

СПЕКТРАЛЬНО-ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗЛЕТА ГОРЯЧЕГО ПЛАЗМЕННОГО СЛОЯ

*Е. А. Говрас**, *В. Ю. Быченков*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119333, Москва, Россия*

*ФГУП «ВНИИА им. Н. Л. Духова»
127055, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 21 марта 2018 г.,
после переработки 5 июля 2018 г.
Принята к публикации 5 июля 2018 г.

Представлена теоретическая модель, описывающая разлет плазменного слоя в вакуум при произвольном значении температуры электронной компоненты плазмы. На основании сравнения с известными предельными случаями квазинейтрального разлета и кулоновского взрыва, а также с результатами одномерного электростатического моделирования продемонстрирована хорошая точность предлагаемой модели в описании спектрально-энергетических и пространственных характеристик ионов, ускоряемых при разлете плазмы. Описана процедура получения связи характеристик ускоренных ионов с параметрами лазерного импульса и мишени применительно к качественным предсказаниям и описанию результатов численного кинетического моделирования и экспериментов по лазер-плазменному ускорению ионов.

DOI: 10.1134/S0044451019010139

1. ВВЕДЕНИЕ

На протяжении последних десятилетий лазерно-иницированное ускорение заряженных частиц продолжает оставаться одной из самых интенсивно развивающихся областей лазерной физики высоких плотностей энергии. Если за эти годы прогресс в ускорении электронов был колоссален, демонстрируя увеличение их энергии с нескольких мегаэлектронвольт до нескольких гигаэлектронвольт, то применительно к генерации пучков ускоренных ионов, например протонов, за последние двадцать лет наблюдалось лишь сравнительно незначительное, примерно двукратное, увеличение максимально достижимой энергии частиц: с 50–60 МэВ [1] до значений порядка 100 МэВ [2, 3]. В то же время, если принять во внимание энергию использованных лазерных импульсов (400 Дж [1] и 27 Дж [2]), то можно все же говорить об умеренном прогрессе в улучшении конверсии энергии лазера в энергию ускоренных частиц: с 0.145 МэВ/Дж до 3.4 МэВ/Дж в расчете на 1 Дж вложенной лазерной энергии. В целом можно утверждать, что такой, отнюдь не оптимистиче-

ский, прогресс в ускорении ионов ставит на повестку дня разработку принципиально новых схем (например, ускорение ионов «медленным» светом [4]) или существенную, целенаправленную оптимизацию известных схем лазерно-иницированного ускорения ионов. Важную роль в этом направлении должны играть теоретические модели, которые, несмотря на свою упрощенность, позволяют описывать основные физические процессы, сопровождающие ускорение ионов, и выявлять скейлинги, получение которых в численных расчетах затруднено в силу многопараметричности задачи. Даже классическая задача о разлете плазмы в вакуум, к которой зачастую сводится лазерно-плазменное ускорение ионов, все еще привлекает внимание с точки зрения параметризации ее решения. Примером служит продолжающееся совершенствование модели, сформулированной 50 лет в пионерской работе [5], вплоть до настоящего времени [6, 7]. Конечным итогом любой теоретической модели остается установление зависимости характеристик и спектра ускоренных частиц от параметров лазерного импульса и используемой мишени, что ставится целью и данной работы.

Теоретическое изучение ускорения ионов из плазмы началось с работы [5], в которой было

* E-mail: egovras@lebedev.ru

показано, что полуограниченная плазма, состоящая из нагретых больцмановских электронов и одного сорта ионов, при своем расширении в вакуум является источником ускоренных ионов. Рассмотренный квазинейтральный режим разлета, когда не возникало сильного поля разделения заряда, фактически отвечал имевшимся на тот момент лазерным установкам наносекундного диапазона, нагревавшим электроны плазменной короны до килоэлектронвольтных энергий [8]. Рост мощности лазерных импульсов, стимулированный открытием CPA-технологии (chirped pulse amplification) усиления [9], привел к увеличению характерной температуры нагреваемой электронной компоненты плазмы. С теоретической точки зрения это требует учета возникающего поля разделения заряда, что, в частности, позволяет описывать параметры фронта ионов, где нарушается условие квазинейтральности, использованное в работе [5] и при использовании которого невозможно получить такие важные характеристики, как скорость разлета ионной плазмы и максимальная энергия частиц. Такое описание было впервые дано в работе Мора [6] для полуограниченной, по-прежнему, плазмы. Полученная им формула для максимальной энергии ионов широко использовалась и используется до сих пор для оценок результатов экспериментов и численного моделирования.

Дальнейшее развитие лазерных технологий [10–12], а также использование плазменных зеркал [13, 14] позволили достичь контраста порядка 10^{-8} для лазерного импульса на пикосекундном временном масштабе, что уже не приводит к преждевременному разрушению мишени до прихода основной части импульса. Вместе с технологиями производства мишеней толщиной вплоть до всего нескольких нанометров [15–18] это позволило проводить эксперименты по взаимодействию мощных лазерных импульсов с тонкими мишенями, которые оказались наиболее эффективными для ускорения ионов, что непосредственно вытекало из целого ряда экспериментов, продемонстрировавших рост энергии ускоренных ионов с уменьшением толщины мишени [14, 15, 19–22]. Для качественного описания экспериментов с ультратонкими мишенями все еще используется подход Мора [6] (см., например, работы [21, 22]), хотя его использование выходит за рамки формальной применимости модели [6], заключающейся в малости дебаевского радиуса лазерно-нагретых электронов (который вовсе не мал из-за достигаемых релятивистских и ультрарелятивистских энергий) по сравнению с толщиной

мишени. Заметим, что использование тонких мишеней толщиной порядка скин-слоя лазерного излучения действительно оправдано вследствие очень эффективного, объемного, нагрева электронов мишени, что приводит к возникновению сильных полей разделения заряда. Несмотря на это, на данный момент создано достаточно мало теоретических моделей, описывающих ускорение ионов из тонких фольг. Кроме того, такие модели обычно рассматривают «рафинированные» режимы разлета: квазинейтральный разлет [23–26] или кулоновский взрыв [27], а также модельное, несамосогласованное поведение электронной плотности в течение разлета ионной плазмы [28–30].

До сих пор остается нерешенной задача об аналитическом или полуаналитическом описании самосогласованного разлета в вакуум плазменного слоя конечной толщины с электронами любой заданной температуры (т. е. в случае произвольного отношения дебаевского радиуса нагретых электронов к толщине мишени), которая включала бы в себя, в качестве предельных случаев, разлет полубесконечной плазмы и кулоновский взрыв тонкой мишени. Построению этой востребованной теоретической модели и, прежде всего, теории спектров ускоренных из такой мишени ионов на основании обобщения известных результатов и посвящена настоящая работа. Мы даем полную формулировку модели, кратко и недетализированно изложенную в работе [31], основанную на ясных физических аргументах, доказавших свою состоятельность при описании результатов трехмерного численного кинетического моделирования [32–34]. Также дается подробный анализ точности получаемых спектральных распределений на основании сравнения с результатами одномерной электростатической численной модели. Кроме того, ниже описана процедура получения связи спектрально-энергетических характеристик ускоренных ионов с параметрами лазерного импульса и мишени на примере сравнения теоретических результатов с трехмерным кинетическим моделированием, проведенном с использованием кода VSim [35].

Начиная с 60-х годов прошлого столетия и по настоящее время в многочисленных работах по описанию ускорения ионов плазмы учет электронной компоненты осуществляется на основе предположения о больцмановском распределении их плотности с заданной температурой T [5, 29, 30, 36–39], причем для связи последней с интенсивностью облучающего мишень лазера применяются различные скейлинги, среди которых наиболее популярным и нашедшим подтверждение в экспериментах с твердотель-

ными мишенями является пондеромоторный скейлинг, предложенный в работе [40]:

$$T = mc^2 \left[\sqrt{1 + \frac{a^2}{2}} - 1 \right]. \quad (1)$$

Здесь m — масса электрона, c — скорость света, $a = 0.85 \sqrt{I \lambda_L^2 \cdot 10^{-18}}$, где I — поглощенная мишенью интенсивность лазерного излучения, выраженная в единицах Вт/см², а λ_L — длина волны лазера в микрометрах. Фактически, учет воздействия лазерного импульса в рамках нашей модели сводится к заданию параметров электронной компоненты мишени, благодаря запасу энергии которой и создается поле разделения зарядов, ускоряющее ионы. Рассматривая разлет плазмы в течение действия лазерного импульса (моменты времени $t < \tau$, где τ — длительность лазерного импульса), поддерживающего электроны в нагретом состоянии, мы для определенности считаем температуру электронов постоянной во времени до $t = \tau$. На расстоянии от мишени, меньшем размера пятна фокусировки лазерного импульса, трехмерные эффекты, приводящие к сильному уменьшению ускоряющего поля, не играют существенной роли, и поэтому мы будем рассматривать только одномерную стадию разлета плазменного слоя, в течение которой ионы и набирают основную часть своей энергии. Однако учет влияния перехода разлета плазмы в трехмерный режим будет качественно проведен при сравнении теоретических результатов с результатами трехмерного численного моделирования.

