

ЭФФЕКТИВНАЯ СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ФРОНТА ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ СОСТОЯНИЯ В КВАЗИОДНОМЕРНОЙ НАНОСИСТЕМЕ ПРИ МНОЖЕСТВЕННОМ РОЖДЕНИИ ДОМЕНОВ НОВОЙ ФАЗЫ

*Б. В. Петухов**

*Институт кристаллографии им. А. В. Шубникова
ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» Российской академии наук
119333, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 13 марта 2019 г.,
после переработки 13 марта 2019 г.
Принята к публикации 14 марта 2019 г.

Кинетика фронтов переключения состояний играет важную роль в управлении наноустройствами и свойствами многих квазиодномерных объектов в физике, химии и биологии. В активных средах этот процесс сопровождается взаимодействием фронта переключения состояния с возмущениями в объеме материала. Рассматривается распространение фронта переключения метастабильного состояния от границы образца с поглощением спонтанно рождающихся доменов новой фазы в объеме. Решается соответствующая статистико-кинетическая задача с расчетом функций распределения длин и времен «эстафетных» пробегов границы краевого домена. Обсуждается примыкающая проблема влияния неконтролируемого шума на распространение сигналов в линиях передач.

DOI: 10.1134/S0044451019080157

1. ВВЕДЕНИЕ

Квазиодномерные системы играют важную роль в нанотехнологиях и биофизике. Примерами таких систем являются нанопроволоки и нанотрубки, магнитные цепочки, молекулы ДНК, нервные волокна и т. п. [1]. Управление их свойствами требует знания реакции на внешние воздействия. В качестве примера можно указать на использование материалов с изменяемым фазовым состоянием в токовой электронике [2]. В технологии производства больших интегральных схем необходимым этапом часто является перевод осажденной в линейной геометрии высокорезистивной фазы C49 соединения $TiSi_2$ в низкорезистивную фазу C54 [3]. Кинетика обратимого перехода между кристаллической и аморфной фазами материала играет важную роль в системах записи и считывания информации в оптических и электрических системах хранения данных [4].

В основе всех упомянутых и еще большего числа неупомянутых случаев лежит один и тот же сценарий. При изменении внешних условий состояние многих таких систем часто становится неоптимальным и может сохраняться лишь как метастабильное при наличии барьера для перехода в более предпочтительное состояние. Все же из-за флуктуаций исходное состояние распадается и имеет конечное время жизни. В достаточно совершенных протяженных системах распад метастабильного состояния осуществляется посредством спонтанного рождения локальных зародышей, или, иначе, доменов нового состояния, их разрастания и слияния, как это описывается статистической теорией кристаллизации Колмогорова–Мела–Джонсона [5, 6]. Похожая ситуация может иметь место и при наличии дефектов, служащих как активными центрами зарождения доменов [7], так и препятствиями для их распространения [8].

Кинетика гомогенного механизма переключения состояния неограниченных систем в работах [5, 6] характеризуется законом убывания доли исходной фазы среди хаотически прорастающих доменов новой фазы. В ограниченных системах определяющий

* E-mail: petukhov@ns.crys.ras.ru

вклад в кинетику переключения состояния может давать зарождение домена на границах материала с последующим распространением его на весь образец, что представляет гетерогенный механизм переключения. К такой ситуации применима хорошо развитая теория движения фронтов состояний [9, 10], описывающая широкий круг явлений от распространения пламени или генетических мутаций до движения цивилизационных границ и т. п. В более общей ситуации имеет место конкуренция между вкладами гетерогенного и гомогенного зарождения доменов новой фазы. Например, взаимодействию между фронтом состояния, возникающего или искусственно создаваемого на границе системы с флуктуационными доменами нового состояния в объеме уделяется большое внимание при изучении распространения сигналов в линиях передач [11]. Влиянию создающих флуктуации шумов на релаксацию систем к новому состоянию или на распространение сигналов в линиях передач посвящено много работ, см. например, [12, 13]. Стохастическая динамика возбуждений в длинных одномерных цепочках обсуждалась в работе [14] в связи с проблемой высокоэффективной передачи энергии между реактивными центрами в фундаментальных биофизических процессах.

