_2 / d^3.$$

Для двух идентичных частиц ( $Q_{1(2)} = Q$ ,  $M_{1(2)} = M$ ,  $\nu_{1(2)} = \nu$ ,  $a_{1(2)} = a$ ) уравнения баланса энергии (2a), (2b) в случае вертикальной конфигурации можно записать как [8, 9]

$$\delta T_{1(2)} = \pm b^2 \Delta T / 2 (b^2 - \nu^2 M a). \quad (4)$$

В этом случае  $\delta T_1 = -\delta T_2$ , а при  $b^2 \gg -\nu^2 M a$  величина  $|\delta T_{1(2)}| \rightarrow |\Delta T|/2$ , т. е. энергия равномерно распределяется между частицами системы; при  $\nu \rightarrow \infty$  величина  $|\delta T_{1(2)}| \rightarrow 0$ .

Здесь и далее для теоретических и численных расчетов мы будем полагать, что плотность материала  $\rho$  одинакова для различных фракций частиц,  $\rho_1 = \rho_2$ , т. е. отношение их масс  $M_1/M_2 \propto (a_{d1}/a_{d2})^3$ , где  $a_{di}$  — радиус частицы. Заряды частиц задавались согласно приближению ограниченных орбит (orbit motion limited):  $Q_i \propto a_{di}$  [1, 2], а их коэффициенты трения согласно свободно-молекулярному приближению  $\nu_i \propto a_{di}^2/M_i$  [31].

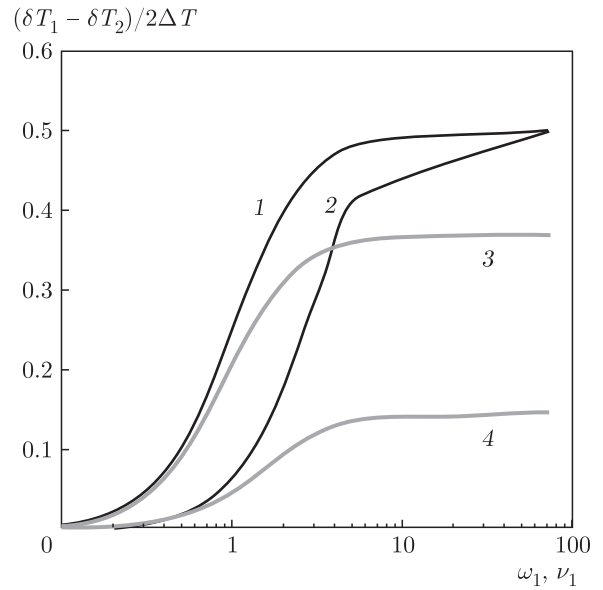


Рис. 2. Зависимости  $(\delta T_1 - \delta T_2)/2\Delta T$  от  $\omega_1/\nu_1$  для двух частиц при их смещениях в вертикальном (1, 3) и в радиальном (2, 4) направлениях при  $\beta_r/\beta_z = 4$ ,  $T_1^0 < T_2^0$  и  $d = 0.1$  см для  $M_1 = M_2$  (черные линии) и  $M_2 = 2M_1$  (серые линии)

Иллюстрация зависимостей  $(\delta T_1 - \delta T_2)/\Delta T$  от  $\omega_1/\nu_1$ , где  $\omega_1 = (Q_1^2/d^3 M_1)^{1/2}$ , описывающая перераспределение энергии в вертикальном и радиальном направлениях, для двух частиц с кулоновским взаимодействием при  $\beta_r/\beta_z = 4$ ,  $T_1^0 < T_2^0$  показана на рис. 2.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Численное исследование процессов энергетического обмена выполнялось методом молекулярной динамики Ланжевена для частиц, взаимодействующих с кулоновским потенциалом, в анизотропном электрическом поле ловушки с цилиндрической симметрией. Техника моделирования подробно описана в работах [1, 2].

