ЖЭТФ, 2019, том 155, вып. 6, стр. 1045–1060 © 2019

СИЛЬНАЯ СПИН-ЗАРЯДОВАЯ СВЯЗЬ И ЕЕ ПРОЯВЛЕНИЕ В СТРУКТУРЕ КВАЗИЧАСТИЦ, КУПЕРОВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СВОЙСТВАХ КУПРАТОВ

В. В. Вальков [a*], *Д. М. Дзебисашвили* [a,b], *М. М. Коровушкин* [a], *К. К. Комаров* [a], *А. Ф. Барабанов* [c]

[a] *Институт физики им. Л. В. Киренского, ФИЦ КНЦ Сибирского отделения Российской академии наук 660036, Красноярск, Россия*

[b] *Сибирский государственный университет науки и технологий им. М. Ф. Решетнева 660037, Красноярск, Россия*

[c] *Институт физики высоких давлений им. Л. Ф. Верещагина Российской академии наук 108840, Троицк, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 20 ноября 2018 г.,
после переработки 20 ноября 2018 г.
Принята к публикации 18 декабря 2018 г.

Спектр фермиевских возбуждений, проблема куперовской неустойчивости и лондоновская глубина проникновения магнитного поля в купратных сверхпроводниках рассмотрены в рамках единой концепции, основанной на учете сильной связи между спинами ионов меди и дырками на ионах кислорода. Эта связь приводит к сильной ренормировке затравочного спектра кислородных дырок с формированием спин-поляронных квазичастиц. Анализ куперовской неустойчивости, проведенный в рамках спин-поляронной концепции для различных каналов, показал, что в ансамбле спин-поляронных квазичастиц реализуется только сверхпроводящее d-спаривание, тогда как решения, соответствующие s-спариванию, отсутствуют. Продемонстрировано, что сверхпроводящее d-спаривание не подавляется кулоновским отталкиванием дырок, находящихся на соседних ионах кислорода. Этот эффект обусловлен особенностями кристаллографического строения CuO_2-плоскости и отмеченной выше сильной спин-фермионной связью. В результате такое взаимодействие дырок выпадает из ядра интегрального уравнения для сверхпроводящего параметра порядка с d-типом симметрии. Показано, что хаббардовское отталкивание дырок и их взаимодействие для второй координационной сферы кислородной подрешетки при реальных величинах взаимодействия не подавляют сверхпроводимости d-типа. Для спин-поляронного ансамбля исследована зависимость лондоновской глубины проникновения магнитного поля от температуры и концентрации дырок. Установлено, что особенности этой зависимости тесно связаны со спецификой спин-поляронного спектра.

DOI: 10.1134/S0044451019060099

1. ВВЕДЕНИЕ

Центральная проблема теории высокотемпературной сверхпроводимости связана, как известно, с необходимостью корректного учета сильных электронных корреляций. Они не только качественно меняют характер основного состояния этих материалов в нормальной фазе, но и приводят к новым сценариям куперовской неустойчивости.

Электронная структура купратов адекватно описывается моделью Эмери [1, 2] или ее более общим вариантом [3], в котором учитываются как особенности кристаллографического строения CuO_2-плоскости, так и дырочные состояния в замкнутых оболочках ионов меди и кислорода. Энергетические параметры модели Эмери соответствуют режиму сильных электронных корреляций и позволяют посредством перехода к эффектив-

* E-mail: vvv@iph.krasn.ru

ному гамильтониану проинтегрировать вклады от процессов ковалентного смешивания между d- и p-состояниями ионов меди и кислорода. Наиболее просто такая процедура реализуется на основе операторной формы теории возмущений в атомном представлении с привлечением операторов Хаббарда [4]. В результате возникает спин-фермионная модель (СФМ) [5–10] с гамильтонианом H_{sp-f}, в которой пространство состояний ионов меди ограничено классом гомеополярных состояний. Для недопированного режима СФМ вырождается в модель Гейзенберга с антиферромагнитным (АФМ) типом обменного взаимодействия между ближайшими спинами ионов меди.

Как известно, в теории купратных сверхпроводников значительное внимание уделяется учету сильной связи между спиновыми и зарядовыми степенями свободы [11–14]. Спин-зарядовые флуктуации существенно сказываются на термодинамических и транспортных свойствах купратных сверхпроводников [15]. СФМ содержит слагаемые, отражающие спин-зарядовые флуктуации между локализованными спинами ионов меди и кислородными дырками. Такие слагаемые, в частности, соответствуют процессам спин-коррелированных перескоков [16–18], в результате которых происходит перенос заряда с одновременным изменением проекции спина у кислородной дырки. При этом, согласно закону сохранения суммарной проекции спина всей системы, происходит изменение проекции спина на ионе меди. Существенно, что параметры спин-фермионной связи оказываются большими и не допускают рассмотрения в рамках обычной теории возмущений. Это значительно обостряет проблему учета сильной спин-зарядовой связи в купратных сверхпроводниках.

Следует подчеркнуть, что СФМ, в отличие от упрощенных моделей электронного строения купратов (типа модели Хаббарда или t–J-модели), сохраняет описание реальной структуры CuO_2-плоскости, элементарная ячейка которой включает в себя два иона кислорода и один ион меди. Кроме того, в СФМ принимается во внимание пространственная разнесенность спиновой и зарядовой подсистем.

В рамках СФМ была развита спин-поляронная концепция [16, 17, 19–21], позволившая правильно описать особенности спектральных свойств фермиевских квазичастиц купратных сверхпроводников в нормальной фазе. Исходная идея этой концепции состоит в том, что элементарное возбуждение в допированном двумерном антиферромагнетике может быть представлено как «голая» частица (электрон или дырка), окруженная облаком спиновых флуктуаций [21]. Эта сложная квазичастица, обладающая ренормированной массой и движущаяся на фоне АФМ-упорядочения, рассматривается как спиновый полярон. Простейшей реализацией такой квазичастицы является локальный спиновый полярон [22,23], характеристики которого определяются из решения кластерной задачи. После выбора самых низколежащих по энергии состояний малого кластера можно описать движение локального спинового полярона на фоне АФМ-упорядочения.

При использовании концепции спинового полярона в рамках СФМ было исследовано расщепление нижней зоны локального полярона [24], что позволило, например, описать резкое падение интенсивности ARPES-пиков при изменении квазиимпульса от $(\pi/2, \pi/2)$ к (π, π) или $(0, 0)$, а также возможность существования «теневой зоны» [25].

В работах [16, 26] было показано, что, в отличие от моделей сильной связи с большим числом подгоночных параметров (см., например, работу [27]), в СФМ в рамках спин-поляронной концепции модификация энергетического спектра и поверхности Ферми обусловлены не соотношением между интегралами перескока, а сильной корреляцией между подсистемой локализованных спинов ионов меди в состоянии квантовой спиновой жидкости и подсистемой кислородных дырок, а также изменением корреляционных характеристик этой квантовой спиновой жидкости при допировании. При этом в работе [26] использовался всего один подгоночный параметр — интеграл перескока дырок t, который подбирался на основе сравнения с экспериментальными данными [27] для $La_{2-x}Sr_xCuO_4$. Отметим, что авторам работы [27] для достижения удовлетворительного согласия между рассчитанной в приближении среднего поля поверхностью Ферми и ферми-поверхностью, восстановленной из экспериментальных данных, потребовалось для каждого уровня концентрации дырок подбирать свой набор из четырех параметров — трех интегралов перескока t_1, t_2, t_3 и сдвига энергии ε_0.

Успехи концепции спинового полярона при описании свойств нормального состояния купратов сделали актуальным вопрос об описании сверхпроводящей фазы в условиях, когда куперовская неустойчивость развивается не для затравочных фермионов, а в подсистеме спиновых поляронов [28]. В работе [29] было показано, что ансамбль спин-поляронных квазичастиц, возникающий в простейшей модели купратных сверхпроводников — двумерной решетке Кондо в режиме сильных электронных корреляций, обладает куперовской неустойчивостью с $d_{x^2-y^2}$-типом симметрии параметра порядка. В роли константы куперовского спаривания выступал интеграл обменного взаимодействия между локализованными спинами. Было показано, что трехцентровые взаимодействия в спин-поляронном ансамбле, находящемся в спин-жидкостной фазе подсистемы локализованных спинов, в отличие от t–J^*-модели [30], способствуют куперовскому спариванию и обеспечивают реализацию сверхпроводящей фазы с высокими критическими температурами.

Позже в работе [31] теория сверхпроводимости ансамбля спиновых поляронов была развита в СФМ. Было показано, что сильная спин-фермионная связь, возникающая в результате гибридизационного смешивания состояний ионов меди и кислорода в исходной модели Эмери, не только оказывает влияние на формирование спин-поляронных квазичастиц [20], но и обеспечивает эффективное притяжение между ними через обменное взаимодействие. Это индуцирует куперовскую неустойчивость с d-волновым спариванием в системе спиновых поляронов. В рамках такого подхода была построена фазовая T–x-диаграмма [31], хорошо коррелирующая с экспериментальными данными по купратным сверхпроводникам.

Важным результатом, полученным при дальнейшем развитии спин-поляронной концепции [31], явилось решение проблемы, возникшей вскоре после появления первых теоретических работ по сверхпроводимости в ВТСП. Эта проблема заключалась в том, что межузельное кулоновское взаимодействие V_1 дырок на ближайших ионах кислорода, которое учитывалось в рамках эффективных низкоэнергетических моделей на квадратной решетке, приводило к подавлению сверхпроводящего спаривания с d-типом симметрии параметра порядка. В работе [32] было показано, что в купратных ВТСП нейтрализация негативного влияния межузельного кулоновского взаимодействия дырок на куперовскую неустойчивость в d-канале происходит в результате двух факторов. Первый из них связан с рассмотрением реальной кристаллографической структуры CuO_2-плоскости, для которой фурье-образ межузельного взаимодействия имеет вид

$$V_q = 4V_1 \cos(q_x/2)\cos(q_y/2).$$

Второй фактор обусловлен сильной связью между локализованными спинами ионов меди и дырками на ионах кислорода. Как было показано в работе [31], это приводит к развитию куперовской неустойчивости в ансамбле спин-поляронных квазичастиц. При этом кулоновское отталкивание между голыми дырками с фурье-образом V_q ренормируется во взаимодействие между спин-поляронными квазичастицами таким образом, что импульсная зависимость этого эффективного взаимодействия становится соответствующей структуре подрешетки ионов меди. В результате возникает ситуация, при которой эффективное отталкивание между спиновыми поляронами выпадает из ядра интегрального уравнения для сверхпроводящего параметра порядка с $d_{x^2-y^2}$-типом симметрии.

