

УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОГО УСКОРЕНИЯ ИОННЫХ КОЛЕЦ СЖИМАЮЩИМИСЯ ЛАЙНЕРАМИ

А. С. Дзарагохова^а, Н. П. Зарецкий^б, А. В. Максимычев^а,
Л. И. Меньшиков^{а*}, П. Л. Меньшиков^б

^а Московский физико-технический институт (государственный университет)
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия

^б Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 ноября 2018 г.,
после переработки 28 августа 2019 г.
Принята к публикации 5 сентября 2019 г.

Установлены условия подавления коллективного торможения ионного пучка на электронах, обусловленного возбуждением ионами электронных плазменных колебаний (пучковая неустойчивость). Вопреки явным и неявным указаниям, имеющимся в литературе, достаточно большой величины разброса по энергиям только ионного пучка оказывается недостаточно для указанного подавления. Показано, что ускорение ионов становится устойчивым при одновременном существовании достаточно большого разброса по скоростям электронов. Пучковая неустойчивость ионов подавляется затуханием Ландау возбуждаемых ионами плазменных волн на электронах. Полученные результаты применены к анализу возможности ускорения ионов сжимающимися цилиндрическими плазменными лайнерами.

DOI: 10.31857/S0044451020010198

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Изучение плазменных неустойчивостей началось с исследования пучковой неустойчивости. Ленгмюр обнаружил [1], что моноэнергичный пучок электронов быстро термализовался даже в плазме с малой плотностью электронов n_0 , в то время как длина торможения отдельных электронов, рассчитанная по формуле Бёте – Блоха, превосходила размер плазмы на несколько порядков. Этот пример указывает на то, что ускорение ионов в плазме возможно только при отсутствии коллективных неустойчивостей, связанных с возбуждением плазменных колебаний.

Мотивом написания данной статьи явилась детализация схемы малоразмерного (по сравнению, например, с сильноточными протонными ускорителями) мощного импульсного ускорителя ионов, предложенного в работах [2, 3] (см. рис. 1). Пучок ионов, выходящий в виде полого цилиндра из аксиально-

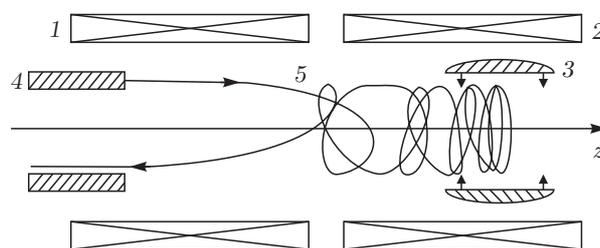


Рис. 1. Принципиальная схема импульсного ускорителя ионов на основе сжимающегося газового лайнера 3 в виде полого цилиндра. Соленоиды 1 и 2 с полем $B_i \approx 10$ Тл, включенные навстречу друг другу, создают магнитное поле с конфигурацией типа «касп». Кривая 5 — траектория одного из ионов, испускаемых импульсным источником ионов 4 — коаксиальным диодом с магнитной изоляцией электронов

симметричного импульсного ускорителя ионов прямого действия (диода), движется вдоль силовых линий магнитного поля левого соленоида. В промежутке между соленоидами, магнитные поля которых направлены противоположно друг другу, имеется радиальная составляющая магнитного поля, которая превращает пучок в кольцо с радиусом,

* E-mail: mleonid1954@mail.ru

несколько меньшим радиуса лайнера R . При наличии градиента поля в правом соленоиде это кольцо замедляется и останавливается в «магнитной пробке» на характерное время около 10–50 нс, в течение которого происходит сжатие и ускорение ионного кольца вихревым электрическим полем, возникающим при сжатии магнитного потока, захваченного плазменным лайнером. В работах [2, 3] в качестве лайнера предложено использовать газовый, позволяющий осуществить высокую частоту повторения импульсов ускорения.

Цель данной статьи состоит в установлении конкретных условий отсутствия коллективного торможения ускоряемых ионов. В литературе считается (см., например, [4]), что коллективный эффект исчезает с ростом разброса Δ_i по скоростям ионов. Ниже показано, что этого недостаточно: для исчезновения когерентности взаимодействия ионов с электронами требуется еще и наличие достаточно большого разброса Δ_e по скоростям электронов. Наши поиски показали, что этот факт не отмечен в литературе, несмотря на детальную изученность пучковой неустойчивости — классической неустойчивости, возникающей при наличии относительного движения электронов и ионов в плазме. В то же время этот вывод важен в практическом отношении, в частности, для выяснения условий устойчивого ускорения ионного кольца в проекте [5], предложенном на базе работ [2, 3].

Возможность сжатия магнитного потока проверена, например, в эксперименте [6]. Через струю газообразного неона в виде полого цилиндра длиной $L = 2$ см с начальным радиусом $R_i = 2$ см пропускался созданный генератором сверхвысокой электрической мощности (СВЭМ) импульсный разряд с током 7.5 МА. Было получено конечное (в момент наибольшего сжатия) магнитное поле $B_f = 40$ МГс при начальной (до сжатия) величине $B_i = 100$ кГс. Таким образом, при двадцатикратной степени радиального сжатия было достигнуто усиление магнитного поля в $20^2 = 400$ раз, что доказывает надежность удержания магнитного потока сжимающимся лайнером, свидетельствующую о его высокой электропроводности. Установлено, что наличие сжимаемого оболочкой магнитного поля обеспечивает повышенную устойчивость движения лайнера по сравнению с его сжатием без захваченного магнитного поля.

