

# СВЕТОВОЕ ДАВЛЕНИЕ НА НЕОДНОРОДНУЮ СФЕРИЧЕСКУЮ ЧАСТИЦУ В ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ПИНЦЕТА

*И. Р. Арцер\**, *Ю. В. Рождественский*

*Санкт-Петербургский Национальный исследовательский университет  
информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО)  
197101, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 4 апреля 2019 г.,  
после переработки 8 мая 2019 г.  
Принята к публикации 28 мая 2019 г.

Рассмотрено световое давление на неоднородную сферическую диэлектрическую частицу, состоящую из оболочки и ядра с различными показателями преломления. В приближении геометрической оптики найдены силы, действующие на данную частицу в лазерном пучке с гауссовым профилем интенсивности. Проведен анализ распространения излучения с учетом различных показателей преломления ядра, оболочки и среды, окружающей частицу. Показано, что световое давление существенным образом зависит от радиуса ядра, что позволяет оценить размер ядра по пространственной динамике частицы в поле оптического пинцета.

DOI: 10.1134/S0044451019110026

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В 1970 г. Артуром Ашкиным (Нобелевская премия 2018 г. за применение оптического пинцета в биологии) была предложена идея пленения микрочастиц полем сфокусированного лазерного излучения. Так, в работе [1] впервые было описано пленение лазерным пучком полистироловой частицы, взвешенной в жидкости, а в [2] проведено вычисление сил оптического давления, действующих на однородную частицу в поле оптического пинцета, в приближении геометрической оптики. Впоследствии описание способов пленения частиц совершенствовалось, что описано в работах [3–6]. Кроме того, именно А. Ашкиным впервые была пространственно локализована в сфокусированном лазерном пучке единичная бактерия [7], а также доказана ее жизнеспособность под воздействием интенсивного лазерного излучения [8, 9]. Данные работы на десятилетия определили тренд развития в области взаимодействия микрочастиц различной природы с оптическим излучением.

Так, лазерный пинцет нашел широкое применение в физике для захвата крупных частиц [3, 10],

локализации нанотрубок в поверхностно-активных веществах [11, 12], коллоидных наночастиц, нанопепей и наноколец [13], охлаждения частиц до низких температур [14–19], в приложениях оптомеханики [20–24]; а также в биологии для сортировки клеток [25], управления одиночными клетками [2, 26, 27], изучения строения макромолекул [28]. Более того, по деформации эритроцита в поле лазерного излучения оказалась возможной диагностика ряда заболеваний [29, 30]. Все эти впечатляющие результаты были получены на основе действия лазерного излучения на оптически однородную частицу.

Однако понимание того, что в биологических объектах чаще всего присутствуют неоднородности, как, например, ядра, стимулировало попытки рассмотреть действие светового давления на оптически неоднородную диэлектрическую частицу [31]. Так, в работе [31] рассматривалась частица с произвольным количеством сферических слоев с различными показателями преломления в поле оптического излучения.

Отметим, что при получении силы, которая действует на такую частицу в поле лазерного излучения [7], исследователи столкнулись с двумя основными трудностями; во-первых, наличие криволинейной, т. е. сферической, границы раздела сред. Другими словами, чтобы найти силу светового давления, необходимо вычислить углы всех преломлен-

\* E-mail: artser\_ilia@mail.ru

ных и отраженных лучей через начальный угол падения. В случае плоских границ раздела такая задача решается относительно просто и является основой для реализации просветляющих оптических покрытий и волноводов [32]. Во-вторых, необходимость учитывать все многочисленные отражения луча внутри частицы приводит к выражениям для вычисления силы светового давления в виде бесконечных рядов уже для случая оптически однородной частицы [7]. В результате в работе [7] были получены силы светового давления только для случая малого и постоянного изменения показателя преломления от слоя к слою, т. е. для малого градиента показателя преломления. Естественно, что при таком подходе отсутствует строгая граница между средами с разными показателями преломления [7] и в целом вид силы светового давления слабо отличается от случая однородной частицы.

В настоящее время нанотехнологии позволяют производить практически любой тип частиц с заданными оптическими свойствами, вследствие чего необходимо исследовать возможность оптического манипулирования структурами с оболочкой, ядром и строго выраженной границей раздела двух сред с разными оптическими плотностями. Однако и природа очень разнообразна: подобные объекты встречаются в естественных средах, и именно по этой причине описание динамики такой частицы является важной задачей.

В настоящей работе исследуется сила светового давления, которая действует на сферическую оптически неоднородную частицу, состоящую из сферического ядра и оболочки при произвольных соотношениях показателей преломления. Будет показано, что в зависимости от соотношений показателей преломления и размера ядра существует различие в характере действия светового давления на неоднородную частицу. Так, втягивание (или выталкивание) неоднородной частицы из области лазерного луча существенным образом зависит от размеров ядра. Например, при малых размерах ядра действие светового давления в большой степени соответствует давлению оптического излучения на однородную частицу. В то же время по мере увеличения размера ядра действие светового давления ослабевает и даже возможно изменение втягивания на выталкивание частицы из области взаимодействия, что позволяет осуществлять своеобразное неразрушающее «измерение» размера полости по характеру динамики частицы.

Результаты работы могут быть использованы как для реализации захвата биологических клеток,

имеющих ядро, так и для пространственной локализации оптическим излучением микроконтейнеров с характерным размером порядка 100–500 мкм. Такого рода контейнеры могут использоваться для хранения как лекарств, так и микропроб биологических тканей.

## 2. СИЛА СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ, СЛУЧАЙ ОПТИЧЕСКИ ОДНОРОДНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ

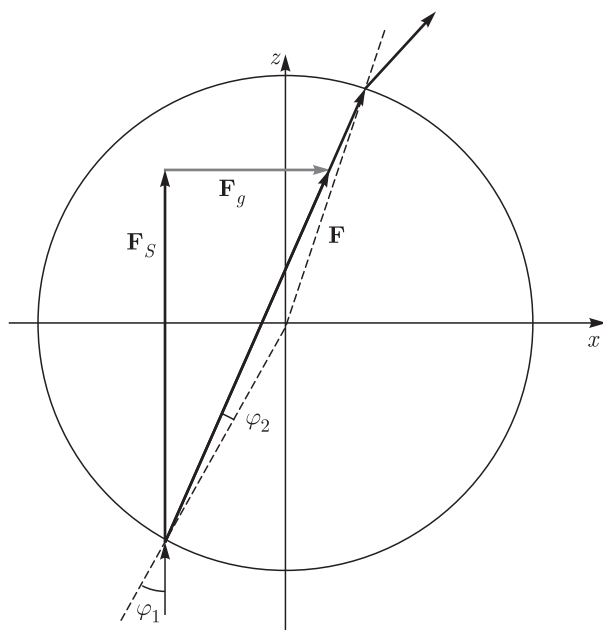
В работе [7] А. Ашкин вычислил силы, определяющие динамику однородной сферической диэлектрической частицы в поле лазерного пинцета. С физической точки зрения возникновение силы светового давления, которая действует на диэлектрическую частицу, обусловлено преломлением падающего светового луча на границе раздела двух сред с разными показателями преломления. В этом случае, согласно устоявшейся терминологии, возникает две силы: рассеивающая  $\mathbf{F}_S$ , которая является коллинеарной падающему лучу, и градиентная  $\mathbf{F}_g$ , которая стремится вернуть преломленный луч в направлении падающего луча [7]. Таким образом, единичный вектор рассеивающей силы есть сумма единичных векторов градиентной силы и преломленного луча (см. рис. 1).

Отметим, что световой луч, попадая внутрь частицы, испытывает многократные преломления на границе раздела частица–среда, каждое из которых вносит свой вклад в вычисление силы. При этом сила светового давления определяется только преломленной на внутренней поверхности волной, которая покидает частицу, а все углы падения и преломления на границе раздела могут быть определены через начальный угол падения  $\varphi_1 = \arcsin(s)$  и угол после первого преломления  $\varphi_2 = \arcsin(ns)$  с помощью закона Снелля. Здесь  $n = n_1/n_2$  — относительный показатель преломления,  $n_{1,2}$  — показатели преломления среды и частицы соответственно,  $s = x/R_0$  — безразмерная координата точки пересечения луча с границей,  $R_0$  — радиус частицы.

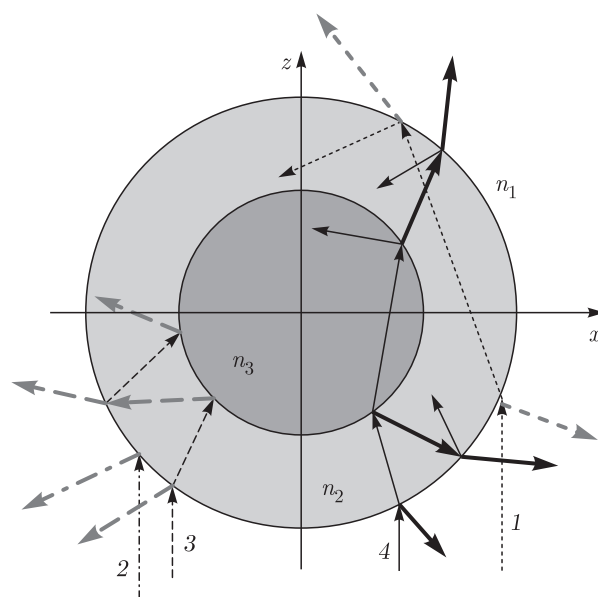
В результате получим выражение для силы светового давления в виде ряда геометрической прогрессии, сумма которой имеет вид [6]

$$F_t = \frac{n_1 P}{c} \left[ 1 - \left( -R \exp\{-2i\varphi_1\} + T^2 \frac{\exp\{2i(\varphi_2 - \varphi_1)\} + R \exp\{-2i\varphi_1\}}{1 + R^2 + 2R \cos(2\varphi_2)} \right) \right]. \quad (1)$$

Здесь  $P$  — мощность лазерного излучения, а  $R = (R_{\parallel} + R_{\perp})/2$ ,  $T = (T_{\parallel} + T_{\perp})/2$  (что выполняется



