

СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ В ОБОБЩЕННОЙ (НЕВИНЕРОВСКОЙ) МОДЕЛИ ДИКЕ

А. М. Башаров^{a,b*}, А. И. Трубилко^{c**}

^a Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

^b Московский физико-технический институт (технический университет)
141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия

^c Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России
196105, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 8 ноября 2018 г.,
после переработки 8 ноября 2018 г.
Принята к публикации 5 декабря 2018 г.

Показано, что в случае учета нерезонансных процессов взаимодействия атомов с вакуумным электромагнитным полем в излучении локализованного ансамбля одинаковых атомов должна появляться задержка импульса кооперативного излучения атомного ансамбля, находящегося первоначально в полувозбужденном состоянии. В то же время кооперативное излучение полностью возбужденного ансамбля при определенных параметрах должно начинаться без какой-либо задержки. Это противоположно известным фактам обычного сверхизлучения Дике, в теории которого нерезонансные взаимодействия не учитываются. Модель, учитывающая нерезонансные взаимодействия наряду с другими факторами модели Дике, названа обобщенной моделью Дике.

DOI: 10.1134/S0044451019040084

1. ВВЕДЕНИЕ

При исследовании спонтанного излучения квантовых частиц обычно пренебрегают процессами нерезонансного взаимодействия частиц с вакуумными электромагнитными полями, полагая, что все такие процессы сводятся лишь к учету лэмбовского сдвига [1]. Лэмбовский сдвиг энергетических уровней описывается оператором, не зависящим от состояния электромагнитного поля, что в дальнейшем учитывается простой перенормировкой частоты резонансного перехода квантовой частицы. Между тем, помимо лэмбовского сдвига, нерезонансное взаимодействие с вакуумным квантованным электромагнитным полем (в том же порядке теории возмущений, что и лэмбовский сдвиг) определяет оператор взаимодействия, зависящий билинейно от операторов рождения и уничтожения квантованного электромагнитного поля. Этим оператором обычно пренебрегают, поскольку его среднее зна-

чение равно нулю, а сам он является оператором второго порядка малости по безразмерному параметру отношения энергии взаимодействия атома к частоте его резонансного перехода. Стандартные рассуждения, на основании которых обсуждаемый оператор нерезонансного взаимодействия не учитывают при выводе кинетического уравнения для матрицы плотности, описывающего спонтанный распад, приведены в известной книге [2]. Обычно учитывают лишь оператор резонансного взаимодействия атома с квантованным электромагнитным полем, который является оператором первого порядка малости по указанному безразмерному параметру. Такой подход определяет предсказания теории сверхизлучения Дике [3], которая, таким образом, не учитывает процессы нерезонансного взаимодействия [4, 5]. Ярким и уже привычным здесь эффектом является образование с некоторой задержкой во времени мощного короткого светового импульса сверхизлучения, длительность которого обратно пропорциональна числу атомов в системе, а интенсивность в максимуме определяется квадратом числа излучателей.

* E-mail: basharov@gmail.com

** E-mail: trubilko.andrey@gmail.com

Физические особенности сверхизлучения отражаются в математическом аппарате теории. С точки зрения общей теории, спонтанно излучающая квантовая частица или ансамбль таких квантовых частиц дают пример так называемых квантовых открытых систем. Сверхизлучение является ярким эффектом, характеризующим динамику открытой квантовой системы. После работы [6] стало возможным наиболее просто получать кинетические уравнения в теории квантовых открытых систем при использовании техники квантовых стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) [7]. Эта техника адекватна основному приближению теории открытых систем, в том числе и теории излучения и сверхизлучения — марковскому приближению. В условиях марковского приближения [7] основные динамические уравнения теории, такие как уравнения Шредингера для волнового вектора и оператора эволюции, уравнения Гейзенберга для наблюдаемых становятся математически неопределенными и приобретают корректный статус только после перехода либо к СДУ для волнового вектора/оператора эволюции/наблюдаемой, либо к кинетическим уравнениям для матрицы плотности открытой системы и окружения, либо для матрицы плотности только открытой системы. Ярким «внешним» отличием стохастического дифференциального исчисления от обычного является своеобразная алгебра дифференциалов операторов, называемых дифференциалами Ито, описывающих основные квантовые случайные процессы. Произведения двух дифференциалов операторов, как бы «малые» второго порядка, представляются дифференциалами первого порядка или равны нулю, составляя алгебру дифференциалов Ито, а дифференциал Ито произведения операторов не удовлетворяет правилу дифференцирования Лейбница [8–10].

Математическая теория СДУ для описания процессов излучения без учета нерезонансных взаимодействий основана на порождающем и уничтожающем квантовых случайных процессах [6, 7, 9, 10], которые и определяют СДУ для волнового вектора и/или оператора эволюции атомного ансамбля и его электромагнитного окружения, в том числе и широкополосного (вакуумного). Они полностью определяют квантовый винеровский процесс, поэтому традиционную динамику спонтанного излучения квантовой частицы и коллективного спонтанного излучения (сверхизлучения) ансамбля частиц естественно называть винеровской динамикой.

Если учитывать процессы нерезонансного взаимодействия, то в марковском приближении билиней-

ный оператор по операторам рождения и уничтожения для одной квантовой частицы и для локализованного ансамбля квантовых частиц удается записать через другой основной квантовый случайный процесс, а именно, квантовый считывающий процесс [11, 12]. С точки зрения общей теории квантовых случайных процессов [9, 10, 13], квантовый считывающий процесс совместно с порождающим и уничтожающим процессами определяет квантовый пуассоновский процесс. Динамику открытых систем, определяемую квантовым считывающим процессом естественно называть невинеровской динамикой. Своеобразие этой динамики состоит в том, что для того, чтобы динамика была нетривиальной, наряду со считывающим процессом обязаны также участвовать порождающий и уничтожающий процессы [14]. Но в задаче о коллективном спонтанном излучении атомного ансамбля порождающий и уничтожающий процессы определяют процессы первого порядка по безразмерному параметру, а считывающий — процесс второго порядка. Казалось бы, на фоне процессов первого порядка процессом второго надо либо обоснованно пренебрегать, либо учитывать его точно. Как показано математиками [8], дифференциал Ито, отвечающий считывающему квантовому процессу, обладает другими алгебраическими свойствами по сравнению со свойствами дифференциалов Ито порождающего и уничтожающего процессов. В результате в случае локализованного атомного ансамбля учет процессов второго порядка может быть произведен точно — получаются квантовые СДУ, управляемые всеми тремя основными квантовыми случайными процессами и описывающие изменение оператора эволюции атомного ансамбля и окружения. Это продемонстрировано в работах [11, 12, 14–16]. Стали возможными исследования проявлений невинеровской динамики в других задачах оптики [17–20], поскольку в оптических задачах указано на естественное проявление квантового считывающего процесса — нерезонансные взаимодействия с вакуумными электромагнитными широкополосными полями.

В случае условий модели Дике [3] дополнительный учет нерезонансного взаимодействия атомов с окружающим широкополосным квантованным электромагнитным полем характеризует новую модель квантовой оптики, которую мы называем обобщенной (невинеровской) моделью Дике. Характеристика «невинеровский» указывает на роль квантового считывающего процесса в описании динамики этой новой модели.

Нерезонансные взаимодействия атома с внешними полями характеризуются своим параметром для каждого энергетического уровня, и о них говорят как о параметрах штарковского взаимодействия, поскольку в точности такие же появляются в теории динамического штарк-эффекта в классических полях [21, 22]. В случае атомного ансамбля одинаковых частиц параметры штарковского взаимодействия для коллективных состояний, симметричных относительно перестановки атомов, зависят еще от параметра кооперативности и положения коллективного уровня. Исследование влияния этих параметров на невинеровскую динамику атомного ансамбля аналитическими методами представляется уже затруднительным.

В данной работе мы нашли новый эффект проявления невинеровской динамики атомной системы. Различие в величинах параметров штарковского взаимодействия рабочих уровней атомной системы существенным образом влияет на параметры импульса сверхизлучения, в том числе на время задержки импульса полностью возбужденного и полувозбужденного атомных ансамблей. Обнаруженные эффекты являются при некоторых значениях параметров противоположными эффектам обычной теории сверхизлучения Дике. Основой для их проявления служит явление стабилизации возбужденного атомного состояния по отношению к коллективному распаду при определенном числе атомов ансамбля [12, 23, 24].

