

ОБРАЗОВАНИЕ КВАНТОВЫХ ВИХРЕЙ ПРИ ИОНИЗАЦИИ АТОМА СВЕРХКОРОТКИМ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ: 2D- И 3D-СЛУЧАИ

Н. В. Ларionов^{a}, Д. Н. Макаров^b, А. А. Смирновский^{a,c}, С. Ю. Овчинников^c*

^a Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
195251, Санкт-Петербург, Россия

^b Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова
163002, Архангельск, Россия

^c Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 1 июня 2019 г.,
после переработки 30 июня 2019 г.
Принята к публикации 3 июля 2019 г.

Теоретически и численно исследуются квантовые вихри, образующиеся в результате надбарьерной ионизации атома сверхкоротким лазерным импульсом. В двумерном пространстве рассматривается ионизация атома водорода, а в трехмерном пространстве — ионизация атома в приближении потенциала нулевого радиуса. На основе полученных аналитических выражений делается предположение, что локализация квантовых вихрей в трехмерном пространстве может быть предсказана на основе анализа двумерной модели.

DOI: 10.1134/S0044451019120010

1. ВВЕДЕНИЕ

Обычно при ионизации атомов сверхкороткими импульсами электромагнитного поля изучается вероятность этого процесса [1–4]. Однако в последнее время в связи с существующим интересом к квантовым системам, состоящим всего из нескольких объектов (атомов, ионов, квантовых точек и т. п. [5, 6]), в частности приготовленных в запутанных состояниях [7–11], представляют интерес исследования более тонких квантовых эффектов, возникающих в процессе ионизации отдельных атомов. Так, недавно [12–15] было выявлено, что при ионизации атома могут образовываться спиральные вихревые структуры — квантовые вихри, центры которых в обычном и в импульсном пространствах являются запрещенными областями для вырванного электрона — нулями его волновой функции [16–19]. Эти вихревые структуры в неизменном виде могут распространяться на макроскопические расстояния [12],

где возможно проводить их детектирование. Природа таких образований обусловлена волновыми свойствами электрона и имеет гидродинамическую интерпретацию [12, 20].

Помимо несомненного фундаментального интереса как к квантовым вихрям, так и к вихревым фотоэлектронам (электронам с определенным значением момента импульса), участвующим в их формировании, существует и практический интерес. В работе [21] теоретически исследуется перерассеяние вихревого фотоэлектрона, образовавшегося в результате ионизации мишени низкочастотным лазерным импульсом, на родительском ионе. На примере расчетов, в частности для молекулы кислорода, показано, что анализ распределения вихревых фотоэлектронов по импульсам позволяет извлечь информацию о состоянии молекулы. Используя разработанную теорию, авторы объясняют некоторые эксперименты, в которых вихревые фотоэлектроны с ненулевым моментом импульса чувствительны к киральности мишени. Таким образом, электронные вихревые структуры могут быть востребованы в фотоэлектронной спектроскопии вещества.

* E-mail: larionov.nickolay@gmail.com

Способы ионизации, в результате которой возникают вихри, могут быть разными. В работе [13] рассматривался эксперимент, в котором электроны вылетают в результате медленных атомно-ионных столкновений, а теоретические работы [14, 15] предсказывают появление вихрей в результате ионизации атома гелия аттосекундным электромагнитным импульсом или УФ-импульсом.

В работах [22, 23] с помощью численного метода решения нестационарного уравнения Шредингера в расширяющемся пространстве [24] нами были исследованы возникновение и эволюция квантовых вихрей, образующихся при надбарьерной ионизации атома водорода сверхкоротким лазерным импульсом в 2D-случае (далее 2D-атом). Для более глубокого понимания природы возникновения этих вихрей данная задача была проанализирована с помощью нестационарной теории возмущений. Было показано, что вихри являются результатом интерференции конечных состояний электрона, образованных посредством «двухфотонного» перехода через промежуточные состояния непрерывного спектра.

Выбор 2D-задачи был обусловлен несколькими причинами. Первая причина — существующий интерес к системам с пониженной размерностью [25], в качестве которых, к примеру, может выступать монолист графита [26] или квазидвумерный кристалл [27]. Вторая причина связана с существенными трудностями, возникающими при численном моделировании процесса ионизации в 3D-пространстве. Поэтому естественно попытаться предсказать особенности процесса ионизации в 3D-случае, в частности и образование вихрей, основываясь на решении задачи в пространстве с пониженной размерностью.

В представленной работе, основываясь на нестационарной теории возмущений, мы исследуем возможность идентификации квантовых вихрей в 3D-пространстве на основе результатов, полученных при решении задачи об ионизации 2D-атома водорода. В качестве 3D-атома будет выступать электрон, изначально связанный потенциалом нулевого радиуса (ПНР).

Отметим, что выбор такого 3D-атома, обусловлен несколькими причинами. Во-первых, условия ионизации 2D-атома водорода будут выбраны такими, что возможно использовать приближение одноуровневого атома [22, 23], а также вполне успешно заменять кулоновские волны на цилиндрические. Во-вторых, задачи, содержащие ПНР, являющиеся хорошим приближением для различных физических объектов [28–31], имеют самостоятельный интерес.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО ИМПУЛЬСАМ ЭЛЕКТРОНОВ, ВЫРВАННЫХ ПРИ ИОНИЗАЦИИ: 2D- И 3D-СЛУЧАИ

Здесь и далее используем атомную систему единиц $\hbar = 1$, $m_e = 1$, $e = 1$. Гамильтониан атома, взаимодействующего с лазерным импульсом, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hat{H}_0 + \hat{V}, \\ \hat{H}_0 &= \frac{1}{2}\hat{p}^2 + U(r), \\ \hat{V} &= -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(t),\end{aligned}\quad (1)$$

где \hat{H}_0 — гамильтониан свободного атома, \hat{p} и $\hat{\mathbf{d}}$ — операторы импульса и дипольного момента атома, U — потенциальная энергия, \hat{V} — оператор взаимодействия атома с полем $\mathbf{E}(t)$ лазерного излучения.