**Рис. 1.** Определение сил, действующих на однородную сферическую частицу радиусом  $R_0$  в поле лазерного излучения, согласно работе [7]: рассеивающая сила  $F_S$  расположена на прямой распространения начального луча, градиентная сила  $F_g$  перпендикулярна рассеивающей силе. Также показан ход луча внутри частицы с отражениями от поверхности раздела частица–среда:  $\varphi_1$  — начальный угол падения,  $\varphi_2$  — угол после первого преломления



**Рис. 2.** Изображение хода лучей внутри частицы для любых соотношений показателей преломления ядра  $n_3$ , оболочки  $n_2$  и окружающей частицу среды  $n_1$ : пунктирная линия 1 — прохождение излучения мимо ядра, что соответствует случаю оптически однородной частицы; штрихпунктирная 2 — полное внутреннее отражение на границе среда–частица; штриховые 3 — полное внутреннее отражение на границе оболочка–ядро; сплошная 4 — прохождение сквозь ядро. Жирными стрелками выделены лучи, которые вносят вклад в силу светового давления

для неполяризованных и поляризованных по кругу пучков [7]) следуют из формул Френеля для энергетических коэффициентов отражения и преломления:

$$\begin{aligned}
 R_{\parallel} &= \left( \frac{n \cos \varphi_2 - \cos \varphi_1}{n \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1} \right)^2, \\
 R_{\perp} &= \left( \frac{n \cos \varphi_1 - \cos \varphi_2}{n \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2} \right)^2, \\
 T_{\parallel} &= \frac{4n \cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{(n \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1)^2}, \\
 T_{\perp} &= \frac{4n \cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{(n \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)^2}.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Отметим, что «сила» является комплексной величиной, действительная часть  $\text{Re}(F_t) = |F_S|$  совпадает с модулем рассеивающей силы и мнимая часть  $\text{Im}(F_t) = |F_g|$  совпадает с модулем градиентной силы в полном соответствии с [7] (см. рис. 1).

### 3. СИЛА СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ ДЛЯ ОПТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ ЧАСТИЦЫ

Рассмотрим теперь световое давление лазерного излучения на диэлектрическую сферическую частицу радиусом  $R_0$ , которая имеет сферическое ядро радиусом  $r$  (рис. 2). Считая показатели преломления окружающей частицу среды  $n_1$ , оболочки  $n_2$  и ядра  $n_3$  разными, рассмотрим все возможные случаи распространения светового излучения в частице (рис. 2). Так, в общем случае возможно четыре различных пути распространения излучения: прохождение излучения, минуя ядро, полное отражение на границе среда–частица, полное внутреннее отражение на границе оболочка–ядро и прохождение излучения сквозь ядро (см. рис. 2). Соответственно в зависимости от соотношений показателей преломления для вычисления силы светового давления будет необходимо учитывать те или иные варианты распространения лучей или их комбинацию. Кроме того, изменение размеров «ядра» ведет к изменению «веса» комбинации распространения лучей при вычислении силы светового давления. Например, при

увеличении размера «ядра» часть силы, связанная с прохождением излучения сквозь ядро, существенно возрастает по сравнению с другими вариантами распространения.

Подчеркнем также, что не все отраженные и преломленные лучи участвуют в формировании силы светового давления [6]. На рис. 2 жирными стрелками специально выделены те лучи, интенсивности которых дают вклад в силу светового давления. Однако для вычисления интенсивностей лучей по формулам Френеля (2) необходимо знать углы отражения и преломления всех отдельных лучей, а не только определяющих силу светового давления.

Исследуем особенности вычисления силы светового давления для всех случаев распространения излучения в частице.

### 3.1. Распространение излучения только в оболочке частицы

Случай, когда световой луч не проходит сквозь «ядро» и распространяется только в оболочке частицы, полностью соответствует рассмотренному выше случаю однородной частицы и сила светового давления вычисляется согласно выражению (1). Углы падения и преломления при этом принимают значения  $\varphi_1 = \arcsin(s)$ ,  $\varphi_2 = \arcsin((n_1/n_2)s)$ .

### 3.2. Полное внутреннее отражение на границе среда–оболочка

Исследуем теперь случай полного внутреннего отражения на границе среда–частица (на рис. 2 луч 2), когда показатель преломления среды больше, чем у оболочки, т. е.  $n_1 > n_2$ . Тогда, считая, что коэффициент отражения  $R = 1$ , а коэффициент преломления  $T = 0$ , из выражения (1) сразу получим вид силы светового давления в виде

$$F_{t,cr}/F_0 = 1 + \exp\{-2i\varphi_1\} = 2 \cos^2 \varphi_1 - i \sin 2\varphi_1, \quad (3)$$

где  $F_0 = (n_1 n_2 / c) P$ .

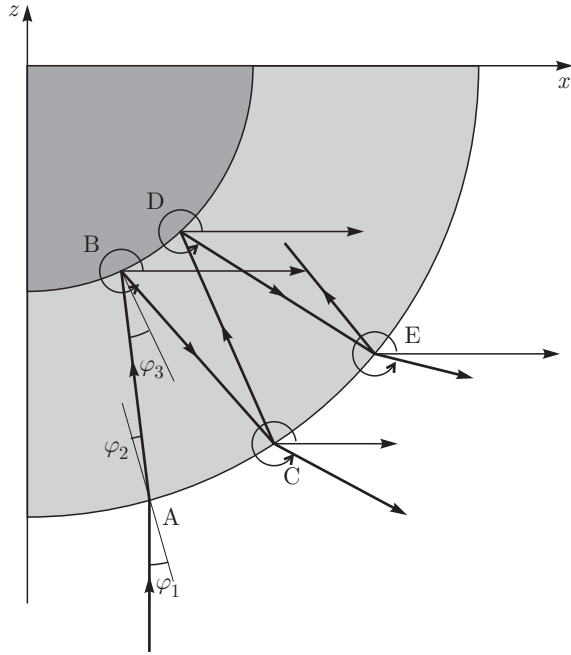
Отметим, что в случае  $n_1 > n_2$  полная сила светового давления будет содержать несколько частей. Так, при углах падения  $\varphi_1 < \varphi_{cr}$ , что соответствует определенной координате  $s_{cr} = x_{cr}/R_0$ , излучение проникает в частицу, где  $\varphi_{cr}$  — критический угол полного внутреннего отражения. Тогда в силе, в зависимости от показателя преломления  $n_3$  и размера ядра  $r$ , должны учитываться разные варианты распространения излучения, например, только в оболочке — случай однородной частицы (1), прохождение излучения сквозь ядро или полное внутреннее

отражение от ядра. С другой стороны, при углах падения  $\varphi_1 > \varphi_{cr}$  для силы светового давления остается только выражение (3).

### 3.3. Полное внутреннее отражение на границе частица–ядро

Далее рассмотрим случай, когда излучение полностью отражается на границе раздела оболочка–ядро и, соответственно, показатель преломления ядра меньше, чем у оболочки,  $n_3 < n_2$ . Тогда вклад в силу светового давления будет давать не только преломленная компонента на границе среда–оболочка, но также и отраженная от ядра доля излучения. Поскольку излучение не входит внутрь ядра, коэффициент преломления будет равен нулю по всему диапазону координат, больших критического значения. В свою очередь, коэффициент отражения для координат, больших критического значения, должен быть равен единице, поскольку излучение отражается без потерь.

В результате в конечном выражении для силы светового давления будут вклады от двух групп лучей: первой, которые отразились от «ядра», и второй, которые преломились на границе оболочка–среда. На рис. 3 показан случай полного внутреннего отражения на границе оболочка–ядро. Начальный луч попадает в частицу в точке А с углом падения  $\varphi_1 = \arcsin(s)$ , затем луч преломляется под углом  $\varphi_2 = \arcsin(sn_1/n_2)$  и попадает на ядро (точка В) под углом  $\varphi_3 = \arcsin(n_1 R_0 s / (n_2 r))$ , который является углом отражения на границе оболочка–ядро. Далее, в точке С происходит как преломление отраженного от ядра луча обратно в среду, так и отражение снова в частицу и попадание на «ядро» в точке D. Поскольку имеет место преломление на границе раздела оболочка–среда, интенсивность отраженного от «ядра» излучения постепенно убывает с увеличением количества отражений (см. рис. 3). Последнее обстоятельство позволяет построить для силы светового давления убывающий ряд, который учитывает все бесконечное количество отражений от ядра и преломлений на границе оболочка–среда. При этом интенсивности всех отраженных и преломленных лучей будут определяться посредством формул Френеля (2) для каждой границы раздела. Для того чтобы использовать формулы (2), необходимо еще найти все углы, образованные положительным направлением оси  $x$  и направлением распространения луча, отраженного от ядра (рис. 3). При этом углы падения и преломления определяются относительно радиуса частицы, который является норма-



**Рис. 3.** Случай полного внутреннего отражения на границе раздела оболочка–ядро: указаны оси, углы падения и отражения, а также углы между положительным направлением оси  $x$  и направлением распространения лучей. Выбор луча происходит по направлению, которое указано круговой стрелкой. Углы преломления и отражения обозначаются, как  $\angle A = \pi/2 + \varphi_1 - \varphi_2$  соответствует углу отражения в точке А, угол  $\angle B = 3\pi/2 + \varphi_1 + 2\varphi_3 - \varphi_2$  — углу отражения в точке В, угол  $\angle C = 3\pi/2 + \varphi_1 + 2\varphi_3 - 2\varphi_2$  — углу преломления в точке С,  $\angle D = 3\pi/2 + \varphi_1 + 4\varphi_3 - 3\varphi_2$  — углу отражения в точке D,  $\angle E = 3\pi/2 + 2\varphi_1 + 4\varphi_3 - 4\varphi_2$  — углу преломления в точке E

люю к сферической границе раздела. Тогда в точке А угол равен  $\angle A = \pi/2 + \varphi_1 - \varphi_2$  и для отраженного от ядра луча в точке В найдем, что угол  $\angle B$  будет иметь значение  $\angle B = 3\pi/2 + \varphi_1 + 2\varphi_3 - \varphi_2$ , а для отраженного в точке D луча получим  $\angle D = 3\pi/2 + \varphi_1 + 4\varphi_3 - 3\varphi_2$ . При этом для луча, преломленного в точке С, угол между осью  $x$  и направлением распространения имеет значение  $\angle C = 3\pi/2 + 2\varphi_1 + 2\varphi_3 - 2\varphi_2$ , а для луча, преломленного в точке E угол  $\angle E = 3\pi/2 + 2\varphi_1 + 4\varphi_3 - 4\varphi_2$ . В результате такой процедуры возможно вычисление углов отражения и преломления для всех точек прихода лучей как на «ядро», так и на границу раздела оболочка–среда. Причем при последовательных отражениях луча от «ядра» угол увеличивается на величину  $\pi + 2\varphi_3$ , а при отражении на внешней границе уменьшается на величину  $\pi - 2\varphi_2$ . Кроме того, при преломлении на границе раздела оболочка–среда угол луча изменяется на величину  $\varphi_1 - \varphi_2$ .