Настоящая работа состоит из восьми разделов. В разд. 2 формулируется физико-математическая постановка решаемой задачи и приводится используемая система безразмерных единиц. Обзор известных решений [5, 6, 25, 27], которые будут использованы как составляющие элементы нашей модели, дается в разд. 3. В качестве одного из методов решения системы уравнений, а также для контроля точности формулируемой теоретической модели использовался одномерный электростатический код, основанный на методе «частица-в-ячейке» (PIC). Результаты этого моделирования и их обсуждение представлены в разд. 4. Процедура построения теоретической модели, пригодной для получения спектрально-энергетических характеристик ускоренных ионов при произвольной температуре электронов плазменного слоя, описана в разд. 5. Обсуждение точности и корректности построенной теоретической модели дается в разд. 6, где проводится анализ подробного сравнения теоретических (разд. 5) и численных результатов (разд. 4)

для распределений электростатического поля, спектров ускоренных ионов и зависимостей спектрально-энергетических характеристик ионов от основных управляющих параметров задачи. Процедура получения связи спектральных распределений ускоренных ионов с заданными параметрами лазерного импульса и мишени приводится в разд. 7, где представлено сравнение теоретических результатов с результатами трехмерного кинетического PIC-моделирования, проведенного с использованием кода VSim [35]. В Заключении приводится обзор полученных результатов и формулируются выводы данной работы (разд. 8).

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим одномерный разлет в вакуум плазменного слоя конечной толщины L . Изначально покоящиеся ионы плазмы занимают область пространства $-L/2 < x < L/2$. Однородный внутри, профиль их плотности имеет ступенчатый характер на границах слоя, $x = \pm L/2$. Движение ионной плазмы описывается уравнением Власова с самосогласованным полем $E(x, t)$, удовлетворяющим уравнению Пуассона. Так как электроны плазмы приходят в равновесие с электростатическим потенциалом на временах, значительно меньших, чем характерные времена разлета плазмы порядка $\omega_{pi}^{-1} = \sqrt{M/4\pi Z^2 e^2 n_{i0}}$ (M , Z и n_{i0} — соответственно масса ионов, их заряд и начальная плотность; e — заряд электрона), распределение электронов считается бальцовским с постоянной температурой $T = \text{const}$:

$$n_e(x, t) = n_{e0} \exp[e \varphi(x, t)/T].$$

Такая модель также известна как модель Больцмана–Власова–Пуассона (БВП) [41].

В соответствии с обозначенными выше предположениями электростатический потенциал $\varphi(x, t)$ удовлетворяет следующему уравнению:

$$\varphi''(x, t) = -4\pi e \left(-n_{e0} \exp \left[\frac{e\varphi(x, t)}{T} \right] + Zn_i(x, t) \right), \quad (2)$$

где распределение плотности ионов

$$n_i(x, t) = \int f_i(x, p, t) dp$$

необходимо найти, решив уравнение Власова для функции распределения ионов $f_i(x, p, t)$. Величина n_{e0} определяется из условия полной электронейтральности плазмы при $t = 0$:

$$n_{e0} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[\frac{e\varphi(x, 0)}{T} \right] dx = Z L n_{i0}. \quad (3)$$

Поскольку потенциал определен с точностью до произвольной константы, считаем $\varphi(0, 0) = 0$, тем самым рассматривая n_{e0} как начальную плотность электронов в центре фольги. Ввиду очевидной симметрии задачи, далее будем рассматривать только правую половину слоя, $x > 0$. Полная электронейтральность плазмы и указанная симметрия задачи обуславливают следующие граничные условия для электрического поля $E = -\partial\varphi/\partial x$:

$$E|_{x=0} = 0, \quad E|_{x=\infty} = 0.$$

Характеристики уравнения Власова для ионной функции распределения,

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial f_i}{\partial x} + Z e E(x, t) \frac{\partial f_i}{\partial p} = 0, \quad (4)$$

являются траекториями частиц, $x(t)$. Нахождение этих траекторий и спектрально-энергетических характеристик ионов является целью кинетической теории и сводится к решению следующих уравнений, полностью эквивалентных уравнению Власова:

$$\begin{aligned} M \ddot{x} &= Z e E(x, t), \\ x(0) &= x_0, \quad 0 \leq x_0 \leq L/2, \\ \dot{x}(0) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Зная траектории частиц, находим плотность ионов n_i для однопотокового режима:

$$n_i(x, t) = n_{i0} \left| \frac{\partial x(x_0, t)}{\partial x_0} \right|^{-1}. \quad (6)$$

Всюду ниже будем использовать безразмерные переменные со следующими единицами для физических величин: $L/2$ для координаты x ; ω_{pi}^{-1} для времени t ; n_{i0} для электронной n_e и ионной n_i плотностей; $4\pi(Ze)^2 n_{i0} (L/2)^2$ для энергии ($Ze\varphi$, ZT и $\varepsilon = M\dot{x}^2/2$), где e — заряд электрона. Если не оговорено отдельно, под e далее понимается основание натурального логарифма, $e \approx 2.718\dots$ Система основных уравнений в безразмерных переменных записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi'' &= \eta \exp\left[\frac{\varphi}{T}\right] - n_i(x, t), \\ \varphi'|_{x=0} &= 0, \quad \varphi'|_{x=\infty} = 0, \\ \ddot{x} &= E(x), \quad \dot{x}(0) = 0, \\ x(0) &= x_0, \quad 0 \leq x_0 \leq 1, \\ n_i(x, t) &= |\partial x/\partial x_0|^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Заметим, что в выбранной системе единиц случая полубесконечной плазмы отвечает $T \rightarrow 0$. Согласно

условию (3), безразмерный параметр $\eta = n_{e0}/Z n_{i0}$ находится из уравнения

$$1 = \eta \int_0^\infty \exp\left[\frac{\varphi(x, 0)}{T}\right] dx. \quad (8)$$

Этот параметр определяет степень эвакуации электронов из мишени ($0 < \eta < 1$) в зависимости от их температуры и аппроксимируется следующим скейлингом [42]:

$$\eta = \frac{1}{1 + 2T}. \quad (9)$$

Основная характеристика ускоренных ионов — их спектральное распределение — при однопотоковом движении имеет следующий вид в терминах лагранжевых переменных:

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = \left| \frac{\partial \varepsilon(x_0, t)}{\partial x_0} \right|^{-1}. \quad (10)$$

Количественное сравнение спектральных распределений удобно проводить по относительной доле частиц, попадающих в определенный спектральный диапазон Δ вблизи максимальной энергии:

$$N_\Delta = \frac{1}{N} \int_{(1-\Delta)\varepsilon_{max}}^{\varepsilon_{max}} \frac{dN}{d\varepsilon} d\varepsilon. \quad (11)$$

В условиях реального эксперимента достаточно трудно измерять узкие спектральные диапазоны, меньшие 10%. Поэтому мы считаем разумным рассматривать интервал значений $0.1 < \Delta < 1$. В силу определения $N_0 \equiv 0$ и $N_1 \equiv 1$.

Аналитическое решение системы уравнений (7) внутри ионной плазмы для произвольной температуры T электронов представляется невозможным в силу согласованности движения частиц и вычисления электростатического поля. Существует несколько способов, с помощью которых можно избежать или упростить трудоемкое самосогласованное вычисление плотности ионов. Во-первых, можно рассматривать предельные случаи или слабого разделения заряда (квазинейтральный разлет плазмы) при $T \rightarrow 0$, или, наоборот, случай экстремально сильного электростатического поля, возникающего при кулоновском взрыве мишени при $T \rightarrow \infty$. Во-вторых, доступно прямое численное решение системы (7), например, методом «частица-в-ячейке». Наконец, можно сконструировать упрощенную аналитическую (полуаналитическую) модель, которая, тем не менее, будет учитывать все основные физические эффекты, сопровождающие разлет плазмы в вакуум. Все эти методы решения системы (7) будут рассмотрены в следующих разделах.