Добавим, что образование ионных колец по схеме, представленной на рис. 1, доказано в опытах с протонами [7, 8].

В качестве возможных приложений рассматриваемого ускорителя можно указать следующие.

1. Создание на основе ускорителя протонов импульсного источника нейтронов, мощность которого существенно превышает таковую для известных схем, например, плазменного фокуса (см., например, обзор [9] и ссылки в нем). Такой источник можно было бы применить для подпитки подкритических реакторов [10], для создания мощного импульсного источника антинейтрино по схеме, предложенной в [11] и позже развитой и детализированной в [12], а также в других целях.

2. Создание импульсного рентгеновского источника сверхвысокой мощности.

В данной статье для конкретности рассматривается последнее направление — рентгеновский источник.

2. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ РЕНТГЕНОВСКОГО ИСТОЧНИКА

По методу, представленному на рис. 1, в работе [5] предложено создать кольцо ионов Xe^{+Z} с зарядом $Z = 8$ (атомы ксенона с полностью ободранной внешней оболочкой) и ускорить их сжимающимся газовым лайнером до энергии ~ 1 ГэВ. Ионы выходят из коаксиального диода со скоростью $u \sim 10^8$ см/с. На оси симметрии z лайнера располагается мишень из материала с атомами Y с большим атомным номером. Сжатое и ускоренное вихревым электрическим полем кольцо ионов входит в эту мишень. В столкновениях $\text{Xe}^{+Z} + Y$ на K -оболочке и более высоких оболочках этих ионов и атомов образуются вакансии, в результате чего возникает характеристическое рентгеновское излучение с квантами в единицы и десятки килоэлектронвольт (используя различные ионы и атомы мишени, энергию квантов можно менять в широких пределах). Суммарная энергия излучения составляет примерно 20% от кинетической энергии, переданной лайнеру от СВЭМ, и может на существующих установках достигать $\gtrsim 10$ МДж. Любопытным свойством возникающего излучения является то, что оно испускается в виде узкого луча с углом раствора приблизительно 2° в течение нескольких наносекунд. Таким образом, при достижении частоты повторения импульсов примерно один раз в минуту средняя яркость источника составит $\sim 10^{25}$ фотонов/с·мм²·мрад², т. е. столько же, сколько, намечается в проекте Европейского рентгеновского лазера на свободных электронах (XFEL). Поскольку линии характеристического спектра уз-

кие, $\Delta\lambda/\lambda \sim 10^{-3}$, как и у XFEL, излучение обладает свойством когерентности на длине $\lambda^2/\Delta\lambda \sim 10^3\lambda$, что позволяет применять его для изучения свойств мезоскопических объектов. Источник нашел бы применение также в исследованиях по инерциальному управляемому термоядерному синтезу, в рентгеновской литографии и в других областях.

Детальная таблица значений других параметров рентгеновского источника на основе двух существующих установок имеется в работе [5]. Приведем здесь некоторые отсутствующие в этой таблице данные. Так, градиент поля, необходимый для остановки ионного кольца поля в правом соленоиде, составляет ~ 0.1 Тл/см. Между анодом и полым катодом импульсного источника ионов длиной ~ 10 см, изготовленного по отражательной схеме из работы [13], требуется в течение времени $\tau_p \approx 0.1$ мкс поддерживать напряжение ≈ 150 кВ. При вводе электронов в полый катод на его концах образуются виртуальные катоды, запирающие электроны внутри катода. В результате за время примерно τ_p каждый электрон совершает около 100 осцилляций внутри полого катода. Электроны ионизуют впускаемые в полый катод порции газообразного ксенона. Стенки катода имеют форму усеченных конусов. Вследствие этого между концами катода создается напряжение ~ 100 кВ, разгоняющее ионы ксенона до начальной энергии ~ 1 МэВ.

3. ИСХОДНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ

При выходе из коаксиального диода ионы Xe^{+Z} своим электрическим полем вытягивают вслед за собой электроны, поэтому заряд ионов в пучке практически полностью компенсируется этими электронами, которые движутся вместе с ионами примерно с такой же скоростью:

$$v \approx u. \quad (1)$$

Во время сжатия кольца ионы взаимодействуют как с электронами плазмы, так и, при посредстве электронов, между собой. Последний вид взаимодействия может привести к развитию коллективных неустойчивостей, наиболее опасной из которых в нашем случае является альфвеновская ионно-циклотронная [14–16]. Этот вопрос требует отдельного рассмотрения, а здесь ограничимся выяснением роли торможения ионов на электронах.

Вследствие (1) радиус ионного кольца, r_{Bi} , образующегося в правом соленоиде, намного превышает радиус ларморовских орбит электронов r_{Be} ,

$$r_{Bi} \gg r_{Be}, \quad (2)$$

поэтому, как и в [4], при изучении неустойчивостей, связанных с электронами, движение ионов можно считать прямолинейным (более детальное обоснование дано ниже).