Моделирование проводилось для двухслойных ансамблей с двумя разделенными фракциями неидентичных частиц разных размеров и температур в поле тяжести. Число частиц в каждой из фракций ( $N_1, N_2$ ) менялось от 50 до 300. Отношения масс  $M_2/M_1$  изменялись от 1.15 до 1.5, что соответствовало изменению радиусов частиц  $a_{d2}/a_{d1}$  от 1.05 до 1.15. Отношения температур тепловых источников  $T_2^0/T_1^0$  (или  $T_1^0/T_2^0$ ) для частиц различных фракций изменялись от одного до

десяти. Заряды и коэффициенты трения задавались соответственно как  $Q_i \propto a_{di}$  и  $\nu_i \propto a_{di}^{-1}$ ,  $i = 1, 2$ . Отношение  $\beta_z/\beta_r$  варьировалось примерно от 5 до 20. Величина отношения  $\omega_{1(2)}/\nu_{1(2)}$  изменялась примерно от 0.5 до 100, где

$$\omega_{1(2)} = (Q_{1(2)}^2/l_p^3 M_{1(2)})^{1/2}, \quad l_p = (d^2 + r_p/4)^{1/2}.$$

Здесь  $d$  — расстояние между слоями частиц разных фракций, а  $r_p$  — среднее расстояние между заряженными частицами в слое.

При выбранных параметрах численного моделирования величина  $d$  составляла около 0.1 см, а  $r_p$  изменялось от 0.05 см до 0.1 см; при этом  $\omega_1/\nu_1 \approx \omega_2/\nu_2$  с точностью до 5%.

### 3.1. Перераспределение стохастической энергии между различными фракциями частиц с разной температурой

Для анализа процессов перераспределения стохастической энергии между различными фракциями частиц, имеющих различную температуру, температура тепловых источников  $T_{1(2)}^0$  варьировалась в пределах примерно от 0.2 эВ до 2 эВ и задавалась одинаковой по степеням свободы ( $T_i^{0(x)} = T_i^{0(y)} = T_i^{0(z)} \equiv T_i^0$ , где  $i = 1, 2$ ); при этом температура тяжелых частиц была больше:  $T_2^0 > T_1^0$ .

Иллюстрация положений частиц различной массы в моделируемой системе при  $N = 300$  ( $N_1 = 150$ ,  $N_2 = 150$ ) для  $T_2^0/T_1^0 = 4$ , и  $\omega_1/\nu_1 \approx 0.7$  показана на рис. 3, парные корреляционные функции  $g(r)$  для частиц в каждом из слоев для тех же параметров задачи приведены на рис. 4.

В процессе моделирования начальная стохастическая кинетическая энергия (энергия источников) перераспределялась от более горячих частиц к менее горячим. Во всех случаях наблюдаемые распределения скоростей частиц были близки к максвелловским функциям, а их температура была практически однородна в пределах каждого слоя. Зависимость кинетических температур для частиц разной массы от расстояния до центра для  $\omega_1/\nu_1 \approx 0.7$  и  $\omega_1/\nu_1 \approx 28$  в вертикальном направлении (по оси  $z$ ) и в горизонтальной плоскости  $[x; y]$  представлена на рис. 5.

Отметим, что в отличие от случая двух частиц (см. [9] и рис. 2), фиксировалось равномерное перераспределение энергий по степеням свободы:

$$T_i^{(x)} \approx T_i^{(y)} \approx T_i^{(z)},$$

где  $i = 1, 2$ . Данное обстоятельство может быть связано с интенсивным перераспределением стохастической

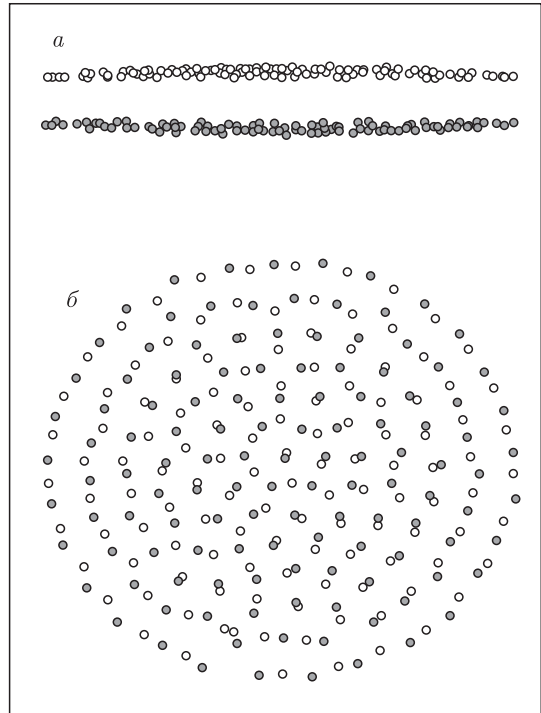


Рис. 3. Иллюстрация положений частиц при  $N = 300$  ( $N_1 = 150$ ,  $N_2 = 150$ ) для  $T_2^0/T_1^0 = 4$ , и  $\omega_1/\nu_1 \approx 0.7$ . Белыми символами показаны частицы массой  $M_1$ , серыми — массой  $M_2 = 1.3M_1$ : а — вид сбоку, б — вид сверху