Целью настоящей работы является расчет статистических характеристик кинетики переключения метастабильных состояний протяженных квазиодномерных систем при совместном действии гетерогенного и гомогенного механизмов возникновения доменов новой фазы. Изучаемое явление является разновидностью так называемых стохастического резонанса или более общего стохастического усиления, широко обсуждаемых в недавнее время [15–17]. Полученное в настоящей работе точное решение соответствующей статистико-кинетической задачи может пролить дополнительный свет на это явление.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассматривается протяженная одномерная система, до момента времени $t = 0$ поддерживаемая в одном из возможных однородных состояний. Природа системы может быть самой разнообразной и относиться к различным областям физики, химии, биофизики и др. Описываемая далее картина является весьма общей для систем с протяженностью, намного превышающей типичные размеры локальных возмущений, которые в разных дисциплинах носят различные названия — доменные стенки,

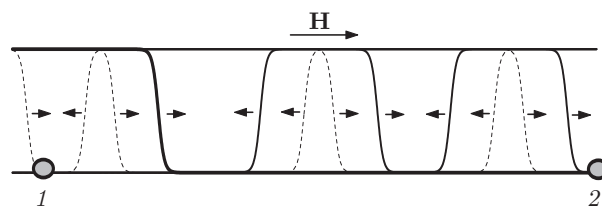


Рис. 1. Схематическое представление перемещения границы краевого домена с поглощением флуктуационно образующихся доменов новой фазы в объеме протяженного образца. Штриховыми линиями показано состояние системы в более ранний момент времени, сплошная линия изображает более позднее положение фронта переключения состояния после поглощения объемного домена. Цифрами 1 и 2 отмечены положения измерительных датчиков

кинки, топологические солитоны, фазовые границы, форки и т. п. С точки зрения изучаемой кинетики, эти объекты подобны, и для определенности они будут фигурировать в настоящей работе под единообразным названием доменной границы. В последующем расчете кинетика переключения состояния будет описываться в терминах теории Колмогорова – Мела – Джонсона [5, 6] всего двумя параметрами — скоростью v перемещения доменной стенки под действием внешней движущей силы и средней частотой J стохастического образования зародышей доменов нового состояния на единице длины системы. Зависимости процесса от прочих физических параметров — температуры, внешних полей, их ориентации, структурных характеристик и т. п. — будут входить только через комбинированные параметры v и J .

Изучаемый вопрос заключается в том, как на расширение краевого домена влияют флуктуации, приводящие к спонтанному образованию доменов нового состояния в глубине протяженной системы. Для простоты будем рассматривать полубесконечную систему, условно расположенную горизонтально с границей, находящейся на левом краю (рис. 1). Более детальная по сравнению с описанием теории Колмогорова – Мела – Джонсона [5, 6] пространственно-временная картина развития нового состояния в бесконечной одномерной системе изучалась в работах [18–20], и мы воспользуемся некоторыми полученными там результатами.

Одна из нужных нам характеристик — плотность непереключенных сегментов данной длины, рассчитанная в работе [19] путем решения кинетического уравнения, — может быть найдена более элементарно. Воспроизведем такой упрощенный расчет, следуя работе [21].

Согласно изложенной в работе [5] теории, доля исходной фазы убывает со временем как $\exp(-vJt^2)$, что представляет собой вероятность какой-либо точке системы не быть к моменту времени t захваченной новой фазой. В одномерной системе вероятность того, что с какой-либо стороны, например справа от данной точки, интервал длиной, превышающей x_1 , не будет захвачен до времени t родившимся с этой стороны доменом новой фазы, может быть записана как произведение вероятности $\exp(-x_1Jt)$ зародышу не возникнуть на длине x_1 за время t и вероятности $Q(t) = \exp(-vJt^2/2)$ того, что граница интервала не будет до времени t захвачена доменом, родившимся справа от нее. Продифференцируем это произведение $\exp(-x_1Jt)Q(t)$ по x_1 и получим вероятность иметь справа свободный интервал длиной от x_1 до $x_1 + dx_1$ в виде

$$Jt \exp(-x_1Jt)Q(t) dx_1.$$

Аналогично и слева для интервала между x_2 и $x_2 + dx_2$. Плотность вероятности данной точке принадлежать интервалу длиной от x до $x + dx$ для любых x_1 и x_2 есть

$$p_1(x, t) = \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \delta(x_1 + x_2 - x) \times \\ \times \exp[-J(x_1 + x_2)t](Jt)^2 Q^2(t) = \\ = (Jt)^2 x \exp(-xJt) Q^2(t). \quad (1)$$

Отметим, что вероятность данной точке принадлежать хоть какому-то свободному интервалу равна интегралу от $p_1(x, t)$ по всем x , что дает

$$Q^2(t) = \exp(-vJt^2),$$

т. е. просто долю исходной фазы, как и должно быть.