На основе численного моделирования мы демонстрируем, что для полностью возбужденного ансамбля с числом атомов, большем определенного критического значения числа атомов, время задержки импульса сверхизлучения, описываемого обобщенной моделью Дике, становится равным нулю. В случае полувозбужденного атомного ансамбля в импульсе сверхизлучения обобщенной модели Дике, напротив, появляется задержка. Критические значения числа атомов локализованного ансамбля появляются в теории невинеровской динамики открытой системы в связи с эффектом стабилизации заданного коллективного квантового уровня системы по отношению к коллективным процессам спонтанного излучения [12]. Для полностью возбужденного состояния атомного ансамбля соответствующее критическое число (при благоприятных условиях) оказывается порядка сотни [12].

Представленные в данной работе эффекты не могут наблюдаться в условиях винеровской динамики, поскольку в ней нет конкурирующих между собой квантовых каналов формирования фотона излу-

чения. В случае невинеровской динамики у возбужденного атомного состояния появляются альтернативы: либо перейти в основное состояние с излучением кванта, либо оставаться в своем возбужденном состоянии. Переход в основное состояние — это проявление процесса резонансного взаимодействия с вакуумным электромагнитным полем. Остаться в возбужденном состоянии можно, излучив и поглотив виртуальный фотон, участвуя, таким образом, в нерезонансном взаимодействии с вакуумным электромагнитным полем. Это нерезонансное взаимодействие формирует дополнительные коллективные (не лэмбовские) сдвиги уровней. Отметим, что переход в нижнее энергетическое состояние — в некотором смысле единичный акт, в то время как переизлучать виртуальный фотон можно как бы неоднократно. В результате окончательный переход в нижнее энергетическое состояние зависит от степени «интенсивности» переизлучательных процессов и в теории появляются параметры, названные критическими значениями чисел атомов ансамбля. Для атомных ансамблей с числом атомов, равным тому или иному критическому значению, становится возможной стабилизация соответствующего коллективного возбужденного состояния, для которой условия определены в работах [12, 23, 24] и вычислены соответствующие критические параметры. Представляется естественным, что, меняя степень близости параметров задачи к критическим, возможно управлять излучательными процессами в невинеровской динамике, описываемой обобщенной моделью Дике. Обнаружению и описанию некоторых условий, при которых невинеровское сверхизлучение обобщенной модели Дике существенно отличается от традиционного сверхизлучения Дике, и посвящена настоящая работа.

2. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ НЕВИНЕРОВСКОЙ ДИНАМИКИ АТОМНОГО АНСАМБЛЯ В ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ДИКЕ

Отличительной особенностью квантовых открытых систем, которые также характеризуются как оптические, является возникновение в описании их динамики величин, имеющих разные масштабы временного изменения. Это отчетливо видно в рассматриваемой нами задаче.

Пусть ансамбль неподвижных одинаковых атомов, часть из которых возбуждена на один и тот же атомный уровень, например $|E_2\rangle$, а другая часть находится в основном энергетическом состоянии $|E_1\rangle$,

взаимодействует с вакуумным квантованным электромагнитным полем с нулевой плотностью фотонов. Ансамбль локализован в области пространства с размерами, много меньшими длины волны излучения, возникающего при переходе с уровня $|E_2\rangle$ на уровень $|E_1\rangle$. Мы рассматриваем взаимодействие в электродипольном приближении, в котором все межатомные взаимодействия, например диполь-дипольное, появляются при построении эффективного гамильтониана задачи [25]. Эти условия отвечают начальной формулировке модели Дике [3].

Запишем исходный, весьма стандартный, гамильтониан взаимодействия в представлении взаимодействия

$$V(t) = - \int d\omega \Gamma(\omega) (b^\dagger(\omega)e^{i\omega t} + b(\omega)e^{-i\omega t}) \times \\ \times \sum_{i,k,j} d_{kj} e^{i\omega_{kj}t} |E_k^{(i)}\rangle \langle E_j^{(i)}|.$$

Здесь аргумент времени у оператора V указывает на его запись в представлении взаимодействия; $\omega_{kj} = (E_k - E_j)/\hbar$ — частота перехода между атомными квантовыми уровнями $|E_k\rangle$ и $|E_j\rangle$; d_{kj} — матричные элементы оператора дипольного момента перехода; $\Gamma(\omega)$ — геометрический параметр взаимодействия открытой системы и окружающего вакуумного электромагнитного поля [12]. Операторы рождения $b^\dagger(\omega)$ и уничтожения $b(\omega)$ характеризуют кванты частоты ω , причем $[b(\omega), b^\dagger(\omega')] = \delta(\omega - \omega')$.

Если предположить выполнение резонансного условия $\omega = \omega_{21}$ для перехода только между заселенным и основным атомными уровнями (резонансными уровнями), то в выражении для оператора взаимодействия, помимо медленно меняющихся во времени слагаемых с фазовым множителем $\exp(\pm i(\omega - \omega_{21})t)$, присутствует много быстропеременных во времени слагаемых типа $\exp(\pm i(\omega + \omega_{21})t)$. Также играют роль и слагаемые с быстропеременным во времени фазовыми множителями $\exp(\pm i(\omega \pm \omega_{kj})t)$, описывающие переходы с нерезонансных уровней на резонансные. Поэтому естественным методом дальнейшего упрощения задачи является метод усреднения Крылова – Боголюбова – Митропольского [26, 27]. Однако в применении к оптическим задачам он весьма громоздкий [21]. В работах [28, 29] развит алгебраический вариант метода, который стали называть алгебраической теорией возмущений [30]. Этот метод в оптике дает весьма естественное введение эффективного гамильтониана задачи $V^{Eff}(t)$ [22].

В представлении взаимодействия общие формулы алгебраической теории возмущений выглядят весьма компактно. Приведем их, чтобы представлять цепочку преобразований, в результате которой получаются основные уравнения обобщенной (невинеровской) модели Дике.

Мы переходим от уравнения Шредингера в представлении взаимодействия, определяемого гамильтонианом $V(t)$,

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi\rangle = V(t) |\Psi\rangle,$$

к новому вектору $|\tilde{\Psi}\rangle = \exp(-iS(t)) |\Psi\rangle$ при помощи унитарного оператора $\exp(-iS(t))$, что сопровождается сохранением формы уравнения, но изменением гамильтониана,

$$\tilde{V}(t) = e^{-iS(t)} V(t) e^{iS(t)} - i\hbar e^{-iS(t)} \frac{d}{dt} e^{iS(t)}.$$

Преобразованный гамильтониан $\tilde{V}(t)$ можно разложить в ряд по генератору унитарного преобразования $S(t)$ при помощи формулы Бейкера – Хаусдорфа:

$$\tilde{V}(t) = V(t) - i[S(t); V(t)] - \\ - \frac{1}{2} [S(t); [S(t); V(t)]] - \dots - i\hbar e^{-iS(t)} \frac{d}{dt} e^{iS(t)}.$$

Поскольку $V(t)$ мал по сравнению с частотой перехода (мала константа взаимодействия), представим операторы $S(t)$ и $\tilde{V}(t)$ в виде рядов по константе взаимодействия

$$S(t) = S^{(1)}(t) + S^{(2)}(t) + \dots, \\ \tilde{V}(t) = \tilde{V}^{(1)}(t) + \tilde{V}^{(2)}(t) + \dots$$

Использованы обозначения $S^{(n)}(t)$ и $\tilde{V}^{(n)}(t)$ для слагаемых, имеющих n -й порядок по константе взаимодействия. Тогда эффективный гамильтониан взаимодействия имеет вид

$$V^{Eff}(t) = V'(t) - \frac{i}{2} [S^{(1)}(t); V(t)]', \quad (1)$$

где штрих означает, что взяты только слагаемые, которые не содержат быстроменяющиеся множители времени, а $S^{(1)}(t)$ находится из уравнения [22, 28]

$$\hbar \frac{d}{dt} S^{(1)}(t) = V'(t) - V(t).$$

Если при решении задачи ограничиться только слагаемым первого порядка малости, то $V^{eff}(t) = V'(t)$ и получаем гамильтониан модели Дике.