3. ОБЗОР ИЗВЕСТНЫХ РЕШЕНИЙ

Приведем известные решения основной системы уравнений (7) для различных случаев. По мере разлета плазмы мы считаем, что граница ионной плазмы, располагающаяся в точке с координатой $x_f(t)$, остается резкой, т.е. $n_i(x > x_f) \equiv 0$. Тогда электрическое поле в окружающем электронном облаке записывается аналитически:

$$\begin{aligned} \varphi(x \geq x_f) &= \\ &= -2T \ln \left[\sqrt{\frac{\eta}{2T}} (x - x_f) + \exp \left[-\frac{\varphi_f}{2T} \right] \right], \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} E(x \geq x_f) &= \\ &= \sqrt{2\eta T} \left(\sqrt{\frac{\eta}{2T}} (x - x_f) + \exp \left[-\frac{\varphi_f}{2T} \right] \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $\varphi_f(t)$ — значение потенциала на фронте ионной плазмы, которое находится из условий непрерывности поля и потенциала при $x = x_f(t)$. Из выражений (12), (13) получаем связь поля $E_f(t)$ на фронте и потенциала $\varphi_f(t)$:

$$\begin{aligned} E_f(t) &= \sqrt{2\eta T \exp \left[\frac{\varphi_f(t)}{T} \right]}, \\ \varphi_f &= T \ln \left[\frac{E_f^2}{2\eta T} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

При произвольной температуре электронов распределение электростатического поля внутри плазмы можно найти аналитически только в начальный момент времени. С учетом выбора $\varphi(0, 0) = 0$ имеем следующие неявные зависимости:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} x &= \\ &= \int_0^{-\varphi(x,0)} dy \left\{ \eta T \left(\exp \left[-\frac{y}{T} \right] - 1 \right) + y \right\}^{-1/2}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} E(x, t = 0) &= \\ &= \sqrt{2} \sqrt{\eta T \left(\exp \left[\frac{\varphi(x,0)}{T} \right] - 1 \right) - \varphi(x,0)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Соблюдая непрерывность поля и потенциала при $x = x_f(0) = 1$, из соотношений (12)–(16) находим начальный потенциал на фронте плазмы,

$$\varphi_f(0) = -\eta T, \quad (17)$$

и отвечающее ему значение электростатического поля

$$E_f(0) = \sqrt{\frac{2\eta T}{e^\eta}}. \quad (18)$$

В пионерской работе [5] рассматривался разлет полубесконечной плазмы в вакуум в квазинейтральном режиме, когда $n_i \equiv n_e$. Этот случай отвечает очень слабому нагреву электронов плазмы, $T \rightarrow 0$. Со скоростью ионного звука, $c_s = \sqrt{T}$, внутрь плазмы двигается волна разрежения, вовлекающая ионы в движение. Их плотность записывается кусочной функцией относительно положения x_* фронта волны разрежения:

$$n_i = \begin{cases} 1, & x \leq x_*, \\ \exp \left[-\frac{x}{c_s t} - 1 \right], & x \geq x_*. \end{cases} \quad (19)$$

На больших временах, $t \gg 1$, электрическое поле однородно всюду в движущейся плазме:

$$E_{ss} = \frac{\sqrt{T}}{t}, \quad (20)$$

что приводит к следующему спектральному распределению ускоренных ионов:

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = \frac{t}{\sqrt{2\varepsilon}} \exp \left[-\frac{\sqrt{2\varepsilon}}{c_s} \right]. \quad (21)$$

Спектр (21) не имеет энергии отсечки ввиду того, что появление фронта разлетающихся ионов, связанного с самыми энергетичными частицами, неизбежно приводит к нарушению условия нейтральности $n_i \equiv n_e$, использованного в работе [5].

Нарушение квазинейтральности вблизи фронта разлетающейся полубесконечной плазмы рассмотрено в работе [6], где впервые было предложено следующее выражение для электростатического поля на границе ионной плазмы:

$$E_f = \sqrt{\frac{2T}{e}} \left\{ 1 + \left(\frac{t}{\sqrt{2e}} \right)^2 \right\}^{-1/2}. \quad (22)$$

Первый множитель в формуле (22) отвечает частному случаю формулы (18) в квазинейтральном пределе $T \rightarrow 0$, когда, в соответствии с выражением (9), $\eta \rightarrow 1$. Величину $t_{QN} = \sqrt{2e}$ в формуле (22) можно интерпретировать как характерное время перехода от начального поведения поля $E_f \sim E_f(0) - t^2$ при $t \ll t_{QN}$ к асимптотическому, квазинейтральному, поведению $E_f \propto \sqrt{T}/t$ согласно (20) для $t \gg t_{QN}$. Выражение для поля (22) приводит к следующим

законам эволюции фронта ионов и их максимальной энергии:

$$x_f(t) = 1 + 2c_s t_{QN} \left(1 + \frac{t}{t_{QN}} \times \ln \left[\frac{t}{t_{QN}} + \sqrt{1 + \frac{t^2}{t_{QN}^2}} \right] - \sqrt{1 + \frac{t^2}{t_{QN}^2}} \right), \quad (23)$$

$$\varepsilon_{max}(t) = 2T \left(\ln \left[\frac{t}{t_{QN}} + \sqrt{1 + \frac{t^2}{t_{QN}^2}} \right] \right)^2. \quad (24)$$

Форму спектрального распределения (21) вместе с формулой (24) для энергии отсечки будем называть результатами для квазинейтрального режима разлета, $T \rightarrow 0$. Соответствующее им число частиц (11), обладающих спектральным разбросом Δ (в процентах) от максимальной энергии запишется в виде

$$N_{\Delta} = c_s t \left[\left(\frac{e}{2t^2} \right)^{\sqrt{1-\Delta}} - \frac{e}{2t^2} \right]. \quad (25)$$

Для разброса $[0, \varepsilon_{max}]$, что соответствует $\Delta = 100\%$, при $t \gg 1$, когда справедливо выражение для спектра (21), получаем логичный результат $N_{100\%} = c_s t$: полное число движущихся частиц (на единицу площади мишени) отвечает области, охваченной волной разрежения на данный момент времени. Заметим, что в работе [6] не было получено локальных распределений плотности ионов и поля вблизи фронтов плазмы и волны разрежения.

В работах [5, 6] рассматривался разлет полубесконечной плазмы. Конечность толщины слоя плазмы при ее квазинейтральном разлете была учтена в работе [25]. В этом случае волны разрежения, идущие с двух концов мишени, $x = \pm 1$, встречаются в центре и начинают взаимодействовать. Граница области их взаимодействия, которую можно ассоциировать с фронтом x_* отраженной волны, движется по разреженной плазме как

$$x_* = \pm 1 \pm c_s t [2 \ln(c_s t) - 1], \quad (26)$$

где верхние знаки отвечают правой половине мишени, $x > 0$, а нижние знаки — левой половине, $x < 0$. Плотность перед фронтом отраженной волны, $x > x_*$, по-прежнему описывается формулой (19). Выражение для плотности внутри области взаимодействия, $x \leq x_*$, было найдено в параметрическом виде через переменные p и q :

$$\begin{aligned} n_i(x < x_*, t) &= \exp \left[\frac{p-q}{2} \right], \\ 2x &= \frac{\partial B}{\partial q} \left(1 + \frac{p+q}{2} \right) - \frac{\partial B}{\partial p} \left(\frac{p+q}{2} - 1 \right), \\ 2t &= \frac{\partial B}{\partial q} - \frac{\partial B}{\partial p}, \\ B(p, q) &= \exp \left[\frac{q-p}{4} \right] \times \\ &\times \int_0^q \left[\left(1 - \frac{\xi}{4} \right) e^{-\xi/4} I_0 \left(\frac{\sqrt{p(\xi-q)}}{2} \right) - \right. \\ &\left. - \left(1 + \frac{\xi}{4} \right) e^{\xi/4} I_0 \left(\frac{\sqrt{q(\xi-p)}}{2} \right) \right] d\xi. \end{aligned} \quad (27)$$

Здесь I_0 — модифицированные функции Бесселя нулевого порядка.

Предельный случай системы (7) при $T \rightarrow \infty$ — кулоновский взрыв плоской фольги — был детально изучен в работе [27]. После полной эвакуации электронов лазерным импульсом разлет ионного слоя происходит с сохранением однородности начального профиля плотности плазмы,

$$n_i = \frac{1}{x_f(t)}, \quad (28)$$

где край фольги разлетается по закону

$$x_f(t) = 1 + t^2/2 \quad (29)$$

ввиду постоянства значения поля на ионном фронте,

$$E_f(t) \equiv 1. \quad (30)$$

Это приводит к линейному росту электростатического поля внутри расширяющейся мишени:

$$E(x) = \frac{x}{1 + t^2/2}. \quad (31)$$

Спектральное распределение ускоренных ионов записывается в виде

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_{max}}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad (32)$$

где максимальная энергия эволюционирует следующим образом:

$$\varepsilon_{max} = \frac{t^2}{2}. \quad (33)$$

Число частиц в фиксированном спектральном диапазоне (11) выражается как

$$N_{\Delta} = 1 - \sqrt{1 - \Delta} \quad (34)$$

и, в отличие от соотношения (25), не зависит от времени. Также выражение (34) не зависит от температуры, представляя собой, как и формулы (30) и (33), предельную величину, достижимую для разлета плазмы тонкой мишени в вакуум при экстремально сильном нагреве электронной компоненты.

Рассмотренные в этом разделе известные частные решения системы (7) будут использованы для построения нашей обобщенной теоретической модели, а также для проверки правильности ее переходов к предельным случаям.