Теперь конкретизируем понятие «атом» и отдельно рассмотрим случаи 2D-атома водорода и 3D-атома, представляющего собой электрон, связанный ПНР.

2.1. 2D-атом водорода

Квантовые вихри, образующиеся при ионизации 2D-атома водорода, исследовалось нами в работах [22, 23] с помощью как численного моделирования уравнения Шредингера, так и аналитических решений, полученных во втором порядке нестационарной теории возмущений. Однако при выводе аналитического выражения для амплитуды вероятности $b(\mathbf{k}, t)$ того, что вырванный электрон имеет импульс $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, мы ограничились частными случаями и получили выражения только для $b(k_x, k_y = 0, t)$ и $b(k_x = 0, k_y, t)$. Здесь, используя тот же подход, что и в работе [23], обобщим полученные ранее результаты на случай произвольных значений проекций вектора \mathbf{k} .

Невозмущенный гамильтониан \hat{H}_0 и оператор возмущения \hat{V} в случае поля, поляризованного вдоль оси x , $\mathbf{E}(t) = \mathbf{e}_x \tilde{E}(t)$, \mathbf{e}_x — единичный вектор вдоль оси x , имеют вид

$$\begin{aligned}\hat{H}_0 &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{1}{2\rho}, \\ \hat{V} &= \rho \tilde{E}(t) \cos \varphi,\end{aligned}\quad (2)$$

где ρ, φ — полярные координаты вектора \mathbf{r} , и, так же, как в наших предыдущих работах [22, 23], считаем заряд ядра равным $1/2$.

Примем следующие приближения. Будем считать, что имеет место надбарьерная ионизация и используем приближение одноуровневого атома. Этот

один уровень будет соответствовать основному состоянию 2D-атома водорода [32, 33],

$$\Psi_{10}^{(0)}(\rho, \varphi) = R_{10}(\rho)\Phi_0(\varphi) = \sqrt{2/\pi} e^{-\rho}, \quad (3)$$

в котором атом находился в начальный момент времени $t_0 = 0$. Здесь нижние индексы «10» у волновой функции — индексы состояния: $n = 1$ — главное квантовое число, характеризующее основное состояние с энергией $E_1 = -1/2$ и проекцией момента $m = 0$ на ось z ; $R_{nm}(\rho)$ и $\Phi_m(\varphi)$ — соответственно радиальная и угловая части волновой функции. Следующее важное приближение — замена кулоновских волн на цилиндрические волны:

$$\tilde{\Psi}_{km}^{(0)}(\rho, \varphi) = J_{|m|}(k\rho)\Phi_m(\varphi) = J_{|m|}(k\rho) \frac{e^{im\varphi}}{\sqrt{2\pi}}, \quad (4)$$

где $J_{|m|}(k\rho)$ — функция Бесселя первого рода, а нижние индексы « km » указывают на то, что электрон обладает энергией $E_k = k^2/2 = (k_x^2 + k_y^2)/2$ и проекция его момента на ось z равна $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Применяя нестационарную теорию возмущений [34] к уравнению Шредингера и используя перечисленные приближения, можно получить следующую систему уравнений (формула (14) в работе [23]) для нахождения амплитуды вероятности $b_{km,10}(t)$ того, что вырванный электрон к моменту времени t находится в состоянии $\tilde{\Psi}_{km}^{(0)}(\rho, \varphi)$:

$$\begin{aligned} b_{km,10}(t) = & -\frac{i}{2}(\delta_{m,1} + \delta_{m,-1}) \frac{6k}{(k^2 + 1)^{5/2}} \times \\ & \times \int_0^t \tilde{E}(t') \exp(i\omega_{k1}t') dt' - \\ & - \frac{i}{2} \left(\frac{|m| \mp 1}{k} \mp \frac{\partial}{\partial k} \right) \int_0^t \tilde{E}(t') b_{km-1,10}(t') dt' - \\ & - \frac{i}{2} \left(\frac{|m| \pm 1}{k} \pm \frac{\partial}{\partial k} \right) \int_0^t \tilde{E}(t') b_{km+1,10}(t') dt', \quad (5) \end{aligned}$$

где $\delta_{m,m'}$ — символы Кронекера, верхний знак для слагаемого с $b_{km-1,10}(t')$ соответствует значениям $m \geq 1$, а нижний — $m \leq 0$. Для слагаемого с $b_{km+1,10}(t')$ верхний знак используется для значений $m \geq 0$, а нижний — для $m \leq -1$. Частота перехода $\omega_{k1} = E_k - E_1$. Система (5) представляет собой уравнение Дайсона для амплитуды $b_{km,10}(t)$, где было проведено суммирование по всем промежуточным состояниям непрерывного спектра.