Мы же рассматриваем эффективный гамильтониан с точностью до второго порядка малости (1).

Для рассматриваемого ансамбля из N_a одинаковых атомов в итоге имеем

$$V^{Eff}(t) = \int d\omega \Gamma(\omega) b^\dagger(\omega) d_{12} e^{i(\omega - \omega_{21})t} R^- + \text{H.c.} + V^{D-D} + \int d\omega d\omega' \Gamma(\omega) \Gamma(\omega') b^\dagger(\omega) b(\omega') \times e^{i(\omega - \omega')t} \left(\Pi^+(\omega, \omega') \frac{N_a}{2} + \Pi^-(\omega, \omega') R_3 \right),$$

$$V^{D-D} = - \int d\omega \frac{\Gamma^2(\omega) |d_{21}|^2}{\hbar(\omega + \omega_{21})} (R^- R^+ + R^+ R^- - N_a),$$

$$\Pi_k(\omega) = \sum_j \frac{|d_{kj}|^2}{\hbar} \left(\frac{1}{\omega_{kj} + \omega} + \frac{1}{\omega_{kj} - \omega} \right),$$

$$\Pi_{\pm}(\omega, \omega') = \frac{1}{2} \left[(\Pi_1(\omega) + \Pi_1(\omega')) \pm (\Pi_2(\omega) + \Pi_2(\omega')) \right],$$

$$R_3 = \frac{1}{2} \sum_i \left(|E_2^{(i)}\rangle \langle E_2^{(i)}| - |E_1^{(i)}\rangle \langle E_1^{(i)}| \right),$$

$$R^- = \sum_i |E_1^{(i)}\rangle \langle E_2^{(i)}|, \quad R^+ = \sum_i |E_2^{(i)}\rangle \langle E_1^{(i)}|,$$

$$\left[R_3; R^\pm \right] = \pm R^\pm, \quad \left[R^+; R^- \right] = 2R_3.$$

Здесь V^{D-D} представляет собой оператор диполь-дипольного взаимодействия атомов, а лэмбовские сдвиги включены в частоты атомных переходов. Буквами *H.c.* обозначено сопряженное предыдущему.

Стандартным приближением теории открытых систем является марковское приближение. Здесь это означает выполнение условий [6, 7, 10]

$$\Gamma(\omega) = \text{const}, \quad \Pi_{\pm}(\omega, \omega') = \text{const},$$

$$\langle b(\omega) b^\dagger(\omega') \rangle = \delta(\omega - \omega'),$$

в которых уравнение Шредингера становится математически неопределенным, но приобретает корректный статус при перезаписи в виде квантового СДУ. Для оператора эволюции имеем

$$dU(t, t_0) = U(t + dt, t_0) - U(t, t_0) = \left(\exp \left(-\frac{i}{\hbar} V^{Eff}(t) dt \right) - 1 \right) U(t, t_0),$$

где единый символ $V^{Eff}(t)dt$ дает представление эффективного гамильтониана в терминах дифференциалов Ито основных квантовых случайных процессов — порождающего $B^+(t)$, уничтожающего $B(t)$ и считающего $\Lambda(t)$:

$$V^{Eff}(t) dt = V^{D-D} dt + Y^+ dB(t) + Y^- dB^+(t) + Y_\Lambda d\Lambda(t),$$

$$b(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i(\omega - \omega_{21})t} b(\omega),$$

$$B(t) = \int_0^t dt' b(t'), \quad \Lambda(t) = \int_0^t dt' b^\dagger(t') b(t').$$

Свойства алгебры Хадсона – Паргасарати [8], которая определена всеми тремя типами стохастических процессов для вакуумного состояния окружения, дают возможность просуммировать в решении на основе оператора эволюции системы ряды обычной теории возмущений во всех ее порядках. Дальнейшее усреднение по состоянию вакуумного окружения позволяет представить кинетическое уравнение для матрицы плотности ρ ансамбля одинаковых атомов в следующем безразмерном виде (мы использовали рукописные буквы для безразмерных величин):

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = |\chi|^2 \left(R^+ \frac{\mathcal{Y} + i\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2} R^- \rho + \rho R^+ \frac{\mathcal{Y}^\dagger - i\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2} R^- + \frac{\mathcal{Y}}{\mathcal{R}} R^- \rho R^+ \frac{\mathcal{Y}^\dagger}{\mathcal{R}} \right). \quad (2)$$

При записи уравнения (2) мы опустили диполь-дипольное взаимодействие, которое, вследствие своего вида, несущественно в уравнении для диагональных элементов матрицы плотности и которым в стандартной теории сверхизлучения Дике также пренебрегается. Здесь безразмерное время $\tau = \omega_{21}t$ определено резонансной частотой ω_{21} рабочего перехода двухуровневой системы. Слагаемые в правой части порождаются наряду с дифференциалами порождающего и уничтожающего стохастических процессов и считающим процессом, описывающим взаимодействие второго порядка по константе взаимодействия атомов с полем или штарковское взаимодействие. Операторозначные функции $\mathcal{Y} = \exp(-i\mathcal{R}) - 1$, следует понимать как разложения в ряд по оператору

$$\mathcal{R} = \eta_+ \frac{N_a}{2} + \eta_- R_3.$$

Также введены следующие параметры, характерные для описания взаимодействия ансамбля атомов с широкополосным полем с нулевой плотностью числа фотонов:

$$\chi = \frac{\sqrt{2\pi}\Gamma(\omega_{21})d_{21}}{\hbar\sqrt{\omega_{21}}},$$

$$\eta_{\pm} = \frac{2\pi}{\hbar}\Gamma^2(\omega_{21})\left[\Pi_2(\omega_{21}) \pm \Pi_1(\omega_{21})\right].$$

Параметр связи $\Gamma(\omega)$ и параметры штарковского взаимодействия $\Pi_k(\omega)$, ввиду марковского приближения, определены их значениями на центральной частоте вакуумного окружения ω_{21} . В случае пренебрежения штарковским взаимодействием, что отвечает условиям $\eta_{\pm} = 0$, имеем винеровскую динамику атомов модели Дике, описывающую эффект сверхизлучения посредством релаксационного оператора, который содержит только повышающий и понижающий коллективные атомные операторы и следует, таким образом, из обобщенной модели Дике.

3. НЕВИНЕРОВСКАЯ ДИНАМИКА В БАЗИСЕ КОГЕРЕНТНЫХ АТОМНЫХ СОСТОЯНИЙ

Описание явления сверхизлучения на основе представленного уравнения (2) обычно проводят с помощью определенного базиса атомных коллективных состояний. В случае большого числа атомов ансамбля $N_a \gg 1$ и отсутствия различий в значениях штарковских параметров нижнего и верхнего резонансных уровней $\eta_- = 0$ существует аналитическое решение. В обсуждаемой задаче для класса полувозбужденных и близких к ним начальных состояний системы такое решение может быть получено в базисе когерентных атомных состояний [31, 32]. Его введение основано на существовании оператора Казимира рассматриваемой алгебры,

$$R^2 = \frac{1}{2}(R^+R^- + R^-R^+) + \frac{1}{4}R_3^2,$$

который отождествляется с квадратом длины вектора своеобразного углового момента или псевдоспина системы. Сохранение длины вектора позволяет описывать эволюцию системы как движение по поверхности сферы. Тогда различные квантовые состояния атомной системы определены ориентацией псевдоспина на сфере, а конкретное состояние характеризуется азимутальным θ и полярным φ углами Эйлера этого вектора. Такое состояние $|\theta, \varphi\rangle$ имеет следующее представление через собственные векторы базиса Дике:

$$|\theta, \varphi\rangle = \sum_{m=-r}^r |r, m\rangle \binom{2r}{m+r}^{1/2} \left(\sin \frac{\theta}{2}\right)^{r+m} \times \\ \times \left(\cos \frac{\theta}{2}\right)^{r-m} e^{-i(r+m)\varphi}.$$