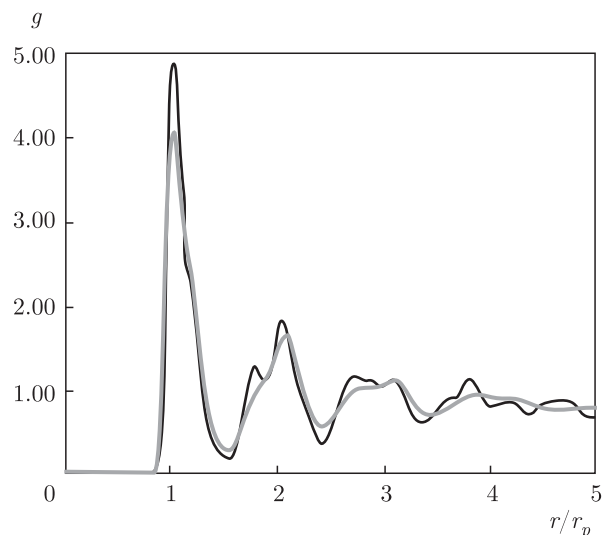
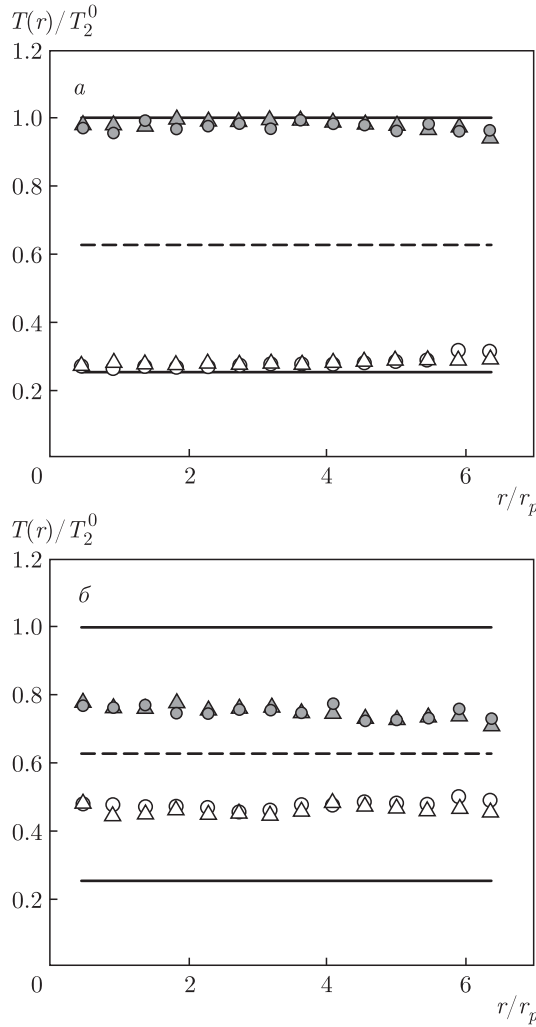


