

ПОЛЯРИТОНЫ ТРИПЛЕТНЫХ И БИНАРНЫХ ГИБРИДНЫХ НАНОСТРУКТУР В МИКРОПОЛОСТИ

*О. А. Дубовский**, *В. М. Агранович*

*Институт спектроскопии Российской академии наук
108840, Троицк, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 августа 2018 г.,
после переработки 20 ноября 2018 г.
Принята к публикации 20 декабря 2018 г.

Исследованы оптические свойства триплетного гибрида (полупроводник–органический слой–полупроводник) в микрополости. Рассмотрение проводится при энергиях возбуждения, понижающихся в триплете от экситона Ванье–Мотта с максимальной энергией к экситону Френкеля промежуточной энергии и от экситона Френкеля к экситону Ванье–Мотта с минимальной энергией. Полупроводниковые компоненты гибрида имеют вид тонких нанопленок, органика представлена слоем конечной толщины, меньшей, чем диффузионная длина экситона Френкеля. Исследуется частотная зависимость поляритонов, образующихся при общей гибридизации экситонов Ванье–Мотта, экситона Френкеля и основной моды микрополости. Получены дисперсионные зависимости поляритонов редуцированных бинарных гибридов и слоя органики в микрополости. Полученные результаты могут представлять интерес для исследований кинетики переноса энергии с многократным изменением формы энергии в триплетных и бинарных гибридных системах.

DOI: 10.1134/S0044451019060014

1. ВВЕДЕНИЕ

В большинстве современных коммерческих устройствах, таких как LED, солнечные батареи и нелинейные оптические приборы используются традиционные неорганические полупроводники. Однако в течение двух последних десятилетий значительный прогресс был достигнут в производстве аналогичных устройств, использующих органические материалы, которые в ряде случаев менее затратные, чем неорганические материалы. Перспективы использования в устройствах только одних органических материалов, однако, ограничены узкой областью практического применения таких устройств. По этой причине качественно другой метод применения органических материалов может быть получен при использовании гибридных систем с органическим слоем и очень тонкой неорганической пленкой при близких энергиях возбуждения экситонов Френкеля в органических системах и экситонов Ванье–Мотта в полупроводниках [1]. Этот подход теперь широко используется, и результаты исследований опубликованы в боль-

шом числе работ (см., например, статьи [2–11]). Нерадиационный перенос энергии в гибридных структурах органика–полупроводник экспериментально исследовался в работах [2–9]. Эмиссия света гибридными структурами с варьируемой частотой колебаний исследовалась в работе [11].

В последние годы получили развитие исследования гибридных структур, имплантированных в микрополости, с использованием систем полупрозрачных зеркал. Эти системы с многократным отражением света существенно увеличивают поток энергии в гибриде, что позволяет исследовать нелинейные эффекты. Оптические характеристики гибридных систем органика–полупроводник, помещенных в поле основной моды микрополости, были впервые исследованы в работе [12]. Дисперсионные зависимости оптического спектра таких систем исследовались в работах [13, 14] для различных позиций двух компонент гибрида в микрополости. Влияние кулоновского взаимодействия на дисперсионные зависимости гибрида в микрополости исследовалось в работе [15].

Однако оптические характеристики наноструктур во всех указанных публикациях [1–15] исследовались только для двойных систем — двух контакти-

* E-mail: dubovskiyoa@mail.ru

рующих пленок органики и полупроводника. Настоящая статья продолжает наши исследования оптических свойств гибридных резонансных наноструктур [1, 12]. В нашей последней работе [16] мы исследовали более сложную триплетную наноструктуру полупроводник–органика–полупроводник. В отличие от предыдущих работ, в работе [16] органика рассматривалась не как предельно тонкая пленка, а как слой конечной толщины, что позволяет увеличить эффективность органики и приводит к ряду характерных особенностей в спектре колебаний. Такая гибридная структура имеет последовательность понижающихся энергий экситонов первой пленки полупроводника с высокой энергией возбуждения, органики с промежуточной энергией и второго полупроводника с наименьшей энергией возбуждения

В данной работе продолжено изучение поляритонного спектра, исследованного в работе [16]. Мы рассматриваем, однако, поляритонный спектр триплетного гибрида, имплантированного в микрополости, используя при этом методику и результаты наших исследований поляритонных спектров двойных гибридов в микрополости [12–15]. При этом были обнаружены новые ветви поверхностных поляритонов в области полного внутреннего отражения органики. Результаты могут быть использованы при последующих исследованиях переноса энергии с многократным изменением формы энергии между компонентами триплетных гибридов.

2. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОЛЕЙ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Представим общую схему триплетной наноструктуры и систему основных уравнений, определяющих спектральные характеристики этой наноструктуры. Рисунок 1 демонстрирует общую схему расположения триплета в микрополости толщиной L , включающего чередующиеся в z -направлении плоскости полупроводников со слоем органики между ними. Полупроводниковые пленки находятся при $z = \pm s/2$, границы органики при $z = \pm d/2$ и границы микрополости при $z = \pm L/2$, где L — толщина микрополости, s — расстояние между полупроводниками и d — толщина органики. Исследуемые электромагнитные волны имеют частоту ω , поляризацию электрического поля E_y вдоль оси y , волновой вектор $k = k_x$ вдоль оси x и поляризацию магнитного поля вдоль оси x . Электрические поля в соответствующих областях имеют следующие амплитуды и пространственные зависимости:

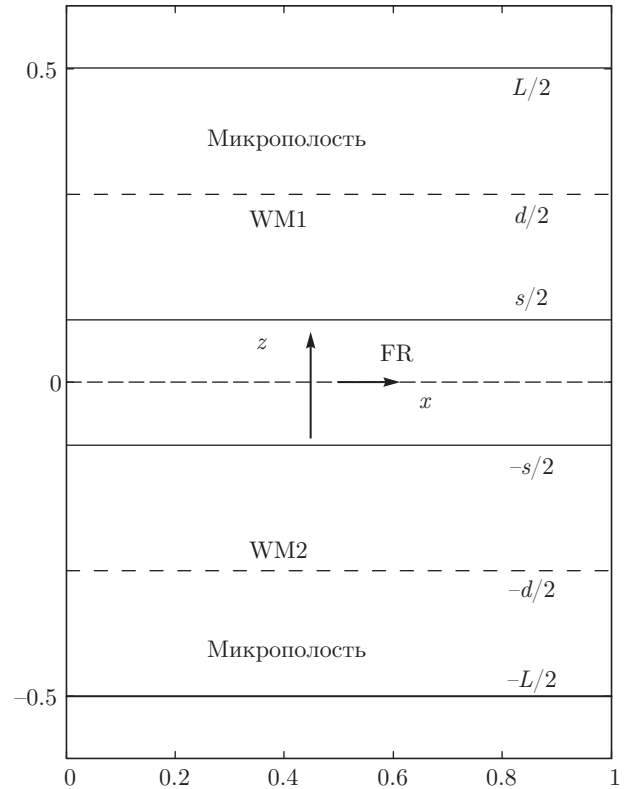


Рис. 1. Схема расположения компонентов триплетного гибрида в микрополости. Штриховые линии — это внешние полупроводники с экситонами Ванье–Мотта (WM1, WM2). Центральная часть — органический слой с экситонами Френкеля (FR). Стенки микрополости находятся при $z = \pm L/2$

$$\begin{aligned}
 E_I &= A_1 e^{i\beta z} + A_2 e^{-i\beta z}, & s/2 < z < L/2, \\
 \beta &= \sqrt{(\omega/c)^2 - k^2}, \\
 E_{II} &= A_3 e^{i\beta z} + A_4 e^{-i\beta z}, & d/2 < z < s/2, \\
 E_{III} &= A_5 e^{ifz} + A_6 e^{-ifz}, & -d/2 < z < d/2, \\
 E_{IV} &= A_7 e^{i\beta z} + A_8 e^{-i\beta z}, & -s/2 < z < -d/2, \\
 E_V &= A_9 e^{i\beta z} + A_{10} e^{-i\beta z}, & -L/2 < z < -s/2.
 \end{aligned} \tag{1}$$