Отметим, что вклад в силу светового давления вносят как отраженные от ядра лучи в точках В и D, так и преломленные на границе раздела оболочка–среда лучи в точках С, E. Тогда проекция на ось  $x$  каждого луча определяет вклад в градиентную силу  $F_g$ , а проекция на ось  $z$  — в силу рассеяния  $F_S$ .

При этом при переходе между средой и оболочкой интенсивности преломленного и отраженного луча определяются согласно коэффициентам преломления  $T$  и отражения  $R$  (см. (2)). В результате выражения для проекций силы светового давления по осям координат могут быть записаны как

$$\begin{aligned}
 F_g = F_x &= T \sin(\varphi_1 + 2\varphi_3 - \varphi_2) + \\
 &+ TR \sin(\varphi_1 + 4\varphi_3 - 3\varphi_2) + \\
 &+ T^2 \sin(2\varphi_1 + 2\varphi_3 - 2\varphi_2) + \\
 &+ T^2 R \sin(2\varphi_1 + 4\varphi_3 - 4\varphi_2) + \dots, \\
 F_S = F_z &= -T \cos(\varphi_1 + 2\varphi_3 - \varphi_2) - \\
 &- TR \cos(\varphi_1 + 4\varphi_3 - 3\varphi_2) - \\
 &- T^2 \cos(2\varphi_1 + 2\varphi_3 - 2\varphi_2) - \\
 &- T^2 R \cos(2\varphi_1 + 4\varphi_3 - 4\varphi_2) - \dots
 \end{aligned} \tag{4}$$

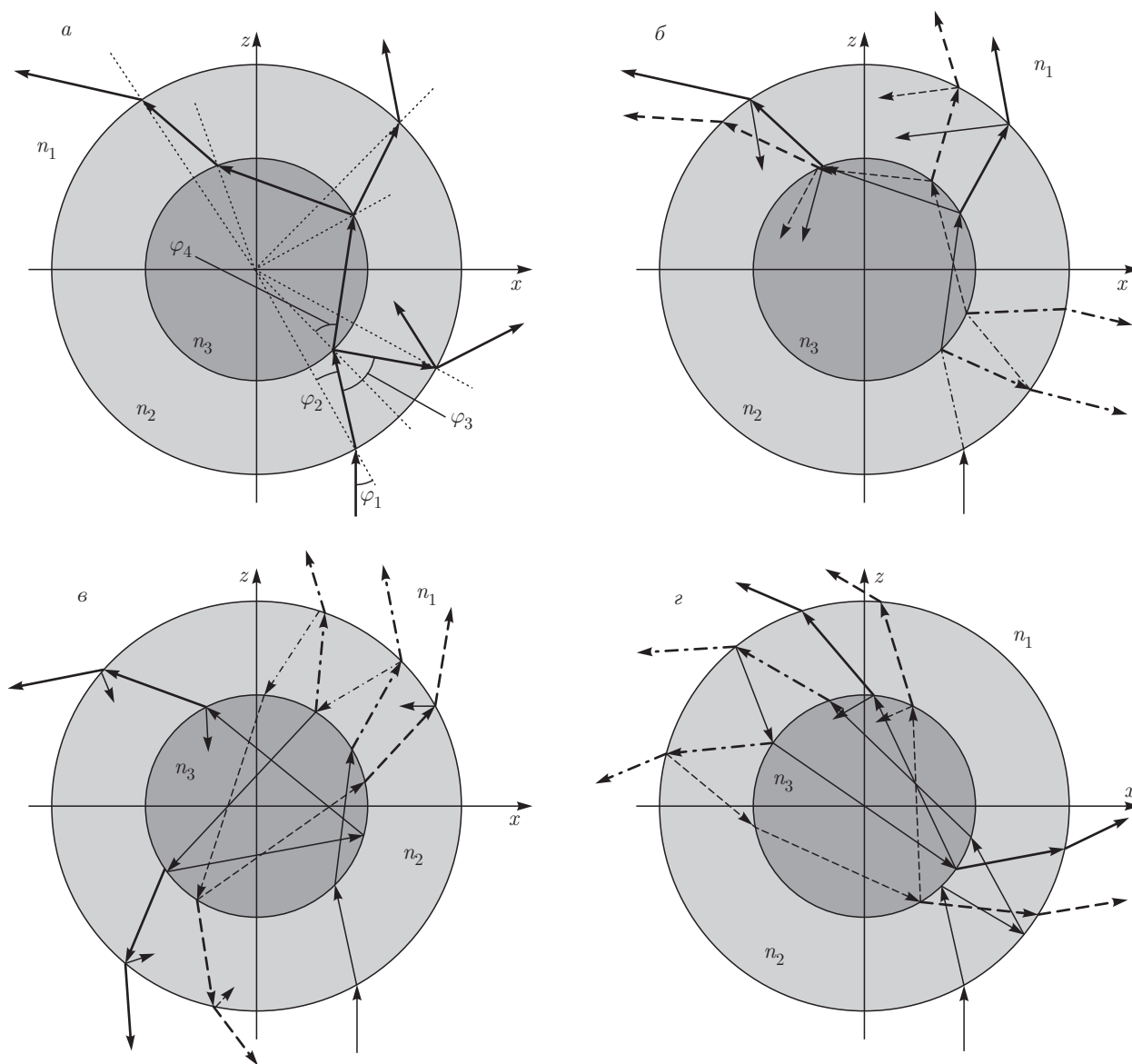
Сгруппируем члены с  $T$  и  $T^2$ , представив их в виде суммы с постоянно возрастающей степенью у множителя  $R$ . Также для удобства, следуя [7], представим (4) в виде  $F_t = F_z + iF_x$  и построим выражения для полной силы светового давления, где первый ряд будет относиться к отраженным лучам, а второй — к преломленным:

$$\begin{aligned}
 F_t/F_0 &= -n_1^{-1} T \exp\{i(\varphi_2 - \varphi_1 - 2\varphi_3)\} \times \\
 &\times \sum_{n=0}^{\infty} R^n \exp\{2ni(\varphi_2 - \varphi_3)\} - \\
 &- n_2^{-1} T^2 \exp\{2i(\varphi_2 - \varphi_1 - \varphi_3)\} \times \\
 &\times \sum_{n=0}^{\infty} R^n \exp\{2ni(\varphi_2 - \varphi_3)\}. \tag{5}
 \end{aligned}$$

Учитывая далее, что ряд в (5) является бесконечно убывающей геометрической прогрессией, получим

$$\begin{aligned}
 B &= \sum_{n=0}^{\infty} R^n \exp\{2ni(\varphi_2 - \varphi_3)\} = \\
 &= \frac{1 - R \exp\{2i(\varphi_2 - \varphi_3)\}}{1 + R^2 - 2R \cos[2i(\varphi_2 - \varphi_3)]}, \tag{6}
 \end{aligned}$$

и окончательное выражение для сил, действующих на частицу в случае полного внутреннего отражения на границе оболочка–ядро, примет вид



**Рис. 4.** а) Движение луча сквозь ядро и указание углов падения и отражения. На рис. б-г указаны сплошные, штриховые и штрихпунктирные лучи: первые показывают действие первого луча, вторые — однажды отраженного, причем первые и вторые отвечают за силы преломления из ядра, третьи ответственны за отраженную компоненту, как в случае полного внутреннего отражения. б) Первый луч, который проходит в ядро и бесконечно в ядре переотражается. в) Прохождение излучения сквозь ядро после отражения от ядра. г) Прохождение излучения дважды сквозь ядро после того, как луч отразился от оболочки и вернулся в ядро

$$F_t/F_0 = n_2^{-1} + n_2^{-1}R \exp\{-2i\varphi_1\} - TB \exp\{i(\varphi_2 - \varphi_1 - 2\varphi_3)\} \times (n_1^{-1} + n_2^{-1}T \exp\{i(\varphi_2 - \varphi_1)\}). \quad (7)$$

**3.4. Прохождение излучения сквозь ядро**

Теперь рассмотрим случай прохождения излучения сквозь ядро. Тогда для однозначного опреде-

ления направления луча необходимо знать четыре угла, три из которых ранее определили —  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , а четвертый — угол преломления на границе оболочка-ядро, равен  $\varphi_4 = \arcsin((n_1 R_0/n_3 r)s)$ , при этом  $s = x/R_0$  (см. рис. 4а).

Разделим силы по природе возникновения на силы, возникающие при преломлении на границе оболочка-ядро (оболочка-среда) и при отражении

от ядра. Для второго случая при каждом отражении направление лучей изменяется на угол  $\pi + 2\varphi_3$  или  $\pi - 2\varphi_2$  в зависимости от границы отражения: оболочка-ядро или оболочка-среда соответственно (см. разд. 3.3). В первом случае при каждом преломлении луча на границах раздела также происходит изменение углов: при переходе из среды в оболочку или из оболочки в среду угол преломления изменится на  $\varphi_1 - \varphi_2$ , а из оболочки в ядро, как и из ядра в оболочку — на  $\varphi_3 - \varphi_4$ .

Наконец, изменение угла при каждом переотражении луча внутри ядра составляет  $\pi - 2\varphi_4$ .