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В данном разделе представлены результаты численного решения системы (7) РИС-методом. Уравнение Пуассона, содержащее бoльцмановское распределение плотности электронов, зависящее от потенциала, и самосогласованную плотность ионной компоненты, решалось на эйлеровой сетке с пространственным шагом, связанным с разлетом плазмы. При таком подходе динамика электронной компоненты учитывается усредненно в пренебрежении эффектами с характерными временами порядка обратной электронной плазменной частоты. Такое приближение оправдано вследствие малости характерных времен электронных процессов в плазме по сравнению с характерными временами разлета плазмы: в начале — порядка обратной ионной плазменной частоты, а в последствии — еще большей величиной отношения масштаба неоднородности плазмы к скорости ионного звука. Чтобы избежать роста численных ошибок в центре плазмы, моделирование проводилось для целой мишени. Была использована пространственная сетка, содержащая 800 узлов. Число макрочастиц (10^6 для всей фольги) в течение расчета оставалось постоянным. Граница расчетной области $[-x_b, x_b]$ сдвигалась синхронно с разлетом плазмы: $x_b = x_f + 1$. Так как поверхность с этой координатой всегда находится в электронном облаке, граничное условие может быть получено из выражений (12), (13) аналогично формуле (14):

$$E(x_b, t) = \sqrt{2\eta T \exp\left[\frac{\varphi(x_b, t)}{T}\right]}. \quad (35)$$

На рис. 1 приведены примеры расчетов распределений плотностей компонент плазмы для слабого, $T = 0.001$, и умеренного нагрева электронов, $T = 1$. В случае слабого разделения зарядов, $T = 0.001$, внутри плазмы с обоих концов распространяются волны разрежения со скоростями $\pm c_s$ и вовлекают

ионы в движение (положение фронтов волн отмечено на рис. 1 вертикальными штриховыми линиями). Также виден избыточный положительный заряд вблизи фронта ионов, который нарушает условие квазинейтральности. Существование этого заряда было впервые обнаружено в работе [43], а уже затем было использовано в [6] для получения поля на ионном фронте (22), которое в два раза превышает однородный, автомоделный уровень (20) (см. рис. 2 в [6]). Для наглядности на нижние два графика для $T = 0.001$ нанесено положение фронтов (26) с указанием направления их движения, причем видно, что отраженные волны распространяются по спадающему профилю плотности в отличие от первичных волн разрежения.

Анализ графиков для $T = 1$ на рис. 1 показывает, что в самом начале разлета присутствует сильное разделение зарядов по всему объему мишени. Однако в течение разлета внутрь расширяющейся ионной плазмы попадают электроны из окружающего облака, что приводит к компенсации начального избыточного положительного заряда, и на поздних временах разлет будет стремиться к квазинейтральному с $n_i \approx n_e$. Поэтому для построения теоретической модели, корректно описывающей в том числе и поздние стадии разлета, особое внимание следует уделить рассмотрению именно квазинейтрального режима, для которого, несмотря на достаточно широкое обсуждение в литературе, до сих пор остается открытым вопрос о структуре пространственного распределения электростатического поля.

Даже в логарифмическом масштабе для обеих температур, представленных на рис. 1, видно, что происходит резкий рост производной $\partial n_i / \partial x$ вблизи ионного фронта. Это подтверждает существование сингулярности плотности ионов, обнаруженной впервые для полуограниченной плазмы [43] и недавно подтвержденной в работе [44]. При этом сингулярна только производная плотности вблизи фронта, сама же плотность остается конечной. Для случая $T = 1$ данная сингулярность становится более заметной на поздних временах, когда разлет стремится к квазинейтральному. Также графики на рис. 1 подтверждают симметрию разлета плазмы относительно ее центра.

Перейдем к более детальному изучению случая разлета плазмы со слабонагретой электронной подсистемой ($T \ll 1$) с помощью одномерного электростатического численного моделирования. На рис. 2 показана временная эволюция пространственного распределения относительной разности плотностей ионов и электронов в логарифмическом масштабе,

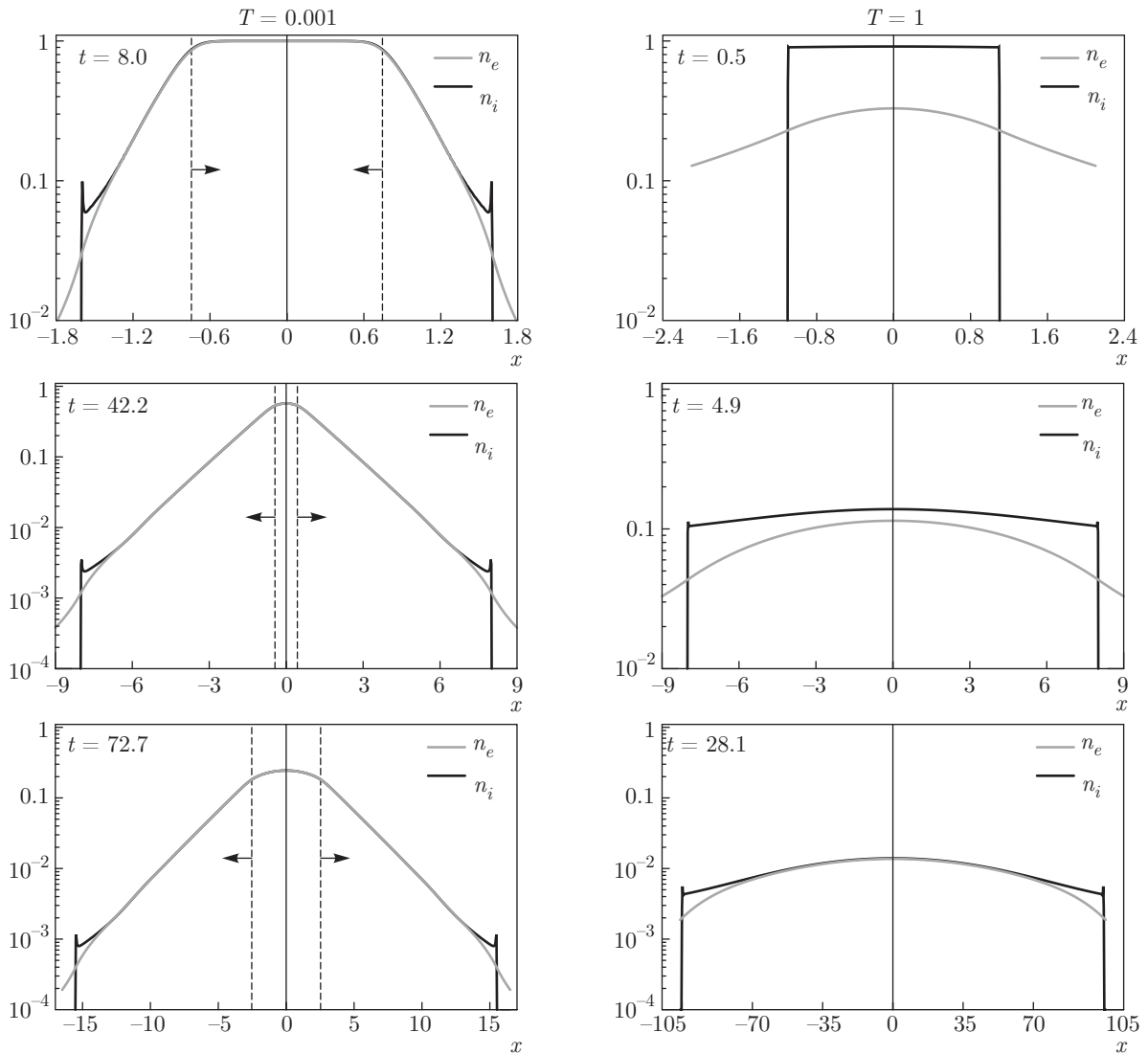


Рис. 1. Эволюция распределений ионной (черные кривые) и электронной плотности (серые кривые) из численного моделирования для $T = 0.001$ (левая колонка) и $T = 1$ (правая колонка). Для $T = 0.001$ при движении к центру мишени (показано стрелками) штриховые линии соответствуют положению фронтов волн разрежения (т.е. $x_* = \pm 1 \mp c_s t$), а при движении от центра — фронтов отраженных волн (26)

$\lg[(n_i - n_e)/n_i]$, и электростатического поля E для случая $T = 0.001$. Представлены моменты времени до отражения волн разрежения в центре мишени, $t \leq t_0$, где время $t_0 = 1/c_s = 1/\sqrt{0.001} \approx 31.62$. Когда температура электронов мала, изначально разделение заряда возникает только вблизи фронта ионов в области с характерным размером порядка локального дебаевского радиуса (см. верхние графики на рис. 2). В остальной части плазмы разлет будет практически квазинейтральным, $n_i \approx n_e$. В этом случае результаты кинетического описания разлета плазмы [5] могут быть с хорошей точностью воспроизведены бесстолкновительной жидкостной (гидро-

динамической) моделью [45] с использованием уравнения Пуассона для учета полей разделения заряда, необходимого вблизи фронта ионов. Положение волны разрежения, идущей внутрь плазмы со скоростью ионного звука c_s , показано на рис. 2 штриховой линией, а стрелка указывает направление ее движения — от края мишени к центру.