На верхней зеркально отражающей границе микрополости условие равенства нулю электрического поля имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 A_1 e^{i\beta L/2} + A_2 e^{-i\beta L/2} &= 0, & A_2 &= -A_1 \mu(\omega), \\
 \mu(\omega) &= e^{i\beta L}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

В плоскости первого полупроводника система двух уравнений непрерывности для электрического поля и магнитного поля $H_x = (ic/\omega)(\partial E_y/\partial z)$ имеет следующий вид:

$$A_1 e^{i\beta s/2} + A_2 e^{-i\beta s/2} = A_3 e^{i\beta s/2} + A_4 e^{-i\beta s/2}, \tag{3}$$

$$A_1 e^{i\beta s/2} - A_2 e^{-i\beta s/2} = A_3 e^{i\beta s/2} - A_4 e^{-i\beta s/2} + \tilde{\chi}_1 \left(A_1 e^{i\beta s/2} + A_2 e^{-i\beta s/2} \right),$$

$$\tilde{\chi}_1 = \frac{4\pi}{i\beta} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \chi_1(\omega), \quad \chi_1(\omega) = \frac{\Gamma_1^2}{\omega_1 - \omega}.$$

Функция $\chi_1(\omega)$ определяет поляризуемость первого полупроводника с собственной частотой ω_1 и силой осциллятора Γ_1^2 .

На верхней границе органики уравнения непрерывности полей имеют следующий вид:

$$A_3 e^{i\beta d/2} + A_4 e^{-i\beta d/2} = A_5 e^{i\beta d/2} + A_6 e^{-i\beta d/2}, \quad (4)$$

$$f(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)(\omega/c)^2 - k^2},$$

$$A_3 e^{i\beta d/2} - A_4 e^{-i\beta d/2} = \left(A_5 e^{i\beta d/2} - A_6 e^{-i\beta d/2} \right) \frac{f}{\beta},$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\Gamma_0^2}{\omega_0 - \omega}.$$

Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega)$ изотропной органики определяется собственной частотой ω_0 и силой осциллятора Γ_0^2 . Предполагается, что частота находится или в области $\omega < \omega_0$ или в области выше частоты продольной волны $\omega > \omega_p$, $\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 + \Gamma_0^2}$, где $\varepsilon(\omega) > 0$. Область полного внутреннего отражения $\omega_0 < \omega < \omega_p$ с $\varepsilon(\omega) < 0$ будет рассмотрена ниже в разд. 3.

На нижней границе органики уравнения непрерывности имеют следующий вид:

$$A_5 e^{-i\beta d/2} + A_6 e^{i\beta d/2} = A_7 e^{-i\beta d/2} + A_8 e^{i\beta d/2},$$

$$A_5 e^{-i\beta d/2} - A_6 e^{i\beta d/2} = \left(A_7 e^{-i\beta d/2} - A_8 e^{i\beta d/2} \right) \beta/f. \quad (5)$$

В плоскости второго полупроводника уравнения непрерывности имеют следующий вид:

$$A_7 e^{-i\beta s/2} + A_8 e^{i\beta s/2} = A_9 e^{-i\beta s/2} + A_{10} e^{i\beta s/2}, \quad (6)$$

$$A_7 e^{-i\beta s/2} - A_8 e^{i\beta s/2} = \left(A_9 e^{-i\beta s/2} - A_{10} e^{i\beta s/2} \right) \frac{\beta}{f} + \frac{C}{i} \tilde{\chi}_2,$$

$$C = A_7 e^{-i\beta s/2} + A_{10} e^{i\beta s/2},$$

$$\tilde{\chi}_2 = \frac{4\pi}{i\beta} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \chi_2(\omega), \quad \chi_2(\omega) = \frac{\Gamma_2^2}{\omega_2 - \omega}.$$

На нижней границе микрополости условие зеркального отражения имеет следующий вид:

$$A_9 e^{-i\beta L/2} + A_{10} e^{i\beta L/2} = 0, \quad A_9 = -A_{10} \mu(\omega). \quad (7)$$

3. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО РЕШЕНИЕ ДЛЯ ОДНОЙ ОРГАНИКИ В МИКРОПОЛОСТИ

Для наиболее точного представления используемой далее нестандартной процедуры расчета и определения основных особенностей дисперсионных зависимостей триплетных и бинарных наноструктур необходимо рассмотреть базовую наноструктуру с одной органикой. В (1)–(7) при этом полагается $\Gamma_{1,2} = \chi_{1,2} = 0$, а промежуточные амплитуды $A_{3,4} = A_{1,2}$ и $A_{7,8} = A_{9,10}$. Два уравнения непрерывности, которые связывают «внешние» верхние амплитуды $A_{1,2}$ с «внутренними» амплитудами $A_{5,6}$, и два уравнения непрерывности, которые связывают эти же «внутренние» амплитуды $A_{5,6}$ со вторыми «внешними» амплитудами $A_{9,10}$ приведены в Приложении А. В результате получено дисперсионное уравнение (А.4). Функциональные зависимости $W_{1,2,3,4}$ представлены в Приложении А.

Приведенная в Приложении А нестандартная процедура «сворачивания» от «внешних» амплитуд к «внутренним» амплитудам будет использована при исследовании бинарного и триплетного гибрида. Рекуррентный характер этой процедуры позволит исследовать гибриды более высокого порядка и сверхрешетки.

Использование $W_{1,2,3,4}$ из Приложения А приводит к следующему квадратному уравнению для функции $\mu = \mu(\omega)$:

$$\mu^2 g_0 + \mu g_1 + g_2 = 0, \quad (8)$$

$$g_0 = \left[(f - \beta)^2 e^{-i(\beta+f)d} - (f + \beta)^2 e^{i(f-\beta)d} \right],$$

$$g_1 = 2(f^2 - \beta^2) [e^{ifd} - e^{-ifd}],$$

$$g_2 = \left[(f + \beta)^2 e^{i(\beta-f)d} - (f - \beta)^2 e^{i(\beta+f)d} \right].$$

В работах [12–15] показано, что дисперсионное уравнение в области частот главной моды микрополости может быть получено разложением βL по малым отклонениям от критического значения $\beta L = \pi$. В этом подходе

$$\mu = e^{i(\pi+\delta)} = -(1 + i\delta), \quad \mu^2 = 1 + 2i\delta$$

с небольшим значением δ . При этом

$$\mu^2 - 1 = +2i\delta, \quad \delta = \beta L - \pi = (L/c)[\omega - \Omega(k)],$$

где $\Omega(k) = c\sqrt{(\pi/L)^2 + k^2}$ — дисперсионная зависимость основной моды микрополости.