Здесь мы используем стандартное обозначение для биномиального коэффициента. Напомним, что базисные векторы Дике $|r, m\rangle$ отвечают базису, симметризованному по всем возможным перестановкам состояний атомной системы, и являются собственными векторами операторов Казимира R^2 и инверсии R_3 :

$$\begin{aligned} R^2|r, m\rangle &= r(r+1)|r, m\rangle, \\ R_3|r, m\rangle &= m|r, m\rangle. \end{aligned} \quad (3)$$

Последние образуют $(2r+1)$ -мерное представление алгебры момента с генераторами R_3 и R^{\pm} ,

$$R^{\pm}|r, m\rangle = \sqrt{(r \mp m)(r \pm m + 1)}|r, m \pm 1\rangle.$$

В исходном операторном уравнении (2) перейдем от матрицы плотности атомной системы ρ к ее квазивероятности $Q(\theta, \varphi, \tau)$ посредством представления

$$\rho = \int d\theta d\varphi Q(\theta, \varphi, \tau)|\theta, \varphi\rangle\langle\theta, \varphi|.$$

Это оказывается возможным, поскольку функции $|\theta, \varphi\rangle$, образуют непрерывный переполненный базис с разложением единицы

$$(4\pi)^{-1}(2r+1) \int \sin \theta d\theta d\varphi |\theta, \varphi\rangle\langle\theta, \varphi| = 1,$$

а квазивероятность $Q(\theta, \varphi, \tau)$ нормирована условием $\int d\theta d\varphi Q(\theta, \varphi, \tau) = 1$. При таком переходе операторное уравнение для матрицы плотности трансформируется в обычное дифференциальное уравнение для квазивероятности, из которого следуют уравнения движения для средних от различных комбинаций операторов. Последние определяются соотношением

$$\begin{aligned} \langle (R^+)^n (R_3)^l (R^-)^k \rangle &= \int d\theta d\varphi Q(\theta, \varphi, \tau) \times \\ &\times \langle \theta, \varphi | (R^+)^n (R_3)^l (R^-)^k | \theta, \varphi \rangle, \end{aligned}$$

где подынтегральное среднее

$$\begin{aligned} \langle \theta, \varphi | (R^+)^n (R_3)^l (R^-)^k | \theta, \varphi \rangle &= \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial u}\right)^n \left(\frac{\partial}{\partial w}\right)^l \left(\frac{\partial}{\partial v}\right)^k \chi(u, w, v)|_{u=w=v=0} \end{aligned}$$

можно вычислить, используя производящую функцию

$$\chi(u, w, v) = \left[e^{w/2} \sin^2 \frac{\theta}{2} + e^{-w/2} \times \right. \\ \left. \times \left(u e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \right) \left(v e^{-i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \right) \right]^{2r}.$$

При описании сверхизлучения интерес представляют средние

$$\langle R_3 \rangle = -r \cos \theta, \quad \langle R^+ R^- \rangle = r^2 \sin^2 \theta + \frac{1}{2} r (1 - \cos \theta)^2,$$

которые определены динамикой переменной θ .

В используемых предположениях о большом числе атомов ансамбля $N_a \gg 1$ и при пренебрежении различиями штарковских параметров резонансных уровней для квазивероятности $Q(\theta, \varphi, \tau)$ имеет место обычное уравнение Фоккера – Планка с переменными дрейфовым и диффузионными коэффициентами:

$$\partial_t Q(\theta, \varphi, \tau) = \frac{\gamma(N_a)}{2} \left(\partial_\theta \left(2r \sin \theta + \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} \right) + \right. \\ \left. + \partial_\theta^2 (1 - \cos \theta) - \partial_\varphi^2 \left(\frac{\cos \theta}{1 + \cos \theta} \right) \right) Q(\theta, \varphi, \tau). \quad (4)$$

Здесь невинеровская скорость $\gamma(N_a)$ определена нелинейной функцией:

$$\gamma(N_a) = \gamma_0 \frac{1 - \cos(\eta_+ N_a/2)}{(\eta_+ N_a/2)^2}, \quad (5)$$

где $\gamma_0 = 2|\chi|^2$ — скорость обычного сверхизлучательного распада коллектива атомов. Нетрудно видеть, что невинеровская динамика ансамбля изменяет величину скорости ее коллективной релаксации, модулируя последнюю. Более того, в случаях определенного критического значения числа N_* атомов ансамбля, определяемого условием $\eta_+(N_*/2) = 2\pi k$, $k = 1, 2, 3, \dots$, происходит полное замораживание коллективного распада, $\gamma(N_*) = 0$, и стабилизация состояния атомной системы по отношению к коллективной релаксации.

Динамика атомного ансамбля может быть проиллюстрирована движением «конца вектора» псевдоспина на поверхности сферы Блоха постоянного радиуса. Действительно, полностью возбужденному состоянию атомов отвечает северный полюс сферы, где $\theta = \pi$, южный полюс ($\theta = 0$) отвечает нижнему вакуумному состоянию ансамбля, а экваториальные точки сферы ($\theta = \pi/2$) — соответственно полувозбужденному ансамблю атомов. Для описания эволюции системы из начального полувозбужденного и близкого к нему состояния пренебрежем в уравнении (4) диффузионными коэффициентами. Тогда

для среднего значения азимутального угла имеем простое уравнение

$$\partial_\tau \theta = -\mathcal{G}(\tau) \sin \theta, \quad (6)$$

дрейфовый коэффициент которого

$$\mathcal{G}(\tau) = \gamma(N_a) \left(r + \frac{1}{2(1 + \cos \theta)} \right)$$

представляет собой сумму двух слагаемых, первое из которых определяется кооперативным числом $r = N_a/2$ для случая симметризованного состояния и оказывается по величине много больше второго. Это слагаемое существенно во всей области значений азимутального угла, за исключением точки $\theta = \pi$, отвечающей полностью возбужденному ансамблю. В последнем случае динамика системы определяется как дрейфовым, так и диффузионными слагаемыми уравнения (4), и такое начальное состояние системы в аналитическом решении мы рассматривать не будем.

Для невинеровской динамики ансамбля большого числа атомов решение уравнения (6) имеет следующий простой вид:

$$\cos \theta(\tau) = \frac{\cos \theta_0 + \text{th} \left(\frac{N_a}{2} \gamma(N_a) \tau \right)}{1 + \cos \theta_0 \text{th} \left(\frac{N_a}{2} \gamma(N_a) \tau \right)},$$

а начальное состояние задано значением угла θ_0 . Используя связь средней интенсивности сверхизлучения (СИ) с убылью энергии ансамбля $I(\tau) = -q\hbar\omega_{21}\partial_\tau \langle R_3 \rangle$, нетрудно теперь определить ее как функцию времени:

$$I(\tau) = I_0 \frac{\gamma(N_a)}{2} \frac{\sin^2 \theta_0 \text{sech}^2 \left(\frac{N_a}{2} \gamma(N_a) \tau \right)}{\left(1 + \cos \theta_0 \text{th} \left(\frac{N_a}{2} \gamma(N_a) \tau \right) \right)^2},$$

где $I_0 = q(N_a^2/2)\hbar\omega_{21}$, q — геометрический фактор.