Найдем плотность распределения свободных промежутков между доменами новой фазы данного размера в другой нормировке — в расчете на единицу длины системы. Используемая ниже схема расчета упрощает переход к интересующей нас величине от вычисленной выше функции $p_1(x, t)$ по сравнению с теми подходами, которые встречаются в литературе.

Разобьем интервал x на ячейки малой длины Δx . Их число в данном интервале есть примерно $n \approx x/\Delta x$. Вероятность данной ячейке принадлежать свободному интервалу из n ячеек есть $p_1(x, t)\Delta x$. Пусть длина системы есть $L \approx N_L \Delta x$, где N_L — число ячеек в системе. Подсчитаем полное число на этой длине свободных интервалов из n ячеек. Если мы умножим вероятность $p_1(x, t)\Delta x$ на N_L , то

каждый интервал в этом произведении будет учитываться столько раз, сколько в нем ячеек. Поэтому число разных интервалов получается делением $N_L p_1(x, t)\Delta x$ на n . Чтобы найти число таких интервалов на единицу длины системы, следует поделить эту величину на L . В результате имеем

$$(Jt)^2 \exp(-Jtx) Q^2(t) \Delta x,$$

т. е., возвращаясь к континуальному описанию, получаем, что вероятность встретить свободный интервал длиной от x до $x + dx$ в расчете на единицу длины равна

$$f(x, t) dx = (Jt)^2 \exp(-Jtx) Q^2(t) dx. \quad (2)$$

Полная плотность свободных интервалов всех длин, $N(t)$, находится интегрированием по x и равна

$$N(t) = Jt Q^2(t).$$

Нормированная на единицу вероятность встретить свободный интервал длиной от x до $x + dx$ есть

$$f(x, t) dx / N(t) = Jt \exp(-xJt) dx. \quad (3)$$

Из выражения (2) следует, в частности, что плотность свободных интервалов минимального размера на единицу длины системы, т. е. концентрация доменов новой фазы, сталкивающихся в течение времени dt , есть

$$f(0, t) = (Jt)^2 \exp(-vJt^2) \cdot 2v dt.$$

Это будет использовано ниже при записи кинетического уравнения, описывающего перемещение фронта переключения состояния.

3. КИНЕТИКА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ФРОНТА ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ СОСТОЯНИЯ

Будем называть доменную стенку, наследующую границу краевого домена (возможно, после коалесценции с объемными доменами), фронтом переключения состояния. В процессе перехода система будет представлять собой чередование участков исходной фазы и флуктуационно-зарождающейся новой фазы. Примыкающий к границе участок может считаться перешедшим в новое состояние после того, как он будет полностью «заметен» фронтом переключения и в результате станет односвязным доменом. Перемещение фронта переключения с учетом столкновений со случайно-образующимися во времени и пространстве доменами новой фазы представляет собой стохастический процесс и должен,

вообще говоря, характеризоваться вероятностью нахождения границы в момент t в интервале между x и $x + dx$.

Найдем, в первую очередь, кинетику затухания со временем вероятности того, что фронт не претерпевает столкновений. Ясно, что зародыши, рождающиеся при $x > 2vt$, вообще «не опасны», т. е. не приведут к столкновению с фронтом до момента времени t . Таким образом, следует ограничиться событиями на отрезке $x < 2vt$. Рассмотрим зародыш, возникающий в некоторый момент t' в точке x' . Зародыши на длине vt все опасны, но только интервал $vt - vt'$ свободен для рождения к моменту t' . Вероятность того, что здесь зародыш не возникнет, равна

$$\begin{aligned} \exp\left(-J \int_0^t dt' \int_{vt'}^{vt} dx'\right) &= \exp\left[-Jv \int_0^t dt'(t-t')\right] = \\ &= \exp\left(-\frac{Jvt^2}{2}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Опасными являются также зародыши, рождающиеся при $vt < x < 2vt$, если за оставшееся время $t - t'$ они успеют добежать до $x = vt$. Длина их пробега $v(t - t')$ должна быть больше расстояния до $x = vt$, т. е. должно выполняться условие

$$v(t - t') > x' - vt$$

или

$$x' < 2vt - vt'.$$

Вероятность того, что такие зародыши не возникнут, есть

$$\exp\left(-J \int_0^t dt' \int_{vt}^{2vt-vt'} dx'\right) = \exp\left(-\frac{Jvt^2}{2}\right).$$