При учете в (8) только линейных по величине δ составляющих получаем дисперсионное уравнение в следующем виде:

$$\begin{aligned} \delta(R_2 + iM) &= R_1, \\ R_1 &= C^{-1} \sin[(f + \beta)d] + C \sin[(f - \beta)d] - 2 \sin fd, \\ R_2 &= C^{-1} \cos[(f + \beta)d] - C \cos[(f - \beta)d], \\ M &= 2 \sin fd - C \sin[(f - \beta)d] - C^{-1} \sin[(f + \beta)d], \\ C &= \frac{\beta + f}{\beta - f}. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, дисперсионное уравнение для органического слоя в микрополости имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \omega - \Omega(k) &= F(\omega, k), \\ F(\omega, k) &= \frac{(c/L)R_1(\omega, k)}{R_2(\omega, k) + iM(\omega, k)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Отметим существенное отличие дисперсионного уравнения (10) от дисперсионных уравнений, полученных в работах [12–15]. В правой части уравнения (10) появляется отсутствующая в работах [12–15] мнимая часть. Анализ показывает, что правая часть (10) может иметь резонанс при $R_2(\omega, k) = 0$, т. е. из (9), при соотношении

$$(f - \beta)^2 \cos[(f + \beta)d] = (f + \beta)^2 \cos[(f - \beta)d]. \quad (11)$$

Это квадратное уравнение для $f(\omega, k)$

$$\begin{aligned} f^2 - 2fG(\omega) - \beta^2 &= 0, \\ G(\omega) &= \frac{\cos(fd) \cos(\beta d)}{\sin(fd) \sin(\beta d)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Два соответствующих решения (12) имеют следующий вид:

$$f^{(\pm)}(\omega) = \frac{1}{2} \beta(\omega) \left\{ -G(\omega) \pm \sqrt{[G(\omega)]^2 + 4} \right\}. \quad (13)$$

Поскольку функция $f(\omega, k)$ имеет резонанс на частоте ω_0 , два решения (13) в полном наборе поляритонных ветвей должны быть представлены в правой части (10), т. е. два расщепленных резонанса должны появиться вблизи частоты ω_0 . Как результат решения уравнения (10), в этом случае должны наблюдаться три поляритонные ветви. При этом вследствие присутствия мнимого слагаемого в правой части (10) все ветви должны быть с различным радиационным уширением. Комплексные решения дисперсионного уравнения (10) для частоты должны определяться соотношением $\omega = \omega' - i\omega''$, и два резонанса в правой части (11) должны быть учтены при определении радиационной ширины ω'' .

Исследование области частоты с $\varepsilon(\omega) < 0$ дало некоторые новые результаты. Это область поверхностных поляритонов с экспоненциальным уменьшением амплитуды поля при удалении от границы

[17]. Экспоненциальное уменьшение поля определяется мнимой частью z -компоненты волнового вектора $\kappa(\omega) = \sqrt{|\varepsilon(\omega)|(\omega/c)^2 + k^2}$.

Известно, что экспериментальные исследования поверхностных поляритонов существенно активизировались при использовании метода «нарушенного полного внутреннего отражения» с призмой на предельно близком к поверхности органики расстоянии. Микрополость может быть некоторым аналогом этого устройства.

Процедура получения дисперсионного уравнения представлена в Приложении В. Дисперсионное уравнение в безразмерных переменных $\tilde{\omega} = \omega/\Omega(0)$, $\tilde{k} = kL/\pi$, $\tilde{C} = c/(L/\omega_0)$, использованных в [12], имеет при этом следующий вид:

$$\sqrt{\frac{\tilde{\omega}_p^2 - \tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^2 - \tilde{\omega}_0^2} \left(\frac{\tilde{\omega}}{c}\right)^2} + \tilde{k}^2 = \frac{\tilde{C}}{\tilde{\omega} - \tilde{\omega}_c - \tilde{k}^2}. \quad (14)$$

После возведения в квадрат обеих частей (14) видно, что это кубическое по \tilde{k}^2 уравнение. Это уравнение имеет точные аналитические решения $\tilde{k} = \tilde{k}(\tilde{\omega})$, которые для краткости не приводятся. Набор этих решений в различных областях фазовой плоскости $\tilde{k}, \tilde{\omega}$ включает или три различных ветви $\tilde{k}_{1,2,3} = \tilde{k}_{1,2,3}(\tilde{\omega})$ или только одну ветвь с действительным значением $\tilde{k}_0 = \tilde{k}_0(\tilde{\omega})$ и двумя другими комплексно-сопряженными решениями. В некоторых точках эти решения сопрягаются. Ниже тильды у переменных опущены.

Результаты численных расчетов дисперсионных кривых были получены на компьютере с использованием следующей процедуры как для одной органики в микрополости, так и для бинарных, а затем и триплетных гибридов. Для одной органики в микрополости все графические особенности поляритонных спектров, представляющиеся соответствующими простыми аналитическими соотношениями, обсуждаются более детально с целью упрощения анализа аналогичных особенностей поляритонных спектров бинарных и тройных гибридов.

Фазовая плоскость ω, k была разбита на квадратную решетку ω_i, k_j , $i, j = 1, 2, \dots, 200$. В каждой точке ω_i, k_j вычислялась разность $D_{i,j}$ между левыми и правыми частями дисперсионных уравнений (10) и (14) — аналогами соответствующих детерминантов. Затем вычислялась обратная величина модуля $(1/|D_{i,j}|)$. Максимальные значения этой величины соответствуют минимальным значениям соответствующего детерминанта, и при постепенном уменьшении шага сетки дисперсионные зависимости проявляются все более четко. Эти зависимости $(1/|D_{i,j}|)$ в трехмерном представлении показаны

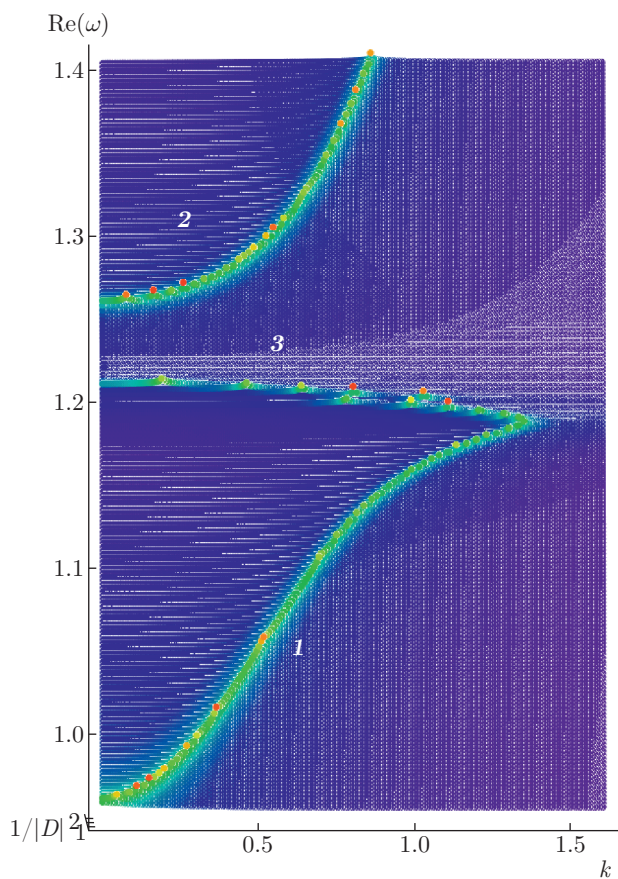


Рис. 2. Дисперсионные зависимости $\text{Re}[\omega(k)]$ трех поляритонных ветвей для одного органического слоя в микрополости, полученные из трехмерной зависимости соответствующего детерминанта на фазовой плоскости. Кривые 1, 2 — поляритонные волны общего типа. Фиксируется новая поляритонная ветвь 3 с малой дисперсией в центре узкого горла