Если мишень достаточно толстая, то волны разрежения, идущие с двух концов мишени, не встретятся; соответственно время $t_0 = c_s^{-1}$, требующееся каждой волне, чтобы преодолеть половину слоя, превышает характерное время разлета слоя, t_{exp} . В таком случае разлет слоя полностью аналогич-

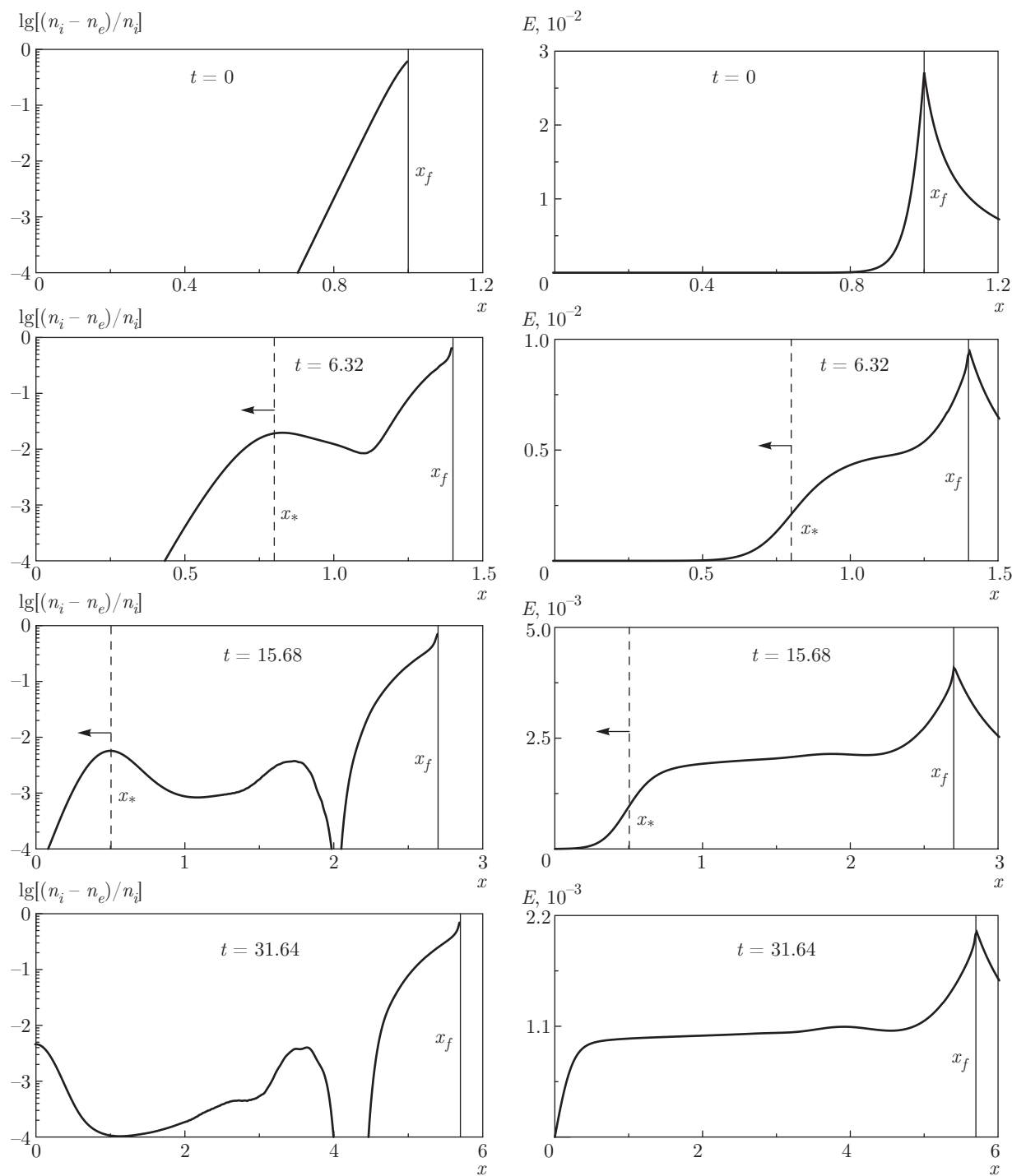
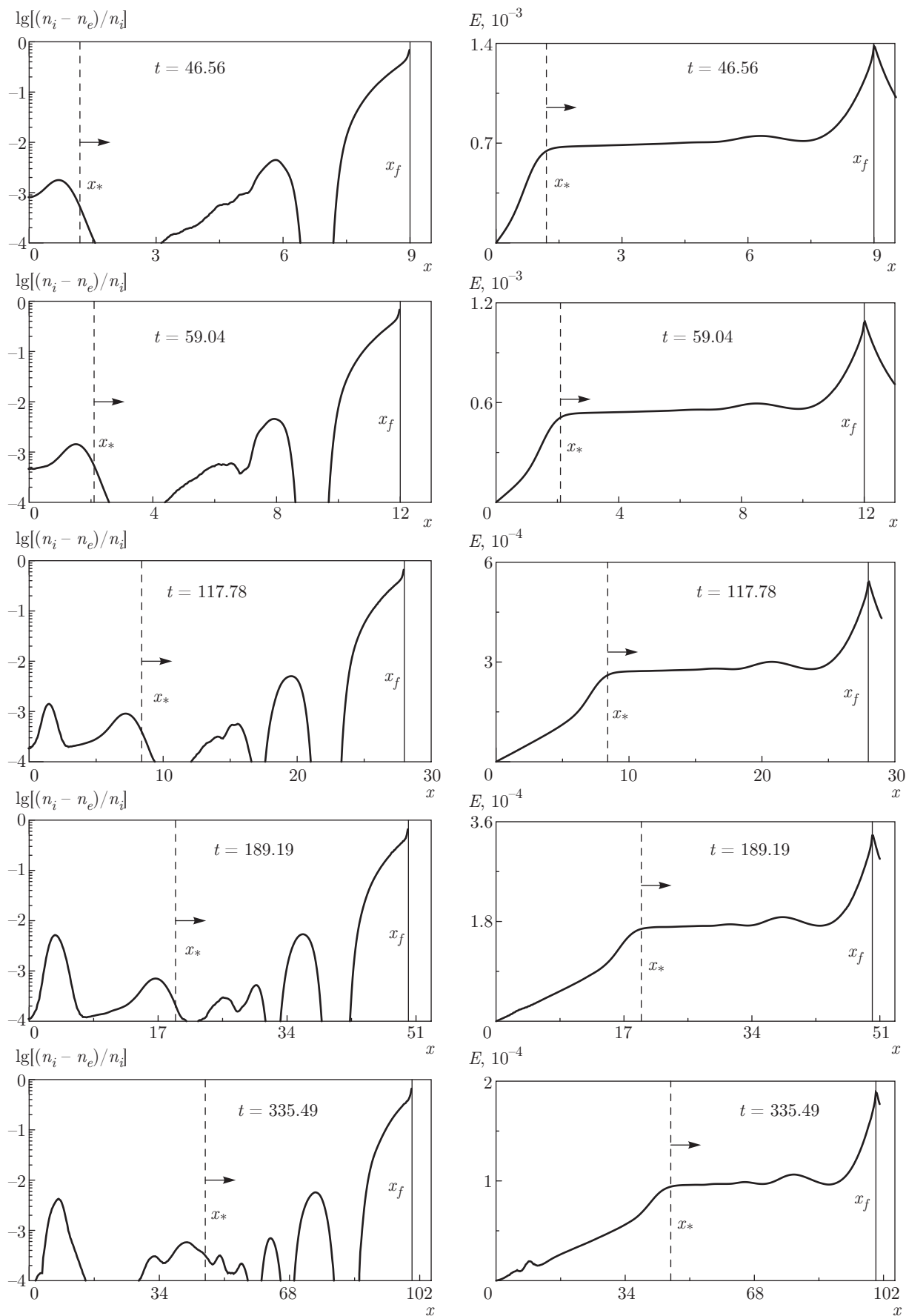


Рис. 2. Численные распределения для $T = 0.001$ относительной разности плотностей ионов и электронов, $\lg(n_i - n_e)/n_i$, (слева) и электрического поля (справа) в моменты времени до отражения волн разрежения, $t \leq t_0 \approx 31.62$. Штриховые линии — фронт волны разрежения, $x_* = 1 - c_s t$, стрелки — направление ее движения

чен возникающему для полубесконечной плазмы. Так, распределение электростатического поля для момента времени $t = 15.68$ на рис. 2 аналогично

графику на рис. 2 из работы [6]. В обратном случае, $t_{exp} > t_0$, возникает отражение волн в центре мишени. Распределение электростатического поля



и относительной плотности компонент плазмы после отражения волн представлены на рис. 3. Положение фронта отраженной волны (26) показано на рис. 3 вертикальными штриховыми линиями. Стрелки указывают направление движения этого фронта.