Учитывая обе возможности, получаем вероятность того, что опасный зародыш не образуется, т. е. вероятность отсутствия столкновений фронта с объемным доменом до времени t , равную $\exp(-Jvt^2)$, что довольно естественно. Таким образом, сингулярный вклад в плотность вероятности фронту быть в интервале dx вблизи vt есть

$$\exp(-Jvt^2)\delta(x - vt).$$

Столкновения краевого домена с объемными приводят также к наличию вероятности фронту находиться при $x > vt$, описываемой несингулярной частью функции распределения, которая будет

обозначаться как $p_b(x, t)$. Нормировка несингулярной части, дополняющая вклад сингулярной части, меньше единицы:

$$\int_{vt}^{\infty} dx p_b(x, t) = 1 - \exp(-Jvt^2).$$

Для последующего расчета величины $p_b(x, t)$, представляющего основную цель работы, понадобится также граничное значение $p_b(vt, t)$. Вероятность того, что граница находится непосредственно за $x = vt$, определяется единичным рождением зародыша непосредственно перед границей в малом интервале Δx в любой момент времени между 0 и t при условии в остальном свободного распространения границы между 0 и t , т. е. равна

$$Jt\Delta x \exp(-vJt^2).$$

Следовательно,

$$p_b(vt, t) = Jt \exp(-vJt^2).$$

Вероятность $p_b(x, t)$ краевой доменной стенке быть в момент t в интервале между x и $x + dx$ при $x > vt$, т. е. несингулярная часть, подчиняется кинетическому уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_b(x, t)}{\partial t} &= -v \frac{\partial p_b(x, t)}{\partial x} - \frac{2vf(0, t)}{N(t)} p_b(x, t) + \\ &+ \frac{2vf(0, t)}{N^2(t)} \int_0^x g(x - x', t) \times \\ &\times [p_b(x', t) + \exp(-Jvt^2)\delta(x' - vt)] dx' = \\ &= -v \frac{\partial p_b(x, t)}{\partial x} - 2vJtp_b(x, t) + 2v \exp(vJt^2) \times \\ &\times \int_{vt}^x g(x - x', t) p_b(x', t) dx' + 2vg(x - vt, t). \end{aligned} \quad (5)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (5) описывает свободный рост краевого домена, второе слагаемое представляет уход домена данного размера в большие размеры из-за столкновений с объемными доменами, интеграл описывает образование домена данного размера вследствие коалесценции краевого и объемного доменов меньших размеров при $x' > vt$, последнее слагаемое описывает вклад фронта, не испытывавшего до этого столкновений, т. е. сингулярной части плотности вероятности положения фронта. Начальное условие есть