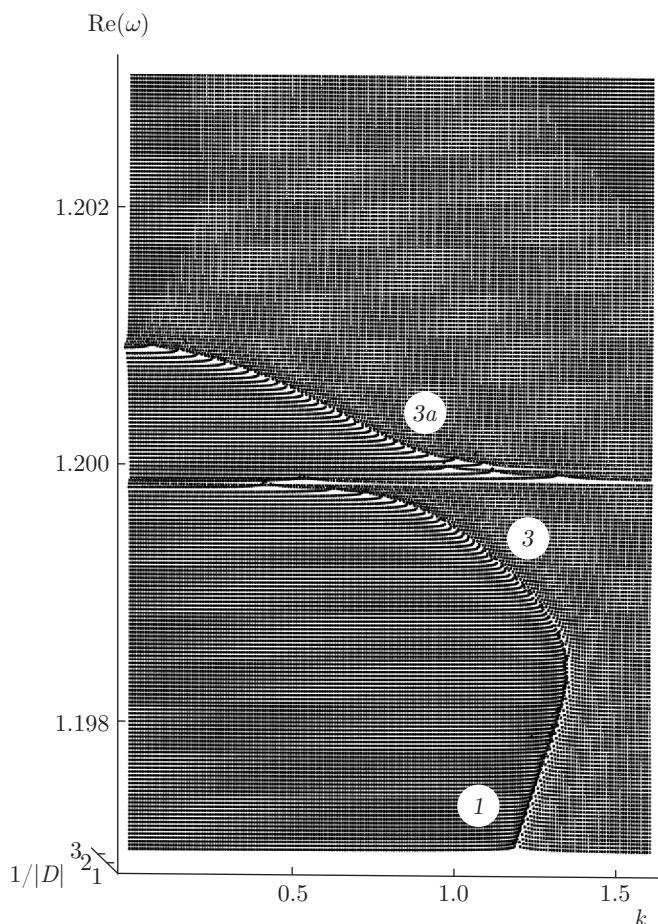


Рис. 3. Тонкая структура поляритонных ветвей в промежуточной области рис. 2. Видно плавное без скачка производной соединение ветви 3 из рис. 2 с ветвью 1. В полосе полного внутреннего отражения органики видна дополнительная ветвь 3a поверхностных поляритонов органики

на рис. 2–4, 6–8 в узкой области вблизи максимума $(1/|D_{i,j}|)$ с осью z , ортогональной к плоскости ω, k .

При вычислениях полагалось, что основные частоты и силы осцилляторов удовлетворяют следующим неравенствам: $\Omega(0) < \omega_1 < \omega_0 < \omega_2$, $\Gamma_1^2, \Gamma_2^2 < \Gamma_0^2$ при $s = 0.8L$, $d = 0.5L$. Исследование детального вида дисперсионных зависимостей было проведено при численных параметрах, использованных в работах [12, 15, 16] для полупроводников типа ZnO, GaAs и антрацена как органики с $\omega_c = 1.5 \text{ эВ}/\hbar$ и $\pi/L = 2.4 \text{ см}^{-1}$. Все безразмерные параметры представлены в этих единицах $\Omega(0) = 1$, $\omega_2 = 1.1$, $\omega_0 = 1.2$, $\omega_1 = 1.3$, $\Gamma_1^2 = \Gamma_2^2 = 0.005$, $\Gamma_0^2 = 0.01$.

Как первый шаг последовательного представления полученных результатов, рис. 2 демонстрирует дисперсионные зависимости $\text{Re}[\omega(k)]$ — решения дисперсионного уравнения (10) для слоя органики

в микрополости. Соответствующие параметры $\omega_0 = 1.2$, $\Gamma_0^2 = 0.01$, $s = 0.8L$. Отчетливо видно поляритонное расщепление основной моды микрополости, стартующее при малых k как ветвь 1 и продолжающаяся как ветвь 2 выше энергии экситона Френкеля при $\omega_0 > \Omega(0)$. Такое расщепление с «узким горлом» наблюдалось ранее в работе [12] с органической пленкой в центре микрополости. Однако теперь для слоя органики в микрополости компьютер фиксировал дополнительную поляритонную ветвь 3 с малой дисперсией в центре узкого горла. Эта ветвь соответствует знаку плюс в уравнении (13). Следует отметить, что ранее в [12] такая радиационная ветвь в узком горле отсутствовала. Это обстоятельство может существенно изменить кинетику переноса энергии в гибридных структурах.

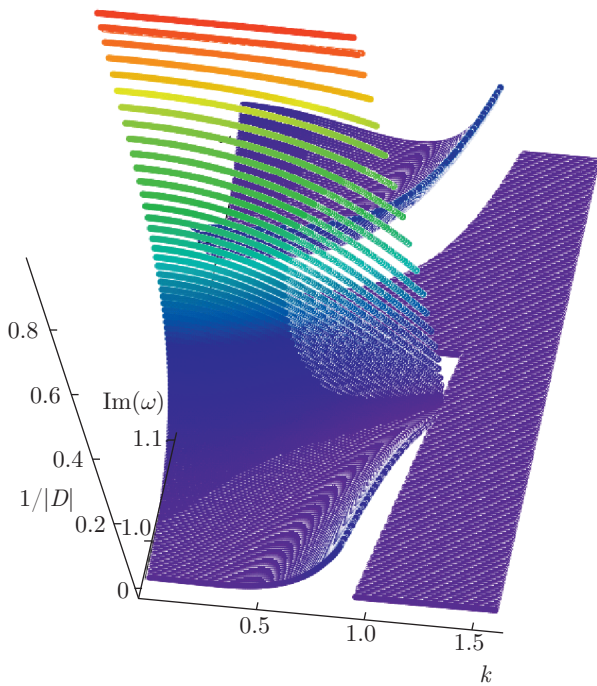


Рис. 4. Радиационное затухание $\text{Im}[\omega(k)]$ поляритонных возбуждений для одного слоя органики в микрополости. В трехмерном пространстве демонстрируется зависимость радиационной ширины поляритонных ветвей от частоты ω и волнового вектора k . Видно существенное увеличение радиационной ширины промежуточной дисперсионной ветви 3 из рис. 2, 3

На рис. 3 дополнительная ветвь 3 представлена в большем масштабе. Видно, что эта ветвь соединяется с низкочастотной поляритонной ветвью 1. Соединение ветвей 1 и 3 происходит плавно без скачка производной. Кроме того, на рис. 3 видна дополнительная ветвь 3a над ветвью 2 в полосе $\omega_0 < \omega < \omega_p$ полного внутреннего отражения. Это ветвь поверхностных поляритонов в микрополости.

Одновременно с расчетом величин $(1/|D_{i,j}|)$ проводился расчет соответствующих мнимых частей. На рис. 4 в трехмерном пространстве демонстрируется зависимость радиационной ширины поляритонных ветвей от частоты ω и волнового вектора k . Максимум ширины наблюдается в области промежуточной дисперсионной ветви 3 рис. 2, 3. Рисунок 4 позволяет оценить степень увеличения радиационной ширины этой ветви по сравнению с радиационными ширинами остальных ветвей.

Рисунок 5 демонстрирует, как ветвь 1 соединяется с дисперсионной кривой 3 поверхностных поляритонов в области $\omega_0 < \omega < \omega_p$ полного внутреннего отражения, ветвь 2 соединяется с ветвью 3. Ри-

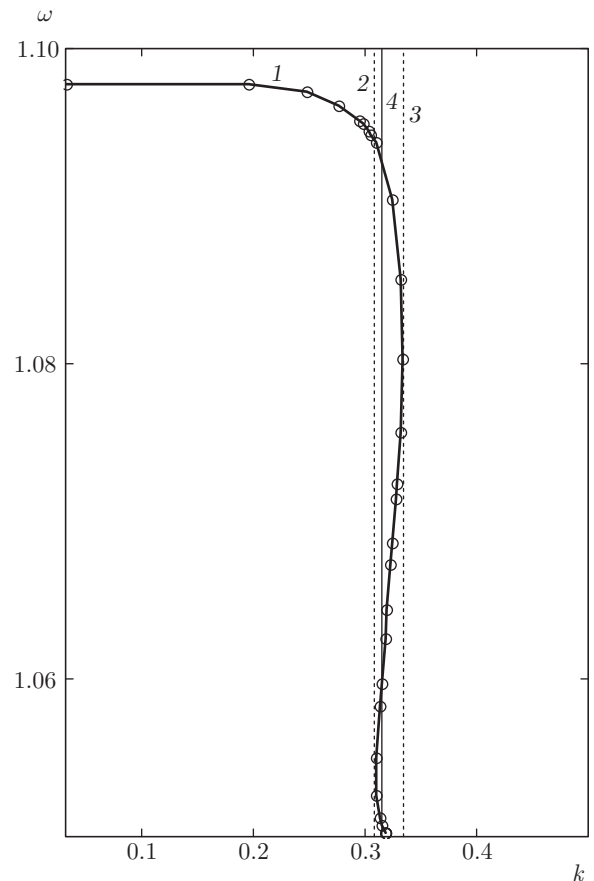


Рис. 5. Демонстрация результатов аналитического расчета соединений дисперсионных кривых на рис. 2, 3 в области $\omega_0 < \omega < \omega_p$. Точное решение кубического уравнения представлено кривой 1. На этой кривой 1 в узкой области волновых векторов между вертикальными линиями 2 и 3 видны три пересечения — три ветви из рис. 2, 3. Вне этой области видна одна ветвь. Демонстрируется плавное соединение ветвей без скачка производной