Неустойчивости будем анализировать в линейном приближении, согласно которому их наличие устанавливается из дисперсионного соотношения $\omega = \omega(\mathbf{k}) = \omega'(\mathbf{k}) + i\omega''(\mathbf{k})$, где ω — в общем случае комплексная частота и \mathbf{k} — вещественный волновой вектор возбуждаемых колебаний. Зависимость $\omega(\mathbf{k})$ в плазме с нерелятивистскими частицами находится из условия равенства нулю продольной диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 0. \quad (3)$$

Будем считать, что средняя скорость ионов \mathbf{u} направлена перпендикулярно магнитному полю \mathbf{B} . Задача об устойчивости плазмы при таком движении ионов в случае $\omega_{Be} \gg \omega_e$ была рассмотрена в работе [4] на основе гидродинамического приближения для ионов и электронов, которое при $\omega_{Be} \gg \omega_e$ удовлетворительно описывает возникающую пучковую неустойчивость. Здесь $\omega_{Be} = eB/mc$, $\omega_e = \sqrt{4\pi n_0 e^2/m}$ и m — соответственно ларморова, плазменная частоты и масса электронов. В нашем случае $\omega_{Be} \ll \omega_e$, поэтому, как будет видно ниже, гидродинамического описания оказывается недостаточно и необходимо применить более общее — кинетическое.

Все приводимые ниже численные оценки будут относиться к условиям опыта по созданию импульсного рентгеновского источника сверхвысокой мощности, предложенного в статье [5], согласно которой начальные (перед ускорением) параметры плазмы таковы: $n_i^0 \approx 2 \cdot 10^{14}$ см $^{-3}$, $n_e^0 \approx 1.5 \cdot 10^{15}$, $u \sim 10^8$ см/с, $M = 2.3 \cdot 10^{-22}$ г (ионы ксенона с зарядом $Z = 8$), $B_i \approx 5 \cdot 10^4$ Гс.

В случае максвелловского распределения аналитическое выражение для $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ можно получить только в предельных случаях предельно малых, $\Delta \ll \gamma/k$, и больших, $\Delta \gg \gamma/k$, величин разбросов Δ частиц по скоростям [17] (здесь $\gamma = \max \omega''(\mathbf{k})$ — инкремент неустойчивости). Эта трудность преодолевается, если для функций распределения ионов и электронов по скоростям использовать выражения в виде рациональных функций:

$$f_i(\mathbf{v}) = \frac{\Delta_i}{\pi^2 \left[(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2 + \Delta_i^2 \right]^2}, \quad (4)$$

$$f_e(\mathbf{v}) = \frac{\Delta_e}{\pi^2 (v^2 + \Delta_e^2)^2} d^3v. \quad (5)$$

По поводу формул (4) и (5) необходимо сделать следующее замечание. Что касается (4), то эта формула вполне пригодна для количественных оценок, поскольку столкновительная релаксация ионов крайне медленна и, следовательно, их функция распределения существенно отличается от максвелловской. Электроны же быстро, за время $\tau_{ee} \approx 0.5$ нс, релаксируют к максвелловскому распределению с температурой T_e , определяемой запасом их энергии. Дисперсионное соотношение (3) с максвелловскими электронами не может быть получено в аналитическом виде, а при численном его исследовании теряется наглядность. В частности, из-за погрешностей численного расчета в нашем случае не удается получить качественный ответ — с достоверностью убедиться в пороговом характере исчезновения пучковой неустойчивости с ростом T_e . Использование формулы (5) для электронов позволяет для продольной диэлектрической проницаемости найти явное и легко анализируемое уравнение. Окончательное же количественное условие отсутствия коллективного торможения ионов будет приведено ниже для реального случая, т. е. для максвелловских электронов.

В важной для нас формуле (7.2) из книги [18] имеется опечатка: вместо $k_z V_0$ следует писать скалярное произведение $\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_0$. По этой причине в Приложении приведен простой вывод формулы для $\epsilon(\omega, \mathbf{k})$. В случае (4) и (5) уравнение (3) принимает вид

$$\omega_e^2 \left[\frac{\sin^2 \theta}{(\omega + ik\Delta_e)^2 - \omega_{Be}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{(\omega + ik\Delta_e)^2} \right] + \frac{\omega_i^2}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u} + ik\Delta_i)^2} = 1. \quad (6)$$

Здесь $\omega_i = \sqrt{4\pi n_0 Z e^2 / M}$ и M — соответственно плазменная частота и масса ионов, θ — угол между векторами \mathbf{k} и \mathbf{V} .

Отметим, что в формуле (6) отсутствуют циклотронные резонансы с номерами $n > 1$, что объясняется малостью радиусов циклотронных орбит электронов, $kr_{Be} \ll 1$, характерной для нашего случая. Для ионов справедлив противоположный случай, $kr_{Bi} \sim \omega_e r_{Bi} / u = \omega_e / \omega_{Bi} \sim 10^4 \gg 1$ (характерная величина k приведена в следующем разделе), поэтому можно считать, что $r_{Bi} = \infty$, т. е., как говорилось выше, их траектории можно считать прямолинейными.