Проанализируем невинеровскую динамику атомного ансамбля в рассматриваемых условиях. Естественно, что при критических значениях N_* числа атомов в ансамбле происходит подавление коллективной релаксации, обусловленное штарковским взаимодействием атомов с вакуумным окружением, никакого сверхизлучения в этих случаях не наблюдается, а интенсивность определяется излучением некогерентных независимых источников. На рис. 1 представлены типичные графики импульсов сверхизлучения невинеровской динамики ансамбля атомов, приготовленных в разных начальных состояниях при значениях числа атомов, отличных от критического. Качественный характер зависимостей от

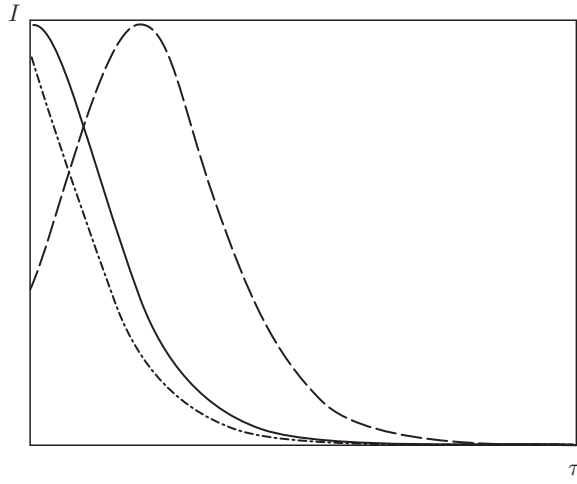


Рис. 1. Зависимости интенсивности импульса СИ от времени для атомного ансамбля с равными значениями констант штарковского взаимодействия. Штриховая кривая — возбужденный атомный ансамбль в начальном состоянии ($\theta_0 > \pi/2$), сплошная кривая — полувозбужденный атомный ансамбль в начальном состоянии ($\theta_0 = \pi/2$), штрихпунктирная кривая — атомный ансамбль в начальном состоянии, для которого $\theta_0 < \pi/2$

времени для ансамблей с разным числом атомов оказывается неизменным и таким же, как и для обычной винеровской динамики явления сверхизлучения. Естественно, что при этом абсолютные значения интенсивности в случаях невинеровской и винеровской динамики ансамбля и разного числа атомов в ансамбле изменяются, как различны и абсолютные значения времени задержки импульса. Из проведенного анализа и рис. 1 следует, что время задержки отсутствует для полувозбужденного начального атомного состояния с $\theta_0 = \pi/2$ и атомных состояний с $\theta_0 < \pi/2$, что отвечает безынверсному состоянию и состояниям с отрицательной инверсией. В случае возбужденного начального состояния с $\theta_0 > \pi/2$ появляется время задержки. Оно отвечает времени перехода системы к состоянию с максимально возможным в данных условиях коллективным дипольным моментом системы. Другими словами, это время, в течение которого псевдовектор на сфере Блоха эволюционирует из начального состояния до полувозбужденного, которое и характеризуется максимальным значением коллективного дипольного момента атомной системы. Напомним, что в данном случае мы можем анализировать только начальные состояния, отличные от состояния, где все атомы в системе возбуждены, в условиях отсутствия отличий в штарковских параметрах для нижнего и верхнего резонансных уровней $\eta_- = 0$.

4. НЕВИНЕРОВСКАЯ ДИНАМИКА В БАЗИСЕ ДИКЕ

Рассмотрим теперь случай, когда величины параметров штарковских взаимодействий рабочих уровней имеют разные значения, и исследуем зависимость интенсивности в импульсе сверхизлучения от времени. Описание кинетики системы проведем, используя базис Дике, построенный на собственных векторах $|r, m\rangle$, $-r \leq m \leq r$, определенных соотношением (3). Основное состояние такого симметризованного ансамбля из $N_a = 2r$ задано вектором $|N_a/2, -N_a/2\rangle$, состояние, в котором все атомы возбуждены, описывается вектором $|N_a/2, N_a/2\rangle$, наконец, состояние полувозбужденного ансамбля атомов определено как $|N_a/2, 0\rangle$. Анализируемое кинетическое уравнение (2) в этом случае связывает только диагональные матричные элементы, и для $\langle r, m|\rho|r, m\rangle = \rho_{mm}$ имеет следующий явный вид:

$$\frac{\partial \rho_{mm}}{\partial \tau} = -2|\chi|^2 g_{m,m-1} C_{m-1} \rho_{mm} + 2|\chi|^2 g_{m+1,m} C_m \rho_{m+1,m+1}, \quad (7)$$

где

$$g_{m,m-1} = \langle r, m|R^+|r, m-1\rangle \langle r, m-1|R^-|r, m\rangle = (r+m)(r-m+1).$$

По сравнению с уравнением, отвечающим винеровской динамике, в уравнении (7) сомножителями скоростных коэффициентов выступают нелинейные периодические функции

$$C_m = \frac{1 - \cos\left(\eta_+ \frac{N_a}{2} + \eta_- m\right)}{\left(\eta_+ \frac{N_a}{2} + \eta_- m\right)^2},$$

обусловленные учетом штарковского взаимодействия и проявлением накопительного свойства квантового считывающего случайного процесса. Именно благодаря этим сомножителям скорости коллективной релаксации определенных уровней могут обращаться в нуль, что приводит к стабилизации этих состояний системы по отношению к кооперативной релаксации. Так, при переходе системы, например из полностью возбужденного симметризованного состояния $|N_a/2, N_a/2\rangle$ в основное $|N_a/2, -N_a/2\rangle$, атомная система эволюционирует через целый ряд промежуточных состояний $|r, m\rangle$ лестницы Дике. Для части этих состояний,

таких что $\eta_+ N_a/2 + \eta_- m = 2\pi k$, $k = 1, 2, 3, \dots$, скорость коллективной релаксации становится равна нулю и эти состояния будут индифферентны к кооперативному распаду.

Интенсивность сверхизлучения в импульсе в зависимости от времени определяется как среднее от убыли энергии коллектива атомов $I(\tau) = -q \frac{d}{d\tau} \text{Sp}(\hbar\omega_{21} R_3 \rho)$ и может быть записана в виде суммы:

$$I(\tau) = q \sum_{m=-N_a/2}^{m=N_a/2} \gamma_0 \hbar\omega_{21} g_{m,m-1} C_{m-1} \rho_{mm} = q_0 \sum_{-N_a/2}^{N_a/2} G_{m,m-1} \rho_{mm},$$

где $\gamma_0 = 2|\chi|^2$ — скорость коллективной релаксации атомного ансамбля в условиях винеровской динамики, q — геометрический фактор, а величина $G_{m,m-1} = g_{m,m-1} C_{m-1}$. Напомним, что в случае обычной винеровской динамики кооперативного излучения полностью возбужденного начального состояния $|N_a/2, N_a/2\rangle$ ансамбля большого числа атомов $N_a \gg 1$ интенсивность импульса описывается известным соотношением

$$I(\tau) = q \frac{N_a^2}{4} \gamma_0 \text{sech}^2 \left(\gamma_0 \frac{N_a}{2} (\tau - \tau_0) \right).$$

Время задержки импульса $\tau_0 = (\gamma_0 N_a)^{-1} \ln N_a$ вычисляется на основе определения среднего времени $\langle \tau \rangle$ [33] излучения системой n фототов при переходе из возбужденного состояния в основное, которое в общем случае определяется как сумма:

$$\langle \tau \rangle = \sum_{N_a/2-n-1/2}^{N_a/2} (\gamma_0 g_{m,m-1})^{-1}.$$

В случае полувозбужденного начального состояния $|N_a/2, 0\rangle$ атомной системы верхняя граница этой суммы равна нулю, что приводит к отсутствию задержки импульса. Это обстоятельство проявляется и при невинеровской динамике в случае равенства величин параметров штарковского взаимодействия рабочих уровней, что иллюстрируется рис. 1. Однако в общем случае невинеровской динамики ансамбля величина $g_{m,m-1}$ заменяется величиной $G_{m,m-1}$ и соответствующие характеристики модулируются периодической функцией C_{m-1} , зависящей не только от числа атомов в ансамбле, но и от собственного значения оператора коллективной инверсии, что не позволяет провести прямой расчет.

Представим результаты численного расчета интенсивности импульса сверхизлучения при невинеровской динамике коллектива атомов с учетом проявления в штарковском взаимодействии слагаемого, определенного произведением $\eta_- m$. Мы исследовали атомный ансамбль, приготовленный в полностью возбужденном состоянии $|N_a/2, N_a/2\rangle$, и атомный ансамбль в полувозбужденном состоянии $|N_a/2, 0\rangle$, коллективная инверсия которого равна нулю. Как следует из результатов работы [12], эффект штарковского взаимодействия, определяемый малостью значений параметров η_{\pm} , начинает проявляться для атомных ансамблей, где число атомов значительно, а именно, $N_a \approx 100$. Этот факт связан, в частности, с тем, что при выводе основного кинетического уравнения (2) используются следующие соотношения между константами взаимодействия: $\eta_{\pm} \ll \chi \ll \ll 1$. Поскольку проявление штарковского излучательного взаимодействия в наблюдаемой определено аргументом периодической нелинейной функции C_m , представим численный расчет, который использует перенормировку, в которой параметр $N_a = 8$, а значения параметров η_{\pm} выбраны как доли числа π (приведены на представленных графиках). Величина последних при выборе такой перенормировки задает значение числа атомов ансамбля.