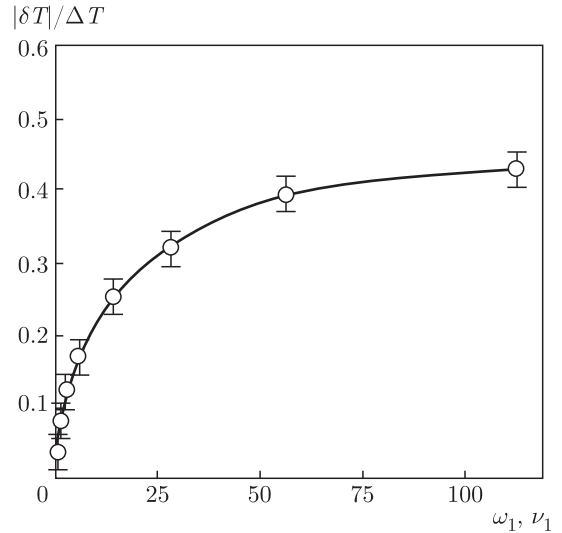
Рис. 4. Парные корреляционные функции  $g(r)$  разной массы  $M_1$  (черная линия) и  $M_2 = 1.3M_1$  (серая линия) от расстояния  $r/r_p$  при  $T_2^0/T_1^0 = 4$  и  $\omega_1/\nu_1 \approx 0.7$



**Рис. 5.** Зависимость отношения кинетических температур  $T_i(r)/T_2^0$  для частиц разной массы  $M_1$  (белые символы —  $T_1(r)/T_2^0$ ) и  $M_2$  (серые символы —  $T_2(r)/T_2^0$ ) от расстояния  $r/r_p$  до центра ловушки при  $M_2/M_1 = 1.3$ ,  $T_1^0/T_2^0 = 4$ : *a* —  $\omega_1/\nu_1 \approx 0.7$ , *b* —  $\omega_1/\nu_1 \approx 28$ . Сплошные черные линии показывают заданные температуры частиц ( $T_i^0(r)/T_2^0$ , где  $i = 1, 2$ ), пунктир —  $\{T_2^0(r) - T_1^0(r)\}/T_2^0$ , треугольники —  $T(r)$  в вертикальном направлении (по оси  $z$ ), кружки —  $T(r)$  в горизонтальной плоскости  $xy$

ческой кинетической энергии по степеням свободы, невозможным для случая двух частиц.

Во всех рассмотренных случаях ( $50 \leq N_1 = N_2 \leq 300$ ,  $1.15 \leq M_2/M_1 \leq 1.5$ ,  $0.5 \leq r_p/d \leq 1$ ) величина перераспределяемой энергии  $\delta T_2 \approx -\delta T_1$  была пропорциональна  $\Delta T = (T_2^0 - T_1^0)$  и определялась отношением  $\xi \equiv \omega_1/\nu_1 \approx \omega_2/\nu_2$ . Зависимости  $|\delta T|/\Delta T \equiv \delta T^{(z)} \approx \delta T^{(x)} \approx \delta T^{(y)}$  от  $\omega/\nu_1$  для заряженных частиц с кулоновским взаимодействием в вертикальном направлении по оси  $z$  и в горизон-



**Рис. 6.** Зависимости  $|\delta T|/\Delta T$  от  $\omega_1/\nu_1$  для заряженных частиц с кулоновским взаимодействием. Показана абсолютная погрешность расчетов — 0.025

тальной плоскости  $xy$  показаны на рис. 6. Абсолютная погрешность расчетов составляла около 0.025.

### 3.2. Перераспределение стохастической энергии по степеням свободы

Для исследования процессов перераспределения стохастической энергии по степеням свободы для двух различных фракций частиц температура тепловых источников варьировалась в пределах примерно от 0.2 эВ до 2 эВ и задавалась как

$$T_1^{0(x)} = T_1^{0(y)} = T_2^{0(x)} = T_2^{0(y)} \equiv T^{0(r)},$$

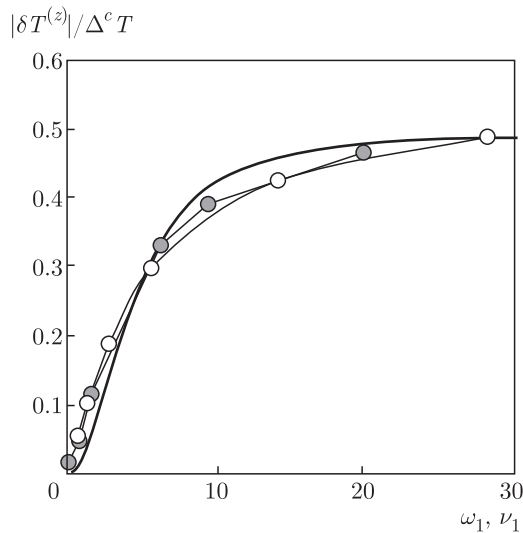
$$T_1^{0(z)} = T_2^{0(z)} \equiv T^{0(z)},$$

где  $T^{0(z)} > T^{0(r)}$ .