Созданное кольцом поле B_r направлено против поля правого соленоида B . Следовательно, по мере накопления ионов магнитное поле внутри кольца становится меньше, чем снаружи. Изменение магнитного поля во времени приводит к возникновению азимутального вихревого электрического поля, которое тормозит часть ионов. Толщина кольца в радиальном направлении увеличивается и в нашем случае составляет приблизительно $r_{Bi}/2 \approx R/2$. Отсюда следует оценка $B_r \sim 2\pi n_i M u^2 / B$. В целях дальнейшего анализа введем понятие эффективного параметра бета, характеризующего диамагнетизм кольца, который в проекте [5] оказывается существенным:

$$\beta = \frac{B_r}{B} = \frac{4\pi n_i (M u^2 / 2)}{B^2} \sim 1. \quad (7)$$

Соотношение (7) свидетельствует о возможном образовании ионного кольца, внутри которого суммарное поле направлено противоположно по отношению к наружному, т. е. о так называемой конфигурации с обращенным полем. Добавим, что в нашем случае характерное время ввода пучка порядка периода обращения ионов в магнитном поле. По этой причине при вводе пучка нарушается аксиальная симметрия, что является необходимым условием для образования конфигурации с обращенным полем [19, 20]. И действительно, такие кольца образовывались в опытах [7, 8] при малом времени ввода пучка. В более поздних исследованиях, представленных в обзоре [21], этот процесс был изучен более детально. Траектории ионов при этом становятся довольно сложными [?, 22, 23], а распределения ионов и электронов по скоростям значительно уширяются. Добавим, что при испускании ионов из диода также создается начальный значительный разброс по скоростям. По этим причинам характерные значения параметров для плазмы в кольце проекта [5] имеют вид

$$\delta_i \sim \delta_e \sim 1, \quad (8)$$

где $\delta_i = \Delta_i / u$ и $\delta_e = \Delta_e / u$. При этом процессы сжатия ионного кольца и ускорения ионов остаются устойчивыми даже при обращении направления поля внутри кольца [21, 25, 26].

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим сначала случай $\delta_e = 0$. При указанных выше параметрах плазмы $\omega_e^2 \gg \omega_{Be}^2$, а именно $\omega_{Be}^2 / \omega_e^2 \approx 0.15$, поэтому положим сначала для простоты $\omega_{Be}^2 = 0$ и, кроме того, рассмотрим случай

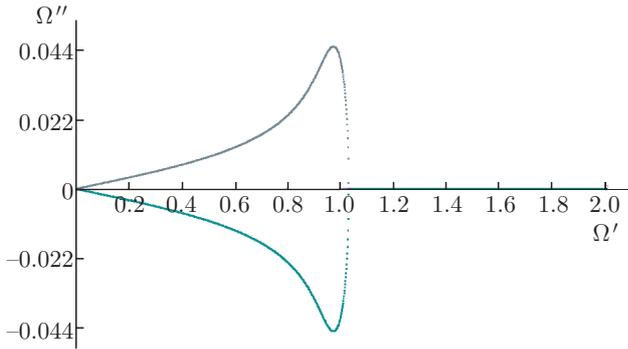


Рис. 2. Зависимости корней уравнения (6) при $\omega_{Be}^2 = 0$, $\mathbf{k} \parallel \mathbf{u}$, $\delta_e = 0$ и $\delta_i = 0$ от модуля волнового вектора k . На осях абсцисс и ординат отложены соответственно безразмерные величины $\Omega' = \omega'(k)/\omega_e$ и $\Omega'' = \omega''(k)/\omega_e$

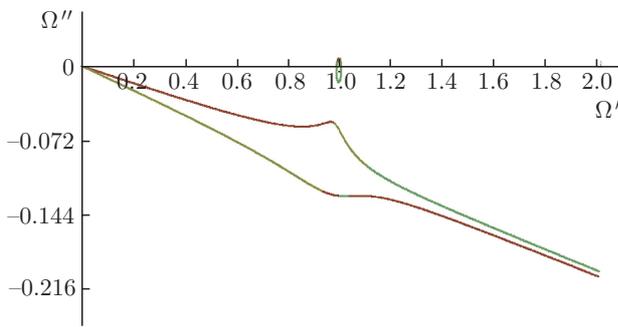


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но при $\delta_i = 0.1$. Верхняя нулевая траектория из рис. 2 претерпела разрыв

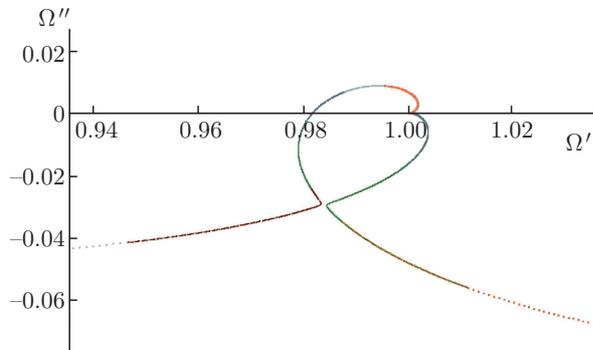


Рис. 4. Верхняя нулевая кривая в окрестности точки $\Omega' = 1$, $\Omega'' = 0$ перед самым ее разрывом. Значения параметров: $\omega_{Be}^2 = 0$, $\mathbf{k} \parallel \mathbf{u}$, $\delta_e = 0$ и $\delta_i = 0.0901$