Опишем процесс вычисления сил, оказывающих воздействие на частицу.

На рис. 4б показан ход луча, преломляющегося на границе оболочка-ядро. Сначала опишем те силы, которые возникают в результате бесконечных переотражений внутри ядра. Так, каждый луч при отражении от границы раздела ядро-оболочка изменяет интенсивность в  $R_2$  раз, а часть излучения выходит из ядра и ее интенсивность изменяется в  $T_2$  раз. При этом именно преломленная компонента вносит вклад в результирующую силу. Кроме того, данные лучи выходят из частицы с изменением интенсивности в  $T_1$  раз и тоже вносят вклад в результирующую силу. Таким образом, мы получаем, что вклад в силу дают выходящие из ядра бесконечно переотражающиеся лучи и их продолжения, покидающие частицу (на рис. 4б данные лучи указаны сплошными жирными линиями).

Тогда для лучей, преломленных на границе оболочка-ядро, получим, что проекции силы на оси  $x$  и  $z$  принимают вид

$$\begin{aligned}
 F_x &= -T_1 T_2^2 [\sin(\varphi_1 + 2\varphi_3 - \varphi_2 - 2\varphi_4) + \\
 &+ R_2 \sin(\varphi_1 + 2\varphi_3 - \varphi_2 - 4\varphi_4 + \pi) + \\
 &+ T_1 \{\sin(2\varphi_1 + 2\varphi_3 - 2\varphi_2 - 2\varphi_4) + \\
 &+ R_2 \sin(2\varphi_1 + 2\varphi_3 - 2\varphi_2 - 4\varphi_4 + \pi)\} + \dots], \quad (8) \\
 F_z &= T_1 T_2^2 [\cos(\varphi_1 + 2\varphi_3 - \varphi_2 - 2\varphi_4) + \\
 &+ R_2 \cos(\varphi_1 + 2\varphi_3 - \varphi_2 - 4\varphi_4 + \pi) + \\
 &+ T_1 \{\cos(2\varphi_1 + 2\varphi_3 - 2\varphi_2 - 2\varphi_4) + \\
 &+ R_2 \cos(2\varphi_1 + 2\varphi_3 - 2\varphi_2 - 4\varphi_4 + \pi)\} + \dots],
 \end{aligned}$$

где  $T_{1,2}$  и  $R_{1,2}$  — коэффициенты Френеля преломления и отражения соответственно на первой (среда-оболочка) и на второй (оболочка-ядро) границах. В результате первый луч, прошедший в частицу и бесконечно переотражающийся в ядре, формирует силу из вкладов лучей, преломленных на выходе из ядра и на выходе из частицы. Тогда для силы, со-

ответствующей такому лучу, получаем следующие выражения в виде бесконечных рядов:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= n_1^{-1} T_1 T_2^2 \exp\{-i(\varphi_1 + 2\varphi_3 - \varphi_2 - 2\varphi_4)\} \times \\
 &\times \sum_{n=0}^{\infty} (-R_2)^n \exp\{2in\varphi_4\} + \\
 &+ n_2^{-1} T_1^2 T_2^2 \exp\{-2i(\varphi_1 + \varphi_3 - \varphi_2 - \varphi_4)\} \times \\
 &\times \sum_{n=0}^{\infty} (-R_2)^n \exp\{2in\varphi_4\}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Теперь предположим, что луч отразился от ядра и от среды и снова упал на ядро, пройдя в него. Тогда излучение будет испытывать в ядре бесконечное количество отражений и изменять свою интенсивность при отражении от границы раздела ядро-оболочка в  $R_2$  раз, а при выходе из ядра — в  $T_2$  раз. Далее, вышедшие из ядра лучи будут выходить из частицы, внося вклад в результирующую силу с изменением в  $T_1$  раз (на рис. 4б данная серия лучей указана штриховыми линиями):

$$\begin{aligned}
 F_2 &= n_1^{-1} T_1 T_2^2 R_1 R_2 \times \\
 &\times \left( \exp\{-i(\varphi_1 + 4\varphi_3 - 3\varphi_2 - 2\varphi_4)\} \times \right. \\
 &\times \left. \sum_{n=0}^{\infty} (-R_2)^n \exp\{2in\varphi_4\} \right) + \\
 &+ n_2^{-1} T_1^2 T_2^2 R_1 R_2 \left( \exp\{-i(2\varphi_1 + 4\varphi_3 - 4\varphi_2 - 2\varphi_4)\} \times \right. \\
 &\times \left. \sum_{n=0}^{\infty} (-R_2)^n \exp\{2in\varphi_4\} \right). \quad (10)
 \end{aligned}$$

Теперь определим силу, которая возникает из-за множества всех лучей, прошедших в частицу и, в результате бесконечных переотражений между ядром и средой, преломленных внутрь ядра с последующим бесконечным переотражением лучей в ядре:

$$\begin{aligned}
 F_3 &= n_1^{-1} T_1 T_2^2 A \left[ \exp\{i(\varphi_2 + 2\varphi_4 - \varphi_1 - 2\varphi_3)\} \times \right. \\
 &\times \left. \sum_{m=0}^{\infty} (R_1 R_2)^m \exp\{2im(\varphi_2 - \varphi_3)\} \right] + \\
 &+ n_2^{-1} T_1^2 T_2^2 A \left[ \exp\{i(2\varphi_2 + 2\varphi_4 - 2\varphi_1 - 2\varphi_3)\} \times \right. \\
 &\times \left. \sum_{m=0}^{\infty} (R_1 R_2)^m \exp\{2im(\varphi_2 - \varphi_3)\} \right], \quad (11)
 \end{aligned}$$

где  $A = \sum_{n=0}^{\infty} (-R_2)^n \exp\{2in\varphi_4\}$ .

Далее, как и в разд. 3.3, мы определим силу, которая возникает в результате переотражений между ядром и средой без проникновения излучения внутрь ядра (на рис. 4б показаны штрихпунктирными линиями). В этом случае мы должны учесть, что излучение не полностью отражается от ядра, и соответственно сила будет зависеть от обоих коэффициентов отражения  $R_{1,2}$ :

$$F_4 = -T_1 R_2 \sum_{n=0}^{\infty} (R_1 R_2)^n \exp\{2in(\varphi_2 - \varphi_3)\} \times \\ \times [\exp\{i(\varphi_2 - \varphi_1 - 2\varphi_3)\} + \\ + T_1 \exp\{2i(\varphi_2 - \varphi_1 - \varphi_3)\}]. \quad (12)$$

Следующий этап — рассмотрение действия лучей, которые создают силу после двукратного прохождения излучения сквозь ядро, бесконечного отражения между ядром и средой и бесконечного отражения между средой и ядром при однократном прохождении. На рис. 4в жирными сплошными и штриховыми линиями показаны лучи, вносящие вклад в силу, которые возникают при переотражении части излучения в ядре. Определим силы, создаваемые первым прошедшим сквозь ядро лучом, отраженным от среды и снова проникающим внутрь ядра с последующим бесконечным отражением от границы ядро-оболочка, где каждый переотраженный луч между средой и ядром будет вносить вклад:

$$F_5 = -T_1 T_2^4 R_1 \sum_{n=0}^{\infty} (-R_2)^n \exp\{2in(\varphi_4)\} \times \\ \times [\exp\{i(3\varphi_2 + 4\varphi_4 - \varphi_1 - 4\varphi_3)\} + \\ + T_1 \exp\{i(4\varphi_2 + 4\varphi_4 - 2\varphi_1 - 4\varphi_3)\}], \quad (13)$$

$$F_6 = -T_1 T_2^4 R_1^2 R_2 \sum_{n=0}^{\infty} (-R_2)^n \exp\{2in(\varphi_4)\} \times \\ \times [\exp\{i(5\varphi_2 + 4\varphi_4 - \varphi_1 - 6\varphi_3)\} + \\ + T_1 \exp\{i(6\varphi_2 + 4\varphi_4 - 2\varphi_1 - 6\varphi_3)\}].$$

В выражениях (13) представлены первые члены ряда (аналогичные выражениям (9), (10) для группы сил, которая формируется всеми переотражениями излучения внутри ядра в случае прохождения первого луча сквозь ядро, дальнейшего отражения от среды и проникновения его продолжений в ядро при бесконечных отражениях между оболочкой и ядром. Тогда для результирующей силы, возникающей для бесконечного отражения в ядре, получим следующее выражение:

$$F_7 = -T_1 T_2^4 R_1^2 R_2 A n_1^{-1} B \times \\ \times [\exp\{i(3\varphi_2 + 4\varphi_4 - \varphi_1 - 4\varphi_3)\} + \\ + T_1 \exp\{i(4\varphi_2 + 4\varphi_4 - 2\varphi_1 - 4\varphi_3)\}], \quad (14)$$

где

$$B = \sum_{m=0}^{\infty} (R_1 R_2)^m \exp\{2im(\varphi_2 - \varphi_3)\}.$$

Теперь возможно определить силу действия по всем бесконечно переотраженным между ядром и средой лучам, порожденным первым прошедшим сквозь ядро лучом (на рис. 4в — штрихпунктирные лучи)

$$F_8 = T_1 T_2^2 R_1 R_2 B \times \\ \times [\exp\{i(3\varphi_2 + 2\varphi_4 - \varphi_1 - 4\varphi_3)\} + \\ + T_1 \exp\{i(4\varphi_2 + 2\varphi_4 - 2\varphi_1 - 4\varphi_3)\}]. \quad (15)$$

На рис. 4г показаны лучи, сначала отражающиеся от ядра, далее от среды и проходящие сквозь ядро. Снова излучение бесконечно переотражается между ядром и средой, причем каждый падающий на ядро луч частично преломляется и бесконечно переотражается в ядре с последующим выходом части излучения (часть таких лучей, вносящих вклад в результирующую силу, на рис. 4г обозначена жирными сплошными и штриховыми лучами); это формирует силы, описываемые выражениями

$$F_9 = -T_1 T_2^2 R_1^2 R_2 \sum_{n=0}^{\infty} (-R_2)^n \exp\{2in\varphi_4\} \times \\ \times [\exp\{i(5\varphi_2 + 4\varphi_4 - \varphi_1 - 6\varphi_3)\} + \\ + T_1 \exp\{i(6\varphi_2 + 4\varphi_4 - 2\varphi_1 - 6\varphi_3)\}], \quad (16)$$

$$F_{10} = -T_1 T_2^2 R_1^3 R_2^2 \sum_{n=0}^{\infty} (-R_2)^n \exp\{2in\varphi_4\} \times \\ \times [\exp\{i(7\varphi_2 + 4\varphi_4 - \varphi_1 - 8\varphi_3)\} + \\ + T_1 \exp\{i(8\varphi_2 + 4\varphi_4 - 2\varphi_1 - 8\varphi_3)\}].$$