Искомая амплитуда вероятности $b(\mathbf{k}, t)$ выражается через $b_{km,10}(t)$ следующим образом:

$$\begin{aligned} b(\mathbf{k}, t) &= \sum_{m'} \int_0^\infty k' dk' b_{k'm',10}(t) \langle \mathbf{k} | \tilde{\Psi}_{k'm'}^{(0)} \rangle = \\ &= \sum_{m'} b_{km',10}(t) C_{m'} i^{-m'} \Phi_{m'}(\varphi_k), \quad (6) \end{aligned}$$

где $C_m = 1$ для $m \geq 0$ и $C_m = (-1)^m$ для $m < 0$, а волновой вектор задается своими полярными координатами, $\mathbf{k} = (k, \varphi_k)$. Второе равенство в (6) получено с помощью явного вида цилиндрической волны в импульсном представлении [35]:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_{k'm'}^{(0)}(\mathbf{k}) &\equiv \langle \mathbf{k} | \tilde{\Psi}_{k'm'}^{(0)} \rangle = \\ &= C_{m'} i^{-m'} \frac{\delta(k' - k)}{k'} \Phi_{m'}(\varphi_k), \quad (7) \end{aligned}$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция. С точностью до второго порядка теории возмущений включительно амплитуда (6) имеет вид

$$\begin{aligned} b(\mathbf{k}, t) = & -i \sum_{m=\pm 1} b_{km,10}^{(1)}(t) \Phi_m(\varphi_k) + \\ & + b_{k0,10}^{(2)}(t) \Phi_0(\varphi_k) - \sum_{m=\pm 2} b_{km,10}^{(2)}(t) \Phi_m(\varphi_k), \quad (8) \end{aligned}$$

где верхние индексы у амплитуд указывают на порядок теории возмущений. Величины $b_{km,10}^{(1,2)}(t)$ легко находятся из системы (5) [23].

Формулы (6), (8) являются обобщением формул (15), (16) из [23] на случай произвольного направления вектора \mathbf{k} .

2.2. 3D-атом

Теперь рассмотрим трехмерную задачу, где в качестве 3D-атома будет выступать электрон, связанный ПНР $U(\mathbf{r})$. Явный вид невозмущенного гамильтонiana \hat{H}_0 имеет вид

$$\hat{H}_0 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\hat{l}^2}{r^2} \right) - U(\mathbf{r}), \quad (9)$$

где \hat{l}^2 — оператор квадрата момента импульса электрона. Оператор взаимодействия \hat{V} представлен формулой (1), где пока не будем конкретизировать поляризацию поля $\mathbf{E}(t)$.

В ПНР имеется всего одно связанное состояние с равным нулю орбитальным квантовым числом $l = 0$, энергией $E_1 = -\alpha^2/2$ и волновой функцией

$$\Psi_{100}^{(0)}(r, \theta, \varphi) = R_{10}(r)Y_{00}(\theta, \varphi) = \sqrt{2\alpha} \frac{e^{-\alpha r}}{r} \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad (10)$$

где $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ — сферическая функция ($l = 0, m = 0$) и α определяет мощность ПНР. Для непрерывного спектра энергия равна $E_k = k^2/2$ и волновые функции представлены сферическими волнами

$$\Psi_{klm}^{(0)}(r, \theta, \varphi) = R_{kl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi) = \frac{J_{l+1/2}(kr)}{\sqrt{r}} Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (11)$$

где радиальная часть, так же как и в 2D-случае, нормирована по «шкале энергии»,

$$\int_0^\infty R_{kl}(r)R_{k'l'}(r)r^2 dr = \frac{1}{k'} \delta(k' - k) = \delta(E_{k'} - E_k). \quad (12)$$

Найдем амплитуду вероятности $b(\mathbf{k}, t)$ того, что вырванный электрон имеет импульс $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$. Следуя работе [23], где было проведено суммирование рядов теории возмущений, можно получить следующее уравнение Дайсона (см. уравнение (9) в [23]) для определения амплитуды вероятности $b_{klm,100}(t)$ того, что вырванный электрон находится в состоянии $\Psi_{klm}^{(0)}(r, \theta, \varphi)$:

$$b_{klm,100}(t) = -i \int_0^t V_{klm,100}^I(t') dt' - i \sum_{l'=0}^\infty \sum_{m'=-l'}^\infty \int_0^\infty k' dk' \times \\ \times \int_0^t V_{klm,k'l'm'}^I(t') b_{k'l'm',100}(t') dt', \quad (13)$$

где матричные элементы оператора возмущения в представлении взаимодействия (верхний индекс « I ») имеют вид

$$V_{klm,k'l'm'}^I(t) = \exp(\omega_{kk'}t) (\mathbf{E}(t) \cdot \mathbf{n}_{lm,l'm'}) r_{kl,k'l'}, \\ \mathbf{n}_{lm,l'm'} = \int Y_{lm}^*(\theta, \varphi) \mathbf{n} Y_{l'm'}(\theta, \varphi) d\Omega, \\ r_{kl,k'l'} = \int_0^\infty R_{kl}(r) r R_{k'l'}(r) r^2 dr, \quad (14)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор, а его матричные элементы отличны от нуля, когда $l = l' \mp 1$ [36]. Таким образом, необходимо вычислить радиальные матричные элементы $r_{kl,k'l' \mp 1}$. Это можно проделать так же, как и в [23], тогда получаем

$$r_{kl,k'l' \mp 1} = \int_0^\infty R_{kl}(r) r R_{k'l'}(r) r^2 dr = \\ = \int_0^\infty J_{l+1/2}(kr) J_{l+1/2 \mp 1}(k'r) r^2 dr = \\ = \left(\frac{l+1/2 \mp 1}{k} \mp \frac{d}{dk} \right) \frac{1}{k'} \delta(k' - k), \quad (15)$$