$\mathbf{k} \parallel \mathbf{u}$. Полученные ниже выводы об условиях подавления пучковой неустойчивости остаются справедливыми и при отказе от этих приближений. Решение уравнения (6) для разных k при $\delta_i = \delta_e = 0$ представляет собой линии («траектории нулей»), приведенные на рис. 2. Еще один, четвертый, корень этого уравнения расположен вблизи $\Omega' = -1$, веществен,

соответствует устойчивым колебаниям и по этой причине на рис. 2 не показан. Как видно из рис. 3, с ростом δ_i траектории нулей наклоняются вниз. При $\delta_i \sim \xi^{1/3} \sim 0.1$, где $\xi = \omega_i^2 / (2\omega_e^2) \sim 1.5 \cdot 10^{-4}$, как показано на рис. 4, происходит разрыв, «перезакрытие» верхней из траекторий. От нее отделяется сливовидная петля, окружающая точку $\omega = \omega_e$. В этой петле в действительности имеется невидимый на рисунках небольшой разрыв, соответствующий предельным случаям $k \rightarrow 0$ и $k \rightarrow \infty$. Часть этой петли при $\delta_e = 0$ всегда расположена в верхней полуплоскости комплексной переменной ω . Самая верхняя часть этой кривой соответствует наибольшей величине инкремента, определяемой интерполяционной формулой

$$\gamma_{max} \approx \omega_e \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^3 \frac{\xi}{\delta_i^2 + 3\xi^{2/3}/4}. \quad (9)$$

Отсюда ясно, что в случае $\delta_e = 0$ при любом значении δ_i всегда имеется пучковая неустойчивость с возбуждением волн с $\omega \approx \omega_e$. Причина состоит в том, что в системе пучка электроны колеблются с частотой $\omega'_e = \omega_e - ku$. При $k \approx \omega_e/u$ эта частота становится сравнимой с малой частотой ω_i , поэтому всегда имеется резонанс между плазменными колебаниями электронов и ионов [17, 18, 27].

Определим теперь пороговое значение разброса по скоростям электронов δ_e^{CR} , при котором исчезает коллективное торможение ионов. Начнем рассмотрение со случая $\delta_e = 0$, $\delta_i \approx 1$ и будем увеличивать одновременно и на одинаковую малую величину как δ_e , так и δ_i . При этом нулевые кривые, соответствующие $\delta_e = 0$, $\delta_i \approx 1$, которые по форме подобны приведенным на рис. 3, сдвигаются как целое вниз на величину δ_e . Из (9) заключаем, что неустойчивость исчезает при

$$\delta_e > \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^3 \frac{\xi}{\delta_i^2} \sim 0.5\xi \sim 10^{-4}. \quad (10)$$

Отсюда видно, что для подавления неустойчивости требуется наличие достаточно большого разброса по энергиям как у ионов, так и у электронов.

Этот вывод основан на приближении (4), (5) и верен в качественном (пороговый характер исчезновения неустойчивости), но не в количественном отношении. Теперь учтем тот факт, что в действительности электроны успевают релаксировать к равновесному максвелловскому распределению. При $v_e \ll u$ электроны, принадлежащие к дальнему «хвосту» этого распределения, приводят к затуханию Ландау.

С использованием известных формул из теории затухания Ландау вместо (6) получаем

$$\left(\frac{\omega_e}{\omega}\right)^2 - 2i\varphi + \frac{\omega_i^2}{(\omega - ku + ik\Delta_i)^2} = 1, \quad (11)$$

где теперь $\delta_e = v_e/u$, $v_e = \sqrt{T_e/m}$ и $\varphi = \sqrt{\pi}\delta_e^{-3} \exp(-\delta_e^{-2})$. Исследуя характерную для пучковой неустойчивости область $\omega \approx \omega_e$, $k \approx \omega_e/u$, из (11) заключаем, что указанная неустойчивость подавляется затуханием Ландау на электронах при условии

$$\varphi > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \frac{\xi}{\delta_i^2} \sim \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \xi. \quad (12)$$

В интересующем нас случае $\delta_i \sim 1$ оно справедливо уже при $\delta_e > \delta_e^{CR}$, где $\delta_e^{CR} \approx 0.2$. Использование строгого выражения для вклада в диэлектрическую проницаемость от максвелловских электронов [28] с табличными данными из [29] приводит к величине $\delta_e^{CR} \approx 0.15$, что соответствует начальной температуре электронов $T_e^{CR} \approx 1$ эВ. При этом условие $kr_{Be} \ll 1$ все еще выполняется, поэтому электронные циклотронные резонансы с $n > 1$, не учтенные в формуле (6), несущественны.

Различие оценок (10) и оценок, полученных с использованием (11), объясняется гораздо более быстрым убыванием максвелловского распределения с ростом скорости электронов v по сравнению с (5). С этим же обстоятельством связана довольно слабая зависимость величины δ_e^{CR} от δ_i : так, при $\delta_i = 0.3$ по указанным таблицам получаем $\delta_e^{CR} \approx 0.2$.

Таким образом, использование (5) приводит к значениям δ_e^{CR} , значительно отличающимся от полученных для максвелловского распределения электронов. Тем не менее расчет в приближении (5) позволяет явным образом убедиться в пороговом характере исчезновения пучковой неустойчивости с ростом величины Δ_e .