Позднее было рассмотрено влияние кулоновского отталкивания V_2 дырок, находящихся на следующих за ближайшими ионами кислорода [33, 34], а также хаббардовского отталкивания U_p дырок [35] на концентрационные зависимости критической температуры перехода в сверхпроводящую фазу. Было показано, что учет отмеченных взаимодействий приводит к уменьшению критической температуры, однако эта температура остается в пределах значений, наблюдаемых экспериментально.

В работе [35] в рамках СФМ была проанализирована возможность возникновения сверхпроводящего s-спаривания спин-поляронных квазичастиц. Расчеты зависимостей температуры перехода в сверхпроводящую фазу от допирования показали, что во всей области допирования решения уравнений самосогласования соответствуют только $d_{x^2-y^2}$-фазе, тогда как решения для s-фазы отсутствуют. Этот результат полностью согласуется с экспериментальными данными по купратным сверхпроводникам.

Отмеченные успехи концепции спинового полярона при описании электронной структуры и сверхпроводящих свойств купратных сверхпроводников делают актуальным комплекс задач, связанных с изучением кинетических и гальваномагнитных свойств рассматриваемых материалов. В частности, значительный интерес представляет задача о вычислении лондоновской глубины проникновения магнитного поля в купратный сверхпроводник, в котором носителями заряда выступают не затравочные фермионы [36–40], а спин-поляронные квазичастицы, сформированные за счет сильной связи между спиновыми и зарядовыми степенями свободы. В настоящей работе представлены наиболее важные результаты по теории купратных сверхпроводников, полученные на основе концепции спинового полярона в рамках СФМ.

Результаты излагаются следующим образом. В разд. 2 описывается СФМ, которая следует из трехзонной p–d-модели в режиме сильных электронных корреляций. Раздел 3 посвящен получению уравнений для нормальных и аномальных функций Грина. Здесь же приводится система интегральных уравнений для компонент сверхпроводящего параметра порядка. В разд. 4 рассматривается энергетическая структура спин-поляронных квазичастиц. В разд. 5 исследуется сверхпроводящая фаза спиновых поляронов. В частности, рассматривается влияние межузельного кулоновского взаимодействия на развитие куперовской неустойчивости ансамбля спиновых поляронов, а также демонстрируется устойчивость сверхпроводящего d-спаривания относительно учета кулоновского отталкивания дырок, находящихся на соседних ионах кислорода. На основе рассчитанных концентрационных зависимостей сверхпроводящей критической температуры анализируется влияние хаббардовского взаимодействия и кулоновского отталкивания дырок, находящихся на следующих за ближайшими ионах кислорода. В разд. 6 вычисляется лондоновская глубина проникновения магнитного поля в купратный сверхпроводник, в котором в качестве носителей заряда выступают спин-поляронные квазичастицы. В заключительном разделе обсуждаются полученные результаты. В целях удобства изложения результатов громоздкие математические выражения вынесены в Приложение.

2. СПИН-ФЕРМИОННАЯ МОДЕЛЬ

В соответствии с экспериментальными данными, в недопированном случае, когда на элементарную ячейку CuO_2-плоскости приходится одна дырка, система находится в состоянии мотт-хаббардовского диэлектрика [41]. В трехзонной p–d-модели (модели Эмери) [1, 2] этому случаю соответствует режим сильных электронных корреляций

$$\Delta_{pd},\ (U_d - \Delta_{pd}) \gg t_{pd} > 0. \tag{1}$$

Эти неравенства, с одной стороны, требуют корректного учета кулоновских корреляций на ионе меди, а с другой стороны, позволяют провести редукцию гамильтониана модели Эмери и получить СФМ [5–10] с гамильтонианом

$$\hat{H}_{sp-f} = \hat{H}_h + \hat{U}_p + \hat{V}_{pp} + \hat{J} + \hat{I}, \tag{2}$$

где

$$\hat{H}_h = \sum_{k\alpha}\Big(\xi_{k_x} a^{\dagger}_{k\alpha} a_{k\alpha} + \xi_{k_y} b^{\dagger}_{k\alpha} b_{k\alpha} + t_k (a^{\dagger}_{k\alpha} b_{k\alpha} + b^{\dagger}_{k\alpha} a_{k\alpha})\Big), \tag{3}$$

$$\hat{U}_p = \frac{U_p}{N} \sum_{1,2,3,4} [a^{\dagger}_{1\uparrow} a^{\dagger}_{2\downarrow} a_{3\downarrow} a_{4\uparrow} + (a \to b)] \times \delta_{1+2-3-4}, \tag{4}$$

$$\hat{V}_{pp} = \frac{4V_1}{N} \sum_{\substack{1,2,3,4\\ \alpha\beta}} \phi_{3-2}\ a^{\dagger}_{1\alpha} b^{\dagger}_{2\beta} b_{3\beta} a_{4\alpha}\ \delta_{1+2-3-4} + \frac{V_2}{N} \sum_{\substack{1,2,3,4\\ \alpha\beta}} [\theta^{xy}_{2-3} a^{\dagger}_{1\alpha} a^{\dagger}_{2\beta} a_{3\beta} a_{4\alpha} + \theta^{yx}_{2-3}(a \to b)]\ \delta_{1+2-3-4}, \tag{5}$$

$$\hat{J} = \frac{J}{N} \sum_{fkq\alpha\beta} e^{if(q-k)} u^{\dagger}_{k\alpha} (\mathbf{S}_f \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}) u_{q\beta}, \tag{6}$$

$$\hat{I} = \frac{I}{2} \sum_{f\delta} \mathbf{S}_f \cdot \mathbf{S}_{f+2\delta}. \tag{7}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{gathered}
\xi_{k_{x(y)}} = \tilde{\varepsilon_p} + \tau(1 - \cos k_{x(y)}) - \mu,\\
\tilde{\varepsilon_p} = \varepsilon_p + 2V_{pd}, \quad t_k = (2\tau - 4t) s_{k,x} s_{k,y},\\
\theta^{xy(yx)}_k = \frac{V'_2}{V_2} \exp(ik_{x(y)}) + \exp(-ik_{y(x)}),\\
s_{k,x} = \sin\frac{k_x}{2}, \quad u_{k\beta} = s_{k,x} a_{k\beta} + s_{k,y} b_{k\beta},\\
\tau = \frac{t^2_{pd}}{\Delta_{pd}}\left(1 - \frac{\Delta_{pd}}{U_d - \Delta_{pd} - 2V_{pd}}\right),\\
J = \frac{4t^2_{pd}}{\Delta_{pd}}\left(1 + \frac{\Delta_{pd}}{U_d - \Delta_{pd} - 2V_{pd}}\right).
\end{gathered} \tag{8}$$

Оператор $\hat{H}_h$ (3) описывает подсистему дырок на ионах кислорода в квазиимпульсном представлении. Здесь $a^{\dagger}_{k\alpha}(a_{k\alpha})$ — операторы рождения (уничтожения) дырок в подсистеме кислорода с p_x-орбиталями (рис. 1), $\alpha = \pm 1/2$ — проекция спина. Аналогичным образом, операторы $b^{\dagger}_{k\alpha}(b_{k\alpha})$ описывают подсистему ионов кислорода с p_y-орбиталями. Одноузельная энергия дырок обозначена посредством ε_p, μ — химический потенциал системы, t — интеграл перескока.

Оператор $\hat{U}_p$ (4) описывает хаббардовское отталкивание дырок на ионах кислорода. Межузельные кулоновские взаимодействия дырок, находящихся на ближайших и следующих за ближайшими ионах кислорода (см. рис. 1), описываются оператором $\hat{V}_{pp}$ (5). Оператор $\hat{J}$ (6) отвечает обменному взаимодействию между подсистемой кислородных дырок и

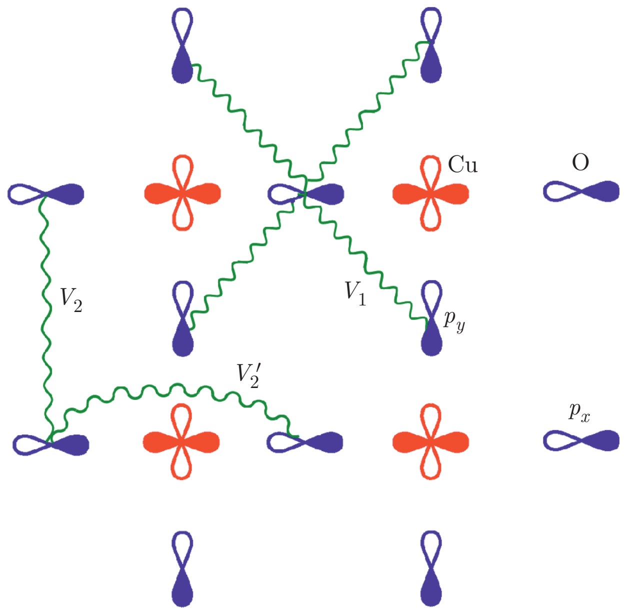

Рис. 1. Структура CuO_2-плоскости. Посредством V_1 обозначено кулоновское взаимодействие дырок, находящихся на ближайших ионах кислорода, V_2 и V_2' — кулоновские отталкивания дырок, находящихся на следующих за ближайшими ионах кислорода

подсистемой спинов, локализованных на ионах меди, которые описываются операторами $\mathbf{S}_f$. Здесь $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z)$ — вектор, составленный из матриц Паули. Оператор $\hat{I}$ (7) описывает сверхобменное взаимодействие между ближайшими соседними спинами меди, возникающее в четвертом порядке теории возмущений.

При записи гамильтониана СФМ учтены знаки интегралов перескока в зависимости от направления перескока и фазы волновых функций. Для компактности квазиимпульсы, по которым осуществляется суммирование, обозначены числами $1, \ldots, 4$. Дельта-функция Дирака $\delta_{1+2-3-4}$ учитывает закон сохранения импульса.

В дальнейшем при вычислении энергетической структуры и анализе условий развития куперовской неустойчивости в СФМ будут использоваться хорошо установленные значения параметров модели Эмери [42, 43]: $t_{pd} = 1.3$, $\Delta_{pd} = 3.6$, $V_{pd} = 1.2$ (в эВ). Для интеграла перескока дырок между ионами кислорода используется значение $t = 0.12$ эВ [26], а величина константы обменного взаимодействия между спинами ионов меди выбирается равной $I = 0.136$ эВ, что согласуется с имеющимися экспериментальными данными по купратным сверхпроводникам. Параметры кулоновского отталкивания дырок, находящихся на ближайших и следующих за ближайшими ионах кислорода, выбираются соответственно равными $V_1 = 1$–2 эВ [44] и $V_2 = V_2' = 0.5$–1 эВ.

3. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ГРИНА

Поскольку величина обменной связи между локализованными спинами меди и спинами дырок на ионах кислорода оказывается большой, $J = 3.38$ эВ $\gg \tau \approx 0.10$ эВ, при расчете энергетической структуры спин-поляронных возбуждений и анализе условий возникновения сверхпроводящего спаривания необходимо эту связь учитывать строго. Для этой цели оказывается удобным проекционный метод Цванцига–Мори [45–47], применение которого в рамках СФМ подробно изложено в работах [20, 26, 31].

Для корректного учета отмеченной сильной спин-зарядовой связи принципиальным является введение в базисный набор операторов, наряду с $a_{k\alpha}$ и $b_{k\alpha}$, также оператора

$$L_{k\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{fq\beta} e^{if(q-k)} (\mathbf{S}_f \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}) u_{q\beta}. \tag{9}$$

Для анализа условий возникновения куперовской неустойчивости к отмеченному набору трех операторов необходимо добавить еще три оператора [31, 32] ($\bar{\alpha} = -\alpha$):

$$a^{\dagger}_{-k\bar{\alpha}}, \quad b^{\dagger}_{-k\bar{\alpha}}, \quad L^{\dagger}_{-k\bar{\alpha}}, \tag{10}$$

которые позволяют ввести аномальные термодинамические средние.

Замкнутая система уравнений для нормальных G_{ij} и аномальных F_{ij} функций Грина ($j = 1, 2, 3$), полученная в рамках проекционного метода, имеет вид

$$\begin{aligned}
&(\omega - \xi_x) G_{1j} = \delta_{1j} + t_k G_{2j} + J_x G_{3j} + \\
&\qquad + \Delta_{1k} F_{1j} + \Delta_{2k} F_{2j}, \\
&(\omega - \xi_y) G_{2j} = \delta_{2j} + t_k G_{1j} + J_y G_{3j} + \\
&\qquad + \Delta_{3k} F_{1j} + \Delta_{4k} F_{1j}, \\
&(\omega - \xi_L) G_{3j} = \delta_{3j} K_k + (J_x G_{1j} + J_y G_{2j}) K_k + \\
&\qquad + \frac{\Delta_{5k}}{K_k} F_{3j}, \\
&(\omega + \xi_x) F_{1j} = \Delta^*_{1k} G_{1j} + \Delta^*_{3k} G_{2j} - t_k F_{2j} + J_x F_{3j}, \\
&(\omega + \xi_y) F_{2j} = \Delta^*_{2k} G_{1j} + \Delta^*_{4k} G_{2j} - t_k F_{1j} + J_y F_{3j}, \\
&(\omega + \xi_L) F_{3j} = \frac{\Delta^*_{5k}}{K_k} G_{3j} + (J_x F_{1j} + J_y F_{2j}) K_k.
\end{aligned} \tag{11}$$

Здесь введены обозначения для нормальных функций Грина

$$G_{11} = \langle\langle a_{k\uparrow}|a^{\dagger}_{k\uparrow}\rangle\rangle_{\omega}, \quad G_{21} = \langle\langle b_{k\uparrow}|a^{\dagger}_{k\uparrow}\rangle\rangle_{\omega},$$
$$G_{31} = \langle\langle L_{k\uparrow}|a^{\dagger}_{k\uparrow}\rangle\rangle_{\omega}.$$

Функции G_{i2} и G_{i3} ($i = 1,2,3$) определяются аналогичным образом с тем отличием, что на месте $a^{\dagger}_{k\uparrow}$ стоят соответственно операторы $b^{\dagger}_{k\uparrow}$ и $L^{\dagger}_{k\uparrow}$. Аномальные функции Грина определяются выражениями

$$F_{11} = \langle\langle a^{\dagger}_{-k\downarrow}|a^{\dagger}_{k\uparrow}\rangle\rangle_{\omega}, \quad F_{21} = \langle\langle b^{\dagger}_{-k\downarrow}|a^{\dagger}_{k\uparrow}\rangle\rangle_{\omega},$$
$$F_{31} = \langle\langle L^{\dagger}_{-k\downarrow}|a^{\dagger}_{k\uparrow}\rangle\rangle_{\omega}.$$

Для F_{i2} и F_{i3} ($i = 1,2,3$) используются те же обозначения относительно второго индекса, что и для нормальных функций Грина.

При записи системы уравнений (11) были использованы следующие функции:

$$\begin{aligned}
&\xi_{x(y)} = \xi_{k_{x(y)}}, \quad J_{x(y)} = Js_{k,x(y)},\\
&\xi_L(k) = \tilde{\varepsilon}_p - \mu - 2t + 5\tau/2 - J + \\
&\quad + [(\tau - 2t)(-C_1\gamma_{1k} + C_2\gamma_{2k}) + \\
&\quad + \tau(-C_1\gamma_{1k} + C_3\gamma_{3k})/2 + \\
&\quad + JC_1(1 + 4\gamma_{1k})/4 - IC_1(\gamma_{1k} + 4)]K_k^{-1},
\end{aligned} \qquad (12)$$

где $K_k = \langle\{L_{k\uparrow}, L^{\dagger}_{k\uparrow}\}\rangle = 3/4 - C_1\gamma_{1k}$, а посредством γ_{jk} обозначены инварианты квадратной решетки

$$\gamma_{1k} = (\cos k_x + \cos k_y)/2, \quad \gamma_{2k} = \cos k_x \cos k_y,$$

$$\gamma_{3k} = (\cos 2k_x + \cos 2k_y)/2.$$

Компоненты сверхпроводящего параметра порядка связаны с аномальными средними следующим образом:

$$\begin{aligned}
\Delta_{1k} &= -\frac{2}{N}\sum_q \Big(\frac{U_p}{2} + V_2\cos(k_y - q_y) + \\
&\quad + V_2'\cos(k_x - q_x)\Big)\langle a_{q\uparrow}a_{-q\downarrow}\rangle,\\
\Delta_{2k} &= -\frac{4V_1}{N}\sum_q \phi_{k-q}\langle a_{q\uparrow}b_{-q\downarrow}\rangle,\\
\Delta_{3k} &= -\frac{4V_1}{N}\sum_q \phi_{k-q}\langle b_{q\uparrow}a_{-q\downarrow}\rangle,\\
\Delta_{4k} &= -\frac{2}{N}\sum_q \Big(\frac{U_p}{2} + V_2\cos(k_x - q_x) + \\
&\quad + V_2'\cos(k_y - q_y)\Big)\langle b_{q\uparrow}b_{-q\downarrow}\rangle,\\
\Delta_{5k} &= \frac{1}{N}\sum_q \Big\{ I_{k-q}\big(\langle L_{q\uparrow}L_{-q\downarrow}\rangle - \\
&\quad - C_1\langle u_{q\uparrow}u_{-q\downarrow}\rangle\big) + 8IC_1\langle u_{q\uparrow}u_{-q\downarrow}\rangle\Big\} + \\
&\quad + \frac{J}{N}\sum_q \Big\{-2\gamma_{1q}\langle L_{q\uparrow}L_{-q\downarrow}\rangle + \\
&\quad + \left(\frac{3}{2} - 4C_1\gamma_{1k}\right)\langle u_{q\uparrow}u_{-q\downarrow}\rangle\Big\} + \\
&\quad + \frac{2}{N}\sum_q (\xi(q_x)s_{q,x} + t_q s_{q,y})\langle a_{q\uparrow}L_{-q\downarrow}\rangle + \\
&\quad + \frac{2}{N}\sum_q (\xi(q_y)s_{q,y} + t_q s_{q,x})\langle b_{q\uparrow}L_{-q\downarrow}\rangle - \\
&\quad - \frac{U_p}{N}\sum_q \Big\{\left(\frac{3}{8} - \frac{C_1}{2}\cos k_x\right)\langle a_{q\uparrow}a_{-q\downarrow}\rangle + \\
&\quad + \left(\frac{3}{8} - \frac{C_1}{2}\cos k_y\right)\langle b_{q\uparrow}b_{-q\downarrow}\rangle\Big\} - \\
&\quad - \frac{V_1}{N}\sum_q \Big\{\left(\frac{3}{4} - 2C_1\gamma_{1k} + C_2\gamma_{2k}\right)\psi_q + \\
&\quad + C_2\sin k_x \sin k_y \phi_q\Big\}\big(\langle a_{q\uparrow}b_{-q\downarrow}\rangle + \langle b_{q\uparrow}a_{-q\downarrow}\rangle\big) - \\
&\quad - \frac{1}{N}\sum_q \Big\{V_2(C_1\cos k_y - C_2\gamma_{2k})\cos q_y + \\
&\quad + V_2'\left(-\frac{3}{8} + C_1\cos k_x - \frac{C_3}{2}\cos 2k_x\right)\cos q_x\Big\} \times \\
&\quad \times \langle a_{q\uparrow}a_{-q\downarrow}\rangle - \\
&\quad - \frac{1}{N}\sum_q \Big\{V_2(C_1\cos k_x - C_2\gamma_{2k})\cos q_x + \\
&\quad + V_2'\left(-\frac{3}{8} + C_1\cos k_y - \frac{C_3}{2}\cos 2k_y\right)\cos q_y\Big\} \times \\
&\quad \times \langle b_{q\uparrow}b_{-q\downarrow}\rangle,
\end{aligned} \qquad (13)$$

где

$$I_k = 4I\gamma_{1k}, \quad \phi_k = \cos\frac{k_x}{2}\cos\frac{k_y}{2},$$

$$\psi_k = \sin\frac{k_x}{2}\sin\frac{k_y}{2}$$

и среднее

$$\langle u_{q\uparrow}u_{-q\downarrow}\rangle = -s_{q,x}^2\langle a_{q\uparrow}a_{-q\downarrow}\rangle - s_{q,y}^2\langle b_{q\uparrow}b_{-q\downarrow}\rangle - \\ - \psi_q\left(\langle a_{q\uparrow}b_{-q\downarrow}\rangle + \langle b_{q\uparrow}a_{-q\downarrow}\rangle\right). \quad (14)$$

При получении системы уравнений (11) принималось во внимание, что подсистема локализованных спинов на ионах меди находится в состоянии квантовой спиновой жидкости. В этом случае возникающие в выражениях (12) и (13) спиновые корреляционные функции $C_j = \langle S_0 S_{r_j}\rangle$ удовлетворяют соотношениям

$$C_j = 3\langle S_0^x S_{r_j}^x\rangle = 3\langle S_0^y S_{r_j}^y\rangle = 3\langle S_0^z S_{r_j}^z\rangle, \quad (15)$$

где r_j — координата иона меди в координационной сфере с номером j. При этом $\langle S_f^x\rangle = \langle S_f^y\rangle = \langle S_f^z\rangle = 0$. Зависимости корреляторов C_j от допирования находились совместно в рамках сферически-симметричного самосогласованного подхода для фрустрированного антиферромагнетика [48]. Поскольку нас интересует режим слабого допирования, вклады в выражениях (12) и (13), возникающие в результате расцепления средних и пропорциональные корреляторам типа плотность–плотность, нами не рассматриваются.