а для перехода из связанного состояния в непрерывный спектр —

$$r_{k1,10} = \int_0^\infty R_{k1}(r) r R_{10}(r) r^2 dr = \\ = 4 \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \frac{k^{3/2}}{(k^2 + \alpha^2)^2}. \quad (16)$$

Используя выражения (14) и (15), уравнение (13) может быть записано в следующем виде:

$$b_{klm,100}(t) = -i \delta_{l1} r_{kl,10} \times \\ \times \int_0^t \exp(i\omega_{k1}t') (\mathbf{E}(t') \cdot \mathbf{n}_{lm,00}) dt' - \\ - i \sum_{m'=-(l-1)}^{l-1} \left(\frac{l-1/2}{k} - \frac{d}{dk} \right) \times \\ \times \int_0^t b_{kl-1m',100}(t') (\mathbf{E}(t') \cdot \mathbf{n}_{lm,l-1m'}) dt' - \\ - i \sum_{m'=-(l+1)}^{l+1} \left(\frac{l+3/2}{k} + \frac{d}{dk} \right) \times \\ \times \int_0^t b_{kl+1m',100}(t') (\mathbf{E}(t') \cdot \mathbf{n}_{lm,l+1m'}) dt'. \quad (17)$$

Искомая амплитуда $b(\mathbf{k}, t)$ записывается через $b_{klm,100}(t)$ следующим образом:

$$b(\mathbf{k}, t) = \sum_{l'=0}^\infty \sum_{m'=-l'}^{l'} \int_0^\infty k' dk' b_{k'l'm',100}(t) \langle \mathbf{k} | \Psi_{k'l'm'}^{(0)} \rangle = \\ = \sum_{l'=0}^\infty \sum_{m'=-l'}^{l'} \frac{i^{-l'}}{\sqrt{k}} b_{kl'm',100}(t) Y_{l'm'}(\theta_k, \varphi_k), \quad (18)$$

где волновой вектор задается своими сферическими координатами, $\mathbf{k} = (k, \theta_k, \varphi_k)$. Второе равенство в (18) получается после подстановки явного выражения для сферической волны в импульсном представлении [37]

$$\begin{aligned}\Psi_{k'l'm'}^{(0)}(\mathbf{k}) &\equiv \langle \mathbf{k} | \Psi_{k'l'm'}^{(0)} \rangle = \\ &= i^{-l'} \frac{\delta(k - k')}{k^{3/2}} Y_{l'm'}(\theta_k, \varphi_k).\end{aligned}\quad (19)$$

С точностью до второго порядка теории возмущений включительно амплитуда (18) равна (ср. с формулой (8))

$$\begin{aligned}b(\mathbf{k}, t) &= -i \sum_{m'=\pm 1} \frac{1}{\sqrt{k}} b_{k1m', 100}^{(1)}(t) Y_{1m'}(\theta_k, \varphi_k) + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{k}} b_{k00, 100}^{(2)}(t) Y_{00}(\theta_k, \varphi_k) - \\ &- \sum_{m'=0, \pm 2} \frac{1}{\sqrt{k}} b_{k2m', 100}^{(2)}(t) Y_{2m'}(\theta_k, \varphi_k).\end{aligned}\quad (20)$$

Явные аналитические выражения для амплитуд $b_{klm, 100}^{(1,2)}(t)$ могут быть легко получены из системы (17).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В качестве «реперных» используем результаты численных расчетов, полученные нами ранее [22], где поле лазерного импульса, ионизирующее 2D-атом водорода, моделировалось выражением

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(t) &= \mathbf{e}_x \sqrt{\frac{4\omega}{2\omega T + \sin(2\omega T)}} \times \\ &\times \tilde{E}_0 \cos(\omega t) [\theta(T - t) - \theta(-t)].\end{aligned}\quad (21)$$

Здесь $\theta(x)$ — ступенчатая функция Хэвисайда, \tilde{E}_0 — не зависящая от времени амплитуда, ω и T — частота и длительность импульса. Импульс (21) нормирован так, что интеграл от интенсивности по всему времени действия импульса равен \tilde{E}_0^2 . Сначала проверим полученную формулу (8). На рис. 1 для параметров поля (21) $\tilde{E}_0 = 0.5$, $\omega = \pi$, $T = 2$, представлено распределение по импульсам электрона $|b(k_x, k_y, t > T)| \equiv |b(k_x, k_y)|$, вырванного в процессе ионизации (для более четкого отображения центров квантовых вихрей на графиках строятся кривые не для квадрата модуля $|b|^2$, а для модуля амплитуды $|b|$).

На рис. 1а приведены данные численного расчета из работы [22]. Четко видны два симметричных

относительно оси k_x локальных минимума распределения — центры квантовых вихрей. Анализ вектора плотности потока вероятности, проведенный в [22], показал, что поле скоростей электрона вокруг этих центров образует вихревую структуру — квантовый вихрь. Из численного расчета следует, что точки локализаций вихрей есть ($k_x = 0$, $k_y \approx \pm 2.3$). На рис. 1б представлены результаты, полученные с помощью аналитического выражения (8). Также видны центры двух квантовых вихрей. Используя (8), можно легко вычислить точки локализации этих вихрей: $|b(k_x = 0, k_y)| = 0$. Отсюда $k_y = \pm 2.2985$, что совпадает с результатами численных расчетов.