Приведенные выше оценки относились к начальному периоду ускорения. Заметим, что все введенные выше безразмерные параметры остаются постоянными в процессе сжатия плазмы лайнером, поэтому в нашем случае (8) пучковая неустойчивость не развивается и в течение всего этого процесса.

5. ВЫВОДЫ

Из приведенного выше анализа заключаем, что для подавления пучковой неустойчивости ионного кольца в поперечном магнитном поле недостаточно

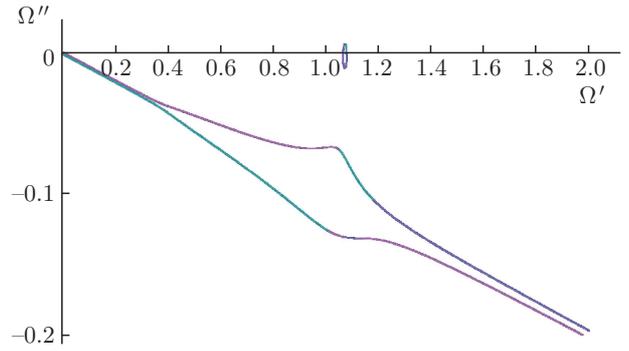


Рис. 5. То же, что на рис. 3, но при $\omega_{Be}^2/\omega_e^2 \approx 0.15$

немонохроматичности только ионов. Одновременно необходим также и достаточно большой разброс по энергиям электронной составляющей. В практическом отношении этот вывод важен для оценки возможности ускорения ионов с применением сжимающихся лайнеров.

Показано, что в интересующем нас типичном случае (8) коллективное торможение ионов на электронах отсутствует. Отметим, что для подавления рассмотренной здесь неустойчивости вовсе не требуется иметь необходимую для подавления пучковой неустойчивости достаточно большую величину начального разброса по скоростям электронов $\Delta_e^0 \gtrsim \Delta_e^{CR}$, которую сложно создать, применяя импульсные коаксиальные диоды. Действительно, пусть начальный разброс очень мал: $\Delta_e^0 \ll \Delta_e^{CR}$, т. е. $T_e^0 \ll T_e^{CR} \approx 1$ эВ. В нашем случае это соответствует $\delta_e = 0$, $\delta_i \approx 1$ и, согласно (9), инкременту пучковой неустойчивости

$$\gamma_{max} \approx \omega_e \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \xi \approx 2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}.$$

Таким образом, уже на самом начальном этапе развития неустойчивости, за время $\sim 0.1\text{--}1$ нс, электроны нагреются до температуры T_e^{CR} , после чего коллективное торможение ионов на электронах исчезнет.

Учет наличия электронной циклотронной частоты ω_{Be} в дисперсионном выражении (6) не меняет полученных выводов. Как видно из рис. 5, снова получаются траектории нулей, подобные приведенным на рис. 2–4. Разница состоит лишь в том, что указанная выше сливовидная петля окружает теперь точку

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt{\omega_0^2 + \sqrt{\omega_0^4 - 4\omega_e^2 \omega_{Be}^2} \cos^2 \theta} \approx \omega_e + \frac{\omega_{Be}^2}{2\omega_e} \sin^2 \theta,$$

где

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_e^2 + \omega_{Be}^2}.$$

Установленные в данной статье условия осуществления или отсутствия коллективного механизма торможения пучков быстрых электронов следует учитывать также при разработке методов лазерного термоядерного синтеза, рассмотренных в [30].

Благодарности. Авторы благодарны М. Д. Скорохватову за полезные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вывод уравнения (6)

Электрическое поле волны, возбуждаемой ионами в плазме, обозначим через $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. В формуле из электродинамики

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

пренебрегаем последним членом, поскольку нас интересует плазма с нерелятивистскими частицами. Таким образом, это поле является потенциальным:

$$\mathbf{E} \approx -\nabla\varphi. \quad (13)$$

Рассмотрим сначала облако «холодных» электронов (для определенности говорим пока о них), скорость которых в произвольной точке \mathbf{r} в момент t имеет определенное значение, равное $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$. Это облако описывается функцией распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{V}, t) = n(\mathbf{r}, t) \delta[\mathbf{V} - \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)]$. В этом случае кинетическое описание поведения облака, основанное на уравнении Власова (в пренебрежении столкновениями), равносильно гидродинамическому [17, 18].

Пусть при $t = 0$ облако электронов покоится. При $t > 0$ оно начинает двигаться под действием электрического поля волны

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) = \operatorname{Re}(\mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t}) = \\ &= \operatorname{Re}(-i\mathbf{k}\varphi) \end{aligned}$$

по закону

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{q}{m} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right), \quad (14)$$

совпадающему с уравнением движения одной частицы, что является следствием линеаризации гидродинамического уравнения Эйлера. Здесь мы пренебрегли действием на электроны магнитного поля волны, малого по сравнению с основным магнитным полем в плазме \mathbf{B} , вдоль которого направим ось z . Решение (14), записанное в комплексной форме, имеет вид

$$\begin{cases} v_x = -\frac{iq(\omega k_x + \omega_{Be} k_y)}{m(\omega^2 - \omega_{Be}^2)} \varphi, \\ v_y = -\frac{iq(\omega k_y - \omega_{Be} k_x)}{m(\omega^2 - \omega_{Be}^2)} \varphi, \\ v_z = \frac{qk_z}{m\omega} \varphi. \end{cases} \quad (15)$$