Рассмотрим коллективное излучение ансамбля, в начальном состоянии которого все атомы возбуждены $|N_a/2, N_a/2\rangle$. Будем считать, что константы штарковского взаимодействия рабочих уровней одинаковы, $\eta_- = 0$. С ростом числа атомов в условиях невинеровской динамики ансамбля до первого критического значения $\eta_+ N_a = 4\pi$ величина интенсивности в пике импульса сверхизлучения уменьшается, а величина времени задержки импульса растет, что представлено на рис. 2а. В условиях, когда число атомов отвечает первому критическому значению, скорость коллективного распада оказывается точно равной нулю и излучение системы определяется некогерентным излучением каждого из атомов ансамбля. По мере дальнейшего роста числа атомов вновь возникает импульс кооперативного излучения системы, интенсивность которого увеличивается с ростом числа атомов до некоторого максимального значения, при этом величина времени задержки уменьшается, что иллюстрирует рис. 2б. При продолжающемся увеличении атомов в ансамбле до величины, определяемой вторым критическим значением, интенсивность сверхизлучения в максимуме вновь уменьшается с ростом времени задержки в импульсе.

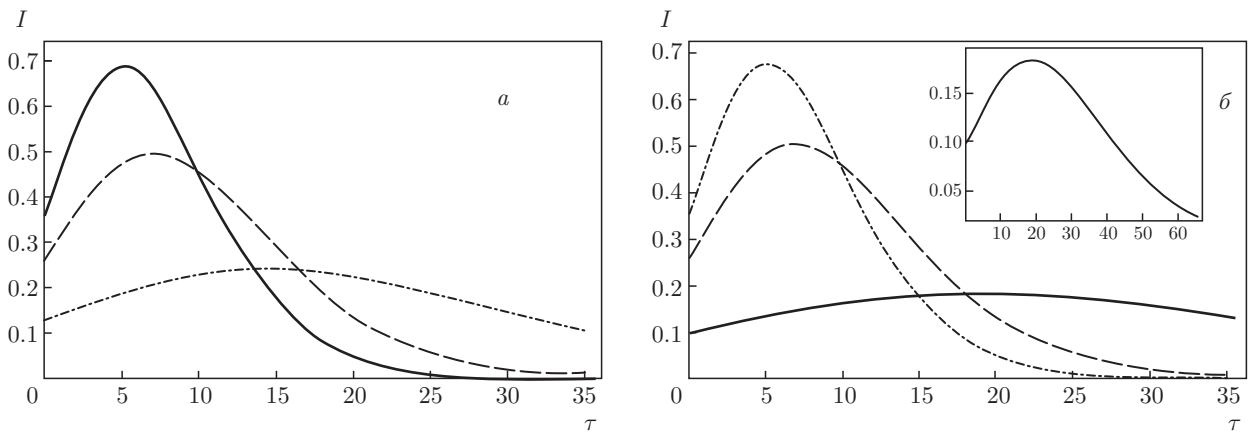


Рис. 2. *а)* Зависимости интенсивности импульса СИ от времени для невинеровской динамики полностью возбужденного атомного ансамбля для значений числа атомов в ансамбле, меньших первого критического. Параметры штарковского взаимодействия рабочих уровней одинаковы, $\eta_- = 0$. Сплошная кривая — $\eta_+ = 3\pi/4$, штриховая — $\eta_+ = 3\pi/4 + 0.2$, штрихпунктирная — $\eta_+ = 3\pi/4 + 0.4$. *б)* То же для значений числа атомов в ансамбле, больших первого критического. Параметры штарковского взаимодействия рабочих уровней одинаковы, $\eta_- = 0$. Сплошная кривая — $\eta_+ = \pi/2 + 0.2$, штриховая — $\eta_+ = \pi/2 + 0.4$, штрихпунктирная — $\eta_+ = \pi/2 + 0.8$

Рассмотрим теперь кооперативное излучение полностью возбужденного атомного ансамбля с учетом различий в константах штарковского взаимодействия рабочих уровней, $\eta_- \neq 0$. Здесь критические значения, отвечающие условиям $\eta_+ N_a/2 + \eta_- m = 2\pi k$, $k = 1, 2, 3, \dots$, определяются не только полным числом атомов ансамбля, но и собственным значением оператора коллективной инверсии, квантовым числом m . В этом случае для атомных ансамблей, где число атомов определено значениями, меньшими, чем первое критическое, наблюдаются те же эффекты, что и для ансамблей, где $\eta_- = 0$. Здесь по мере роста числа излучателей в системе интенсивность в пике импульса сверхизлучения уменьшается, а время задержки импульса растет, что продемонстрировано на рис. 3а. Однако при числах атомов в ансамбле, больших первого критического, наблюдается новый эффект. Значение времени задержки импульса для начальных, вслед за критическим, значений числа атомов оказывается равным нулю, что демонстрирует сплошная кривая на рис. 3б. Эффект усиливается в условиях, когда константы штарковских взаимодействий рабочих уровней сильно различаются (рис. 3в).

На рис. 4 представлены зависимости интенсивностей импульса сверхизлучения обобщенной модели Дике для полувозбужденного атомного ансамбля $|N_a/2, 0\rangle$ в условиях равенства значений констант штарковского взаимодействия рабочих уровней ато-

мов, $\eta_- = 0$. Как видно из графиков, и для значений N_a числа атомов ансамбля, меньших первого критического (рис. 4а), и для значений числа атомов, больших первого критического (рис. 4б), для максимальной интенсивности характерно осцилляционное поведение, при этом импульсы не имеют задержки, что согласуется с аналитическим расчетом в базе, использующем атомные когерентные состояния.

Исследование импульса кооперативного излучения полувозбужденного ансамбля с разным значением параметров штарковского взаимодействия рабочих уровней приводит к следующим результатам. Уже для атомных ансамблей с числом излучателей, меньших первого критического значения, в импульсе сверхизлучения наблюдается задержка, что никогда и ни при каких обстоятельствах не наблюдается в условиях винеровской динамики системы. Это явление проявляется тем сильнее, чем менее различимы величины η_- и η_+ . Из рис. 5а следует, что по мере роста числа атомов до значения, отвечающего первому критическому, максимальное значение интенсивности уменьшается и свидетельствует о стабилизации атомных состояний по отношению к коллективной релаксации, а время задержки в импульсе возрастает. По мере увеличения числа атомов ансамбля до значений, больших, чем первое критическое, значение интенсивности увеличивается до некоторого максимального, при этом никакой задержки импульса не наблюдается, что показано на рис. 5б. После появления импульса, отвечающе-