4. НОРМАЛЬНАЯ ФАЗА СПИНОВЫХ ПОЛЯРОНОВ

Из анализа системы уравнений (11) в нормальной фазе следует, что спектр фермиевских возбуждений в СФМ определяется решениями дисперсионного уравнения

$$\det_k(\omega) = (\omega-\xi_x)(\omega-\xi_y)(\omega-\xi_L)-2J_xJ_yt_kK_k - \\ - (\omega-\xi_y)J_x^2K_k-(\omega-\xi_x)J_y^2K_k-(\omega-\xi_L)t_k^2 = 0 \quad (16)$$

и состоит из трех ветвей, ϵ_{1k}, ϵ_{2k} и ϵ_{3k} (рис. 2) [31]. На рис. 2 видно, что нижняя ветвь ϵ_{1k} характеризуется минимумом вблизи точки $(\pi/2,\ \pi/2)$ зоны Бриллюэна и значительно отделена от двух верхних зон, ϵ_{2k} и ϵ_{3k}. Появление нижней ветви обусловлено сильной спин-зарядовой связью, которая индуцирует обменное взаимодействие между дырками и локализованными спинами на ближайших ионах меди, а также спин-коррелированные перескоки. При малых уровнях допирования x динамика дырок на ионах кислорода определяется исключительно нижней зоной с дисперсией ϵ_{1k}.

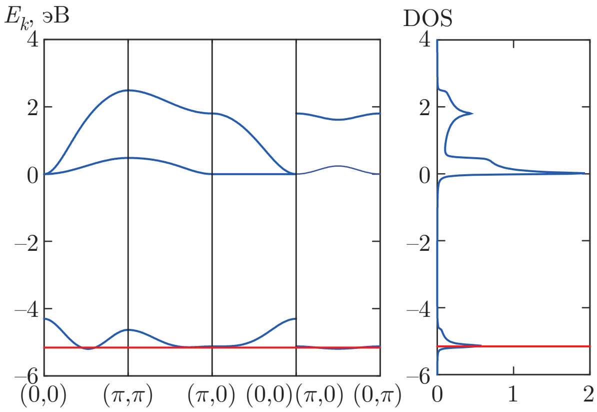

Рис. 2. (В цвете онлайн) Энергетическая структура и плотность состояний (DOS) спин-фермионной модели в нормальной фазе, рассчитанные для набора параметров $t_{pd} = 1.3$, $\Delta_{pd} = 3.6$, $U_d = 10.5$, $V_{pd} = 1.2$, $U_p = V_1 = V_2 = 0$ и $t = 0.12$ (все параметры в электронвольтах). Нижняя ветвь $\epsilon_{1\mathbf{k}}$ соответствует спин-поляронным возбуждениям. Красная сплошная линия показывает положение химического потенциала μ

Исследование модификации плотности фермиевских состояний [49], вызываемой изменением величины интеграла перескока дырок на ионах кислорода, показало, что уменьшение t приводит к сдвигу особенности ван Хова спин-поляронной зоны, представленной на рис. 2, и, как следствие, к смещению максимума концентрационной зависимости сверхпроводящей критической температуры в сторону меньших дырочных плотностей (см. разд. 5).

На рис. 3 представлена модификация поверхности Ферми при допировании в случае, когда химический потенциал μ лежит в нижней зоне ϵ_{1k}. Видно, что в области малых x, отвечающих недодопированным купратам, поверхность Ферми сильно анизотропна. Оценки эффективной массы спин-поляронных квазичастиц в нодальном направлении $(\Gamma–M)$ дают значение $m_{\Gamma-M} = 1.25m_e$, где m_e — масса свободного электрона. В антинодальном направлении $(X–X)$ значение эффективной массы составляет $m_{X-X} = 9.4m_e$ [50]. При уровне допирования $x \approx 0.16$ происходит смена топологии поверхности Ферми с электронного типа на дырочный.

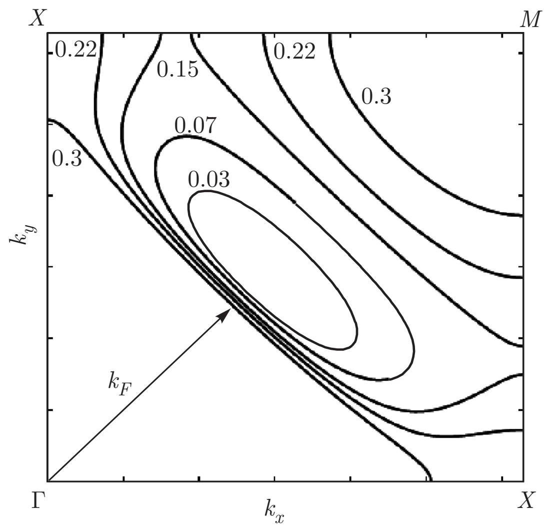

Рис. 3. Поверхности Ферми в первом квадранте зоны Бриллюэна для пяти значений допирования. Степень допирования x указана рядом с соответствующим ферми-контуром

5. УСТОЙЧИВОСТЬ d-СПАРИВАНИЯ СПИНОВЫХ ПОЛЯРОНОВ ПО ОТНОШЕНИЮ К КУЛОНОВСКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМ

Для анализа условий возникновения куперовской неустойчивости в линейном приближении необходимые аномальные функции Грина выражаются через параметры Δ^*_{lk} $(l = 1, \ldots, 5)$. Затем при помощи спектральной теоремы [51] находятся выражения для аномальных средних и получается замкнутая система однородных интегральных уравнений для компонент сверхпроводящего параметра порядка:

$$
\begin{aligned}
\Delta^*_{1k} = &-\frac{2}{N}\sum_{lq}\bigg(\frac{U_p}{2} + V_2\cos k_y\cos q_y + \\
&+ V_2'\cos k_x\cos q_x\bigg)M^{(l)}_{11}(q)\Delta^*_{lq}, \\
\Delta^*_{2k} = &-\frac{4V_1}{N}\sum_{lq}\phi_{k-q}M^{(l)}_{21}(q)\Delta^*_{lq}, \\
\Delta^*_{3k} = &-\frac{4V_1}{N}\sum_{lq}\phi_{k-q}M^{(l)}_{12}(q)\Delta^*_{lq}, \\
\Delta^*_{4k} = &-\frac{2}{N}\sum_{lq}\bigg(\frac{U_p}{2} + V_2\cos k_x\cos q_x + \\
&+ V_2'\cos k_y\cos q_y\bigg)M^{(l)}_{22}(q)\Delta^*_{lq},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta^*_{5k} = &-\frac{1}{N}\sum_{lq}R^{(l)}_0(q)\Delta^*_{lq} + \\
&+ \frac{1}{N}\sum_{lq}I_{k-q}R^{(l)}_{1a}(q)\Delta^*_{lq} + \\
&+ \cos k_x\frac{1}{N}\sum_{lq}R^{(l)}_{1b}(q)\Delta^*_{lq} + \\
&+ \cos k_y\frac{1}{N}\sum_{lq}R^{(l)}_{1c}(q)\Delta^*_{lq} - \\
&- \gamma_{2k}\frac{1}{N}\sum_{lq}R^{(l)}_2(q)\Delta^*_{lq} - \\
&- \sin k_x\sin k_y\frac{1}{N}\sum_{lq}\phi_q R^{(l)}_3(q)\Delta^*_{lq} - \cos 2k_x \times \\
&\times \frac{1}{N}\sum_{lq}R^{(l)}_{4a}(q)\Delta^*_{lq} - \cos 2k_y\frac{1}{N}\sum_{lq}R^{(l)}_{4b}(q)\Delta^*_{lq}.
\end{aligned}
\tag{17}
$$

Здесь введены функции

$$
\begin{aligned}
R^{(l)}_0(q) = &\frac{3}{4}V_1\psi_q M^{(l)}_{ab}(q) + 2J\gamma_{1q}M^{(l)}_{33}(q) - \\
&-\left(8IC_1 + \frac{3J}{2}\right)M^{(l)}_{uu}(q) + \frac{3}{8}U_p(M^{(l)}_{11}(q) + M^{(l)}_{22}(q)) - \\
&- 2\left(\xi(q_x)s_{q,x} + t_q s_{q,y}\right)M^{(l)}_{31}(q) - \\
&- 2\left(\xi(q_y)s_{q,y} + t_q s_{q,x}\right)M^{(l)}_{32}(q) - \\
&- \frac{3}{8}V_2'\cos q_x M^{(l)}_{11}(q) - \frac{3}{8}V_2'\cos q_y M^{(l)}_{22}(q),
\end{aligned}
$$

$$R^{(l)}_{1a}(q) = M^{(l)}_{33}(q) - C_1 M^{(l)}_{uu}(q),$$

$$
\begin{aligned}
R^{(l)}_{1b}(q) = C_1\Big(&V_1\psi_q M^{(l)}_{ab}(q) - 2JM^{(l)}_{uu}(q) + U_p M^{(l)}_{11}(q) - \\
&- V_2'\cos q_x M^{(l)}_{11}(q) - V_2\cos q_x M^{(l)}_{22}(q)\Big),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R^{(l)}_{1c}(q) = C_1\Big(&V_1\psi_q M^{(l)}_{ab}(q) - 2JM^{(l)}_{uu}(q) + U_p M^{(l)}_{22}(q) - \\
&- V_2\cos q_y M^{(l)}_{11}(q) - V_2'\cos q_y M^{(l)}_{22}(q)\Big),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R^{(l)}_2(q) = C_2\Big(&V_1\psi_q M^{(l)}_{ab}(q) - V_2\cos q_y M^{(l)}_{11}(q) - \\
&- V_2\cos q_x M^{(l)}_{22}(q)\Big),
\end{aligned}
$$

$$R^{(l)}_3(q) = V_1 C_2 M^{(l)}_{ab}(q),$$

$$R^{(l)}_{4a}(q) = -\frac{V_2'}{2}C_3\cos q_x M^{(l)}_{11}(q),$$

$$R^{(l)}_{4b}(q) = -\frac{V_2'}{2}C_3\cos q_y M^{(l)}_{22}(q),$$

$$M^{(l)}_{uu}(q) = -s^2_{qx}M^{(l)}_{11}(q) - s^2_{qy}M^{(l)}_{22}(q) - \psi_q M^{(l)}_{ab}(q),$$

$$M_{ab}^{(l)}(q) = M_{21}^{(l)}(q) + M_{12}^{(l)}(q),$$

$$M_{nm}^{(l)}(q) = \frac{S_{nm}^{(l)}(q, E_{1q}) + S_{nm}^{(l)}(q, -E_{1q})}{4E_{1q}(E_{1q}^2 - E_{2q}^2)(E_{1q}^2 - E_{3q}^2)} \operatorname{th} \frac{E_{1q}}{2T},$$

а соответствующие функции $S_{ij}^{(l)}(k,\omega)$ приведены в Приложении. Система уравнений (17) используется для нахождения критической температуры перехода ансамбля спиновых поляронов в сверхпроводящее состояние с заданными типами симметрии параметра порядка.