Объемная плотность электронов равна $n = n_0 + n_1$. Здесь $n_1(\mathbf{r}, t)$ — ее слабое возмущение под действием волны, $|n_1| \ll n_0$. Эту величину находим из уравнения непрерывности $\partial n / \partial t + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0$. Путем линеаризации последнего получаем

$$n_1 = n_0 \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}{\omega}. \quad (16)$$

Формулы (15), (16) дают следующее выражение для возмущения плотности заряда электронов:

$$\rho_e = qn_1 = \frac{\omega_e^2 k^2}{4\pi} \left(\frac{\sin^2 \theta}{\omega^2 - \omega_{Be}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{\omega^2} \right) \varphi, \quad (17)$$

где θ — угол между векторами \mathbf{k} и \mathbf{V} .

Как говорилось выше, выражение (17) относится к системе отсчета K , в которой при $t = 0$ частицы покоились. Если же они двигались со скоростью \mathbf{v} , то надо перейти в систему отсчета K' , движущуюся относительно K со скоростью \mathbf{v} . В последней частицы при $t = 0$ покоились, и поэтому к ней применима формула (17), но с заменой ω на $\omega' = \omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$. Действительно, координаты в обеих системах связаны формулой $\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{v}t$. Электрическое поле в волне колеблется по закону

$$\begin{aligned} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t) &= \exp[i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}' + \mathbf{v}t) - i\omega t] = \\ &= \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}' - i\omega' t), \end{aligned}$$

поэтому частота колебаний в системе K' равна ω' . Таким образом, формулу (17) следует переписать в виде

$$\rho_e = \frac{\omega_e^2 k^2}{4\pi} g(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \varphi,$$

где

$$g(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) = \frac{\sin^2 \theta}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 - \omega_{Be}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2}.$$

Пусть электроны состоят из групп A , движущихся со скоростями \mathbf{v}_A и имеющих плотности n_A . Тогда

$$\begin{aligned} \rho_e &= \sum_A \rho_e^A = \varphi \sum_A \frac{(\omega_e^A)^2 k^2}{4\pi} g(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_A) = \\ &= \frac{\omega_e^2 k^2}{4\pi} \varphi \sum_A \xi_A g(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_A), \quad (18) \end{aligned}$$

где $\xi_A = n_A/n_0$ — доля электронов, принадлежащих группе A , $n_0 = \sum_A n_A$ — полная плотность электронов. В случае непрерывного распределения по скоростям вместо (18) имеем

$$\rho_e = \frac{\omega_e^2 k^2}{4\pi} \varphi \int d^3 v f(\mathbf{v}) g(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}).$$

Здесь $f(\mathbf{v})$ — функция распределения, нормированная условием

$$\int d^3 v f(\mathbf{v}) = 1.$$

В случае плазмы, состоящей из частиц различных видов « a », возмущение плотности полного заряда, очевидно, равно

$$\rho = \frac{k^2}{4\pi} \varphi \sum_a \omega_a^2 J_a, \quad (19)$$

где

$$J_a = \int d^3 v f_a(\mathbf{v}) g_a(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}), \quad (20)$$

$$g_a(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) = \frac{\sin^2 \theta}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 - \omega_{Ba}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2},$$

$$\omega_{Ba} = \frac{q_a B}{m_a c}.$$

По правилу Ландау, следующему из принципа причинности, в (20) следует заменить $\omega \rightarrow \omega + i0$.

Вследствие большой массы для ионов можно положить $\omega_{Bi} = 0$, поэтому

$$g_i = \frac{1}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2}.$$

Пусть теперь помимо собственных зарядов в плазме имеется сторонний заряд с плотностью

$$\rho_{ex} = \rho_0 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t). \quad (21)$$

Перепишем (19) в виде

$$\rho = -k^2 \chi \varphi,$$

где

$$\chi = -\frac{1}{4\pi} \sum_a \omega_a^2 J_a$$

— поляризуемость плазмы. Из уравнения Пуассона

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi (\rho + \rho_{ex})$$

и (13) находим

$$\varphi = \frac{4\pi}{\varepsilon k^2} \rho_{ex}, \quad (22)$$

где $\varepsilon \equiv \varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + 4\pi\chi$ — продольная диэлектрическая проницаемость плазмы. В случае произвольной плотности сторонних зарядов, $\rho_{ex} = \rho_{ex}(\mathbf{r}, t)$, созданный ими в плазме электрический потенциал равен

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d^3 k d\omega}{(2\pi)^4} \frac{4\pi \rho_{ex}(\mathbf{k}, \omega)}{\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) k^2} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t}.$$

В отсутствие сторонних зарядов из (22) следует соотношение $\varphi \varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 0$. При наличии волны $\varphi \neq 0$, откуда следует уравнение (3).