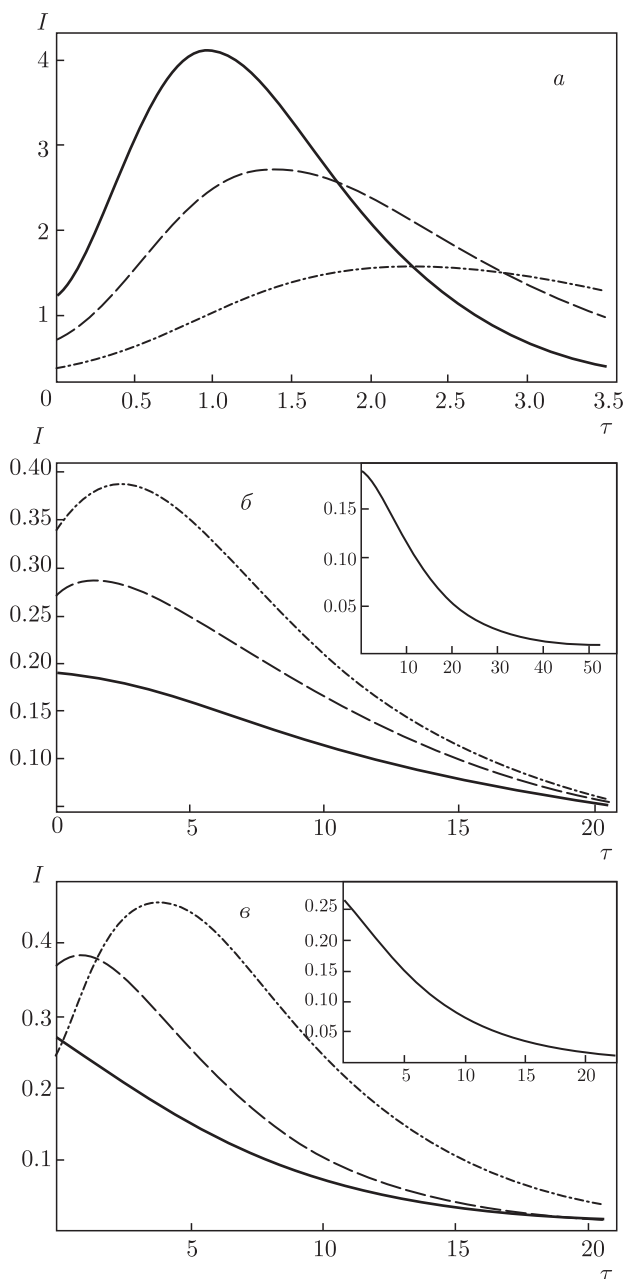


Рис. 3. а) Зависимости интенсивности импульса СИ от времени для невинеровской динамики полностью возбужденного атомного ансамбля при значениях числа атомов в ансамбле, меньших первого критического. Параметры штарковского взаимодействия рабочих уровней разные, $\eta_- = \pi/8$. Сплошная кривая — $\eta_+ = \pi/4$, штриховая — $\eta_+ = \pi/4 + 0.1$, штрихпунктирная — $\eta_+ = \pi/4 + 0.2$. б, в) То же при значениях числа атомов в ансамбле, больших первого критического. Параметры штарковского взаимодействия рабочих уровней разные, $\eta_- = \pi/8$ (б), $\pi/4$ (в). б) Сплошная кривая — $\eta_+ = \pi/4 + 0.8$, штриховая — $\eta_+ = \pi/4 + 0.9$, штрихпунктирная — $\eta_+ = \pi/4 + 1.0$. в) Сплошная кривая — $\eta_+ = \pi/4 + 0.6$, штриховая — $\eta_+ = \pi/4 + 0.8$, штрихпунктирная — $\eta_+ = \pi/4 + 1.2$

го наибольшему значению в максимуме, дальнейшее увеличение атомов в ансамбле вновь приводит к уменьшению интенсивности в максимуме и появлению времени задержки для импульса. Обсуждаемые эффекты обусловлены невинеровской динамикой системы и связаны с периодическим характером функции S_m , появление которой в теории есть одно из отличительных свойств обобщенной модели Дике по сравнению с обычной моделью Дике.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы исследовали картину кооперативного спонтанного излучения ансамбля одинаковых атомов в зависимости от числа атомов ансамбля и параметров штарковского взаимодействия. В отличие от обычного спонтанного излучения Дике, в котором зависимость от числа атомов проста, наглядна и общеизвестна [3], а нерезонансные взаимодействия не учитываются, при последовательном учете нерезонансного взаимодействия атомов локализованного ансамбля с окружающим электромагнитным полем зависимость от числа атомов приобретает сложный характер. В статье описаны условия, при которых кооперативное спонтанное излучение протекает существенно differently от сверхизлучения Дике. Это дает возможность говорить о своеобразной «инженерии» квантовых состояний атомного ансамбля, позволяющей формировать при его невинеровской динамике импульсы кооперативного спонтанного излучения с различными задержками и интенсивностями. Однако в отличие от обычного сверхизлучения Дике аналитическое описание такого импульса уже вряд ли возможно, и нам пришлось его параметры и описанные закономерности определять численно. Заметим, что, как установлено в работе [34], если атомы обладают постоянным дипольным моментом, то в ряде обсуждаемых условий профиль импульса сверхизлучения определяет и профиль низкочастотного излучения, попутно генерируемого в области терагерцевых частот.

Во многих работах по нелинейной и квантовой оптике термин сверхизлучение, первоначально введенный Дике для описания излучения именно локализованного ансамбля одинаковых атомов, приобрел значительно более широкое толкование [35]. Многие исследования посвящены протяженным средам, в том числе изучение сверхизлучения примесей в твердотельных матрицах [36] и сверхизлучения нанокристаллов [37]. Здесь теоретические исследования никак не выходят за рамки резонанс-

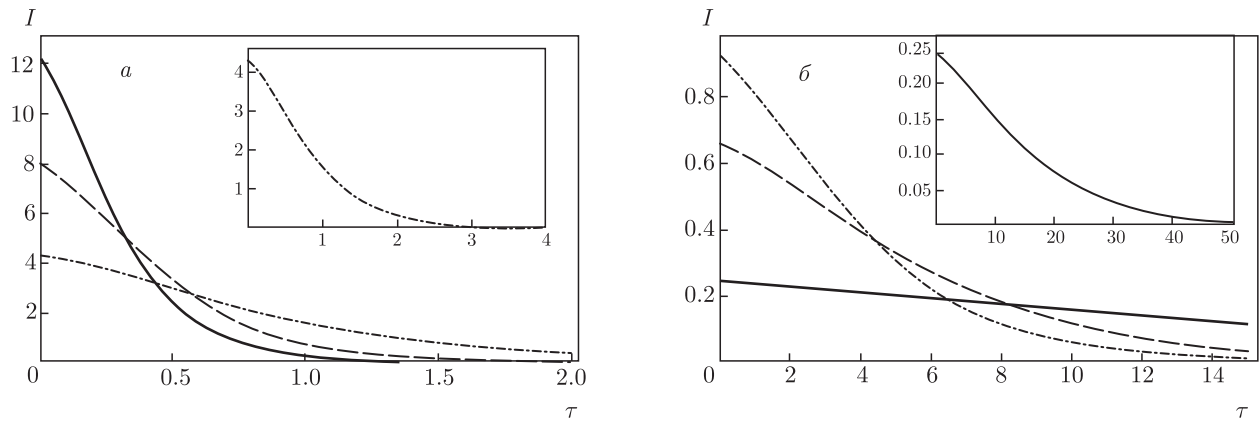


Рис. 4. а) Зависимости интенсивности импульса СИ от времени для невинеровской динамики полувозбужденного атомного ансамбля при значениях числа атомов в ансамбле, меньших первого критического. Параметры штарковского взаимодействия рабочих уровней одинаковые, $\eta_- = 0$. Сплошная кривая — $\eta_+ = \pi/4 - 0.2$, штриховая — $\eta_+ = \pi/4$, штрихпунктирная — $\eta_+ = \pi/4 + 0.2$. б) То же при значениях числа атомов в ансамбле, больших первого критического. Параметры штарковского взаимодействия рабочих уровней одинаковые, $\eta_- = 0$. Сплошная кривая — $\eta_+ = \pi/2 + 0.2$, штриховая — $\eta_+ = \pi/2 + 0.4$, штрихпунктирная — $\eta_+ = \pi/2 + 0.6$