Результаты, представленные на рис. 2 и 3, показывают, что волны до и после отражения связаны с перемещением избыточного положительного заряда, обуславливающего рост электрического поля. На рис. 2 и 3 видно, что даже при очень малых температурах, $T = 0.001$, имеет место нарушение квазинейтральности на масштабах порядка локального дебаевского радиуса. В частности, это приводит к тому, что фронт волн зарядовой плотности будет обладать некоторой шириной. Это хорошо видно для волны разрежения, отраженной волны и ионного фронта. Так как электрическое поле пропорционально полному избыточному заряду,

$$E(x) \propto \int [(n_i(x) - n_e(x))] dx,$$

существенный вклад в поведение поля будет давать область, отвечающая полной ширине фронта движущейся волны. Поэтому на рис. 3 полный переход от линейно растущего поля к однородному уровню (20) происходит правее позиции (26), полученной для полного пренебрежения разделением заряда, $n_i \equiv n_e$.

Результаты анализа эволюции локальных распределений плотности и электростатического поля можно проиллюстрировать с помощью диаграммы областей, возникающих внутри разлетающейся плазмы в различные моменты времени. На рис. 4 показаны траектории в пространстве (x, t) фронтов волн зарядовой плотности, распространяющихся в разлетающейся плазме. Область I на рис. 4 отвечает окружающему электронному облаку, которое отделено от расширяющейся ионной плазмы ее фронтом (сплошная кривая x_f на рис. 4). Размер области, занятой невозмущенной плазмой (область II на рис. 4) уменьшается со временем по мере распространения в глубь волны разрежения (штриховая кривая x_* на рис. 4), и в момент времени встречи волн в центре

Рис. 3. Численные распределения для $T = 0.001$ относительной разности плотностей ионов и электронов, $\lg(n_i - n_e)/n_i$, (слева) и электрического поля E (справа) в моменты времени после отражения волн разрежения, $t > t_0$. Штриховые линии — положение фронта отраженной волны, (26), стрелки — направление его движения

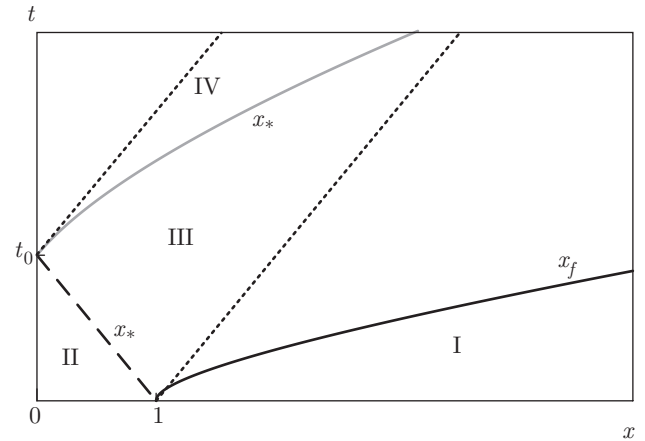


Рис. 4. Траектории на плоскости (x, t) фронтов волн зарядовой плотности при $T = 0.001$: фронт ионной плазмы (сплошная кривая) x_f , фронты волны разрежения до (штриховая линия x_*) и после (серая кривая x_*) отражения. Пунктирные линии отвечают звуковому распространению: $x = 1 + c_s t$ и $x = c_s(t - t_0)$. Римские цифры обозначают различные области плазмы

мишени, t_0 , эта область полностью исчезает. Анализ движения отдельных частиц в численном моделировании показывает, что после встречи волн, $t > t_0$, частицы в каждой из половин плазмы не пересекают середину мишени. Этот факт подтверждается графиками на рис. 2, где для всех моментов времени поле всюду неотрицательно. Данные выводы позволяют утверждать, что при встрече волн разрежения в центре мишени происходит именно их отражение, а не прохождение на противоположную половину плазмы, как это предполагалось в работе [25], где не происходит излома характеристик, отвечающих фронту x_* . Область III на рис. 4, ограниченная фронтом ионной плазмы (сплошная кривая x_f), волной разрежения (штриховая линия x_*) и отраженной волной (серая кривая x_*), фактически является областью квазинейтрального течения плазмы, $n_i \approx n_e$. Всюду в этой области, за исключением слоя позади ионного фронта толщиной порядка локального дебаевского радиуса, электростатическое поле однородно (см. рис. 3) и совпадает с величиной (20). Наличие части плазмы (область IV на рис. 4), находящейся позади отраженной волны (серая кривая x_* на рис. 4), отличает случай разлета слоя конечной толщины от истечения полубесконечной плазмы. Из графиков на рис. 3 видно, что с хорошей точностью поле можно считать линейно растущим до однородного уровня (20) внутри области IV, т. е. при $0 \leq x \leq x_*$. Данные выводы о поведении электрического поля в различных частях раз-

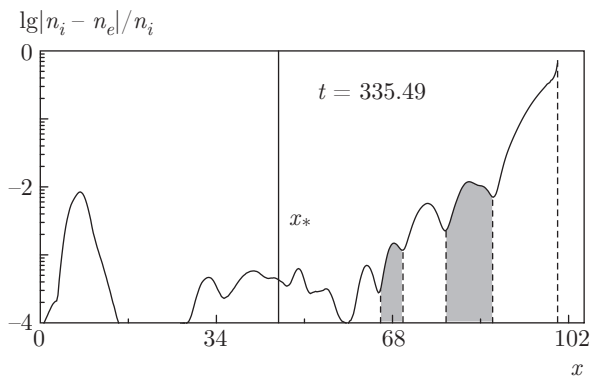


Рис. 5. Волны зарядовой плотности, возбуждаемые за фронтом разлетающейся плазмы на больших временах. В серых областях содержится избыточный отрицательный заряд

летающегося плазменного слоя будут использованы в следующем разделе при построении обобщенной теоретической модели.

Как видно из графиков распределения плотности на рис. 2 и 3, области III и IV на рис. 4 характеризуются наличием осциллирующего поведения плотности ионов плазмы позади волновых фронтов. Для более детальной иллюстрации поведения плотности на рис. 5 представлено распределение логарифма модуля относительной разности плотностей ионов и электронов, $\lg |(n_i - n_e)/n_i|$. Серым цветом на рис. 5 выделены области, в которых содержится избыточный отрицательный заряд. Осцилляции ионной плотности позади фронта плазмы характеризуются затухающей амплитудой, уменьшающимся в глубь периодом и увеличением со временем области пространства, охваченной осцилляциями (см. также рис. 2 и 3). Возбуждение сильнозатухающих колебаний ионной плотности ионно-звукового типа соответствует нестационарной структуре бесстолкновительной ударной волны, вызванной распадом разрыва начальной ионной плотности и описанной в работе [46]. Действительно, на фронте разлетающейся ионной плазмы распространяется ступенчатый скачок избыточной плотности ионов (см. рис. 1) со сверхзвуковой скоростью, что следует из сравнения пунктирной линии на рис. 4, отвечающей звуковому истечению плазмы, и кривой x_f реального движения фронта. Логично предположить, что если начальное распределение плотности будет достаточно гладким, не содержащим разрывов, то соответствующие нестационарные структуры, вызванные распадом разрыва, не будут образовываться. Анализ локального распределения электронной плотности (см., например, рис. 1) и соответствующих ему ло-

кальных дебаевских радиусов показывает, что устанавливаются колебания с $k\lambda_{De} \sim 1$. Этим объясняется уменьшение характерной длины волны осцилляций в глубь плазмы. Оценить декремент затухания представленных колебаний достаточно трудно, так как известные формулы затухания ионно-звуковых колебаний неприменимы ввиду сильнонеоднородного, экспоненциально спадающего профиля плотности плазмы (см. рис. 1). График на рис. 5 отвечает достаточно позднему моменту времени, $t = 335.49 \approx 10 t_0$, когда видно достаточное количество осцилляций. Их число увеличивается с течением времени, как только размер следующего периода осцилляций уместается в область, занятую плазмой. Эволюция числа видимых осцилляций ионной плотности хорошо прослеживается на рис. 2 и 3.

В момент времени $t = t_0$ избыточный заряд, принесенный волной разрежения, локализован в центре мишени (см. последний график на рис. 2). Его дальнейший перенос, связанный с отраженной волной, хотя и осуществляется со сверхзвуковой скоростью (см. пунктирную линию и серую кривую на рис. 4 и формулу (26)), не несет скачкообразного изменения ионной плотности. Поэтому, в отличие от движения фронта ионной плазмы, здесь следует говорить о распространении не бесстолкновительной ударной волны, а локализованного горба или солитона плотности по спадающему профилю плазмы. Тем не менее для него остается характерным неустойчивое поведение (см. рис. 3) с испусканием ионно-звуковых колебаний в своей кильватерной области (область IV на рис. 4). Распространяясь вблизи центра мишени, эти осцилляции, пришедшие с разных половин мишени, могут так же, как и первичные волны разрежения, взаимодействовать и отражаться. В частности, это приводит к возрастанию положительного заряда, сконцентрированного вблизи центра мишени (см. рис. 3). Как показывают графики на рис. 3, солитон плотности, распространяющийся на отраженной волне, двигается со скоростью, превышающей локальную скорость плазмы. Поэтому на достаточно больших временах (см. рис. 5) он догоняет волны, испущенные нестационарным фронтом плазмы, и начинает с ними взаимодействовать, сохраняя при этом свою форму. Заметим, что аналогичные солитоны плотности, бегущие по спадающему профилю плотности, могут наблюдаться экспериментально при взаимодействии лазерных импульсов с плазменной короной мишени при их поглощении в области критической плотности и дальнейшем распространении возмущения плотности в обратном направлении.