Теперь проведем сравнение результатов, представленных на рис. 1, с соответствующими результатами в 3D-случае. Мощность ПНР α выберем равной единице, так что энергия связанныго уровня будет такой же, как и у 2D-атома водорода (см. формулы (3) и (9) и текст под ними). Если, используя формулу (20), построить в плоскости $(k_x, k_y, k_z = 0)$ график распределения $|b(k_x, k_y, k_z = 0, t > T)| \equiv |b(k_x, k_y, 0)|$, то получится картина, практически идентичная представленной на рис. 1б: локализации минимумов и максимумов будут полностью совпадать.

Проанализируем теперь распределение $|b(k_x, k_y, k_z \neq 0)|$, но в плоскости $(k_x, k_y, k_z = -2)$ (рис. 2а). Видно, что центры двух возможных вихрей сместились к началу координат. Таким образом, основываясь на симметрии возбуждения 3D-атома, естественно предположить, что запрещенная область для электрона, соответствующая центру квантового вихря, представляет собой тонкое кольцо, лежащее в плоскости, перпендикулярной силе, вырывающей электрон, т. е., в нашем случае, в плоскости (k_y, k_z) . На рис. 2б в импульсном 3D-пространстве можно видеть эту запрещенную область (темное полукольцо).

На рис. 2в и г сравниваются зависимости распределений $|b(k_x, k_y)|$, $|b(k_x, k_y, k_z)|$ от одного из аргументов, k_x или k_y , при фиксированном нулевом одном аргументе для 2D-атома и фиксированных нулевых двух аргументах для 3D-атома. Отчетливо видно, что нули распределений, соответствующие центрам квантовых вихрей, полностью совпадают. Отличия кривых друг от друга связаны с различием перераспределений переданной электрону энергии. Так, в частности, для 3D-атома во втором порядке теории возмущений появляются четыре сферические волны, характеризующиеся квантовыми числами $l = 0, m = 0$; $l = 2, m = 0, \pm 2$ (20), тогда как для 2D-атома в этом же порядке присутствуют только

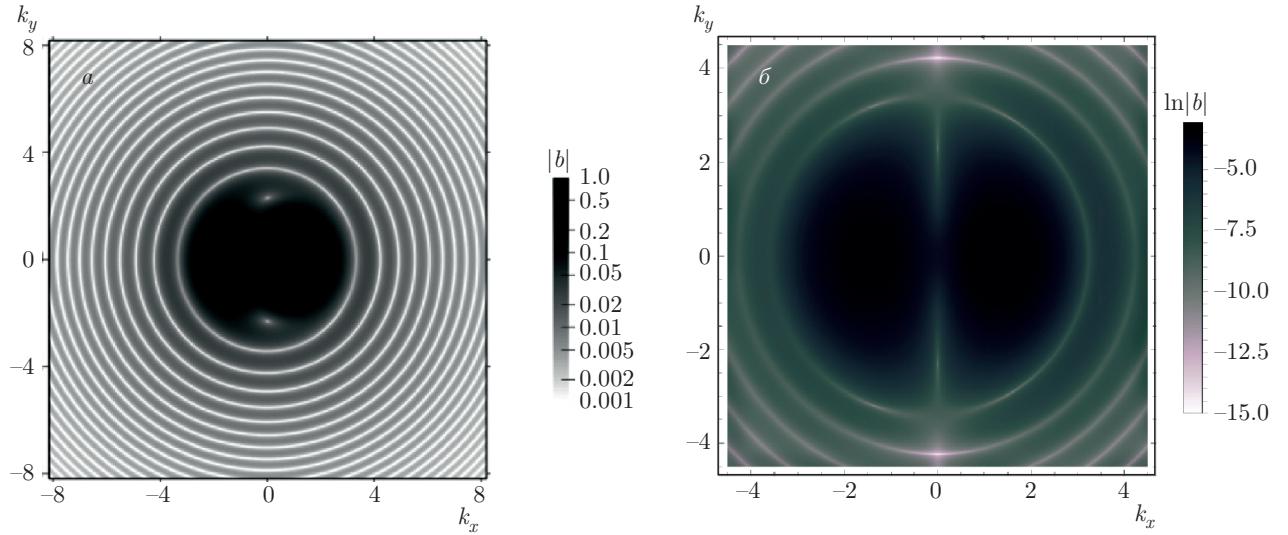


Рис. 1. (В цвете онлайн) Распределение по импульсам электрона в конечном состоянии $|b(k_x, k_y)|$: *а* — численный расчет из работы [22]; *б* — аналитический расчет по формуле (8). Параметры импульса: $\tilde{E}_0 = 0.5$, $\omega = \pi$, $T = 2$