В процессе моделирования начальная стохастическая кинетическая энергия (энергия источников) перераспределялась по степеням свободы от высоких температур к более низким температурам. Во всех случаях наблюдаемые распределения скоростей частиц были близки к максвелловским функциям, а их температура по степеням свободы была практически однородна в пределах каждого слоя.

При всех рассмотренных параметрах численного моделирования величина перераспределяемой энергии  $\delta T^{(z)} = -(T_1^{(z)} - T_0^{(z)}) \approx -(T_2^{(z)} - T_0^{(z)})$  была пропорциональна разнице температур  $\Delta^c T = (T^{0(z)} - T^{0(r)})$  и определялась отношением  $\xi \equiv \omega_1/\nu_1 \approx \omega_2/\nu_2$ ; при этом  $\delta T^{(z)} \approx 2(T_1^{(r)} - T^{0(r)}) \approx 2(T_2^{(r)} - T^{0(r)}) \equiv 2\delta T^{(r)}$ .





**Рис. 7.** Зависимости  $|\delta T^{(z)}|/\Delta^c T = |2\delta T^{(r)}|/\Delta^c T$  от  $\omega_1/\nu_1$  для двух ограниченных (белые символы) и двух протяженных (серые символы) слоев заряженных частиц при  $1 \leq M_2/M_1 \leq 1.5$ . Сплошной черной линией показана аппроксимация (5) при  $c = 18$

Аппроксимация полученных численных данных дает соотношение

$$\delta T^{(z)} \equiv 2\delta T^{(r)} = \Delta^c T / (2 + c/\xi^2), \quad (5)$$

где  $c$  — некоторая постоянная. Для всех рассмотренных параметров численного моделирования величина  $c \approx 18$ .

Зависимости

$$\frac{|\delta T^{(z)}|}{\Delta^c T} \approx \frac{|\delta T^x + \delta T^y|}{\Delta^c T} \equiv \frac{|2\delta T^{(r)}|}{\Delta^c T}$$

от  $\omega/\nu_1$  для двух ограниченных слоев заряженных частиц с кулоновским взаимодействием приведены на рис. 7. Сплошной черной линией показана аппроксимация (5) при  $c = 18$ .

Для проверки независимости полученных результатов от числа частиц в слое ( $N_1 = N_2$ ) и от отношения их масс ( $1 \leq M_2/M_1 \leq 1.5$ ) было выполнено численное моделирование протяженной системы частиц, взаимодействующих с экранированным кулоновским потенциалом,  $U = Q^2 \exp(-l/\lambda)/l$ . Моделирование проводилось методом молекулярной динамики Ланжевена с периодическими граничными условиями в плоскости  $xy$  (см. [1–3]) для  $N = 648$  независимых частиц ( $N_1 = N_2 \equiv N/2$ ) для случаев  $d \approx r_p$  при  $\kappa = r_p/\lambda$  от нуля до 0.5. Длина обрезания потенциала составляла порядка  $10r_p$ . Результаты расчетов показаны на рис. 7. Можно увидеть хорошее согласие между численными данными

для протяженных и ограниченных слоев заряженных частиц. Абсолютная погрешность расчетов для различных отношений масс частиц  $M_2/M_1$  и значений параметров экранирования  $\kappa$  составляла не более 0.018.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование процессов энергетического обмена в диссипативных системах неидентичных взаимодействующих частиц с неоднородным распределением источников тепла и/или любых других источников стохастической кинетической энергии. Рассмотрена теоретическая модель для анализа энергетического баланса в таких системах, описывающая перераспределение стохастической кинетической энергии между двумя неидентичными частицами разных размеров, зарядов и температур.

Изучены условия энергетического обмена в двухслойных ансамблях с двумя разделенными фракциями неидентичных частиц. Выполнен численный анализ процессов перераспределения стохастической энергии между разными фракциями частиц, имеющих различную температуру, в таких системах. Рассмотрено перераспределение стохастической энергии по степеням свободы.