сунок 5 получен аналитическим расчетом решений кубического уравнения (14) и компьютерным расчетом (точки и линии) с использованием указанной вычислительной процедуры. В связи с малой шириной полосы полного внутреннего отражения и влиянием близкого резонанса с большой силой осциллятора использовался следующий набор параметров: $\omega_0^2 = 1.103$, $\omega_p^2 = 1.2$, $C = 0.05$. Известно, что кубическое уравнение имеет или три действительных решения или одно действительное решение и два комплексно-сопряженных решения. На рис. 5 видно, что при малых волновых векторах только одна ветвь поверхностных поляритонов отщепляется от верхней частоты ω_p продольных колебаний. Затем при увеличении волнового вектора в некоторой полосе $k_1 < k < k_2$ между линиями 2 и 3 как три

пересечения промежуточной линии 4 с линией 1 появляются 3 ветви, и ветвь при $k < k_1$ гладко соединяется с верхней ветвью этого частотного триплета. Расчет показал, что при $k > k_2$ нижняя ветвь, которая поднимается от нижней ветви триплета, асимптотически приближается к частоте ω_0 . Дисперсионные ветви плавно соединяются на противоположных границах области $k_1 < k < k_2$.

4. РЕШЕНИЯ ДИСПЕРСИОННЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ БИНАРНЫХ И ТРОЙНЫХ ГИБРИДОВ В МИКРОПОЛОСТИ

Переходя к бинарным и триплетным гибридным структурам с учетом поляризуемости полупроводников, отметим, что из двух уравнений (3) амплитуды A_3, A_4 определяются как функции амплитуды A_1

$$\begin{aligned} A_3 &= A_1 \left[1 + \frac{1}{2} \tilde{\chi}_1 (1 - \mu e^{-i\beta s}) \right], \\ A_4 &= A_1 \left[-\mu - \frac{1}{2} \tilde{\chi}_1 (e^{i\beta s} - \mu) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Расчет зависимости амплитуд $A_{5,6,7,8}$ от амплитуд A_1, A_{10} представлен в Приложении С. В результате после старта от противоположных границ микрополости подстановка A_5 из (С.2а) в первое уравнение (С.5а) приводит к первому линейному уравнению для двух амплитуд A_1, A_{10} , и подстановка A_6 из (С.2а) во второе уравнение (С.5а) приводит ко второму уравнению для тех же двух амплитуд A_1, A_{10} :

$$\begin{aligned} A_1 (Z_1 + \tilde{Z}_1) &= A_{10} (Z_3 + \tilde{Z}_3), \\ A_1 (Z_2 + \tilde{Z}_2) &= A_{10} (Z_4 + \tilde{Z}_4). \end{aligned} \quad (16)$$

Соответственно из (16) дисперсионное уравнение представляется в следующем виде:

$$(Z_1 + \tilde{Z}_1) (Z_4 + \tilde{Z}_4) = (Z_2 + \tilde{Z}_2) (Z_3 + \tilde{Z}_3). \quad (17)$$

Все функции Z , включенные в дисперсионное уравнение (17), представлены соотношениями (С.2а)–(С.2е) и (С.5а)–(С.5е). Поскольку эти функции линейны по μ, χ , квадратное уравнение (17) имеет квадратичные и линейные по μ, χ члены:

$$\begin{aligned} \mu^2 - 1 &= -\frac{Q_1}{Q_2} \mu - \left(\frac{Q_0}{Q_2} + 1 \right) - \frac{B_1}{Q_2} \tilde{\chi}_1 - \\ &\quad - \frac{B_1}{Q_2} \tilde{\chi}_2 - \frac{B_2}{Q_2} \tilde{\chi}_1 \tilde{\chi}_2. \end{aligned} \quad (18)$$

Входящие в (18) функции Q_2, Q_1, Q_0, B_1, B_2 имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} Q_2 &= \left(1 - \frac{\beta}{f} \right)^2 e^{-i(\beta+f)d} - \left(1 + \frac{\beta}{f} \right)^2 e^{-i(\beta-f)d}, \\ Q_1 &= 4i \left(1 - \frac{\beta}{f} \right)^2 \sin fd, \\ Q_0 &= \left(1 + \frac{\beta}{f} \right)^2 e^{i(\beta-f)d} - \left(1 - \frac{\beta}{f} \right)^2 e^{i(\beta+f)d}, \\ B_1 &= 1 + \cos \beta s, \quad B_2 = -i (\sin \beta s) (1 + \cos \beta s). \end{aligned} \quad (19)$$

После процедуры выделения основной моды микрополости в уравнении (19), аналогичной процедуре выделения линейных по $\delta = (L/c)[\omega - \Omega(k)]$ членов в разд. 2, дисперсионное уравнение (17) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} [\omega - \Omega(k)] &= F(\omega, k) + H_1 \left\{ \frac{\Gamma_1^2}{\omega_1 - \omega} + \frac{\Gamma_2^2}{\omega_2 - \omega} \right\} + \\ &\quad + H_2 \frac{\Gamma_1^2}{\omega_1 - \omega} \frac{\Gamma_2^2}{\omega_2 - \omega}. \end{aligned} \quad (20)$$

Функция $F(\omega, k)$ с конечной мнимой частью в (20) имеет тот же вид, что и представленная в уравнении (10). В правой части (20) второй и третий резонансные члены определяются верхней и нижней полупроводниковыми пленками. Функции $H_{1,2}$ из (20) равны:

$$\begin{aligned} H_1 &= 2(1 - \beta/f)^2 \sin((\beta + f)d) + (1 + \beta + f)^2 \times \\ &\quad \times 2 \sin((\beta - f)d) - 4(1 - \beta/f)^2 \sin fd, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} H_2 &= 4(\sin(\beta s/2))^2 (-\sin fd) ((\sin(\beta(d-s)/2))^2 - \\ &\quad - (\beta/f)^2 (\cos(\beta(d-s)/2))^2) - \\ &\quad - (\beta/f) \cos(fd) \sin(\beta(d-s)). \end{aligned} \quad (22)$$

Использование тождества $[(\omega_1 - \omega)(\omega_2 - \omega)]^{-1} = (\omega_2 - \omega_1)^{-1} [(\omega_1 - \omega)^{-1} - (\omega_2 - \omega)^{-1}]$ позволяет представить дисперсионное уравнение (20) в линейном по резонансам полупроводников виде с перенормированными силами осцилляторов:

$$\begin{aligned} [\omega - \Omega(k)] &= F(\omega, k) + \frac{\tilde{\Gamma}_1^2}{\omega_1 - \omega} + \frac{\tilde{\Gamma}_2^2}{\omega_2 - \omega}, \\ \tilde{\Gamma}_1^2 &= \Gamma_1^2 \left(H_1 - H_2 \frac{\Gamma_2^2}{\omega_1 - \omega_2} \right), \\ \tilde{\Gamma}_2^2 &= \Gamma_2^2 \left(H_1 + H_2 \frac{\Gamma_1^2}{\omega_1 - \omega_2} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Из (23) следует, что в правую часть дисперсионного уравнения резонансные члены входят в дополнение к функции $F(\omega, k)$, имеющей, как показано в разд. 2, двойной резонанс и конечную мнимую часть. При этом из-за конечной мнимой части $M(\omega, k)$ должно