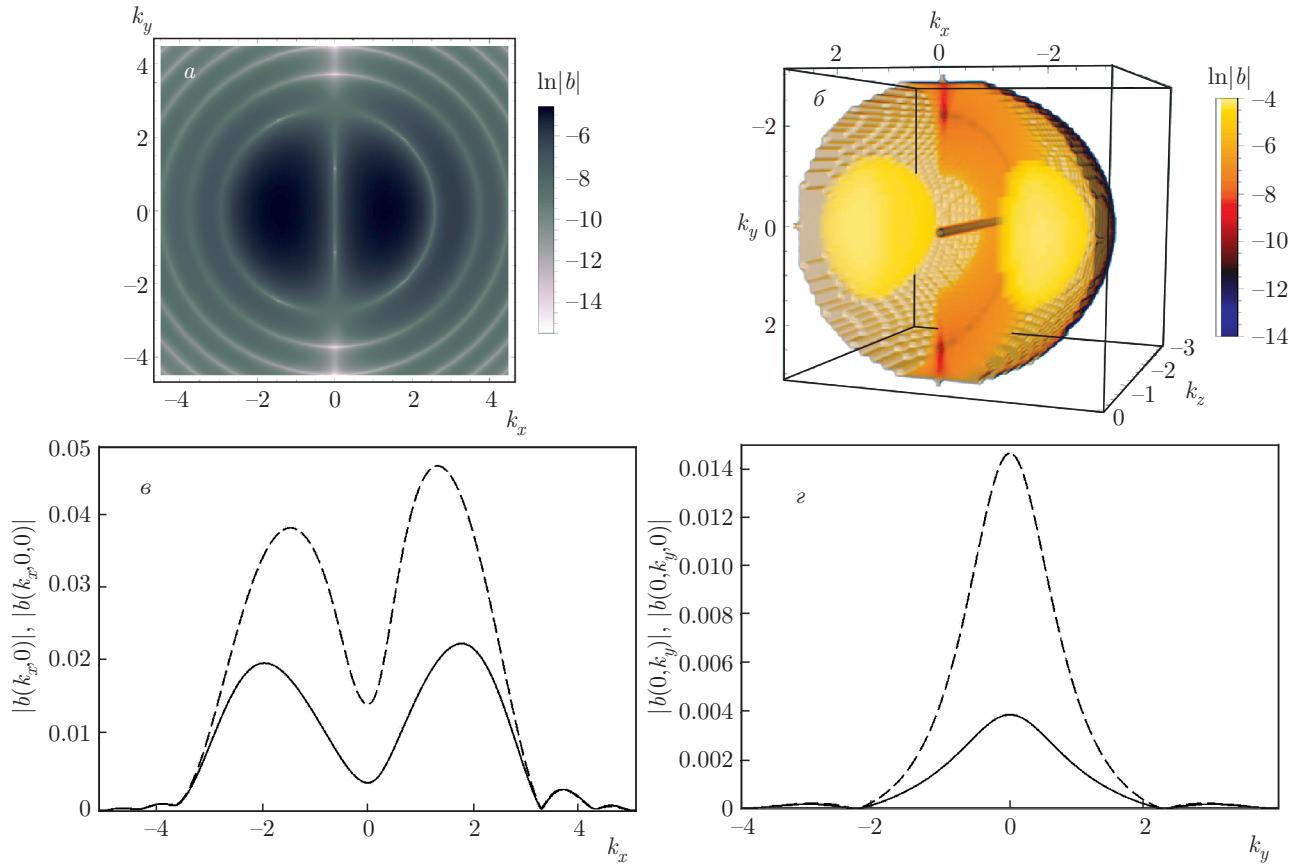


Рис. 2. (В цвете онлайн) Распределение по импульсам электрона в конечном состоянии, 2D- и 3D-случаи: *а* — $\ln|b(k_x, k_y, k_z = -2)|$; *б* — $\ln|b(k_x, k_y, k_z)|$; *в* и *г* — сравнение 2D-случая $|b(k_x, k_y)|$ (штриховая линия) с 3D-случаем $|b(k_x, k_y, k_z)|$ (сплошная линия). Все графики получены с помощью формул (8) и (20). Параметры импульса: $\tilde{E}_0 = 0.5$, $\omega = \pi$, $T = 2$