Вновь составим ряд из сил, которые возникают при бесконечных переотражениях излучения в ядре:

$$F_{11} = -T_1 T_2^4 R_1^2 R_2 A B \times \\ \times [\exp\{i(5\varphi_2 + 4\varphi_4 - \varphi_1 - 6\varphi_3)\} + \\ + T_1 \exp\{i(6\varphi_2 + 4\varphi_4 - 2\varphi_1 - 6\varphi_3)\}]. \quad (17)$$

При этом сила за счет отраженной компоненты луча в случае штрихпунктирной линии на рис. 4г может быть определена с помощью выражения

$$F_{12} = T_1 T_2^2 R_1^2 R_2^2 B [\exp\{i(5\varphi_2 + 2\varphi_4 - \varphi_1 - 6\varphi_3)\} + \\ + T_1 \exp\{i(6\varphi_2 + 2\varphi_4 - 2\varphi_1 - 6\varphi_3)\}]. \quad (18)$$



Сила, сформированная двойным прохождением излучения сквозь ядро, может быть представлена суммой выражений (14) и (17):

$$F_{13} = -T_1 T_2^4 R_1 A B^2 [\exp\{i(3\varphi_2 + 4\varphi_4 - \varphi_1 - 4\varphi_3)\} + T_1 \exp\{i(4\varphi_2 + 4\varphi_4 - 2\varphi_1 - 4\varphi_3)\}]. \quad (19)$$

Тогда сила, которая учитывает все возможные переотражения внутри частицы, может быть получена с помощью построения ряда из выражений (11) и (19):

$$F_{14} = A B T_1 T_2^2 C [\exp\{i(\varphi_2 + 2\varphi_4 - \varphi_1 - 2\varphi_3)\} + T_1 \exp\{2i(\varphi_2 + \varphi_4 - \varphi_1 - \varphi_3)\}], \quad (20)$$

где

$$C = \sum_{n=0}^{\infty} (-B R_1 T_2^2)^n \exp\{2in(\varphi_2 + \varphi_4 - \varphi_3)\}.$$

Сила светового давления (20) полностью описывает все силы, действующие при любом количестве прохождений излучения сквозь ядро с бесконечным количеством отражений от границы раздела ядро-оболочка. Аналогичным образом определим силы, действующие при переотражении между ядром и средой после полного прохождения излучения сквозь ядро. Для этого сложим выражения (13) и (16):

$$F_{15} = T_1 T_2^2 R_1 R_2 B^2 \times [\exp\{i(3\varphi_2 + 2\varphi_4 - \varphi_1 - 4\varphi_3)\} + T_1 \exp\{i(4\varphi_2 + 2\varphi_4 - 2\varphi_1 - 4\varphi_3)\}]. \quad (21)$$

При этом полная сила по всем переотражениям после любого количества прохождения излучения сквозь ядро может быть получена с помощью построения ряда из выражений (10) и (19) как

$$F_{16} = -T_1 R_2 B C [\exp\{i(\varphi_2 - \varphi_1 - 2\varphi_3)\} + T_1 \exp\{2i(\varphi_2 - \varphi_1 - \varphi_3)\}]. \quad (22)$$

Наконец, суммируя (20) и (22), получим результирующую силу, действующую на неоднородную частицу в поле светового пучка с гауссовым профилем интенсивности:

$$F_t = \frac{n_1 n_2 P}{c} (n_2^{-1} \exp(2i\pi)) + n_2^{-1} R_1 \exp(-2i\varphi_1) + T_1 B C \exp\{i(\varphi_2 - \varphi_1 - 2\varphi_3)\} [T_2^2 A \exp(2i\varphi_4) - R_2] \times [n_1^{-1} - n_2^{-1} T_1 \exp\{i(\varphi_2 - \varphi_1)\}], \quad (23)$$

где ряды геометрической прогрессии имеют суммы

$$\begin{aligned} A &= \frac{1 + R_2 \exp\{-2i\varphi_4\}}{1 + R_2^2 + 2R_2 \cos(2\varphi_4)}, \\ B &= \frac{1 - R_1 R_2 \exp\{2i(\varphi_3 - \varphi_2)\}}{1 + (R_1 R_2)^2 - 2R_1 R_2 \cos[2(\varphi_3 - \varphi_2)]}, \\ C &= \frac{1 + R_1 B T_2^2 \exp\{2i(\varphi_3 - \varphi_2 - \varphi_4)\}}{1 + (R_1 B T_2^2)^2 + 2R_1 B T_2^2 \cos[2(\varphi_3 - \varphi_2 - \varphi_4)]}. \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, проекции силы на оси  $z$  и  $x$  определяются как

$$\begin{aligned} F_z &= \text{Re}(F_t), \\ F_x &= \text{Im}(F_t). \end{aligned} \quad (25)$$

Отметим, что случай прохождения сквозь ядро для ситуации, когда  $n_3 > n_2$ , реализуется с определенных значений относительной координаты. Чтобы их вычислить, необходимо приравнять значения для углов по условию Снелля  $n_2 \sin \varphi_3 = n_3$  и по ранее отмеченному условию  $\varphi_3 = \arcsin(n_1 R_0 s / (n_2 r))$ . Данные условия совпадают с некоторой координаты  $s$ , которую нам необходимо выразить из указанных значений. Аналогичным образом с помощью геометрических построений (при координате, где преломленный луч касается ядра) определим равенство условий  $\varphi_2 = \arcsin(r/R_0)$  и  $\varphi_2 = \arcsin((n_1/n_2)s)$ , где  $s = x/R_0$ . Тогда определим выражения, показывающие граничные положения для каждой из сил, действующих на частицу:

$$0 \leq s < \frac{n_3}{n_1} \frac{r}{R_0}, \quad (26a)$$

$$\frac{n_3}{n_1} \frac{r}{R_0} \leq s < \frac{n_2}{n_1} \frac{r}{R_0}, \quad (26b)$$

$$\frac{n_2}{n_1} \frac{r}{R_0} \leq s \leq \frac{n_2}{n_1}, \quad (26c)$$

$$\frac{n_2}{n_1} < s < 1. \quad (26d)$$

Выражение (26a) ограничивает область, где на частицу действует сила из разд. 3.4, в (26b) — из разд. 3.3, в (26c) — из разд. 3.1, в (26d) — из разд. 3.2. Если в какой-то частице по соотношению показателей преломления невозможно возникновение описанных сил, то выражения (26) комбинируются, принимая соответствующие значения (например, в случае частицы с  $n_2 > n_1 > n_3$  выражение (26c) не актуально, поэтому его граничные условия распределяются между (26b) и (26d)).

Кроме того, полученные выражения показывают, что координаты, при которых начинается полное внутреннее отражение на границе оболочка-ядро и при которых прекращается взаимодействие излучения с ядром, не совпадают с координатами ядра по

оси  $x$ , поскольку луч преломляется в частице и его направление внутри частицы не является более параллельным оси  $z$ .

Докажем, что бесконечное отражение между оболочкой и средой без потери интенсивности на преломление невозможно. Для этого запишем условия полного внутреннего отражения на границе частица–среда, т. е.  $n_2 \sin \varphi_2 = n_1$ . Выразив параметр  $s$  с помощью ранее указанных выражений, получим  $s = 1$ . Таким образом, получаем, что условие полного отражения излучения на границе частица–среда совпадает с условием не взаимодействия излучения с частицей, что означает отсутствие полного отражения на указанной границе. Аналогичным образом определим, что бесконечное переотражение излучения в ядре с полным внутренним отражением невозможно, поскольку накладывается на другие граничные условия. Перейдем к вычислению сил.

#### 4. ДИНАМИКА ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ

Выше были рассмотрены все типы сил, действующих на неоднородную частицу в поле лазерного пинцета в случае произвольных соотношений между показателями преломлений среды  $n_1$ , оболочки  $n_2$  и ядра  $n_3$ . Рассмотрим теперь вид силы светового давления при определенных соотношениях показателей преломления  $n_1, n_2, n_3$ . Будем считать, что неоднородная частица находится в поле светового пучка с поперечным гауссовым профилем распределения интенсивности

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{(s - s_0)^2}{2\sigma^2}\right),$$

который распространяется вдоль положительного направления оси  $z$  с положением максимума интенсивности в  $s_0 = 0.5R_0$  и радиусом пучка  $\sigma = 0.8R_0$ .

Ниже (рис. 5–10) показана проекция полной силы светового давления на ось  $x$  —  $F_x = \text{Im}(F_t)$  и вектор полной силы с модулем  $|F| = \sqrt{F_z^2 + F_x^2}$  и углом  $\text{tg } \theta = F_z/F_x$  в зависимости от безразмерной переменной  $s$  для всех шести случаев различных соотношений между показателями преломления среды, оболочки и ядра.

Для соотношений показателей преломления  $n_2 > n_1 > n_3$  и  $n_2 > n_3 > n_1$  частица выталкивается из пучка (рис. 5, 6), а при значениях  $n_1 > n_2 > n_3$ ,  $n_1 > n_3 > n_2$  и  $n_3 > n_1 > n_2$  частица всегда втягивается в пучок (рис. 7–9). При этом увеличение радиуса ядра всегда приводит к снижению величины проекции компоненты силы на горизонтальную ось.