$$p_b(x, t = 0) = \delta(x).$$

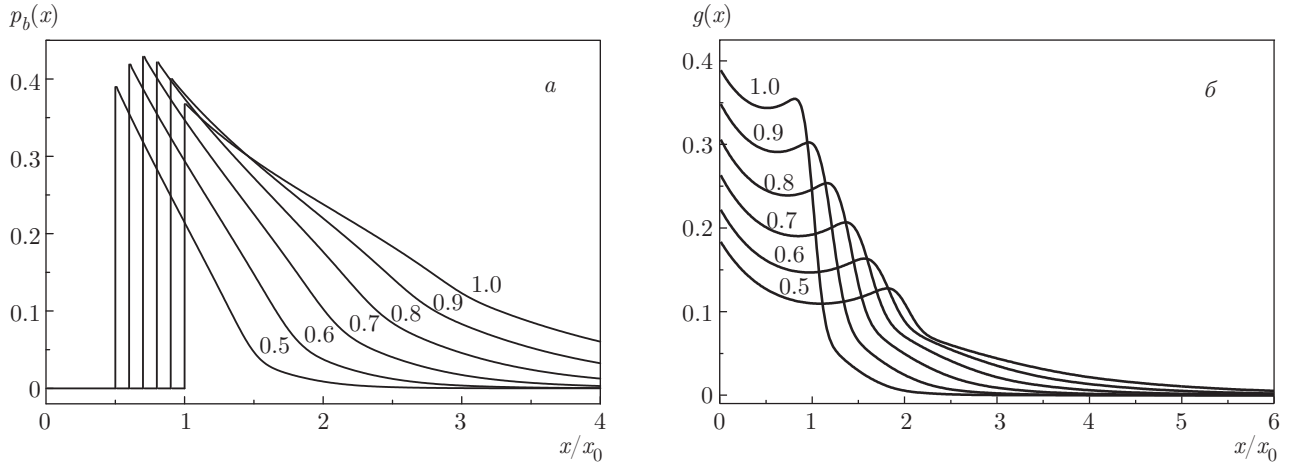


Рис. 2. а) Плотность вероятности $p_b(x, t)$ положений границы краевого домена (фронта переключения состояния) в различные моменты безразмерного времени t/t_0 , указанные цифрами около кривых. б) Плотность вероятности $g(x, t)$ размеров объемных доменов новой фазы в расчете на единицу длины системы в различные моменты времени t/t_0 . Масштабные множители здесь и далее есть $x_0 = \sqrt{v/J}$, $t_0 = 1/\sqrt{vJ}$

Очевидно также, что $p_b(x, t) = 0$, если x меньше детерминированного предела vt распространения краевого домена ко времени t . Описание процессов коалесценции краевого домена с объемными проводится с помощью функции $g(x, t)$, представляющей плотность вероятности встретить на единице длины системы домен нового состояния размером между x и $x + dx$. Эта функция для неограниченной одномерной системы изучалась в работе [18].

Уравнение (5) позволяет рассчитывать стохастическую кинетику перемещения фронта переключения состояния системы. Эволюция распределения длин пробегов фронта, найденная численным решением уравнения (5), продемонстрирована на рис. 2а. На рис. 2б для полноты картины проиллюстрировано решение приведенного в работе [18] уравнения для распределения размеров объемных доменов $g(x, t)$.

4. РЕШЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ПРЕДСТАВЛЕНИИ ЛАПЛАСА

Уравнение (5) может быть решено в представлении Лапласа. Обозначим лапласовский образ $p_b(x, t)$ в движущейся системе координат как

$$\hat{p}_b(s, t) = \int_0^\infty dx \exp(-sx) p_b(x, t)$$

и преобразуем почленно трансформированное к движущейся системе уравнение (5):

$$\frac{d\hat{p}_b(s, t)}{dt} = -2vJt\hat{p}_b(s, t) + 2v \exp(vJt^2) \times \hat{g}(s, t)\hat{p}_b(s, t) + 2v\hat{g}(s, t). \quad (6)$$

Решение этого уравнения выражается через лапласовский образ

$$\hat{g}(s, t) = \int_0^\infty dx \exp(-sx) g(x, t)$$

как

$$\hat{p}_b(s, t) = -\exp(-vJt^2) + \exp\left[-vJt^2 + 2v \int_0^t dt' \exp(vJt'^2) \hat{g}(s, t')\right]. \quad (7)$$

Лапласовский образ плотности вероятности спонтанно образовавшихся доменов нового состояния был вычислен в работе [18] и равен

$$\hat{g}(s, t) = \exp(-vJt^2) \times \left\{ s + Jt - p \exp(2vst + vJt^2) \times \left[1 + 2vs \int_0^t dt' \exp(2vst' + vJt'^2) \right]^{-1} \right\}. \quad (8)$$

Вычисляя с этим $\hat{g}(s, t)$ интеграл в выражении (7), получаем

$$\hat{p}_b(s, t) = -\exp(-vJt^2) + \exp(2vts) \times \left[1 + 2vs \int_0^t dt' \exp(2vst' + vJt'^2) \right]^{-1}. \quad (9)$$

Сравнение выражений (8) и (9) для лапласовских образов $\hat{p}_b(s, t)$ и $\hat{g}(s, t)$ приводит к соотношению

$$\hat{p}_b(s, t) = -\frac{\hat{g}(s, t)}{s} + (Jt/s) \exp(-vJt^2).$$

Отсюда для оригиналов следует простое соответствие:

$$p_b(x, t) = G(x, t), \quad (10)$$

где

$$G(x, t) = \int_x^\infty g(x', t) dx'$$

— вероятность встретить на единице длины домен новой фазы размером, превышающим x .

5. СРЕДНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ФРОНТА ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ СОСТОЯНИЯ

Как обычно, лапласовский образ $\hat{p}_b(s, t)$ представляет собой производящую функцию, позволяющую находить средние характеристики, или, иначе, моменты распределения пробегов фронта переключения состояния сверх детерминированной составляющей vt :

$$\langle x^n \rangle = \int_0^\infty dx x^n p_b(x, t) = (-1)^n \left. \frac{d^n \hat{p}_b(s, t)}{ds^n} \right|_{s=0}.$$

Вычислим среднее флуктуационное смещение фронта переключения состояния, распространяющегося от границы системы и представляющего собой добавку к детерминированной составляющей vt :

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= - \left. \frac{d\hat{p}_b(s, t)}{ds} \right|_{s=0} = 2v \int_0^t dt' \exp(vJt'^2) - 2vt = \\ &= \sqrt{\frac{\pi v}{J}} \operatorname{erfi}(\sqrt{vJ}t) - 2vt. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь

$$\operatorname{erfi}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z dz' \exp(z'^2)$$

— интеграл вероятности мнимого аргумента.

Асимптотики при больших и малых временах есть, соответственно,

$$\langle x \rangle \approx \begin{cases} \frac{1}{Jt} \exp(vJt^2), & t \rightarrow \infty, \\ \frac{2}{3} v^2 Jt^3, & t \rightarrow 0. \end{cases}$$

Аналогичным образом вычисляемое среднеквадратичное смещение есть

$$\begin{aligned} \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 &= -4 \frac{v}{J} [\exp(vJt^2) - 1] + \\ &+ 4v^2 \left[\int_0^t dt' \exp(vJt'^2) \right]^2. \end{aligned} \quad (12)$$

При больших временах $t \rightarrow \infty$

$$\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \approx \frac{1}{J^2 t^2} \exp(2vJt^2),$$

при малых временах $t \rightarrow 0$

$$\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \approx \frac{2}{3} v^3 Jt^4.$$

Изучим распределение больших смещений фронта переключения состояния. Асимптотика обратного преобразования Лапласа от $\hat{p}_b(s, t)$ при больших смещениях фронта определяется ближайшей к мнимой оси особенностью лапласовского изображения в левой полуплоскости комплексных значений s . Эта особенность $s = s_0$ отвечает нулю знаменателя в выражении (9) для $\hat{p}_b(s, t)$ и находится из уравнения

$$1 + 2vs \int_0^t dt' \exp(2vst' + vJt'^2) = 0, \quad (13)$$

совпадающего с исследованным в работе [17], поэтому мы не будем входить в подробности. Ограничимся графической иллюстрацией поведения величины $1/s_0$, представляющей собой характерный размер убывания распределения больших смещений фронта $p_b(x, t) \propto \exp(-s_0 x)$ на рис. 3. Кружками изображено поведение среднего смещения фронта, даваемого уравнением (11). Эти зависимости не тождественны, но, как можно видеть, разница между ними невелика. Рисунок 3 наглядно иллюстрирует резкое ускорение движения за счет взаимодействия с флуктуационно возникающими перед фронтом переключения состояния доменами новой фазы.

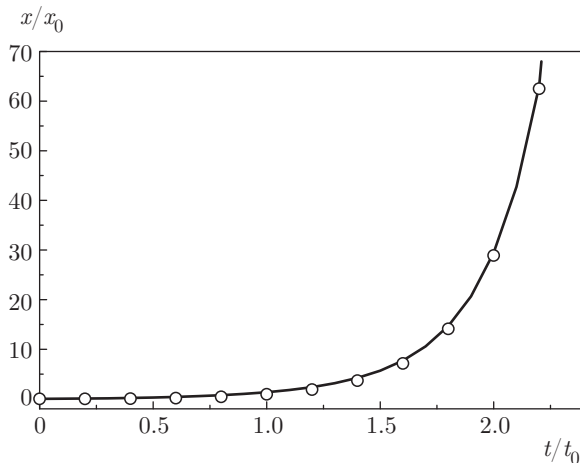


Рис. 3. Зависимость среднего пробега фронта переключения состояния от времени (кружки). Сплошная линия изображает характерный размер $1/s_0$ убывания вероятности больших смещений фронта