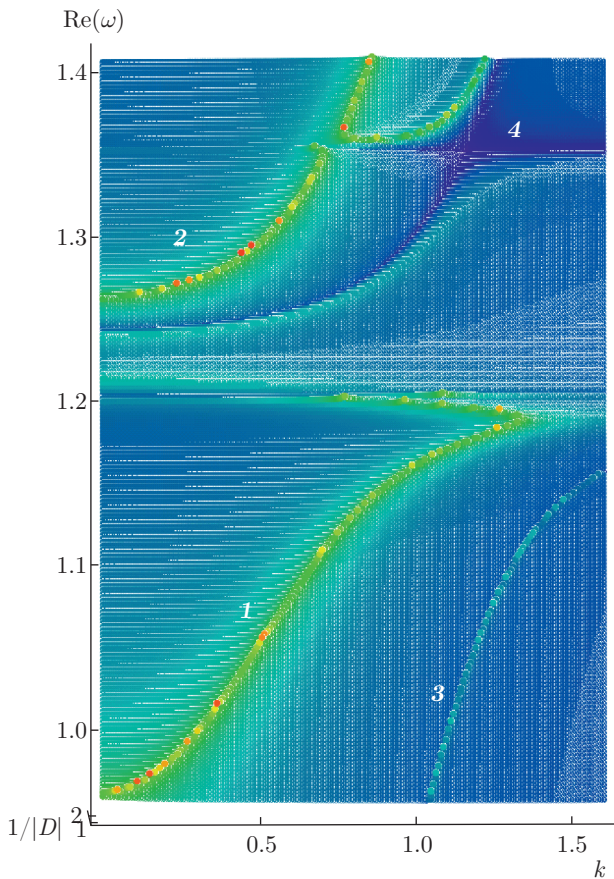


Рис. 6. Поляритонные ветви бинарного гибрида высокочастотный полупроводник–органика. Выше частоты органики появляется система поляритонных ветвей, связанных с частотой полупроводника. Видно общее расщепление основной моды микрополости, трансформируемой в ветви 1 и 2 с большим поляритонным расщеплением на частоте органики и малым расщеплением на частоте полупроводника. Виден след поляритонной ветви органики, трансформируемой в ветви 3 и 4 с большим поляритонным расщеплением — узким горлом при частоте органики

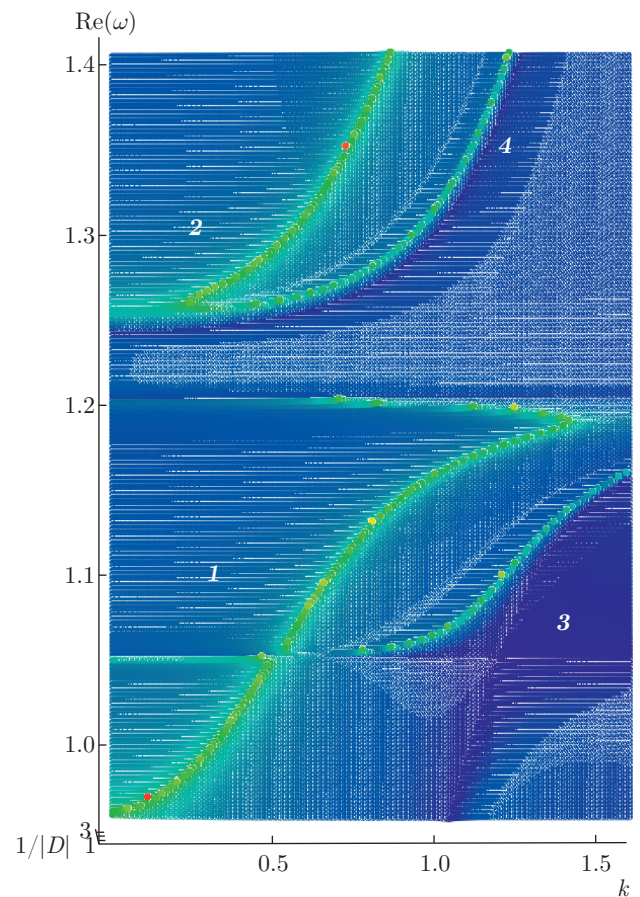


Рис. 7. Система поляритонных ветвей для бинарного гибрида низкочастотный полупроводник–органика в микрополости, когда на рис. 1 виртуально отсутствует верхний полупроводник. Видно в основном симметричное относительно рис. 6 выделение поляритонных ветвей нижнего полупроводника. Однако более точный анализ показывает, что асимметрия поляритонных ветвей относительно частоты органики, присутствующая уже для одной органики в микрополости, проявляется и в этом более общем случае

наблюдаться радиационное уширение уже всех ветвей. Для разных ветвей это будет очевидно различное уширение.

Линейность правой части дисперсионного уравнения (23) по резонансам полупроводников позволяет рассмотреть промежуточные бинарные гибриды с включением раздельно каждого из этих полупроводников.

Рисунки 6–8 демонстрируют эти дисперсионные зависимости в трехмерном пространстве. Рисунок 6 демонстрирует дисперсионные ветви для $\Gamma_1 = 0.005$, $\Gamma_2 = 0$ при сохранении остальных параметров, т. е. в случае, когда на рис. 1 виртуально отсутствует нижний полупроводник, и гибрид бинарный. В этом

случае на рис. 6 выше частоты ω_0 появляется система поляритонных ветвей, связанных с частотой ω_1 . Видно общее расщепление основной моды $\Omega(k)$, трансформируемой в ветви 1 и 2 с большим поляритонным расщеплением на частоте ω_0 и малым расщеплением на частоте ω_1 вследствие неравенства $\Gamma_1 < \Gamma_0$. Также виден общий след поляритонной ветви органики $k^2 = \varepsilon(\omega)(\omega/c)^2$, трансформируемой в ветви 3 и 4 с большим поляритонным расщеплением — узким горлом при частоте ω_0 . Соответственно модифицировалась и зависимость радиационного уширения по сравнению с зависимостью, представленной на рис. 4, для одной органики.