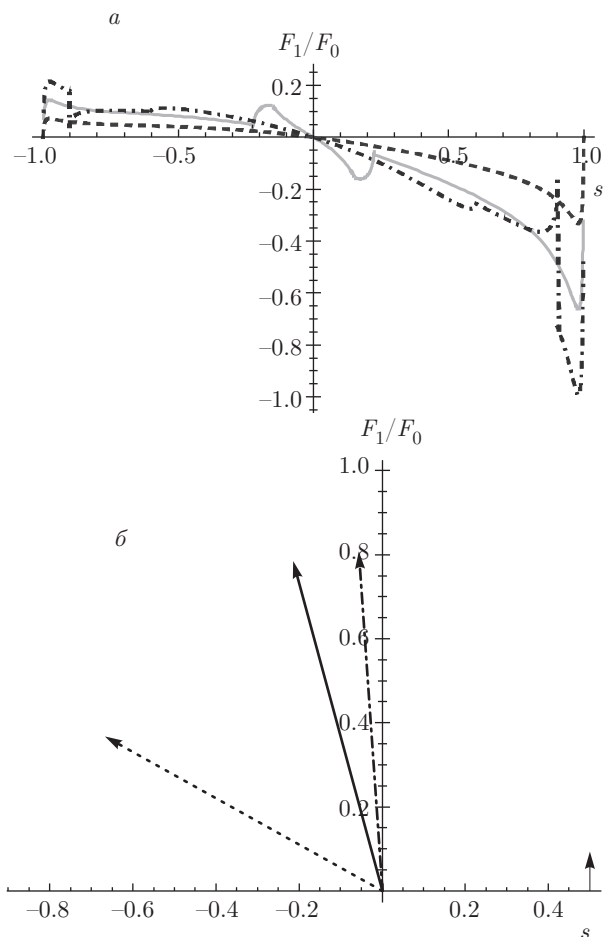
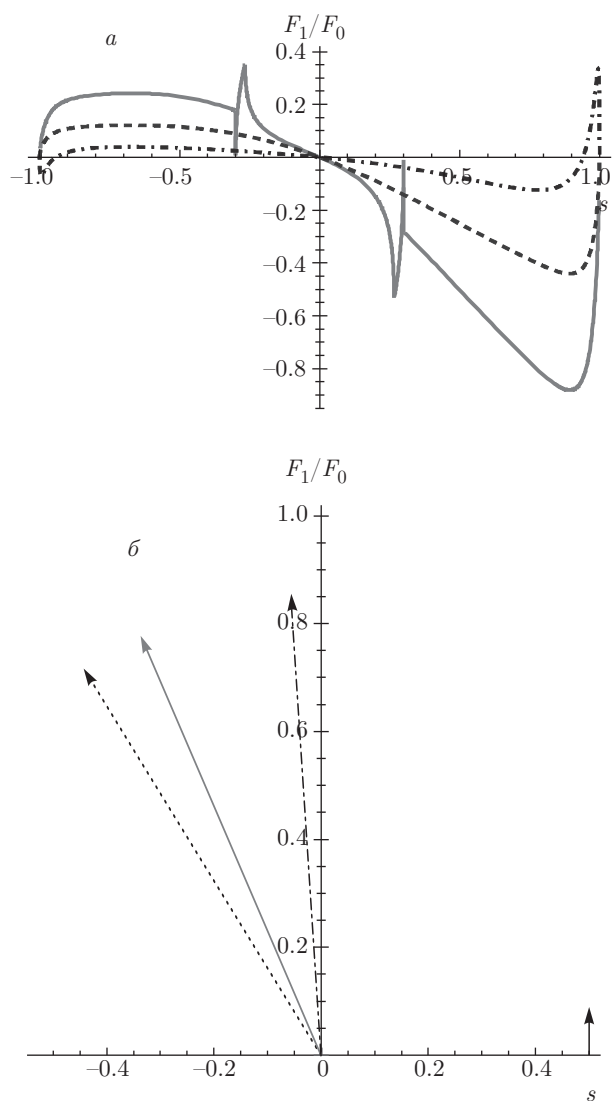


Рис. 5. а) Графики зависимости от  $s$  сил, действующих на частицу с  $n_2 > n_1 > n_3$  (для воды  $n_1 = 1.33$ , стекла  $n_2 = 1.5$ , воздуха  $n_3 = 1$ ) по оси  $x$  при разных размерах ядра: пунктирная линия — сила для однородной частицы. Для наглядности сила, действующая на частицу радиусом  $0.2R_0$ , увеличена в два раза (сплошная линия), а для радиуса  $0.8R_0$  — в три раза (штрихпунктирная). б) Направление силы, действующей на частицу с  $n_2 > n_1 > n_3$  от параллельного пучка, направленного снизу вверх. Пунктирная стрелка — однородная частица, сплошная — с ядром  $0.2R_0$ , штрихпунктирная — с  $0.8R_0$ . Маленькой стрелкой показан максимум интенсивности пучка

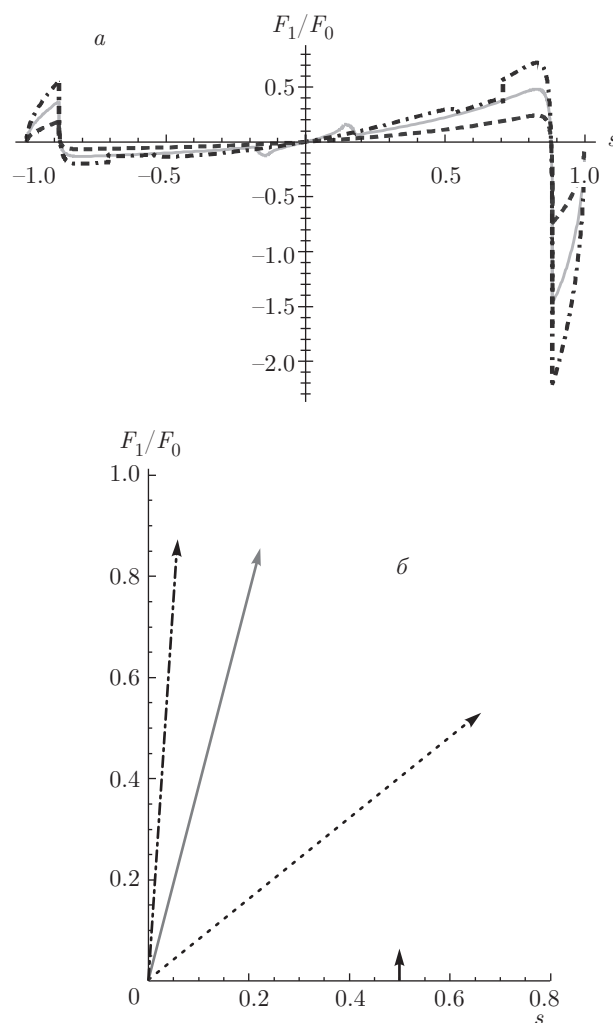
Другими словами, однородная частица будет быстрее втягиваться или выталкиваться при одинаковом расположении с неоднородной относительно максимума распределения интенсивности.

В случае соотношения  $n_2 > n_1 > n_3$  возникают силы, которые обусловлены прохождением оптического излучения сквозь ядро, полным внутренним отражением на границе оболочка–ядро и отсутствием взаимодействия излучения с ядром (рис. 5). При этом по мере роста радиуса ядра возрастает вклад в силу от соответствующей области, кроме того, сила



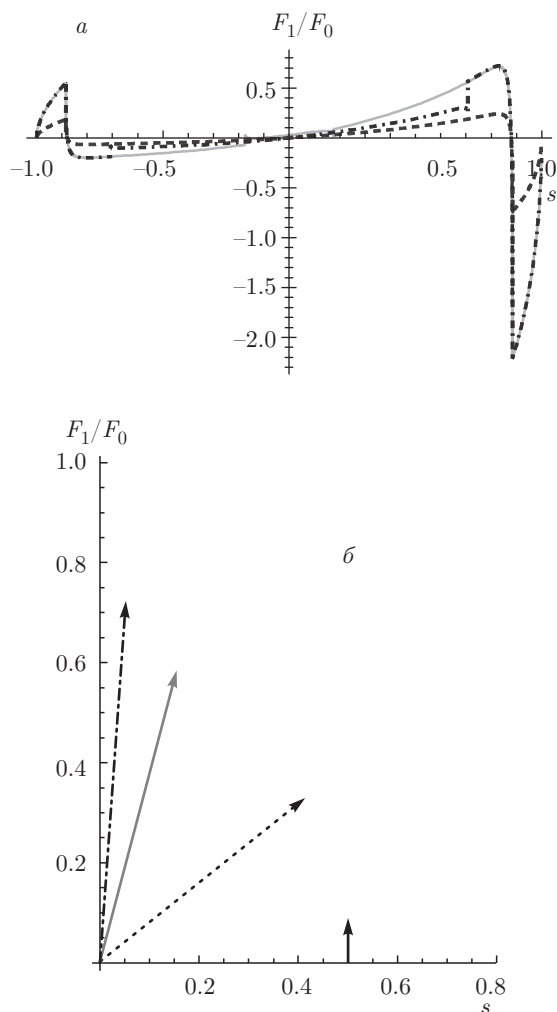
**Рис. 6.** *а)* Графики зависимости от  $s$  сил, действующих на частицу с  $n_2 > n_3 > n_1$  (для воздуха  $n_1 = 1$ , стекла  $n_2 = 1.5$ , воды  $n_3 = 1.33$ ) по оси  $x$  при разных размерах ядра: пунктирная линия — сила для однородной частицы. Для наглядности сила, действующая на частицу радиусом  $0.2R_0$ , увеличена в два раза (сплошная линия), радиусом  $0.8R_0$  — в полтора раза (штрихпунктирная). *б)* Направление силы, действующей на частицу с  $n_2 > n_3 > n_1$  от параллельного пучка, направленного снизу вверх. Пунктирная стрелка — сила для однородной частицы, сплошная — с ядром  $0.2R_0$ , штрихпунктирная — с  $0.8R_0$ . Маленькой стрелкой показан максимум интенсивности пучка

из-за преломления в ядре возрастает при приближении координаты к граничному значению (выражение (26а)), а при полном внутреннем отражении снижается при движении от начала области к краю частицы (26б).