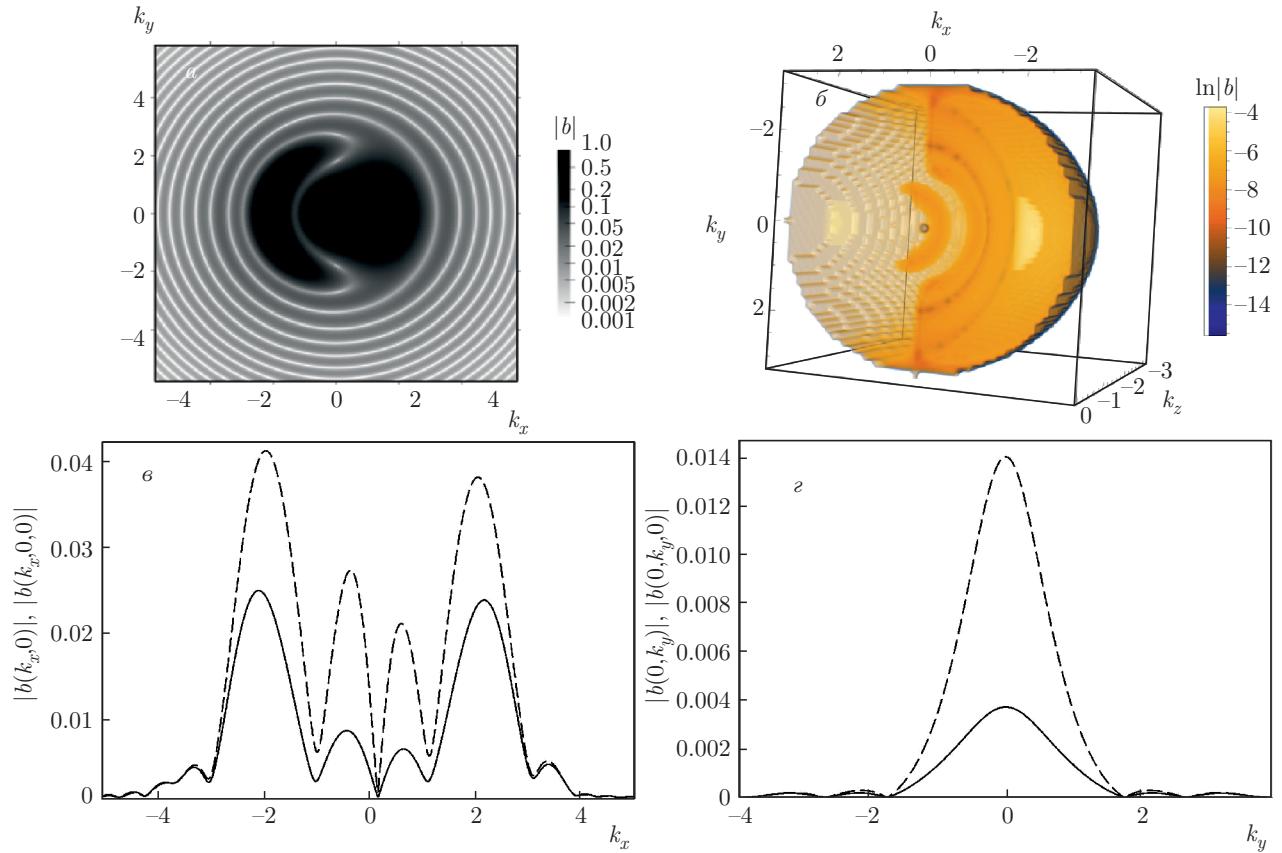


Рис. 3. (В цвете онлайн) Распределение по импульсам электрона в конечном состоянии: *а*) $|b(k_x, k_y)|$ — численный расчет из работы [22]; *б*) $\ln(|b(k_x, k_y, k_z)|)$ — аналитический расчет с помощью формулы (20); *в* и *г* — сравнение 2D-случаев $|b(k_x, k_y)|$ (штриховая линия) с 3D-случаем $|b(k_x, k_y, k_z)|$ (сплошная линия). Графики *в* и *г* получены с помощью формул (8) и (20). Параметры импульса: $\tilde{E}_0 = 0.5$, $\omega = \pi$, $T = 3$

три типа цилиндрических волн с квантовыми числами $m = 0$; $m = \pm 2$ (8).

На рис. 3 представлены результаты расчетов для случая, когда продолжительность импульса $T = 3$. В 2D-случае появляются две пары вихрей (рис. 3а), расположенных симметрично относительно оси k_x [22]. При ионизации в 3D-пространстве, область, соответствующая центрам квантовых вихрей, представляет собой два концентрических кольца (рис. 3б). На рис. 3в и 3г сравниваются зависимости распределений $|b(k_x, k_y)|$, $|b(k_x, k_y, k_z)|$ от одного из аргументов, k_x или k_y . Видно, что в плоскости (k_x, k_y) локализации нулей распределений для 2D- и 3D-атомов полностью совпадают и их координаты равны $k_x = 0$, $k_y = \pm 1.7857, \pm 2.7161$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье теоретически исследованы квантовые вихри, возникающие при надбарьерной ионизации 2D- и 3D-атомов сверхкоротким лазерным им-

пульсом. Во втором порядке нестационарной теории возмущений как в 2D-, так и в 3D-случае получены аналитические выражения (8), (20) для амплитуд вероятности того, что вырванный электрон имеет определенный импульс. Показано, что решения 2D-задачи позволяют идентифицировать запрещенную для электрона область в 3D-пространстве, которая может быть интерпретирована как центр квантового вихря. Эта область для рассмотренного случая ионизации линейно-поляризованным светом представляет собой тонкое кольцо или несколько концентрических колец, лежащих в плоскости, перпендикулярной силе, вырывающей электрон.

Так же как и в 2D-случае [23], возникновение нулей волновой функции в 3D-пространстве, соответствующих квантовым вихрям, может быть объяснено квантовой интерференцией конечных состояний вырванного электрона: состояний с амплитудами $b_{klm,100}^{(2)}(t)$, см. формулу (20). Эти конечные состояния, в свою очередь, появляются в результа-

те «двухфотонного» перехода через промежуточные состояния непрерывного спектра.

Мы ограничились рассмотрением случая надбарьерной ионизации и выбрали параметры ионизирующего импульса такие, что в расчетах можно было использовать приближение одноуровневого атома. Таким образом, развитый в работе теоретический подход не учитывает переходы электрона в конечное состояние непрерывного спектра через промежуточные состояния дискретного спектра. Однако известно, что внутренняя структура атома может существенно влиять на различные интерференционные процессы, в частности это имеет место и для волн электромагнитной природы при их рассеянии на атомных системах [38]. Поэтому изменяя несущую частоту, а также величину ионизирующего поля и тем самым воздействуя некоторые возбужденные состояния дискретного спектра атома, можно влиять на структуру и локализацию квантовых вихрей в пространстве.

Отметим, что в упомянутой выше работе [21] использовалось распределение вихревых фотоэлектронов, образованных в процессе ионизации низкочастотным лазерным импульсом длительностью $T \gg \gg 10$, для корректного описания которых необходимо учитывать эффекты туннелирования. Перерассеяние вихревых фотоэлектронов, образованных при такой ионизации, может рассматриваться как дополнение к существующим методам низкочастотной спектроскопии молекул.