Рассмотрим распределения вида

$$f_a(\mathbf{v}) = \frac{\Delta_a}{\pi^2 \left[(\mathbf{v} - \mathbf{u}_a)^2 + \Delta_a^2 \right]^2}.$$

В (20) сделаем замену переменной интегрирования $\mathbf{V} = \mathbf{v} - \mathbf{u}_a$, тогда

$$J_a = \frac{\Delta_a}{\pi^2} \int d^3 V \frac{g_a(\omega + i0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_a - \mathbf{k} \cdot \mathbf{V})}{(V^2 + \Delta_a^2)^2}.$$

Для расчета этого интеграла направим ось z вдоль вектора \mathbf{k} и проинтегрируем по перпендикулярным к ней компонентам скорости, в результате имеем

$$J_a = \frac{\Delta_a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dV_z \frac{g_a(\omega + i0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_a - kV_z)}{V_z^2 + \Delta_a^2}.$$

Три полюса подынтегрального выражения лежат в верхней полуплоскости комплексной переменной V_z и один, $V_z = -i\Delta_a$, — в нижней. Замыкая контур интегрирования в нижней полуплоскости, получаем

$$J_a = \frac{\sin^2 \theta}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_a + ik\Delta_a)^2 - \omega_{Ba}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_a + ik\Delta_a)^2}.$$

С учетом сказанного уравнение (3) принимает вид (6).

ЛИТЕРАТУРА

1. I. Langmuir, Proc. Nat. Acad. Sci. 14(8), 627 (1928).
2. Л. И. Меньшиков, С. Л. Недосеев, В. П. Смирнов, Л. Н. Сомов, Препринт ИАЭ-5077/6, Москва (1990).
3. Л. И. Меньшиков, С. Л. Недосеев, В. П. Смирнов, Л. Н. Сомов, Атомная энергия 71, 511 (1991).
4. Б. Б. Кадомцев, в сб. *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций*, т. IV, с. 364, Изд-во АН СССР, Москва (1958).

5. V. Bystritskii, F. J. Wessel, N. Rostoker, and H. Rahman, in *Current Trends in International Fusion Research*, Springer (1997), pp. 347–364.
6. F. S. Felber, M. M. Malley, F. J. Wessel, M. K. Matzen, M. A. Palmer, R. B. Spielman, M. A. Liberman, and A. L. Velikovich, *Phys. Fluids* **31**, 2053 (1988).
7. P. L. Dreike, J. B. Greenly, D. A. Hammer, and R. N. Sudan, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 539 (1981).
8. P. L. Dreike, J. B. Greenly, D. A. Hammer, and R. N. Sudan, *Phys. Fluids* **25**, 59 (1982).
9. Н. Н. Петров, *Атом* **37**, 2 (2008).
10. P. N. Alekseev, V. V. Ignatiev, S. A. Konakov, L. I. Menshikov, N. N. Ponomarev-Stepnoi, V. N. Prusakov, V. A. Stukalov, and S. A. Subbotine, *Nucl. Eng. Design* **173**, 151 (1997).
11. Л. А. Микаэлян, П. Е. Спивак, В. Г. Циноев, *ЯФ* **1**, 853 (1965).
12. В. И. Ляшук, Ю. С. Люгостанский, *Письма в ЖЭТФ* **103**, 331 (2016).
13. В. М. Быстрицкий, *ЖТФ* **55**, 2040 (1985).
14. R. C. Davidson and J. M. Ogden, *Phys. Fluids* **18**, 1045 (1975).
15. T. Tajima, K. Mima, and J. M. Dawson, *Phys. Rev. Lett.* **39**, 201 (1977).
16. I. S. Chernoshtanov and Yu. A. Tsidulko, *Fusion Sci. Tech.* **63**(1T), 319 (2013).
17. А. А. Иванов, *Физика сильнонеравновесной плазмы*, Атомиздат, Москва (1977).
18. А. Б. Михайловский, *Теория плазменных неустойчивостей. Неустойчивости однородной плазмы*, т. 1, Атомиздат, Москва (1970).
19. D. E. Baldwin and M. E. Rensink, *Comments on Plasma Phys. Control. Fusion* **4**, 55 (1978).
20. R. N. Sudan, *AIP Conf. Proc.* **311**, 194 (1994).
21. M. Tuszewski, *Nucl. Fusion* **28**, 2033 (1988).
22. M. Y. Wang and G. H. Miley, *Nucl. Fusion* **19**, 39 (1979).
23. D. A. Larrabee and R. V. Lovelace, *Phys. Fluids* **25**, 714 (1982).
24. L. C. Steinhauer, *Phys. Plasmas* **18**, 070501 (2011).
25. R. V. Lovelace, *Phys. Fluids* **22**, 542 (1979).
26. R. N. Sudan and E. Ott, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 355 (1974).
27. А. В. Тимофеев, *Резонансные явления в колебаниях плазмы*, Физматлит, Москва (2000).
28. В. Д. Шафранов, в сб. *Вопросы теории плазмы*, вып. 3, с. 3, Госатомиздат, Москва (1963).
29. B. D. Fried and S. D. Conte, *The Plasma Dispersion Function: the Hilbert Transform of the Gaussian*, Acad. Press, New York, London (1961).
30. С. Ю. Гуськов, Н. В. Змитренко, О. Р. Рагимли, Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша, 094 (2017); DOI: <https://doi.org/10.20948/prepr-2017-94>.