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе решается задача о переключении состояния квазиодномерной системы по совместному гетерогенно-гомогенному механизму. Фронт переключения зарождается на границе и распространяется в глубь образца, находящегося в метастабильном состоянии. Взаимодействие фронта со спонтанно зарождающимися доменами новой фазы в объеме делает процесс переключения случайным и описывается вероятностным образом. При столкновении краевого домена с объемным последний поглощается и размер краевого домена скачком прирастает на его ширину. В результате положение фронта переключения состояния «эстафетным» образом смещается в положение границы поглощаемого домена. Этот механизм ускорения движения краевой доменной стенки моделирует стохастическое усиление, которое широко обсуждается применительно к электрическим цепям, химическим реакциям, полупроводниковым устройствам, нелинейным оптическим системам, магнитным системам, СКВИД-магнетометрам и неврофизиологическим экспериментам [15–17], однако до сих пор не имеет достаточно полного количественного описания. В настоящей работе для частичного восполнения этого пробела использовано кинетическое уравнение для функции распределения смещений краевой доменной стенки, являющейся фронтом переключения состояния в квазиодномерной системе. С помощью этого уравнения рассчитаны различные статистические характеристики процесса переключения состояния, дающие представление о пространственно-временной картине явления.

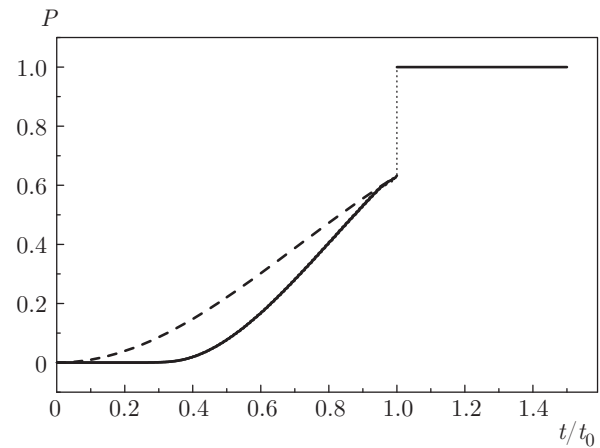


Рис. 4. Зависимость от времени вероятности $P = \int_x^\infty dx' p_b(x')$ преодоления фронтом определенного расстояния x (в данном случае $x = x_0$). Штриховая линия представляет зависимость от времени вероятности $1 - \exp(-vt^2)$ того, что граница участка при $x < vt$ оказывается в новой фазе

В экспериментах часто измеряют время преодоления фронтом переключения состояния определенного расстояния. Это роднит решаемую в настоящей работе задачу с проблемой прохождения сигнала в линиях передачи информации. Вероятность преодоления фронтом расстояния, превышающего определенное расстояние x , равная

$$P(x, t) = \int_x^\infty dx' p_b(x', t),$$

определяет распределение времен пролета. На рис. 4 проиллюстрирована имеющая место типичная зависимость такого типа. При $t < x/v$ расстояние x может быть преодолено только за счет столкновений с флуктуационными возбуждениями перед фронтом, вероятность возникновения которых меньше единицы. При $t > x/v$ точка x преодолевается фронтом даже без помощи дополнительных возбуждений, т. е. с вероятностью 1. Скачок при $t = x/v$ равен $\exp(-vJt^2)$, что соответствует вероятности свободного (т. е. в отсутствие столкновений) движения фронта.

Возможность прохождения сигнала, прикладываемого на одном конце протяженной одномерной системы, до другого конца за время, меньшее времени свободного движения, как уже отмечалось, интенсивно обсуждалась в электронике, биофизике и других областях [15–17]. Компьютерное моделирование в работе [22] привело к получению полезных представлений о закономерностях процесса в зависимости от параметров системы. В том числе было

продемонстрировано возникновение новых доменов перед движущейся от границы доменной стенкой, как это предполагается в механизме, рассматриваемом в настоящей работе.

Интересный способ аналогового моделирования этого явления с помощью цепочки из десятков связанных резонаторов был реализован в работе [11] и других. Каждый резонатор соединялся с генератором случайного шума, при варьировании интенсивности которого можно было изменять в итоге вероятность прохождения сигнала через цепочку. Интенсивность шума играет роль, подобную частоте J образования зародышей новой фазы в рассматриваемой проблеме. Данные моделирования наглядно демонстрируют стохастическое ускорение прохождения фронта в качественном соответствии с результатами настоящей работы.