Следует добавить, что основное отличие нашей работы от работы [21] состоит в выбранных параметрах ионизирующего поля. Так, в нашем случае рассматривается длительность импульса $T \sim 1$, амплитуда поля $\tilde{E}_0 \sim 1$ и частота $\omega \sim 1$, тогда как в [21] $T \gg 10$, $F_0 \equiv \tilde{E}_0 \ll 1$, $\omega \ll 1$. Все это позволило сосредоточить наше внимание на выявлении физических механизмов образования вихревых структур при ионизации, пренебрегая при этом возможностью процесса перерассеяния электрона на родительском ионе.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Krausz and M. Ivanov, Rev. Mod. Phys. **81**, 163 (2009).
2. Б. М. Карнаков, В. Д. Мур, С. В. Попруженко, В. С. Попов, УФН **185**, 3 (2015).
3. Д. Н. Макаров, В. И. Матвеев, ЖЭТФ **152**, 227 (2017).
4. Н. Н. Розанов, Опт. и спектр. **124**(1), 75 (2018).
5. N. V. Larionov and M. I. Kolobov, Phys. Rev. A **88**, 013843 (2013).
6. S. Ritter, C. Nlleke, C. Hahn et al., Nature **484**, 195 (2012).
7. J. S. Bell, Physics **1**(3), 195 (1964).
8. A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, Phys. Rev. Lett. **47**, 460 (1981).
9. P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko, and Y. Shin, Phys. Rev. Lett. **75**, 4337 (1995).
10. D. N. Makarov, Sci. Rep. **8**, 8204 (2018).
11. D. N. Makarov, Phys. Rev. A **99**, 033850 (2019).
12. S. Yu. Ovchinnikov, J. H. Macek, and D. R. Schultz, Phys. Rev. A **90**, 062713 (2014).
13. L. Ph. H. Schmidt, C. Goihl, D. Metz, H. Schmidt-Böcking, R. Dörner, S. Yu. Ovchinnikov, J. H. Macek, and D. R. Schultz, Phys. Rev. Lett. **112**, 083201 (2014).
14. J. M. Ngoko Djokap, S. X. Hu, L. B. Madsen, N. L. Manakov, A. V. Meremianin, and A. F. Starace, Phys. Rev. Lett. **115**, 113004 (2015).
15. J. M. Ngoko Djokap, A. V. Meremianin, N. L. Manakov, S. X. Hu, L. B. Madsen, and A. F. Starace, Phys. Rev. A **94**, 013408 (2016).
16. P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. London A **133**, 60 (1931).
17. T. Takabayashi, Progr. Theor. Phys. **8**, 143 (1952).
18. I. Bialynicki-Birula, M. Kalinski, and J. H. Eberly, Phys. Rev. Lett. **73**, 1777 (1994).
19. I. Bialynicki-Birula, Z. Bialynicka-Birula, and C. Sliwa, Phys. Rev. A **61**, 032110 (2000).
20. А. Л. Санин, А. А. Смирновский, *Физика. Квантовая динамика*, Изд-во Политехнического ун-та, Санкт-Петербург (2012).
21. О. И. Толстикhin and T. Morishita, Phys. Rev. A **99**, 063415 (2019).
22. С. Ю. Овчинников, Н. В. Ларионов, А. А. Смирновский, А. А. Шмидт, Научно-технические ведомости СПбГПУ, Физико-математические науки **10**, 111 (2017).
23. Н. В. Ларионов, С. Ю. Овчинников, А. А. Смирновский, А. А. Шмидт, ЖТФ **88**, 1621 (2018).

24. С. Ю. Овчинников, А. А. Смирновский, А. А. Шмидт, Письма в ЖТФ **42**, 37 (2016).
25. В. Я. Демиховский, Г. А. Вугальтер, *Физика квантовых низкоразмерных структур*, Логос, Москва (2000).
26. K. S. Novoselov, V. I. Fal'ko, L. Colombo, P. R. Gel'ert, M. G. Schwab, and K. Kim, Nature **490**, 192 (2012).
27. С. А. Тарасенко, УФН **188**, 1129 (2018).
28. И. Ю. Попов, Письма в ЖТФ **27**(20), 25 (2001).
29. Ю. Н. Демков, В. Н. Островский, ЖЭТФ **59**, 1765 (1970).
30. М. К. Есеев, В. И. Матвеев, В. М. Юлкова, Опт. и спектр. **111**, 360 (2011).
31. Б. С. Павлов, ТМФ **59**, 345 (1984).
32. X. L. Yang, S. H. Guo, F. T. Chan, K. W. Wong, and W. Y. Ching, Phys. Rev. A **43**, 1186 (1991).
33. D. G. W. Parfitt and M. E. Portnoi, J. Math. Phys. **43**, 4681 (2002).
34. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика (нерелятивистская теория)*, Физматлит, Москва (2004).
35. В. А. Диткин, А. П. Прудников, *Интегральные преобразования и операционное исчисление*, Физматгиз, Москва (1961).
36. Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента. Аппарат неприводимых тензоров. Сферические функции. Зпj-символы*, Наука, Ленинград (1975).
37. З. Флюгге, *Задачи по квантовой механике*, т. 1, Мир, Москва (1974).
38. Н. В. Ларионов, И. М. Соколов, ЖЭТФ **154**, 310 (2018).