Полученные результаты не зависели от числа частиц (при  $N \geq 100$ ). Величина перераспределяемой энергии была пропорциональна разнице температур различных фракций и/или температур по различным степеням свободы и определялась отношением характерных частот в исследуемых системах:  $\xi \equiv \omega_1/\nu_1 \approx \omega_2/\nu_2$ .

Результаты настоящей работы применимы для систем с любым типом попарных (взаимных) взаимодействий и могут быть полезны для анализа энергетического обмена в неоднородных системах, которые представляют интерес в физике плазмы, физике полимеров и коллоидных систем.

**Финансирование.** Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-38-20175), а также в рамках Программы Президиума РАН.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, *Пылевая плазма (эксперимент и теория)*, Физматлит, Москва (2009).

2. *Complex and Dusty Plasmas*, ed. by V. E. Fortov and G. E. Morfill, CRC Press (2010).
3. A. Ivlev, G. Morfill, H. Lowen, and C. P. Royall, *Complex Plasmas and Colloidal Dispersions: Particle-Resolved Studies of Classical Liquids and Solids*, World Scientific, Singapore (2012).
4. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy*, ed. by H. Z. Cummins and E. R. Pike, Plenum, New York (1974).
5. А. А. Овчинников, С. Ф. Тимашев, А. А. Белый, *Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов*, Химия, Москва (1986).
6. А. В. Филиппов, И. Н. Дербенев, ЖЭТФ **150**, 1262 (2016).
7. О. С. Ваулина, ЖЭТФ **149**, 218 (2016).
8. О. С. Ваулина, ЖЭТФ **151**, 982 (2017).
9. О. С. Ваулина, С. В. Кауфман, *Физика плазмы* **46**, 1 (2020).
10. G. A. Hebner, M. E. Riley, and K. E. Greenberg, *Phys. Rev. E* **66**, 046407 (2002).
11. H. Thomas, G. Morfill, and V. Demmel, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 652 (1994).
12. J. B. Pieper, J. Goree, and R. A. Quinn, *Phys. Rev. E* **54**, 5636 (1996).
13. A. Melzer, A. Homann, and A. Piel, *Phys. Rev. E* **53**, 2757 (1996).
14. O. S. Vaulina, E. V. Vasilieva, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, *Phys. Scripta* **84**, 025503 (2011).
15. О. С. Ваулина, Е. В. Васильева, Р. А. Тимирханов, *Физика плазмы* **37**, 1112 (2011).
16. H. Totsuji, C. Totsuji, and K. Tsuruta, *Phys. Rev. E* **64**, 066402 (2001).
17. H. Totsuji, T. Kishimoto, Y. Inoue et al., *Phys. Lett. A* **221**, 215 (1996).
18. H. Totsuji, T. Kishimoto, and C. Totsuji, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3113 (1997).
19. О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, И. Е. Дранжевский, *Физика плазмы* **31**, 562 (2005).
20. O. S. Vaulina, X. G. Adamovich, and S. V. Vladimirov, *Phys. Scripta* **79**, 035501 (2009).
21. Ю. В. Герасимов, А. П. Нефедов, В. А. Синельщиков, В. Е. Фортов, *Письма в ЖТФ* **24**, 62 (1998).
22. V. E. Fortov, E. A. Nefedov, V. A. Sinel'shchikov, A. D. Usachev, and A. V. Zobnin, *Phys. Lett. A* **267**, 179 (2000).
23. O. S. Vaulina, S. A. Khrapak, O. F. Petrov, and A. P. Nefedov, *Phys. Rev. E* **60**, 5959 (1999).
24. R. A. Quinn and J. Goree, *Phys. Rev. E* **61**, 3033 (2000).
25. O. S. Vaulina, S. A. Khrapak, A. A. Samarian, and O. F. Petrov, *Phys. Scripta* **84**, 229 (2000).
26. О. С. Ваулина, А. П. Нефедов, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, ЖЭТФ **118**, 1319 (2000).
27. В. Е. Фортов, О. С. Ваулина, О. Ф. Петров и др., ЖЭТФ **124**, 798 (2003).
28. O. S. Vaulina, *Europhys. Lett.* **115**, 10007 (2016).
29. С. Г. Псахье, К. П. Зольников, *Физическая мезомеханика* **11**, 39 (2008).
30. G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka, H. Rothmel, M. Zuzic, A. Ivlev, and J. Goree, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1598 (1999).
31. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).