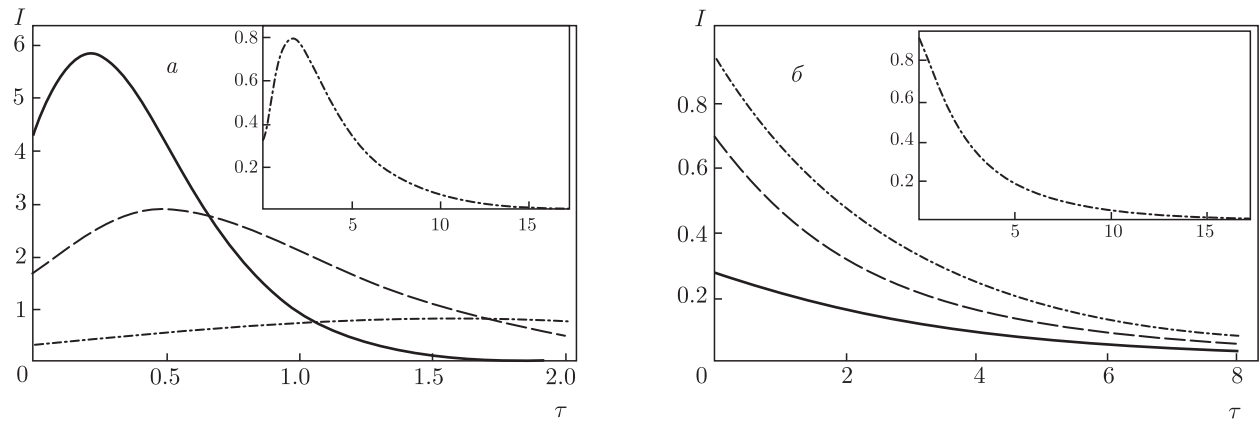


Рис. 5. а) Зависимости интенсивности импульса СИ от времени для невинеровской динамики полувозбужденного атомного ансамбля при значениях числа атомов в ансамбле, меньших, чем первое критическое. Параметр штарковского взаимодействия $\eta_- = \pi/4$. Сплошная кривая — $\eta_+ = \pi/4 + 0.4$, штриховая — $\eta_+ = \pi/4 + 0.6$, штрихпунктирная — $\eta_+ = \pi/4 + 0.8$. б) То же при значениях числа атомов в ансамбле, больших, чем первое критическое. Параметр штарковского взаимодействия $\eta_- = \pi/4$. Сплошная кривая — $\eta_+ = \pi/4 + 1.2$, штриховая — $\eta_+ = \pi/4 + 1.4$, штрихпунктирная — $\eta_+ = \pi/4 + 1.6$

ного приближения и все теоретические модели не учитывают нерезонансные взаимодействия, анализу влияния которых на сверхизлучение локализованных ансамблей посвящена данная работа. Что касается локализованных атомных ансамблей, то их рассмотрение ограничивается моделями, в которых атомы локализованы в одномодовых резонаторах, см., например, недавнюю работу [38]. В ней учитываются нерезонансные взаимодействия штарковского типа, однако такой учет для одной моды не

определяет квантового считывающего процесса и, соответственно, невинеровской динамики открытой системы. Если в подобных задачах учитывать также штарковское взаимодействие атомов с широкополосным квантованным полем, то невинеровская динамика определяет условия «запирания» фотонов в микрорезонаторе [14]. Здесь также возможен анализ формирования импульса «утечки» из микрорезонатора в духе нашей работы. В других задачах авторы стараются не учитывать нерезонансные вза-

имодействия, поскольку они нарушают «хорошие» свойства моделей. Например, учет нерезонансных процессов в двух- и трехуровневых моделях часто нарушает точную интегрируемость этих моделей, поэтому большинство аналитических исследований здесь ограничено лишь резонансным приближением (см., например, [39]). Соответственно, не используются методы алгебраической теории возмущений [22, 28–30] для формулировки исходных уравнений исследуемых моделей и многие результаты проводимых численных исследований заранее ограничены рамками винеровской динамики.

Еще раз подчеркнем, что в нашей работе термин сверхизлучение Дике использован в первоначальном контексте работы Дике [3]. Мы лишь показали новые эффекты, возникающие в условиях формулировки модели Дике при дополнительном учете нерезонансных взаимодействий атомов ансамбля с вакуумным широкополосным электромагнитным полем, которые в рамках подхода на основе СДУ можно учесть точно.

Финансирование работы. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 16-02-00453а).

ЛИТЕРАТУРА

1. P. W. Milonni, *The Quantum Vacuum*, Acad. Press, Boston (1994).
2. К. Блум, *Теория матрицы плотности и ее приложения*, Мир, Москва (1983).
3. R. Dike, *Phys. Rev.* **93**, 99 (1954).
4. А. В. Андреев, В. И. Емельянов, Ю. А. Ильинский, *Кооперативные явления в оптике. Сверхизлучение. Бистабильность. Фазовые переходы*, Наука, Москва (1988).
5. M. G. Benedict, A. M. Ermolaev, V. A. Malyshev, I. V. Sokolov, and E. D. Trifonov, *Super-Radiance: Multiatomic Coherent Emission*, IOP, Bristol and Philadelphia (1996).
6. C. W. Gardiner and M. J. Collett, *Phys. Rev. A* **31**, 3761 (1985).
7. C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum Noise*, Springer-Verlag, Berlin (2000, 2004).
8. R. L. Hudson and K. R. Parthasarathy, *Comm. Math. Phys.* **93**, 301 (1984).
9. В. П. Белавкин, *УМН* **47**, 47 (1992).
10. А. С. Холево, *Итоги науки и техн., сер. Совр. пробл. математики. Фунд. направления. ВИНТИ* **83**, 3 (1991).
11. A. M. Basharov, *Phys. Lett. A* **375**, 784 (2011).
12. A. M. Basharov, *Phys. Rev. A* **84**, 013801 (2011).
13. В. П. Белавкин, *ТМФ* **110**, 46 (1997).
14. А. М. Башаров, *ЖЭТФ* **140**, 431 (2011).
15. A. M. Basharov, *Phys. Lett. A* **376**, 1881 (2012).
16. А. М. Башаров, *Опт. и спектр.* **116**, 532 (2014).
17. B. Q. Baragiola, R. L. Cook, A. M. Branczyk, and J. Combes, *Phys. Rev. A* **86**, 013811 (2012).
18. A. Dabrowska, G. Sarbicki, and D. Chruscinski, *Phys. Rev. A* **96**, 053819 (2017).
19. B. Q. Baragiola and J. Combes, *Phys. Rev. A* **96**, 023819 (2017).
20. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, *Письма в ЖЭТФ* **107**, 555 (2018).
21. В. С. Бутылкин, А. Е. Каплан, Ю. Г. Хронополо, Е. И. Якубович, *Резонансные взаимодействия света с веществом*, Наука, Москва (1977).
22. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear Optical Waves*, Kluwer Acad., Dordrecht (1999).
23. A. M. Basharov, *Phys. Lett. A* **375**, 2249 (2011).
24. А. М. Башаров, *Письма в ЖЭТФ* **94**, 28 (2011).
25. C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Photons and Atoms: Introduction to Quantum Electrodynamics*, Wiley (1997).
26. Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов, *Введение в нелинейную механику*, РХД, Москва (2004) (переиздание книги 1937 г.).
27. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*, Физматлит, Москва (1958).
28. А. М. Башаров, А. И. Маймистов, Э. А. Манькин, *ЖЭТФ* **84**, 487 (1983).
29. Е. Ю. Перлин, А. В. Федоров, М. Б. Кашевник, *ЖЭТФ* **85**, 1357 (1983).
30. V. N. Bogaeovski and A. Povzner, *Algebraic Methods in Nonlinear Perturbation Theory*, Springer (1991).
31. J. M. Radcliffe, *J. Phys. A* **4**, 313 (1971).
32. F. T. Arecchi, E. Courtens, R. Gilmore, and H. Thomas, *Phys. Rev. A* **6**, 2211 (1972).

33. В. М. Файн, УФН **64**, 273 (1958).
34. A. M. Basharov, J. Phys. CS **1069**, 012002 (2018).
35. Вл. В. Кочаровский, В. В. Железняков, Е. Р. Кочаровская, В. В. Кочаровский, УФН **187**, 367 (2017).
36. K. Cong, Q. Zhang, Y. Wang, G. T. Noe II, A. Belyanin, and J. Kono, J. Opt. Soc. Amer. B **33**, C80 (2016).
37. C. Bradac, M. T. Johnsson, M. van Breugel, B. Q. Baragiola, and R. Martin, Nature Comm. **8**, 1205 (2018).
38. Z. Zhang, C. H. Lee, R. Kumar, K. J. Arnold, S. J. Masson, A. L. Grimsmo, A. S. Parkins, and M. D. Barrett, Phys. Rev. A **97**, 043858 (2018).
39. S. Li, G. Biondini, G. Kovacic, and I. Gabitov, Eur. Phys. Lett. **121**, 20001 (2018).