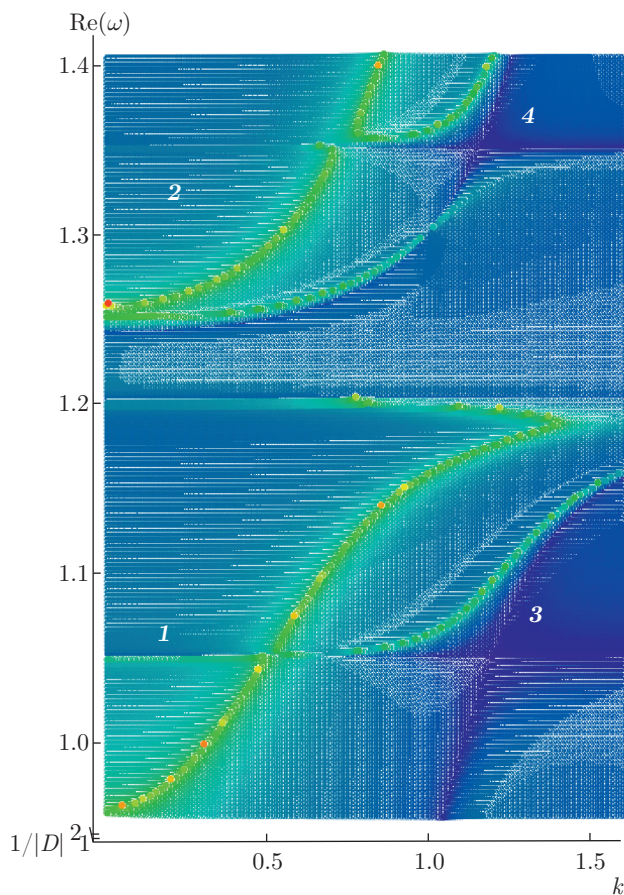


Рис. 8. Полная система дисперсионных зависимостей для микрополости с двумя полупроводниками при последовательности частот $\Omega(0) < \omega_1 < \omega_0 < \omega_2$ и константами $\Gamma_1 = 0.005, \Gamma_2 = 0.005$. Видно, что введение в микрополости двух полупроводников приводит к появлению по крайней мере шести узких горл при пересечениях ветви основной моды микрополости $\Omega(k)$ (кривые 1, 2) и поляритонных ветвей органики $k^2 = \varepsilon(\omega)(\omega/c)^2$ (кривые 3, 4) с частотами полупроводников

Рисунок 7 демонстрирует дисперсионные зависимости для случая, когда в противоположность рис. 6, $\Gamma_1 = 0, \Gamma_2 = 0.005$, т. е. когда на рис. 1 виртуально отсутствует верхний полупроводник. Видно в основном симметричное относительно рис. 6 выделение поляритонных ветвей нижнего полупроводника, однако асимметрия поляритонных ветвей, присутствующая для одной органики в микрополости, проявляется и в этом случае.

Рисунок 8 демонстрирует общую систему дисперсионных зависимостей, когда в микрополости присутствуют оба полупроводника с частотами ω_1, ω_2 с $\Omega(0) < \omega_1 < \omega_0 < \omega_2$ и $\Gamma_1 = 0.005, \Gamma_2 = 0.005$. Видно, что введение двух полупроводников приво-

дит к появлению по крайней мере шести узких горл при пересечениях ветви основной моды микрополости $\Omega(k)$ (кривые 1, 2) и поляритонных ветвей органики $k^2 = \varepsilon(\omega)(\omega/c)^2$ (кривые 3, 4) с частотами полупроводников. Как следствие общего взаимодействия основной моды поля микрополости, органики и двух полупроводников все эти ветви имеют различающиеся радиационные ширины.

Полученные результаты могут быть использованы при исследовании кинетики переноса энергии с многократным изменением формы энергии между компонентами бинарных и триплетных гибридных систем, имплантированных в микрополости.

5. ВЫВОДЫ

Исследованы оптические свойства триплетно-гибрида (полупроводник–органика–полупроводник), имплантированного в микрополости. Рассмотрена гибридная структура, имплантированная в микрополости, с органикой в виде слоя конечной толщины. Разработана и используется оригинальная рекуррентная аналитическая и вычислительная процедура решения системы динамических уравнений для многокомпонентных гибридных структур в микрополости, стартующая от границ микрополости к ее центру. Исследованы частотные зависимости поляритонов, образующихся при гибридизации экситонов Френкеля и основной моды микрополости, взаимодействии бинарного гибрида экситона Френкеля и одного экситона Ванье–Мотта с основной модой, и, наконец, взаимодействии тройного гибрида экситона Френкеля с двумя экситонами Ванье–Мотта с основной модой микрополости. Обнаружены ранее неизвестные поляритонные ветви с нестандартной дисперсионной зависимостью и радиационным затуханием. Полученные результаты могут представлять интерес для исследований кинетики переноса энергии с многократным изменением формы энергии в триплетных и бинарных системах.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Граничные уравнения имеют следующий вид:

$$A_1 e^{i\beta d/2} + A_2 e^{-i\beta d/2} = A_5 e^{ifd/2} + A_6 e^{-ifd/2}, \quad (\text{A.1a})$$

$$A_1 e^{i\beta d/2} - A_2 e^{-i\beta d/2} = (A_5 e^{ifd/2} - A_6 e^{-ifd/2})f/\beta, \quad (\text{A.1b})$$

$$A_5 e^{-ifd/2} + A_6 e^{ifd/2} = A_9 e^{-ifd/2} + A_{10} e^{ifd/2}, \quad (\text{A.1c})$$

$$A_5 e^{-ifd/2} - A_6 e^{ifd/2} = (A_9 e^{-i\beta d/2} - A_{10} e^{i\beta d/2})\beta/f. \quad (\text{A.1d})$$

Из уравнений (A.1a) и (A.1b) в соответствии с (2) и (7) амплитуды $A_{5,6}$ определяются как функции амплитуды A_1 . Эти же амплитуды $A_{5,6}$ из уравнений (A.1c) и (A.1d) определяются как функции амплитуды A_{10}

$$A_5 = \left(\frac{1}{2}\right) A_1 e^{-ifd/2} \left[\left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{i\beta d/2} - \mu \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{-i\beta d/2} \right], \quad (A.2a)$$

$$A_6 = \left(\frac{1}{2}\right) A_1 e^{ifd/2} \left[\left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{i\beta d/2} - \mu \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{-i\beta d/2} \right], \quad (A.2b)$$

$$A_5 = \left(\frac{1}{2}\right) A_{10} e^{ifd/2} \left[\left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{i\beta d/2} - \mu \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{-i\beta d/2} \right], \quad (A.2c)$$

$$A_6 = \left(\frac{1}{2}\right) A_{10} e^{-ifd/2} \left[\left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{i\beta d/2} - \mu \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{-i\beta d/2} \right]. \quad (A.2d)$$

Подстановка A_5 из (A.2a) в (A.2c) и A_6 из (A.2b) в (A.2d) дают следующие два уравнения для двух амплитуд A_1 и A_{10} :

$$\begin{aligned} A_1 W_1 &= A_{10} W_2, \quad A_1 W_3 = A_{10} W_4, \\ W_1 &= e^{-ifd/2} \left[\left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{i\beta d/2} - \mu \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{-i\beta d/2} \right], \\ W_2 &= e^{ifd/2} \left[\left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{i\beta d/2} - \mu \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{-i\beta d/2} \right], \\ W_3 &= e^{ifd/2} \left[\left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{i\beta d/2} - \mu \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{-i\beta d/2} \right], \\ W_4 &= e^{-ifd/2} \left[\left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{i\beta d/2} - \mu \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{-i\beta d/2} \right]. \end{aligned} \quad (A.3)$$

Стандартное решение системы двух уравнений (A.3) дает следующее дисперсионное уравнение:

$$W_1 W_4 = W_2 W_3. \quad (A.4)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Два уравнения непрерывности на верхней границе органики при пренебрежении затухающей поверхностной волны от другой границы имеют следующий вид:

$$A_1 e^{-i\beta(L-d)} + A_2 e^{i\beta(L-d)} = A_3 e^{\kappa(L-d)}, \quad (B.1a)$$

$$A_1 e^{-i\beta(L-d)} - A_2 e^{i\beta(L-d)} = \frac{(-\kappa)}{i\beta} A_3 e^{\kappa(L-d)}, \quad (B.1b)$$

$$\kappa = \sqrt{|\varepsilon(\omega)|(\omega/c)^2 + k^2}.$$

Использование соотношения $A_2 = -\mu A_1$ дает следующие два уравнения:

$$A_1 \left[e^{-i\beta(L-d)} - \mu e^{i\beta(L-d)} \right] = A_3 e^{\kappa(L-d)}, \quad (B.2a)$$

$$A_1 \left[e^{-i\beta(L-d)} + \mu e^{i\beta(L-d)} \right] = \frac{(-\kappa)}{i\beta} A_3 e^{\kappa(L-d)}. \quad (B.2b)$$