Таким образом, в разлетающемся слое плазмы конечной толщины присутствуют движущиеся локализованные области избыточного положительного заряда различной природы, связанные как с движением фронта ионной плазмы, волны разрежения и отраженной волны, так и с сильнозатухающими неустойчивостями ионно-звукового типа позади фронта и отраженной волны. Подобная волновая структура расширяющейся плазмы, безусловно, представляет интерес: возможен нагрев ионов плазмы при их рассеивании на низкочастотных фонах плазменных волн. Такой дополнительный нагрев, пусть и в низкочастотной части спектра ускоренных ионов, может быть полезен, например, для инициирования ядерных реакций. Однако влияние на распределение электростатического поля оказывают лишь основные волны — фронт плазмы, волна разрежения и отраженная волна. Поэтому далее при построении теоретической модели мы не будем стремиться к микроскопически верному описанию локального распределения плотности компонент плазмы.

5. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Перейдем к построению обобщенной аналитической модели, пригодной для вычисления спектральных распределений ускоренных ионов плазмы при произвольной степени нагрева электронов. Так как получение аналитического решения системы (7) напрямую представляется невозможным ввиду самосогласованности движения ионов и вычисления электростатического поля из нелинейного уравнения Пуассона, при конструировании модели мы будем опираться на обоснованные физические соображения, известные решения для частных случаев (разд. 3) и результаты численного моделирования из разд. 4. Заметим, что именно такой подход был использован в работе [6] для получения формулы (22). Несмотря на отсутствие последовательного теоретического вывода, полученная формула (22) активно используется для анализа результатов экспериментов и численных моделирований (см., например, работу [21]). Кроме адекватности модели для всего возможного диапазона температур электронов мы будем стремиться к ее корректности при описании разлета плазмы на большие расстояния. Это необходимо, например, при рассмотрении взаимодействия плазмы и лазерного импульса, сфокусированного в пятно размером больше 10 мкм. Действительно, большой размер D_f пятна фокусировки, при фиксированных энергии импульса и длительности при-

водит к меньшему значению интенсивности лазерного импульса, $a \sim 1/D_f$. Тогда оптимальная толщина мишени [32], обеспечивающая наиболее эффективное поглощение лазерного излучения и как следствие нагрев электронов плазмы, будет достаточно малой, $L_{opt} \sim a$. Окончательно, безразмерная длина ускорения, соответствующая расстоянию до границы одномерной стадии разлета, в течение которой ионы набирают основную часть своей энергии, задается формулой $l_{acc} = D_f/(L_{opt}/2)$. Она может достигать значений порядка нескольких сотен. Анализ графиков на рис. 1–3 показывает, что локальное распределение плотности ионов в разлетающейся плазме имеет достаточно сложную структуру. Даже если оно будет построено, необходимо решить нелинейное уравнение Пуассона из системы (7) с этой модельной плотностью. Чтобы избежать подобных трудностей, наша теоретическая модель будет основана на конструировании модельного распределения электростатического поля.

Как уже упоминалось ранее, для квазинейтрального режима истечения плазмы, в отличие от кулоновского взрыва, до сих пор не было получено локальное распределение ускоряющего поля. Поэтому наше построение начнем именно с предела малых температур. На приведенных выше рис. 2, 3 видно, что поле имеет кусочную структуру с точкой перехода в окрестности фронтов отраженной волны и волны разрежения. В разд. 4 обсуждалось, почему на рис. 3 линейно растущее с координатой поле достигает однородного уровня при значениях координаты x , несколько большем, чем дается выражением (26), полученном в рамках полного пренебрежения разделением заряда, $n_i \equiv n_e$. Сравнение с численным моделированием показывает, что реальное положение точки сшивки в квазинейтральном режиме хорошо описывается значением (26), умноженным на коэффициент 1.3. Окончательно, для положения точки сшивки и ее скорости в квазинейтральном режиме имеем

$$x_*^{QN}(t) = \begin{cases} 1 - c_s t, & t \leq t_0, \\ 1.3 \{1 + c_s t [2 \ln(c_s t) - 1]\}, & t \geq t_0, \end{cases} \quad (36)$$

$$v_*^{QN}(t) = \begin{cases} -c_s, & t \leq t_0, \\ 1.3 [c_s + 2c_s \ln(c_s t)], & t \geq t_0. \end{cases} \quad (37)$$

Видно, что волна разрежения соответствует величине $v_*^{QN} < 0$, а отраженная волна — $v_*^{QN} > 0$. Далее будем считать, что поле имеет кусочную структуру при любых температурах с точкой сшивки $x_*(T, t)$, которая перемещается со скоростью $v_*(T, t)$.

Очевидно, что квазинейтральному пределу этих величин отвечают выражения (36), (37). Отметим, что при сшивке поля в точке x_* мы требуем непрерывности только значения поля, но не его производных.

Для удобства построения обобщенной модели введем дополнительный параметр: величину E_* , равную значению электростатического поля в точке сшивки x_* . Очевидно, что в квазинейтральном пределе выражение для $E_*(T \rightarrow 0)$ имеет вид (20). Уравнением для поля E_* будет являться условие правильного описания полного падения потенциала в слое ионной плазмы:

$$\int_0^{x_f} E(x, t, E_*) dx = \varphi_0(t) - \varphi_f(t). \quad (38)$$

Законы падения потенциала в центре мишени, $\varphi_0(t)$, и на ее границе, $\varphi_f(t)$, справедливы для произвольных температур, и их требуется найти. Заметим, что в квазинейтральном пределе, когда $n_i = n_e =$

$= \exp[\varphi/T]$, временное поведение потенциала в центре плазмы, $\varphi_0(t)$, можно найти из решения (27):

$$\varphi_0^{QN}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq t_0, \\ -Tq(t), & t \geq t_0, \end{cases} \quad (39)$$

где функция $q(t)$ задана неявно:

$$\frac{t}{t_0} e^{-q/4} = 1 - \frac{q}{4} + 4q \int_0^{1/2} y e^{qy^2} \left(1 - \frac{q}{4} + qy^2\right) \times \\ \times \left(I_0(qy) + I_1(qy) \frac{1+4y^2}{4y} \right) dy. \quad (40)$$

При слабом нагреве электронов плазмы разделение зарядов возникает только на малых масштабах, что является следствием сильного дебаевского экранирования (см. рис. 2 и 3). Полагая, что на протяжении всего разлета поле экранируется вблизи фронта расширяющейся плазмы, будем считать, что поле справа от точки сшивки имеет вид

$$E(x \geq x_*) = \frac{E_* \left(1 - \exp\left[\frac{x - x_f}{\lambda(x)}\right]\right) + E_f \left(\exp\left[\frac{x - x_f}{\lambda(x)}\right] - \exp\left[\frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)}\right]\right)}{1 - \exp\left[\frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)}\right]}, \quad (41)$$

причем требование $E(x = x_*) = E_*$ выполнено для произвольных отношений $\lambda(x)/x_f$. Использование локального значения дебаевского радиуса $\lambda(x)$ гарантирует его самосогласованное изменение по мере расширения плазмы. Плотность электронов подчиняется распределению Больцмана, поэтому их дебаевский радиус записывается как

$$\lambda(x, t) = \sqrt{\frac{T}{\eta \exp[\varphi(x, t)/T]}}.$$

С ростом температуры и при соответствующем увеличении дебаевского радиуса экспоненциальное поведение поля автоматически сменяется линейной зависимостью (31). Однако при разлете на достаточно большие расстояния, когда $x_f(t)/\lambda(x, t) \sim 1$, экранированное поведение может возникать снова. Это отвечает переходу на больших временах разлета сильно нагретой плазмы, $T \gtrsim 1$, к квазинейтральному режиму (см. рис. 1). Учитывая, что $E = -\partial\varphi/\partial x$, из соотношения (41) получаем дифференциальное уравнение первого порядка для функции $W(x, t) = 1/\lambda(x, t)$:

$$\frac{\partial W(x, t)}{\partial x} + W(x, t) \{C(t, E_*) + D(t, E_*) \times \\ \times \exp[(x - x_f(t))W(x, t)]\} = 0, \quad (42)$$

$$x_* \leq x \leq x_f(t), \quad W(x_f, t) = \frac{E_f(t)}{T\sqrt{2}},$$

где

$$C(t, E_*) = \frac{1}{2T} \frac{E_* - E_f \exp\left[\frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)}\right]}{1 - \exp\left[\frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)}\right]}, \quad (43)$$

$$D(t, E_*) = \frac{1}{2T} \frac{E_f - E_*}{1 - \exp\left[\frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)}\right]}.$$

Граничное условие для $W(x)$ в уравнении (42) отвечает выражению (14) для потенциала на фронте. Фактически уравнение (42) задает некоторую специальную функцию, поэтому мы считаем локальное распределение дебаевского радиуса $\lambda(x)$ в области $x_* \leq x \leq x_f$ известным.