Из уравнений (17) видно, что ядра интегральных уравнений имеют расщепленный вид, поэтому решение системы можно искать в виде

$$\begin{aligned}
\Delta_{1k} &= B_{11} + B_{12}\cos k_x + B_{13}\cos k_y,\\
\Delta_{2k} &= B_{21}\phi_k + B_{22}\psi_k,\\
\Delta_{3k} &= B_{31}\phi_k + B_{32}\psi_k,\\
\Delta_{4k} &= B_{41} + B_{42}\cos k_x + B_{43}\cos k_y,\\
\Delta_{5k} &= B_{51} + B_{52}\cos k_x + B_{53}\cos k_y + \\
&\quad + B_{54}\cos k_x \cos k_y + B_{55}\sin k_x \sin k_y + \\
&\quad + B_{56}\cos 2k_x + B_{57}\cos 2k_y,
\end{aligned} \tag{18}$$

где семнадцать амплитуд B определяют вклад соответствующих базисных функций в разложение компонент параметра порядка. Подставляя эти выражения в уравнения (17) и приравнивая коэффициенты при соответствующих тригонометрических функциях, получаем систему семнадцати алгебраических уравнений для амплитуд B. Решение этой системы совместно с уравнением для химического потенциала μ,

$$x = \frac{2}{N}\sum_q \frac{f(\epsilon_{1q})\left[Q_{3x}(q,\epsilon_{1q}) + Q_{3y}(q,\epsilon_{1q})\right]}{(\epsilon_{1q} - \epsilon_{2q})(\epsilon_{1q} - \epsilon_{3q})}, \tag{19}$$

позволяет найти зависимость сверхпроводящей критической температуры T_c от допирования x для различных типов симметрии параметра порядка. В уравнении (19) посредством $f(E) = (e^{E/T}+1)^{-1}$ обозначена функция распределения Ферми–Дирака, а функции $Q_{3x}(k,\omega)$ и $Q_{3y}(k,\omega)$ представлены в Приложении.

Результаты численного самосогласованного решения представлены на рис. 4. Посредством кривой *1* показана зависимость критической температуры сверхпроводящего $d_{x^2-y^2}$-спаривания от допирования при $U_p = V_1 = V_2 = 0$. Эта кривая была получена ранее в работе [31] и хорошо согласуется с экспериментальными данными как по абсолютному значению T_c, так и по интервалу допирования, в котором развивается куперовская неустойчивость.

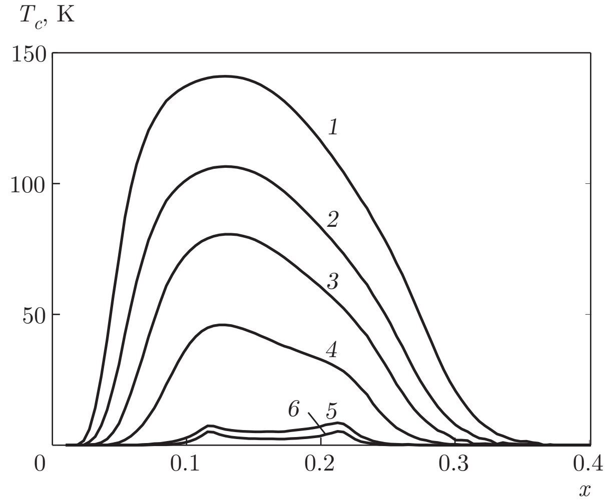

Рис. 4. Зависимости критической температуры перехода в сверхпроводящую фазу для $d_{x^2-y^2}$-типа спаривания от допирования, полученные для параметров модели $J = 3.38$, $\tau = 0.10$, $t = 0.12$, $I = 0.136$ при $U_p = V_2 = 0$ (кривая *1*), $U_p = 0$, $V_2 = 0.2$ (кривая *2*), $U_p = 3$, $V_2 = 0$ (кривая *3*), $U_p = 3$, $V_2 = 0.2$ (кривая *4*), $U_p = 0$, $V_2 = 0.8$ (кривая *5*) и $U_p = 3$, $V_2 = 0.5$ (кривая *6*). Все параметры в электронвольтах

Важный аспект развиваемого подхода состоит в том, что учет кулоновского взаимодействия V_1 фермионов, находящихся на ближайших ионах кислорода, не влияет на зависимость $T_c(x)$ для сверхпроводящего $d_{x^2-y^2}$-спаривания: кривая *1* на рис. 4 не изменяется [32]. Причина такого поведения может быть установлена после анализа решений системы интегральных уравнений (17). В области допирования, в которой реализуется отмеченный тип спаривания при $T \lesssim T_c$, решения алгебраической системы для амплитуд B показывают, что только четыре из них (B_{52}, B_{53}, B_{22}, B_{32}) не равны нулю, причем, $B_{52} = -B_{53}$, $B_{22} = -B_{32}$ и $|B_{52}|/|B_{22}| \sim 10^3$. Это означает, что квазиимпульсная зависимость сверхпроводящей щели определяется в основном пятой компонентой параметра порядка Δ_{5k}, которая имеет вид

$$\Delta_{5k}^{(d)} = B_{52}(\cos k_x - \cos k_y). \tag{20}$$

Для сверхпроводящего $d_{x^2-y^2}$-спаривания при $U_p = V_2 = 0$ амплитуды B_{52} и B_{53} в уравнении для Δ_{5k} определяются исключительно обменной константой I, а не параметром V_1, и, таким образом, межузельное кулоновское отталкивание дырок на соседних ионах кислорода не подавляет куперовскую неустойчивость в d-канале [32].

В этом случае вместо системы семнадцати уравнений может быть получено и решено более простое уравнение для T_c [31, 49, 52], которое следует из пятого уравнения системы (17) и имеет вид

$$1 = \frac{I}{N}\sum_q (\cos q_x - \cos q_y)^2 \times \times \left(M_{33}^{(5)}(q, \epsilon_{1q}) - C_1 M_{uu}^{(5)}(q, \epsilon_{1q}) \right). \quad (21)$$

Из этого уравнения, в частности, следует, что механизмом, обусловливающим возникновение сверхпроводящего спаривания, является обменное взаимодействие спиновых моментов ионов меди, которое в результате сильной спин-зарядовой связи трансформируется в эффективное притяжение. Результаты решения уравнения (21) и системы семнадцати уравнений для амплитуд B для d-спаривания при $U_p = V_2 = 0$, очевидно, совпадают и отвечают кривой *1* на рис. 4.

Учет кулоновского взаимодействия U_p двух дырок на одном ионе кислорода, в отличие от межузельного взаимодействия дырок на ближайших ионах кислорода, приводит к подавлению сверхпроводящей d-фазы. Однако, как следует из сравнения кривой *3* ($U_p = 3$ эВ и $V_2 = 0$) и кривой *1* ($U_p = V_2 = 0$) на рис. 4, это подавление не является существенным для реализации ВТСП, поскольку в области оптимального допирования $x \simeq 0.16$ критическая температура остается высокой.

Рассмотрим влияние кулоновских отталкиваний V_2 дырок, находящихся на следующих за ближайшими ионах кислорода CuO_2-плоскости, на сверхпроводящее спаривание. На рис. 4 кривая *2* отвечает зависимости $T_c(x)$, полученной для $U_p = 0$, $V_2 = 0.2$ эВ, а кривая *5* соответствует $T_c(x)$ для $U_p = 0$, $V_2 = 0.8$ эВ. Видно, что учет V_2, в отличие от учета V_1, приводит к подавлению сверхпроводящего $d_{x^2-y^2}$-спаривания. При этом отмеченное подавление усиливается, если $U_p \neq 0$ (кривые *3*, *4* и *6*). Но даже при одновременном учете отмеченных кулоновских взаимодействий $d_{x^2-y^2}$-спаривание сохраняется и может быть подавлено только для нереалистически больших значений $V_2 > 0.5$ эВ [33, 34].

На рис. 5 представлена модификация щели в спектре элементарных возбуждений спин-поляронных квазичастиц на контуре Ферми в сверхпроводящей фазе при изменении величины кулоновских взаимодействий U_p и V_2, рассчитанная в работе [53]. На рисунке видно, что квазиимпульсная зависимость щели в первой зоне Бриллюэна характеризуется $d_{x^2-y^2}$-типом симметрии параметра порядка. Поскольку кулоновское взаимодействие V_1 дырок на

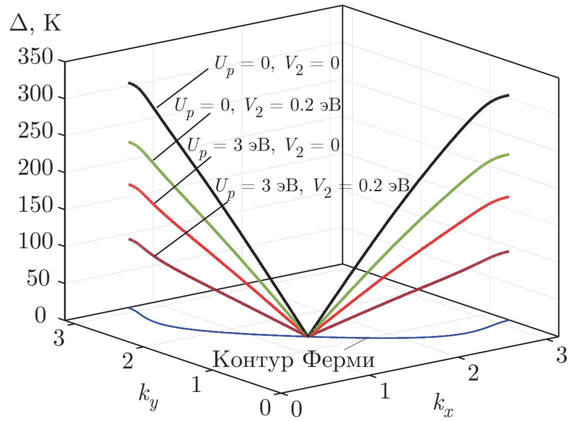

Рис. 5. Квазиимпульсные зависимости сверхпроводящей щели на контуре Ферми при $x = 0.125$, $I = 0.136$ эВ, $T = 0$ и различных значениях кулоновских взаимодействий

соседних ионах кислорода не влияет на сверхпроводящее d-спаривание, поведение сверхпроводящей щели определяется только тремя компонентами параметра порядка, Δ_{1k}, Δ_{4k} и Δ_{5k}, из системы (13). Самосогласованное решение системы трех уравнений для указанных компонент совместно с уравнением для химического потенциала (уже без использования линейного приближения по Δ_{jk} при нахождении необходимых аномальных функций Грина) приводит к зависимостям $\Delta(k)$, показанным на рис. 5.