Решение (6) дает следующее дисперсионное уравнение:

$$\frac{e^{-i2\beta(L-d)} - \mu}{e^{-i2\beta(L-d)} + \mu} = \frac{i\beta}{(-\kappa)}. \quad (B.3)$$

Выделение в (B.3) основной моды микрополости при $L\beta = \pi$ приводит к следующему дисперсионному уравнению:

$$\mu + 1 = \frac{i2\beta}{(-\kappa)}. \quad (B.4)$$

При использовании зависимости от частоты это уравнение принимает следующий вид:

$$\delta(\omega) = 2\beta(\omega)[\kappa(\omega)]^{-1}. \quad (B.5)$$

При последующем использовании частотной зависимости основной моды микрополости уравнение (B.4) приводится окончательно к виду

$$(\omega - \Omega_k) = C[\kappa(\omega)]^{-1}, \quad C = 2\omega_0/L. \quad (B.6)$$

Инвертированное дисперсионное уравнение (B.6) равно:

$$\kappa(\omega) = \frac{C}{\omega - \Omega_k}. \quad (B.7)$$

Это уравнение в безразмерных переменных $\tilde{\omega} = \omega/\Omega(0)$, $\tilde{k} = kL/\pi$, $\tilde{C} = c/(L/\omega_0)$, использованных в работе [12], имеет следующий вид:

$$\sqrt{\frac{\tilde{\omega}_p^2 - \tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^2 - \tilde{\omega}_0^2} \left(\frac{\tilde{\omega}}{c}\right)^2 + \tilde{k}^2} = \frac{\tilde{C}}{\tilde{\omega} - \tilde{\omega}_c - \tilde{k}^2}. \quad (B.8)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ С

Из двух уравнений (4) амплитуды A_5, A_6 определяются как функции амплитуды A_1 :

$$A_5 = \frac{1}{2} e^{-ifd/2} \left\{ \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) A_3 e^{i\beta d/2} + \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) A_4 e^{-i\beta d/2} \right\},$$

$$A_6 = \frac{1}{2} e^{ifd/2} \left\{ \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) A_3 e^{i\beta d/2} + \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) A_4 e^{-i\beta d/2} \right\}. \tag{C.1}$$

Подстановка A_3, A_4 из (18) позволяет представить A_5, A_6 как функции A_1 :

$$A_5 = A_1 (Z_1 + \tilde{Z}_1), \quad A_6 = A_1 (Z_2 + \tilde{Z}_2), \tag{C.2a}$$

$$Z_1 = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{i(\beta-f)d/2} \times \left[1 + \frac{1}{2} \tilde{\chi}_1 (1 - \mu e^{-i\beta s}) \right] \right\}, \tag{C.2b}$$

$$\tilde{Z}_1 = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{-i(\beta+f)d/2} \times \left[-\mu - \frac{1}{2} \tilde{\chi}_1 (e^{i\beta s} - \mu) \right] \right\}, \tag{C.2c}$$

$$Z_2 = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{i(\beta+f)d/2} \times \left[1 + \frac{1}{2} \tilde{\chi}_1 (1 - \mu e^{-i\beta s}) \right] \right\}, \tag{C.2d}$$

$$\tilde{Z}_2 = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{-i(\beta-f)d/2} \times \left[-\mu - \frac{1}{2} \tilde{\chi}_1 (e^{i\beta s} - \mu) \right] \right\}. \tag{C.2e}$$

Аналогично при старте с противоположной стороны микрополости из двух уравнений (6) амплитуды A_7, A_8 определяются как функции амплитуды A_{10} :

$$A_8 = A_{10} \left[1 + \frac{1}{2} \tilde{\chi}_2 (1 - \mu e^{-i\beta s}) \right],$$

$$A_7 = A_{10} \left[-\mu - \frac{1}{2} \tilde{\chi}_2 (e^{i\beta s} - \mu) \right]. \tag{C.3}$$

Из двух уравнений (5) эти амплитуды A_5, A_6 определяются как функции амплитуд A_7, A_8 :

$$A_5 = \frac{1}{2} e^{ifd/2} \left\{ \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) A_7 e^{-i\beta d/2} + \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) A_8 e^{i\beta d/2} \right\},$$

$$A_6 = \frac{1}{2} e^{-ifd/2} \left\{ \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) A_7 e^{-i\beta d/2} + \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) A_8 e^{i\beta d/2} \right\}. \tag{C.4}$$

Подстановка A_7, A_8 из (A.3) в (A.4) позволяет представить A_7, A_8 как функции A_{10} :

$$A_5 = A_{10} (Z_3 + \tilde{Z}_3), \quad A_6 = A_{10} (Z_4 + \tilde{Z}_4), \tag{C.5a}$$

$$Z_3 = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{i(\beta+f)d/2} \times \left[1 + \frac{1}{2} \tilde{\chi}_2 (1 - \mu e^{-i\beta s}) \right] \right\}, \tag{C.5b}$$

$$\tilde{Z}_3 = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{-i(\beta-f)d/2} \times \left[-\mu - \frac{1}{2} \tilde{\chi}_2 (e^{i\beta s} - \mu) \right] \right\}, \tag{C.5c}$$

$$Z_4 = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 + \frac{\beta}{f}\right) e^{i(\beta-f)d/2} \times \left[1 + \frac{1}{2} \tilde{\chi}_2 (1 - \mu e^{-i\beta s}) \right] \right\}, \tag{C.5d}$$

$$\tilde{Z}_4 = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{\beta}{f}\right) e^{-i(\beta+f)d/2} \times \left[-\mu - \frac{1}{2} \tilde{\chi}_2 (e^{i\beta s} - \mu) \right] \right\}. \tag{C.5e}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. V. M. Agranovich, Yu. N. Gartstein, and M. Litinskaya, Chem. Rev. **111**, 5179 (2011).
2. S. Blumenstegel, S. Xu. Sadofev, J. Puls et al., Phys. Rev. Lett. **97**, 247401 (2006).
3. M. Acherman, M. A. Petruska, S. Kos et al., Nature **429**, 642 (2004).
4. S. Rohmoser, J. Baldauf, R. T. Harley et al., Appl. Phys. Lett. **91**, 92126 (2007).
5. S. Blumenstegel, S. Sadofev, J. Pulset et al., Adv. Matt. **21**, 4850 (2009).
6. G. Itskos, G. Heliotis, P. G. Lagoudakis et al., Phys. Rev. B **76**, 035344 (2007).
7. Q. Zhang, T. Atay, J. R. Tischler et al., Nat. Nanotech. **2**, 555 (2007).

8. K. Ema, M. Inomata, Y. Kato et al., Phys. Rev. Lett. **100**, 257401 (2008).
9. K. Ema, K. Umeda, M. Toda et al., Phys. Rev. B **73**, 241310 (2006).
10. R. Smith, B. Liu, J. Bai et al., Nano Lett. **13**, 3042 (2013).
11. R. Schlesinger, F. Bianchi, S. Blumstenger et al., Nat. Comm. **6**, 6754 (2015).
12. V. M. Agranovich, H. Benisti, and C. Weisbuch, Sol. St. Comm. **102**, 631 (1997).
13. О. А. Дубовский, В. М. Агранович, ФТТ **58**, 1371 (2016).
14. О. А. Dubovskiy and V. M. Agranovich, Sol. St. Comm. **242**, 57 (2017).
15. О. А. Dubovskiy and V. M. Agranovich, Sol. St. Comm. **251**, 66 (2017).
16. О. А. Dubovskiy and V. M. Agranovich, Soft Nanosc. Lett. **7**, 1 (2017).
17. В. М. Агранович, *Теория экситонов*, Наука, Москва (1968).