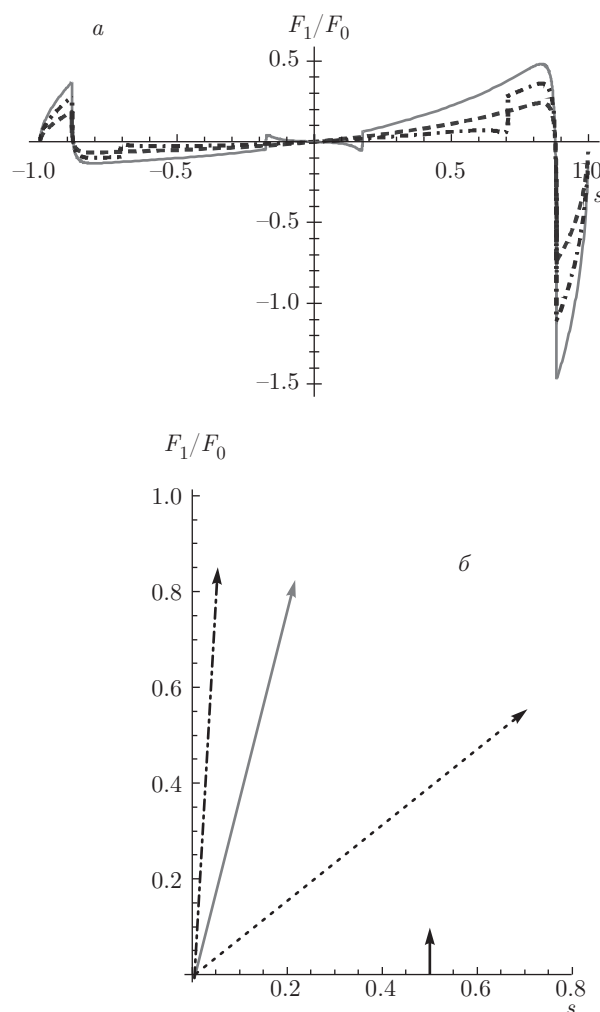


**Рис. 7.** *а)* Графики зависимости от  $s$  сил, действующих на частицу с  $n_1 > n_2 > n_3$  (для масла  $n_1 = 1.47$ , льда  $n_2 = 1.3$ , воздуха  $n_3 = 1$ ) по оси  $x$  при разных размерах ядра: пунктирная линия — однородная частица. Для наглядности сила, действующая на частицу радиусом  $0.2R_0$ , увеличена в два раза (сплошная линия), радиусом  $0.8R_0$  — в три раза (штрихпунктирная). *б)* Направление силы, действующей на частицу с  $n_1 > n_2 > n_3$  от параллельного пучка, направленного снизу вверх. Пунктирная стрелка — сила, действующая на однородную частицу, сплошная — частица с ядром  $0.2R_0$ , штрихпунктирная — частица с  $0.8R_0$ . Маленькой стрелкой показан максимум интенсивности пучка

Для частицы с соотношением показателей преломления  $n_2 > n_3 > n_1$  (рис. 6) в целом сохраняется характер силы светового давления (см. рис. 5), поскольку сила также формируется разными типами лучей: лучи первого типа проходят сквозь ядро, второго — не проходят, а третьего — испытывают полное внутреннее отражение на границе оболочка–ядро. Однако в этом случае вид графиков принимает



**Рис. 8.** *a)* Графики зависимости от  $s$  сил, действующих на частицу с  $n_1 > n_3 > n_2$  (для глицерина  $n_1 = 1.47$ , льда  $n_2 = 1.3$ , воды  $n_3 = 1.33$ ) по оси  $x$  при разных размерах ядра: пунктирная линия — однородная частица. Для наглядности силы, действующие на частицы радиусом  $0.2R_0$  (сплошная линия),  $0.8R_0$  (штрихпунктирная), увеличены в три раза. *б)* Направление силы, действующей на частицу с  $n_1 > n_3 > n_2$  от параллельного пучка, направленного снизу вверх. Пунктирная стрелка — однородная частица, сплошная — с ядром  $0.2R_0$ , штрихпунктирная — с  $0.8R_0$ . Маленькой стрелкой показан максимум интенсивности пучка



**Рис. 9.** *a)* Графики зависимости от  $s$  сил, действующих на частицу с  $n_3 > n_1 > n_2$  по оси  $x$  при разных размерах ядра: пунктирная линия — однородная частица. Для наглядности сила, действующая на частицу радиусом  $0.2R_0$ , увеличена в два раза (сплошная линия), радиусом  $0.8R_0$  — в полтора раза (штрихпунктирная). *б)* Направление силы, действующей на частицу с  $n_3 > n_1 > n_2$  (для масла  $n_1 = 1.47$ , льда  $n_2 = 1.3$ , канадского бальзама  $n_3 = 1.55$ ) от параллельного пучка, направленного снизу вверх. Пунктирная стрелка — однородная частица, сплошная — с ядром  $0.2R_0$ , штрихпунктирная — с  $0.8R_0$ . Маленькой стрелкой показан максимум интенсивности пучка

несколько иной вид: относительная величина областей, где происходит преломление в ядре и полное внутреннее отражение на границе оболочка–ядро по ширине меньше, чем в предыдущем случае.

В случае соотношения  $n_1 > n_2 > n_3$  силу светового давления формируют все типы лучей (см. разд. 2) (рис. 7). В данном случае часть сил оказывается положительной, а часть — отрицатель-

ной, но преобладающей оказывается именно положительная сила. Из граничных условий (26) мы заметим, что вне зависимости от радиуса ядра силы от полного внешнего отражения излучения оказываются одинаковыми. При этом величина силы постоянно возрастает при удалении от центра частицы к краю до области полного внешнего отражения.

Для частицы с соотношением показателей преломления  $n_1 > n_3 > n_2$  сила светового давления формируется лучами, которые как проходят, так и не проходят сквозь ядро, а также внешним отражением на внешней границе раздела среда–оболочка. Как видно, величина силы возрастает при движении от центра частицы к области полного отражения от внешней границы (рис. 8).

Случай соотношения показателей преломления  $n_3 > n_1 > n_2$  в целом оказывается подобен предыдущему — сила остается положительной, что приводит к втягиванию частицы в область максимума интенсивности (рис. 9).

На рис. 10 представлена сила светового давления на неоднородную частицу с соотношением показателей преломления  $n_3 > n_2 > n_1$ . Силы, которые действуют на такую частицу, формируют два типа лучей, один из которых проходит сквозь ядро, а другой не взаимодействует с ядром. Как видно, до определенного размера ядра частица «выталкивается» из максимума интенсивности, а затем после преодоления критического размера втягивается в лазерный пучок (рис. 10).

Подчеркнем, что все приведенные выше зависимости для силы светового давления демонстрируют легко наблюдаемую зависимость от наличия ядра, т. е. наличия неоднородности в частице. Так, уже относительно небольшое ядро размером  $0.2R_0$  приводит к существенному изменению силы светового давления по сравнению со случаем однородной частицы, что связано с появлением дополнительной границы раздела оболочка–ядро. При этом в силе светового давления появляются дополнительные члены, которые формируются как отраженными, так и преломленными лучами. В результате такие особенности действия силы светового давления на неоднородную частицу можно использовать для сортировки частиц в лазерном пучке по размерам ядер при одинаковых показателях преломления ядра и оболочки. Для этого рассмотрим уравнение динамики частиц в поле лазерного пучка с гауссовым распределением интенсивности по оси  $x$ :

$$m\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_{light} + m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{Arh} + \mathbf{F}_{Frict},$$

которое запишем в проекциях на оси координат:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= \text{Im}(F_{light}) - k\dot{x}, \\ m\ddot{z} &= \text{Re}(F_{light}) - mg + \rho gV - k\dot{z}, \end{aligned} \tag{27}$$

где  $m$  — масса частицы,  $V$  — объем,  $\mathbf{g}$  — ускорение свободного падения,  $k = 6\pi R_0\eta$  — коэффициент вязкого трения,  $\rho$  и  $\eta$  — соответственно плотность и вязкость окружающей среды.

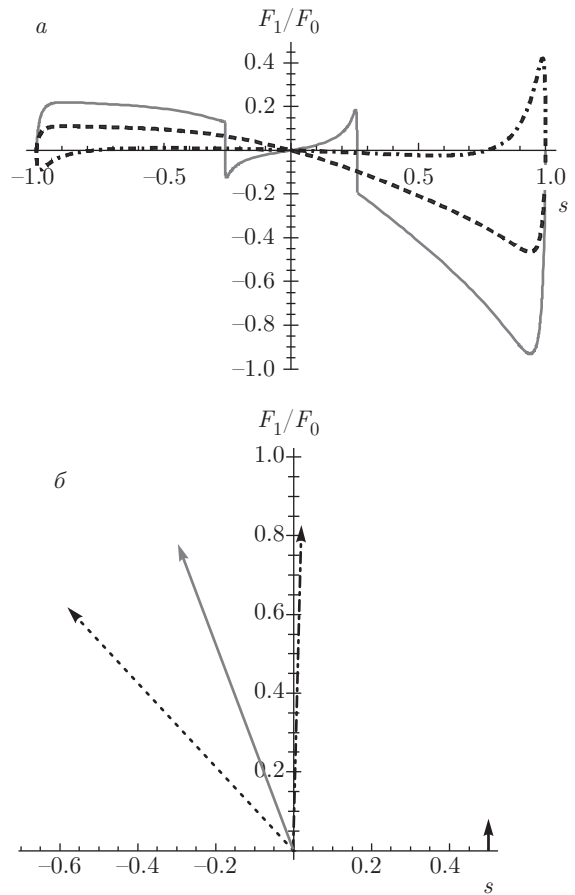
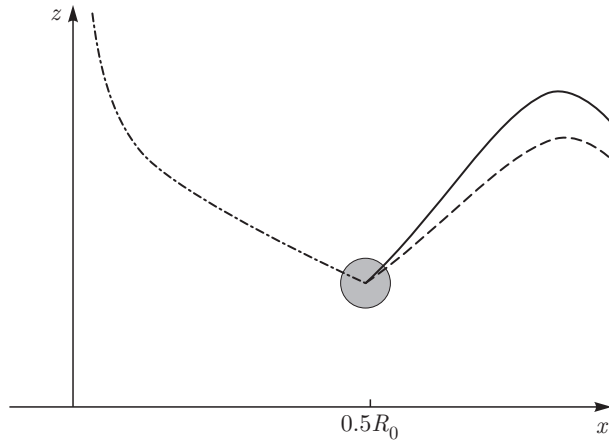