Важный вопрос о реализации s-спаривания в ансамбле спиновых поляронов для простоты рассматривался без учета дальнего кулоновского взаимодействия: $V_2 = 0$. В этом случае из системы интегральных уравнений (17) следует, что решение, соответствующее сверхпроводящей s-фазе, должно иметь вид

$$\begin{aligned} &\Delta_{1k}^{(s)} = \Delta_{4k}^{(s)} = B_{11}, \\ &\Delta_{2k}^{(s)} = \Delta_{3k}^{(s)} = 0, \\ &\Delta_{5k}^{(s)} = B_{51} + 2B_{52}\gamma_{1k} + B_{54}\gamma_{2k}. \end{aligned} \quad (22)$$

Расчеты показывают, что при всех реалистичных параметрах модели система не имеет нетривиального решения, соответствующего сверхпроводящему s-спариванию [35]. Следовательно, в СФМ, корректно учитывающей сильную связь дырок на ионах кислорода со спиновыми моментами ионов меди, сверхпроводящая фаза с s-типом симметрии параметра порядка не реализуется.

6. ЛОНДОНОВСКАЯ ГЛУБИНА ПРОНИКНОВЕНИЯ

Спин-поляронный подход, подтвердивший свою успешность при описании равновесных свойств дырочно-допированных купратов как в нормальной, так и в сверхпроводящей фазе, может быть применен также для изучения отклика системы на электромагнитное возмущение. Это подтверждают результаты работы [54], в которой при различных уровнях допирования была исследована температурная зависимость глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник, носителями заряда в котором выступают спин-поляронные квазичастицы.

В локальном приближении связь между плотностью сверхпроводящего тока $\mathbf{j}$ и векторным потенциалом магнитного поля $\mathbf{A}$ определяется уравнением Лондонов

$$\mathbf{j} = -\frac{c}{4\pi\lambda^2}\,\mathbf{A}, \tag{23}$$

где λ — глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник, а c — скорость света. Для вычисления плотности сверхпроводящего тока $\mathbf{j}$ добавим в гамильтониан СФМ (2), записанный в представлении Ванье, магнитное поле, используя подстановку Пайерлса. Эта подстановка приводит к ренормировке всех интегралов перескока на фазовый множитель

$$\exp\left\{\frac{ie}{c\hbar}R^x_{mn}A^x_{q=0}\right\}, \tag{24}$$

где $R_{mn} = R_m - R_n$ — разность радиус-векторов для узлов с индексами m и n, e — заряд электрона, а $A^x_{q=0}$ – фурье-компонента вектор-потенциала, рассматриваемая в длинноволновом пределе (см., например, работу [40]). Для простоты вектор-потенциал $\mathbf{A}$ выбирается направленным вдоль оси x.

Стандартная процедура вычисления парамагнитной и диамагнитной частей тока состоит в выделении в гамильтониане линейных и квадратичных поправок по величине вектор-потенциала $A^x_{q=0}$ и в последующем варьировании этих поправок по $A^x_{q=0}$ [40, 55–57]. Отступая от данной процедуры, откажемся от разложения фазовых множителей (24) по степеням $A^x_{q=0}$ и оставим эти множители в их исходном виде. В таком случае, после перехода в квазиимпульсное представление, единственным изменением за счет включения магнитного поля в формулах (3) и (6) для операторов $\hat{H}_h$ и $\hat{J}$ будет появление дополнительной фазы α_x в аргументе тригонометрической функции $s_{k,x}$ [54]:

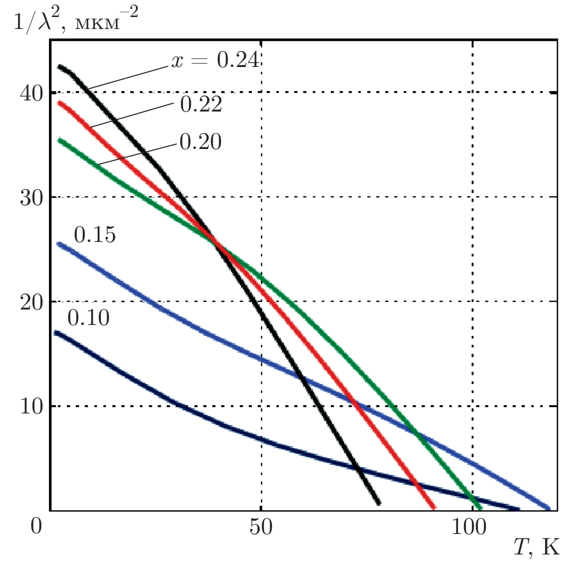

Рис. 6. Температурные зависимости обратного квадрата лондоновской глубины проникновения, рассчитанные для различных значений допирования x для набора параметров модели $\tau = 0.225$, $J = 2.86$, $I = 0.118$, $t = 0.12$, $U_p = V_2 = V_2' = 0$ (все параметры в электронвольтах)

$$s_{k,x} \to s_{k,x} = \sin\left(k_x/2 - \alpha_x\right), \tag{25}$$

где

$$\alpha_x = \frac{eg_x}{2c\hbar}\,A^x_{q=0} \tag{26}$$

и g_x — постоянная решетки вдоль оси x. Функция $s_{k,y}$ остается прежней, поскольку в рассматриваемом случае $A^y_{q=0} = 0$.

Вариации выражений для операторов $\hat{H}_h$ и $\hat{J}$ по вектор-потенциалу приводят к следующему выражению для плотности сверхпроводящего тока:

$$j_x = \frac{eg_x}{\hbar}\sum_{k\alpha}\cos\left(\frac{k_x}{2} - \alpha_x\right)\Big[2\tau s_{k,x}\langle a^\dagger_{k\alpha}a_{k\alpha}\rangle + \\ + (2\tau - 4t)s_{k,y}\langle a^\dagger_{k\alpha}b_{k\alpha}\rangle + J\langle a^\dagger_{k\alpha}L_{k\alpha}\rangle\Big]. \tag{27}$$

Зависимость j_x от вектор-потенциала в области малых $A^x_{q=0}$ должна быть линейной, а коэффициент, определяющий эту линейную зависимость, согласно уравнению Лондонов, непосредственно выражается через величину λ^{-2}. Указанный коэффициент рассчитывался численно [54], а результаты расчетов температурной зависимости магнитной глубины проникновения в ансамбле спиновых поляронов для различных уровней допирования представлены на рис. 6.

Несмотря на то что параметры модели не находились из подгонки, а выбирались равными тем, которые использовались в предыдущих работах (см. разд. 2), кривые, представленные на рис. 6, демонстрируют достаточно хорошее согласие с экспериментальными данными [58–66]. При низкой температуре все кривые ведут себя линейным образом вплоть до наименьшей из рассматриваемых температур $T = 2$ К. Такое поведение, согласно результатам работы [59], указывает на d-волновой характер сверхпроводящего параметра порядка. Для значений x, отвечающих передопированным образцам купратных сверхпроводников ($x \gtrsim 0.16$), кривые $\lambda^{-2}(T)$ имеют выпуклый вид, что согласуется с большинством экспериментальных данных [60, 61, 65].

Помимо расчета зависимостей $\lambda^{-2}(T)$ важным результатом работы [54] был вывод аналитического выражения для спин-поляронного спектра E_k в сверхпроводящей фазе и с учетом векторного потенциала. Учитывая низкую плотность носителей тока, а также большую величину (порядка J) энергетической щели между нижней спин-поляронной зоной и уровнем энергии дырок на p-орбиталях кислорода (см. рис. 2), выражение для E_k удалось представить в «классическом» виде

$$E_k = \delta\epsilon_{1k} + \sqrt{\epsilon_{1k}^2 + \Delta_k^2}, \tag{28}$$

где $\delta\epsilon_{1k}$ — линейная по α_x поправка к спектру поляронов в нормальной фазе ϵ_{1k}, а функция щели Δ_k^2 выражалась только через компоненту Δ_{5k} параметра порядка,

$$\Delta_k^2 = |\Delta_{5k}|^2/K_k^2,$$

поскольку в работе [54] не учитывались вклады от кулоновских взаимодействий $\hat{U}_p$ и $\hat{V}_{pp}$.

Поскольку учет этих взаимодействий приводит к появлению дополнительных компонент параметра порядка в системе уравнений (11), возникает необходимость обобщения выражения для Δ_k^2. Расчеты показывают, что при учете кулоновского взаимодействия каждая компонента Δ_{jk} ($j = 1, \ldots, 5$) параметра порядка вносит свой вклад в функцию щели аддитивным образом:

$$\Delta_k^2 = |\Delta_{1k}|^2 + |\Delta_{2k}|^2 + |\Delta_{3k}|^2 + \\ + |\Delta_{4k}|^2 + \frac{|\Delta_{5k}|^2}{K_k^2}. \tag{29}$$

В заключение этого раздела отметим, что, несмотря на трехзонную энергетическую структуру системы, спектр E_k фермиевских возбуждений спиновых поляронов в сверхпроводящей фазе выражается только через спектр ϵ_{1k} нижней зоны нормальной фазы. При малых α_x спектр квазичастиц Боголюбова перенормируется тем же аддитивным способом, что и в обычной теории лондоновской глубины проникновения [55, 57]. В то же время особая квазиимпульсная зависимость спектра ϵ_{1k} нормальной фазы (а следовательно, и его индуцированная полем поправка $\delta\epsilon_{1k}$) существенно отличается от простейшего случая квадратичной дисперсии и определяется структурой CuO_2-плоскости и сильными спин-фермионными взаимодействиями.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что низкотемпературные свойства купратных сверхпроводников, описываемые в рамках СФМ, определяются спин-поляронными квазичастицами. Ансамбль этих квазичастиц при понижении температуры демонстрирует куперовскую неустойчивость с $d_{x^2-y^2}$-типом симметрии параметра порядка. При этом в качестве механизма сверхпроводящего спаривания выступает обменное взаимодействие между локализованными на ионах меди спинами, которое в результате сильной спин-зарядовой связи трансформируется в эффективное притяжение между спиновыми поляронами.