Проблемой при изучении влияния шума на прохождение сигнала является не всегда имеющаяся возможность отличить полезный сигнал, «наследуемый» от прикладываемого, например на левой границе участка цепи, от не связанного с ним «паразитического» [23]. В представленной модели вероятность поглощения правой границы участка новой фазой ко времени t есть $1 - \exp(-vJt^2)$, что превышает вероятность достижения этой границы, если длина участка меньше vt , фронтом переключения, как это иллюстрируется на рис. 4. Однако это не соответствует полному переключению состояния рассматриваемого участка, так как остаются пробелы, находящиеся по-прежнему в исходном состоянии. Полный переход в новое состояние реализуется при прохождении границы участка фронтом переключения, вероятность чего определяется рассчитываемой в настоящей работе функцией $p_b(x, t)$.

Таким образом, в экспериментах следует принимать специальные меры для проверки связности образующегося нового состояния. В упоминаемых выше материалах типа халькогенидов TiSi_2 [3] связность перехода в низкорезистивное состояние легко проверяется возникновением протекания электрического тока. Подобная проверка гарантирует истинность наблюдаемого стохастического ускорения фронта переключения состояния системы и конструктивного вклада флуктуаций.

Подводя итог, можно сказать, что основным результатом настоящей работы является расчет стохастического ускорения движения фронта переключения состояния и установление его соотношения с кинетикой распада исходной фазы в метастабильных квазиодномерных системах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *One-Dimensional Nanostructures*, Lecture Notes in Nanoscale Science and Technology, ed. by Z. M. Wang, Springer, New York (2008).
2. G. W. Burr, M. J. Breitwisch, M. Franceschini et al., *J. Vacuum Sci. Technol. B* **28**, 223 (2010).
3. J. A. Kittl and Q. Z. Hang, *Thin Solid Films*. **290–291**, 473 (1996).
4. X. Sun, B. Yu, G. Ng, and M. Meyyappan, in [1], Vol. 3, p. 273.
5. А. Н. Колмогоров, *Изв. АН СССР, сер. мат.* **3**, 355 (1937).
6. W. A. Johnson and P. A. Mehl, *Trans. AIMME* **135**, 416 (1939).
7. M. Avramy, *J. Chem. Phys.* **7**, 1103 (1939).
8. Б. В. Петухов, *ЖЭТФ* **141**, 1130 (2012).
9. A. S. Mikhailov, L. Schimansky-Geier, and W. Ebeling, *Phys. Lett. A* **96**, 453 (1983).
10. J. Fort and T. Pujol, *Rep. Progr. Phys.* **71**, 086001 (2008).
11. M. Löcher, D. Cigna, and E. R. Hunt, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5212 (1998).
12. J. Garcia-Ojalvo and J. M. Sancho, *Noise in Spatially Extended Systems*, Springer Science + Business Media, New York (1999).
13. М. К. Верма, А. Кумар, А. Паттанаяк, *ЖЭТФ* **154**, 641 (2018).
14. В. А. Бендерский, Е. И. Кац, *ЖЭТФ* **143**, 5 (2013).
15. В. С. Анищенко, А. Б. Нейман, Ф. Мосс, Л. Шиманский-Гайер, *УФН* **169**, 7 (1999).
16. L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, and F. Marchesoni, *Eur. Phys. J. B* **69**, 1 (2009).
17. M. D. McDonnell and D. Abbott, *PLOS Comput. Biol.* **5**, e1000348 (2009).
18. K. Sekimoto, *Physica A* **128**, 132 (1984).
19. K. Sekimoto, *Physica A* **125**, 261 (1984).
20. E. Ben-Naim and P. L. Krapivsky, *Phys. Rev.* **54**, 3562 (1996).
21. Б. В. Петухов, *ФТП* **47**, 613 (2013).
22. S. Allende, D. Altbir, E. Salcedo et al., *J. Appl. Phys.* **104**, 013907 (2008).
23. H. Chen, P. K. Varshney, S. M. Kay, and J. H. Michels, *IEEE Trans. Signal Proc.* **55**, 3172 (2007).