Рис. 10. а) Графики зависимости от  $s$  сил, действующих на частицу с  $n_3 > n_2 > n_1$  (для воздуха  $n_1 = 1$ , льда  $n_2 = 1.3$ , масла  $n_3 = 1.47$ ) по оси  $x$  при разных размерах ядра: пунктирная линия — однородная частица. Для наглядности сила, действующая на частицу радиусом  $0.2R_0$ , увеличена в два раза (сплошная линия), радиусом  $0.8R_0$  — в полтора раза (штрихпунктирная). б) Направление силы, действующей на частицу с  $n_3 > n_2 > n_1$  от параллельного пучка, направленного снизу вверх. Пунктирная стрелка — однородная частица, сплошная — с ядром  $0.2R_0$ , штрихпунктирная — с  $0.8R_0$ . Маленькой стрелкой показан максимум интенсивности пучка

Для решения (27) следует определить силы светового давления, действующие на частицу в поле лазерного пучка, центрированного в начале координат, с полушириной  $\sigma = 0.8R_0$ . Вычисление силы светового давления проводилось относительно положения центра частицы. Тогда для данного положения центра частицы мы вычисляем силу светового давления, считаем, что за малый промежуток времени (при решении определен как доли секунд) данная сила не меняется, и решаем уравнения (27). Затем определяем малое смещение ( $\Delta x = 0.1$ ,  $\Delta z \ll R$ ) частицы под действием силы и снова вычисляем



**Рис. 11.** Пространственная динамика частицы в среде при соотношении показателей преломления  $n_3 > n_2 > n_1$  под действием светового давления в лазерном луче с поперечным гауссовым распределением интенсивности. Центр лазерного пучка находится в центре координат, а начальное положение частицы — на расстоянии  $0.5R_0$  от максимума интенсивности. Показаны траектории, которые соответствуют динамике частиц с разным внутренним строением: однородная частица — штриховая линия, с ядром 20 мкм — сплошная линия, частица радиусом 80 мкм — штрихпунктирная линия

значение силы уже при другом расстоянии от оси пучка:

$$\begin{aligned}
 x_{j+1} &= x_j + \frac{F_1}{k}(t - t_j) - \frac{F_1}{k^2} + \frac{\dot{x}_j}{k} - \\
 &\quad - \frac{\dot{x}_j - F_1/k}{k} e^{k(t_j-t)}, \\
 z_{j+1} &= z_j + \frac{F_2}{k}(t - t_j) - \frac{F_2}{k^2} + \frac{\dot{z}_j}{k} - \\
 &\quad - \frac{\dot{z}_j - F_2/k}{k} e^{k(t_j-t)}, \\
 \dot{x}_{j+1} &= \frac{F_1}{k} \left( \dot{x}_j - \frac{F_1}{k} \right) e^{k(t_j-t)}, \\
 \dot{z}_{j+1} &= \frac{F_2}{k} \left( \dot{z}_j - \frac{F_2}{k} \right) e^{k(t_j-t)},
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

где  $F_1 = F_x$  из выражения (25), а  $F_2 = F_{Arh} - mg + \text{Re}(F_t)$ .

В результате получим траекторию частицы в поле лазерного луча (рис. 11).

Исследуем динамику частицы в лазерном луче с масляным ядром ( $n_3 = 1.47$ ) и ледяной оболочкой ( $n_2 = 1.3$ ) при наличии воздушной среды ( $n_1 = 1$ ). Оценим мощность лазерного пучка, выбрав ее такой, чтобы сила светового давления превышала силу тяжести. При массе частицы

$$m = \frac{4\pi}{3} (\rho_3 r^3 + \rho_2 (R_0^3 - r^3))$$

и силе оптического давления  $F \approx (n_1 n_2 P/c) Q_S$  мощность излучения должна составлять

$$P = \frac{4\pi}{3} (\rho_3 r^3 + \rho_2 (R_0^3 - r^3)) \frac{gc}{n_1 n_2}.$$

Тогда при плотности ядра  $\rho_3 = 920 \text{ кг/м}^3$ , плотности оболочки  $\rho_2 = 900 \text{ кг/м}^3$ , радиусе частицы  $R_0 = 100 \text{ мкм}$ , радиусе ядра  $r = 80 \text{ мкм}$ , ускорении свободного падения  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ , скорости света  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$  и коэффициенте, возникающем от светового давления по поверхности всей частицы,  $Q_S = 100$  мы определим, что мощность лазерного пучка должна составлять не менее 0.1 Вт. Выберем данное значение мощности для оценки траекторий частиц.

На рис. 11 показаны траектории частиц для различных размеров ядер. Видно, что частицы с размером ядер, меньшим предельного значения, будут выталкиваться из области пучка, а большим предельного — втягиваться. При этом траектории для однородных частиц и частиц с размером ядра, меньшим предельного (штриховая и сплошная линии на рис. 11), показывают, что в результате выталкивания из пучка частицы падают вниз, когда сила светового давления оказывается меньше силы тяжести. Другой характер движения наблюдается в случае частицы с ядром радиуса 80 мкм, которая движется в максимум излучения и удерживается в данной области. В результате по динамике частицы в поле оптического излучения можно судить о размере центрального ядра, т. е. реализовать своеобразный вид неразрушающего контроля.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы исследовали вид силы светового давления на неоднородную частицу с резкими границами между средами и представили вид динамики такой частицы в поле оптического излучения. Данная модель позволяет, например, имитировать динамику в поле оптического излучения живых клеток, которые могут быть представлены в виде оболочки и ядра с разными показателями преломления. Заметим, что введение дополнительных границ раздела приводит к большему изменению вектора Пойнтинга, вследствие чего ядро даже с малым радиусом приводит к появлению дополнительной границы и вызывает заметное изменение силы в сравнении с однородной частицей.

Полученные результаты позволяют нам определить возможность применения данной техники. Так, частицы могут быть отсортированы в лазерном пучке в зависимости от размеров радиуса и отношения

показателей преломления. При этом для отношений показателей преломления  $n_2 > n_1 > n_3$  и  $n_2 > n_3 > n_1$  частицы выталкиваются из области максимума интенсивности, а для других случаев видно однозначное втягивание частицы в область максимума излучения. Однако для соотношения показателей преломления  $n_3 > n_2 > n_1$  в случае параллельного пучка частица движется в направлении распространения пучка, а по горизонтальной оси может как втягиваться в центр пучка, так и выталкиваться из него.

Таким образом, данная работа может быть полезна для сортировки частиц по размерам ядер, для исследования загрузки микропроб в контейнеры–капилляры и для оптимизации захвата неоднородных биологических объектов.

**Финансирование.** Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации (проект № 3.821.2014/К), грантом № 074-U01 для лидирующих университетов Российской Федерации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **4**, 156 (1970).
2. В. А. Сойфер, В. В. Котляр, С. Н. Хонина, ЭЧАЯ **35**, 1368 (2004).
3. G. Roosen and C. Imbert, Phys. Lett. **59A**, 6 (1976).
4. G. Roosen, Opt. Comm. **21**, 189 (1977).
5. R. Gauthier and S. Wallace, J. Opt. Soc. Amer. B **12**, 1680 (1995).
6. A. Ashkin, Biophys. J. **61**, 569 (1992).
7. A. Ashkin, Proc. Nat. Acad. Sci. **94**, 4853 (1997).
8. A. Ashkin et al., Opt. Lett. **11**, 288 (1986).
9. A. Ashkin and J. M. Dziedzic, Proc. Nat. Acad. Sci. **86**, 7914 (1989).
10. С. С. Клыков, И. В. Федосов, В. В. Тучин, Компьютерная оптика **39**, 694 (2015).
11. S. Tan et al., Amer. Chem. Soc. **4**, 1415 (2004).
12. M. Khan and A. K. Sood, Opt. Express **14**, 424 (2006).
13. Nan Chen et al., Phys. Rev. B **72**, 085416 (2005).
14. P. Asenbaum et al., Nature Comm. **4**, 2743 (2013).
15. N. Kiesel et al., Proc. Nat. Acad. Sci. **110**, 1180 (2013).
16. J. Millen et al., Phys. **114**, 123602 (2015).
17. B. Rodenburg et al., Optica **3**, 318 (2016).
18. С. Чу, УФН **169**, 274 (1999).
19. У. Д. Филиппс, УФН **169**, 305 (1999).
20. D. E. Chang, Proc. Nat. Acad. Sci. **107**, 1005 (2010).
21. S. Groblacher et al., Nature Phys. **5**, 485 (2009).
22. T. S. Monteiro et al., New J. Phys. **15**, 015001 (2013).
23. L. P. Neukirch and A. N. Vamivakas, Contemp. Phys. **56**, 48 (2014).
24. Zhang-qi Yin, A. A. Geraci, and Tongcang Li, arXiv: 1308.4503v1.
25. R. W. Applegate et al., Opt. Express **12**, 4390 (2004).
26. Hu Zhang and Kuo-Kang Liu, J. Roy. Soc. Interface **5**, 671 (2008).
27. C. Bradac, Nanoscale Optical Trapping: A Review, Advanced Optical Materials **6**, 180005 (2018).
28. M. C. Williams, *Optical Tweezers: Measuring Piconewton Forces*, Department of Physics and Center for Interdisciplinary Research on Complex Systems (2004), p. 14.
29. M. Dao, C. T. Lim, and S. Suresh, J. Mech. Phys. Sol. **51**, 2259 (2003).
30. P. J. Bronkhorst et al., Biophys. J. **69**, 1666 (1995).
31. Yi-Ren Chang, L. Hsu, and Sien Chi, Appl. Opt. **45**, 3885 (2006).
32. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973).