Продемонстрировано, что нейтрализация негативного влияния межузельного кулоновского взаимодействия дырок, находящихся на соседних ионах кислорода, на сверхпроводящее $d_{x^2-y^2}$-спаривание происходит в результате двух факторов. Первый фактор связан с рассмотрением реальной кристаллографической структуры медь-кислородной плоскости, в соответствии с которой кулоновское отталкивание фермионов в подрешетке кислорода определяется фурье-образом межузельного кулоновского взаимодействия

$$V_q = 4V_1 \cos(q_x/2)\cos(q_y/2).$$

Второй фактор связан с электронными корреляциями, приводящими к возникновению сильной спин-зарядовой связи. Эта связь обусловливает формирование спин-поляронных квазичастиц, эффективно движущихся по подрешетке ионов меди. В ансамбле таких квазичастиц возникает сверхпроводящее спаривание. При этом кулоновское отталкивание между голыми дырками с фурье-образом V_q перенормируется во взаимодействие между спиновыми поляронами так, что квазиимпульсная зависимость этого эффективного взаимодействия соответствует структуре подрешетки ионов меди. Таким образом, возникает ситуация, в которой эффективное отталкивание между спин-поляронными квазичастицами выпадает из уравнения для сверхпроводящего параметра порядка с $d_{x^2-y^2}$-типом симметрии.

В этой связи уместно отметить, что аналогичная проблема нейтрализации влияния кулоновского отталкивания фермионов на развитие куперовской неустойчивости в свое время существовала и в теории классических сверхпроводников. Ее решение стало возможным после того, как было показано [67, 68], что электрон-фононное взаимодействие в некоторой области импульсного пространства инициирует эффективное притяжение между фермионами, которое может компенсировать затравочное отталкивание.

Заметим также, что различный вклад кулоновского взаимодействия в реализацию сверхпроводящих фаз с разными типами симметрии параметров порядка проявляется и в теории сверхпроводимости Кона–Латтинжера [69]. В работах [70, 71] было установлено, что межузельные кулоновские взаимодействия в решеточных моделях обычно вносят вклад только в определенные каналы спаривания и не влияют на другие каналы. В то же время поляризационные вклады имеют компоненты во всех каналах и, как правило, более чем одна из них «играет» в пользу притяжения. В такой ситуации оказывается, что межузельные взаимодействия либо вообще не влияют на главные компоненты эффективного взаимодействия, приводящие к спариванию, либо подавляют главные компоненты, но не затрагивают второстепенные [70, 71]. В нашем случае определяющую роль играют особенности кристаллографического строения CuO_2-плоскости, когда учитываются два типа кислородных орбиталей, пространственно отделенных от спинов ионов меди, а также наличие сильной спин-зарядовой связи.

В работе показано, что хаббардовское отталкивание U_p, а также кулоновские взаимодействия V_2 дырок, находящихся на следующих за ближайшими ионах кислорода, влияют на формирование сверхпроводящей фазы с d-типом симметрии параметра порядка и приводят к уменьшению критической температуры перехода, однако эта температура остается в пределах тех значений, которые наблюдаются экспериментально. При этом формирование сверхпроводящей щели происходит под влиянием трех компонент параметра порядка.

Решение системы интегральных уравнений самосогласования для сверхпроводящего состояния показало, что в спин-фермионной модели реализуется только фаза с $d_{x^2-y^2}$-типом симметрии параметра порядка, тогда как решения для сверхпроводящего s-спаривания отсутствуют при всех реально допустимых уровнях допирования.

На примере расчета температурной и концентрационной зависимостей лондоновской глубины проникновения в сверхпроводник продемонстрирована возможность применения спин-поляронного подхода и при исследовании отклика системы на внешнее электромагнитное возмущение. Полученные зависимости находятся в хорошем согласии с имеющимися экспериментальными данными по купратным сверхпроводникам.

В заключение кратко остановимся на важных направлениях дальнейшего применения спин-поляронной концепции. Одним из таких направлений является получение эффективной одноорбитальной модели [72], действующей в усеченном гильбертовом пространстве и корректно учитывающей как особенности кристаллографического строения CuO_2-плоскости, так и сильную спин-фермионную связь, которая обусловливает формирование спин-поляронных квазичастиц. Получение такой модели представляется необходимым, поскольку анализ низкотемпературных свойств купратных сверхпроводников в рамках СФМ и даже в рамках ее упрощенного варианта, так называемой φ–d-модели [49, 52], все еще является громоздким. В частности, переход к такой эффективной модели позволит понизить ранг системы интегральных уравнений самосогласования для сверхпроводящей фазы.

Другим направлением дальнейшего использования спин-поляронной концепции, представляющим интерес, является исследование условий возникновения модуляции спектральной интенсивности на контуре Ферми и проявления псевдощелевого состояния в ансамбле спин-поляронных квазичастиц [73].

Наконец, значительной актуальностью обладают исследования кинетических, термодинамических и гальваномагнитных характеристик купратных сверхпроводников, носителями заряда в которых являются спин-поляронные квазичастицы [74–77], при учете реальных кристаллографических особенностей CuO_2-плоскости.

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке Программы Президиума Российской академии наук № 12 «Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости», Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-02-00837), Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности в рамках проектов № 18-42-243002 «Проявление спин-нематических корреляций в спектральных характеристиках электронного строения и их влияние на практические свойства купратных сверхпроводников», № 18-42-243018 «Контактные явления и магнитный беспорядок в проблеме формирования и детектирования топологически защищенных краевых состояний в полупроводниковых наноструктурах» и № 18-42-240014 «Одноорбитальная эффективная модель ансамбля спин-поляронных квазичастиц в проблеме описания промежуточного состояния и псевдощелевого поведения купратных сверхпроводников», а также Совета по грантам Президента Российской Федерации (проекты МК-37.2019.2 и МК-3722.2018.2). Работа одного из авторов (А. Ф. Б.) поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 19-02-00509).

Работа подготовлена по итогам XXXVIII Совещания по физике низких температур (НТ-38).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Функции $S_{ij}^{(l)}(k,\omega)$, входящие в выражения для аномальных функций Грина $F_{ij}(k,\omega)$, имеют вид

$$
\begin{aligned}
&S_{11}^{(1)}(k,\omega) = Q_{3y}(k,-\omega)Q_{3y}(k,\omega),\\
&S_{11}^{(2)}(k,\omega) = S_{21}^{(1)}(k,\omega) = Q_3(k,-\omega)Q_{3y}(k,\omega),\\
&S_{11}^{(3)}(k,\omega) = S_{12}^{(1)}(k,\omega) = S_{11}^{(2)}(k,-\omega),\\
&S_{11}^{(4)}(k,\omega) = S_{12}^{(2)}(k,\omega) = S_{21}^{(3)}(k,\omega) =\\
&\qquad = S_{22}^{(1)}(k,\omega) = Q_3(k,-\omega)Q_3(k,\omega),\\
&S_{11}^{(5)}(k,\omega) = -Q_y(k,-\omega)Q_y(k,\omega),\\
&S_{12}^{(3)}(k,\omega) = Q_{3y}(k,-\omega)Q_{3x}(k,\omega),\\
&S_{21}^{(2)}(k,\omega) = S_{12}^{(3)}(k,-\omega),\\
&S_{12}^{(4)}(k,\omega) = S_{22}^{(3)}(k,\omega) = Q_3(k,-\omega)Q_{3x}(k,\omega),\\
&S_{21}^{(4)}(k,\omega) = S_{22}^{(2)}(k,\omega) = S_{12}^{(4)}(k,-\omega),\\
&S_{12}^{(5)}(k,\omega) = -Q_y(k,-\omega)Q_x(k,\omega),\\
&S_{21}^{(5)}(k,\omega) = S_{12}^{(5)}(k,-\omega),\\
&S_{22}^{(4)}(k,\omega) = Q_{3x}(k,-\omega)Q_{3x}(k,\omega),\\
&S_{22}^{(5)}(k,\omega) = -Q_x(k,-\omega)Q_x(k,\omega),\\
&S_{31}^{(1)}(k,\omega) = -K_kQ_y(k,-\omega)Q_{3y}(k,\omega),\\
&S_{31}^{(2)}(k,\omega) = -K_kQ_x(k,-\omega)Q_{3y}(k,\omega),\\
&S_{31}^{(3)}(k,\omega) = S_{32}^{(1)}(k,\omega) =\\
&\qquad = -K_kQ_y(k,-\omega)Q_3(k,\omega),\\
&S_{31}^{(4)}(k,\omega) = S_{32}^{(2)}(k,\omega) =\\
&\qquad = -K_kQ_x(k,-\omega)Q_3(k,\omega),\\
&S_{31}^{(5)}(k,\omega) = Q_{xy}(k,-\omega)Q_y(k,\omega),\\
&S_{32}^{(3)}(k,\omega) = -K_kQ_y(k,-\omega)Q_{3x}(k,\omega),\\
&S_{32}^{(4)}(k,\omega) = -K_kQ_x(k,-\omega)Q_{3x}(k,\omega),\\
&S_{32}^{(5)}(k,\omega) = Q_{xy}(k,-\omega)Q_x(k,\omega),\\
&S_{33}^{(1)}(k,\omega) = -K_k^2S_{11}^{(5)}(k,\omega),\\
&S_{33}^{(2)}(k,\omega) = K_k^2S_{12}^{(5)}(k,-\omega),\\
&S_{33}^{(3)}(k,\omega) = S_{33}^{(2)}(k,-\omega),\\
&S_{33}^{(4)}(k,\omega) = K_k^2S_{22}^{(5)}(k,\omega),\\
&S_{33}^{(5)}(k,\omega) = Q_{xy}(k,-\omega)Q_{xy}(k,\omega).
\end{aligned}
\tag{30}
$$

Данные выражения включают функции

$$
\begin{aligned}
&Q_{x(y)}(k,\omega) = (\omega-\xi_{x(y)})J_{y(x)} + t_kJ_{x(y)},\\
&Q_3(k,\omega) = (\omega-\xi_L)t_k + J_xJ_yK_k,\\
&Q_{3x(3y)}(k,\omega) = (\omega-\xi_L)(\omega-\xi_{x(y)}) - J_{x(y)}^2K_k,\\
&Q_{xy}(k,\omega) = (\omega-\xi_x)(\omega-\xi_y) - t_k^2.
\end{aligned}
\tag{31}
$$

ЛИТЕРАТУРА

1. V. J. Emery, Phys. Rev. Lett. **58**, 2794 (1987).
2. C. M. Varma, S. Schmitt-Rink, and E. Abrahams, Sol. St. Comm. **62**, 681 (1987).
3. Yu. B. Gaididei and V. M. Loktev, Phys. Stat. Sol. (b) **147**, 307 (1988).
4. J. C. Hubbard, Proc. Roy. Soc. London A **285**, 542 (1965).
5. А. Ф. Барабанов, Л. А. Максимов, Г. В. Уймин, Письма в ЖЭТФ **47**, 532 (1988); ЖЭТФ **96**, 665 (1989).
6. P. Prelovšek, Phys. Lett. A **126**, 287 (1988).
7. J. Zaanen and A. M. Oleś, Phys. Rev. B **37**, 9423 (1988).
8. E. B. Stechel and D. R. Jennison, Phys. Rev. B **38**, 4632 (1988).
9. V. J. Emery and G. Reiter, Phys. Rev. B **38**, 4547 (1988).
10. H. Matsukawa and H. Fukuyama, J. Phys. Soc. Jpn. **58**, 2845 (1989).

11. K. M. Shen, F. Ronning, D. H. Lu, F. Baumberger, N. J. C. Ingle, W. S. Lee, W. Meevasana, Y. Kohsaka, M. Azuma, M. Takano, H. Takagi, and Z.-X. Shen, Science **307**, 901 (2005).

12. M. Vojta, Adv. Phys. **58**, 699 (2009).

13. B. Keimer, S. A. Kivelson, M. R. Norman, S. Uchida, and J. Zaanen, Nature **518**, 179 (2015).

14. N. M. Plakida, Physica C **531**, 39 (2016).

15. N. E. Hussey, Adv. Phys. **51**, 1685 (2002).

16. А. Ф. Барабанов, В. М. Березовский, Э. Жасинас, Л. А. Максимов, ЖЭТФ **110**, 1480 (1996).

17. A. F. Barabanov, R. O. Kuzian, and L. A. Maksimov, Phys. Rev. B **55**, 4015 (1997).

18. B. Lau, M. Berciu, and G. A. Sawatzky, Phys. Rev. Lett. **106**, 036401 (2011).

19. A. F. Barabanov, L. A. Maksimov, and A. V. Mikheyenkov, AIP Conf. Proc. **527**, 1 (2000).

20. А. Ф. Барабанов, А. А. Ковалев, О. В Уразаев, А. М. Белемук, Р. Хайн, ЖЭТФ **119**, 777 (2001).

21. А. Ф. Барабанов, А. В. Михеенков, А. М. Белемук, Письма в ЖЭТФ **75**, 118 (2002).

22. L. A. Maksimov, A. F. Barabanov, and R. O. Kuzian, Phys. Lett. A **232**, 286 (1997).

23. L. A. Maksimov, R. Hayn, and A. F. Barabanov, Phys. Lett. A **238**, 288 (1998).

24. A. F. Barabanov, A. A. Kovalev, O. V. Urazaev, and A. M. Belemouk, Phys. Lett. A **265**, 221 (2000).

25. A. P. Kampf and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. B **42**, 7967 (1990).

26. Д. М. Дзебисашвили, В. В. Вальков, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **98**, 596 (2013).

27. T. Yoshida, X. J. Zhou, D. H. Lu, S. Komiya, Y. Ando, H. Eisaki, T. Kakeshita, S. Uchida, Z. Hussain, and Z.-X. Shen, J. Phys.: Condens. Matter **19**, 125209 (2007).

28. А. Ф. Барабанов, Л. А. Максимов, А. В. Михеенков, Письма в ЖЭТФ **74**, 362 (2001).

29. В. В. Вальков, М. М. Коровушкин, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **88**, 426 (2008).

30. В. В. Вальков, Т. А. Валькова, Д. М. Дзебисашвили, С. Г. Овчинников, Письма в ЖЭТФ **75**, 450 (2002).

31. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, and A. F. Barabanov, Phys. Lett. A **379**, 421 (2015).

32. В. В. Вальков, Д. М. Дзебисашвили, М. М. Коровушкин, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **103**, 433 (2016).

33. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, M. M. Korovushkin, and A. F. Barabanov, J. Magn. Magn. Mater. **440**, 123 (2017).

34. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, M. M. Korovushkin, and A. F. Barabanov, J. Low Temp. Phys. **191**, 408 (2018).

35. В. В. Вальков, Д. М. Дзебисашвили, М. М. Коровушкин, А. Ф. Барабанов, ЖЭТФ **152**, 957 (2017).

36. S. Misawa, Phys. Rev. B **51**, 11791 (1995).

37. R. J. Radtke, V. N. Kostur, and K. Levin, Phys. Rev. B **53**, R522 (1996).

38. D. E. Sheehy, T. P. Davis, and M. Franz, Phys. Rev. B **70**, 054510 (2004).

39. J. P. Carbotte, K. A. G. Fisher, J. P. F. LeBlanc, and A. J. Nicol, Phys. Rev. B **81**, 014522 (2010).

40. M. V. Eremin, I. A. Larionov, and I. E. Lyubin, J. Phys.: Condens. Matter **22**, 185704 (2010).

41. Н. Ф. Мотт, *Переходы металл–изолятор*, Наука, Москва (1979).

42. M. Ogata and H. Fukuyama, Rep. Progr. Phys. **71**, 036501 (2008).

43. M. S. Hybertsen, M. Schluter, and N. E. Christensen, Phys. Rev. B **39**, 9028 (1989).

44. M. H. Fischer and E.-A. Kim, Phys. Rev. B **84**, 144502 (2011).

45. R. Zwanzig, Phys. Rev. **124**, 983 (1961).

46. H. Mori, Progr. Theor. Phys. **33**, 423 (1965).

47. L. M. Roth, Phys. Rev. Lett. **20**, 1431 (1968).

48. А. Ф. Барабанов, А. В. Михеенков, А. В. Шварцберг, ТМФ **168**, 389 (2011).

49. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, and A. F. Barabanov, J. Supercond. Nov. Magn. **29**, 1049 (2016).

50. В. В. Вальков, Д. М. Дзебисашвили, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **104**, 745 (2016).

51. Д. Н. Зубарев, УФН **81**, 71 (1960).

52. V. V. Val'kov, D. M. Dzebisashvili, and A. F. Barabanov, J. Low Temp. Phys. **181**, 134 (2015).

53. V. V. Val'kov, M. M. Korovushkin, and A. F. Barabanov, J. Low Temp. Phys. (2018), https://doi.org/10.1007/s10909-018-02120-3.

54. D. M. Dzebisashvili and K. K. Komarov, Eur. Phys. J. B **91**, 278 (2018).

55. Дж. Шриффер, *Теория сверхпроводимости*, Наука, Москва (1970).

56. М. В. Садовский, *Диаграмматика. Лекции по избранным задачам теории конденсированного состояния*, РХД, Ижевск (2010).

57. М. Тинкхам, *Введение в сверхпроводимость*, Атомиздат, Москва (1980).

58. I. Bozovic, X. He, J. Wu, and A. T. Bollinger, Nature **536**, 309 (2016).

59. W. N. Hardy, D. A. Bonn, D. C. Morgan, R. Liang, and K. Zhang, Phys. Rev. Lett. **70**, 3999 (1993).

60. J. E. Sonier, J. H. Brewer, R. F. Kiefl, G. D. Morris, R. I. Miller, D. A. Bonn, J. Chakhalian, R. H. Heffner, W. N. Hardy, and R. Liang, Phys. Rev. Lett. **83**, 4156 (1999).

61. C. Panagopoulos, B. D. Rainford, J. R. Cooper, W. Lo, J. L. Tallon, J. W. Loram, J. Betouras, Y. S. Wang, and C. W. Chu, Phys. Rev. B **60**, 14617 (1999).

62. R. Khasanov, A. Shengelaya, A. Maisuradze, F. La Mattina, A. Bussmann-Holder, H. Keller, and K. A. Müller, Phys. Rev. Lett. **98**, 057007 (2007).

63. R. Khasanov, S. Strassle, D. Di Castro, T. Masui, S. Miyasaka, S. Tajima, A. Bussmann-Holder, and H. Keller, Phys. Rev. Lett. **99**, 237601 (2007).

64. W. Anukool, S. Barakat, C. Panagopoulos, and J. R. Cooper, Phys. Rev. B **80**, 024516 (2009).

65. T. R. Lemberger, I. Hetel, A. Tsukada, and M. Naito, Phys. Rev. B **82**, 214513 (2010).

66. B. M. Wojek, S. Weyeneth, S. Bosma, E. Pomjakushina, and R. Puzniak, Phys. Rev. B **84**, 144521 (2011).

67. H. Fröhlich, Phys. Rev. **79**, 845 (1950).

68. В. В. Толмачев, ДАН СССР **140**, 563 (1961).

69. М. Ю. Каган, В. А. Мицкан, М. М. Коровушкин, УФН **185**, 785 (2015).

70. S. Raghu, E. Berg, A. V. Chubukov, and S. A. Kivelson, Phys. Rev. B **85**, 024516 (2012).

71. М. Ю. Каган, В. В. Вальков, В. А. Мицкан, М. М. Коровушкин, Письма в ЖЭТФ **97**, 253 (2013); ЖЭТФ **144**, 837 (2013).

72. В. В. Вальков, В. А. Мицкан, Д. М. Дзебисашвили, А. Ф. Барабанов, ФНТ **44**, 173 (2018).

73. А. Ф. Барабанов, А. М. Белемук, Письма в ЖЭТФ **87**, 725 (2008).

74. А. М. Белемук, А. Ф. Барабанов, Л. А. Максимов, Письма в ЖЭТФ **79**, 195 (2004); ЖЭТФ **129**, 493 (2006); Письма в ЖЭТФ **86**, 374 (2007).

75. А. М. Белемук, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **82**, 827 (2005).

76. И. А. Ларионов, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **100**, 811 (2014).

77. А. Ф. Барабанов, Ю. М. Каган, Л. А. Максимов, А. В. Михеенков, Т. В. Хабарова, УФН **185**, 479 (2015).