В случае очень малых температур электронов, $T \ll 1$, когда волна разрежения движется к центру

мишени, $v_*^{QN} < 0$ (см. рис. 2), распределения плотности и поля перед ней остаются практически невозмущенными. Мы экстраполируем это на бóльшие температуры, предполагая, что поле перед волной разрежения сохраняет начальное распределение с точностью до масштабирования на величину уменьшения поля на фронте к данному моменту времени,

$$\frac{E_f(t)}{E_f(0)} = \left[1 + \left(\frac{t}{t_{QN}} \right)^2 \right]^{-1/2}.$$

Кроме того, графики на рис. 3 показывают, что с достаточной точностью поле позади отраженной вол-

ны можно считать линейно растущим до уровня E_{ss} (20), который при произвольной температуре переходит в величину E_* , а фронт отраженной волны переходит в положение обобщенной точки сшивки. Линейное поведение поля при $x < x_*$ также согласуется с противоположным предельным случаем кулоновского взрыва, когда поле линейно всюду внутри плазмы (31). Окончательно приходим к следующему приближенному выражению для распределения электростатического поля внутри ионной плазмы в различных ее областях относительно положения и направления перемещения точки сшивки:

$$E(x, t, E_*) = \begin{cases} 2TC(t, E_*) + 2TD(t, E_*) \exp \left[\frac{x - x_f(t)}{\lambda(x, t)} \right], & x \geq x_*, \\ E_* \frac{x}{x_*}, & x \leq x_*, \quad v_* \geq 0, \\ E(x, 0) \left[1 + \left(\frac{t}{t_{QN}} \right)^2 \right]^{-1/2}, & x \leq x_*, \quad v_* < 0. \end{cases} \quad (44)$$

Вид поля (44) при $x \leq x_*$ определяет распределение потенциала, а следовательно, и значение дебаевского радиуса в точке сшивки, $\lambda(x_*, t)$, в выражениях (43):

$$\lambda(x_*, t) = \sqrt{\frac{T}{\eta}} \begin{cases} \exp \left[-\frac{1}{2T} \left(\varphi_0(t) - \frac{E_*}{2} x_* \right) \right], & v_* > 0, \\ \exp \left[-\frac{1}{2T} \varphi(x_*, 0) \left\{ 1 + \left(\frac{t}{t_{QN}} \right)^2 \right\}^{-1/2} \right], & v_* \leq 0. \end{cases} \quad (45)$$

Здесь $\varphi(x, 0)$ — начальное распределение потенциала (15).

С ростом температуры эффекты разделения зарядов начинают играть все более существенную роль по сравнению с чисто гидродинамическими эффектами, такими как распространение волн ионно-звукового типа. При $T \approx 1$ необходимо полностью кинетическое рассмотрение разлета, и движение точки сшивки x_* , обусловленное распространением волн зарядовой плотности, теряет смысл. Так как существует некоторый произвол в приближенном выборе точки сшивки, мы качественно (но в соответствии с численной моделью) принимаем $x_* = 0.5 x_f$ уже при $T = 1$. Плавный переход во временном поведении точки сшивки от гидродинамического режима к чисто кинетическому осуществляется введением интерполяционного коэффициента $A(T)$,

$$x_* = A(T) x_*^{QN}(t) + [1 - A(T)] \frac{x_f(t)}{2}, \quad (46)$$

$$v_* = A(T) v_*^{QN}(t) + [1 - A(T)] \frac{v_f(t)}{2}, \quad (47)$$

который имеет вид

$$A(T) = \frac{1}{2} \left(1 - \text{th} \left[\frac{T - 0.1}{0.1} \right] \right). \quad (48)$$

Зависимости $x_*^{QN}(t)$ и $v_*^{QN}(t)$ для квазинейтрального режима берутся из формул соответственно (36) и (37).

В работах [32, 33, 42] было предложено неявное выражение для поля $E_f(T)$ на фронте, применимое при произвольных T и демонстрирующее удовлетворительную точность при сравнении с результатами одномерного и полномасштабного численного моделирования. Это выражение было получено в рамках достаточно грубого предположения, что плотность ионов по всему слою плазмы имеет вид $n_i = n_e + E_f/x_f$. Явное выражение для поля на фронте, являющееся обобщением формулы (22) на случай произвольных температур и не использующее дополнительных предположений о виде плотности ионов, получено в работе [34] путем установления зависимости времени перехода в квазинейтральный режим, t_{QN} , от температуры:

$$E_f(t) = E_f(0) \left[1 + \left(\frac{t}{t_{QN}(T)} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (49)$$

где начальное значение поля $E_f(0)$ приведено в формуле (18), а температурная зависимость $t_{QN}(T)$ выражается как

$$t_{QN}(T) = \begin{cases} \sqrt{2e}, & T < 1, \\ \sqrt{2T} + \frac{1}{\sqrt{T}}, & T \geq 1. \end{cases} \quad (50)$$

Из выражения (49) следует универсальный закон движения фронта, $\ddot{x}_f = E_f$,

$$x_f(t) = 1 + E_f(0)t_{QN}^2 \left(1 - \sqrt{1 + \left(\frac{t}{t_{QN}} \right)^2} + \frac{t}{t_{QN}} \ln \left[\frac{t}{t_{QN}} + \sqrt{1 + \left(\frac{t}{t_{QN}} \right)^2} \right] \right), \quad (51)$$

$$v_f(t) = 2\sqrt{T} \ln \left[\frac{t}{t_{QN}} + \sqrt{1 + \left(\frac{t}{t_{QN}} \right)^2} \right], \quad (52)$$

и эволюции максимальной энергии $\varepsilon_{max} = \dot{x}_f^2/2$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{max}(t) &= \\ &= \frac{1}{2} E_f^2(0) t_{QN}^2 \ln^2 \left[\frac{t}{t_{QN}} + \sqrt{1 + \left(\frac{t}{t_{QN}} \right)^2} \right]. \end{aligned} \quad (53)$$

Из формул (14), (18) и (49) вытекает логарифмический закон падения потенциала на фронте разлетающейся плазмы:

$$\varphi_f(t) = -\eta T - T \ln \left[1 + \left(\frac{t}{t_{QN}} \right)^2 \right]. \quad (54)$$

Для получения закона эволюции потенциала в центре мишени, универсального для любых температур, рассмотрим уравнение (40), определяющее величину $\varphi_0^{QN}(t)$. Параметром, входящим в это уравнение, является единственный временной масштаб задачи, существующий в квазинейтральном пределе, — время встречи волн разрежения в центре мишени, $t_0 = c_s^{-1}$. Если должным образом продолжить функцию $t_0(T)$, можно будет описать асимптотическое поведение функции $\varphi_0(t)$ при любом T на больших временах, когда любой первоначальный разлет будет переходить в квазинейтральный. Полученный нами температурный скейлинг имеет вид

$$t_0(T) = \frac{1}{\sqrt{T}} + 0.4 + 1.3 \sqrt{2T}. \quad (55)$$

Для его получения были использованы функциональные зависимости c_s^{-1} и асимптотика $t_{QN}(T \rightarrow \infty) = \sqrt{2T}$. Коэффициенты подбирались путем сравнения с результатами численного моделирования. Приближение $n_i = n_e + E_f/x_f$, использованное в работах [32, 33, 42], дает линейно растущее поле

$$E(x, t) = \frac{x}{x_f(t)} E_f(t) \quad (56)$$

и поэтому пригодно для режимов разлета, близких к кулоновскому взрыву. В этом приближении, получаем

$$\begin{aligned} \varphi_0^{CE}(t) &= \varphi_f(t) + \frac{1}{2} E_f(t) x_f(t) - \\ &- \left(-\eta T + \frac{E_f(0)}{2} \right), \end{aligned} \quad (57)$$

причем $E_f(t)$, $x_f(t)$ и $\varphi_f(t)$ берутся соответственно из выражений (49), (51) и (54). Последнее слагаемое в выражении (57) обеспечивает выполнение условия $\varphi_0^{CE}(0) \equiv 0$ для любого T . По мере разлета избыточный положительный заряд, изначально находившийся в ионной плазме, компенсируется электронами, попадающими в расширяющуюся плазму из окружающего электронного облака. Поэтому поведение функции $\varphi_0(t)$ будет близко к поведению функции φ_0^{QN} на относительно больших временах при любых значениях температуры. Переход к поведению (57) с ростом температуры на малых временах будем осуществлять путем введения момента времени $t_j(T)$: при $t < t_j(T)$ потенциал в центре ведет себя как $\varphi_0^{CE}(t)$ из (57), а после этого его поведение дается квазинейтральным приближением:

$$\varphi_0(t) = \begin{cases} \varphi_0^{CE}(t) \frac{\varphi_0^{QN}(t_j)}{\varphi_0^{CE}(t_j)}, & t \leq t_j(T), \\ \varphi_0^{QN}(t), & t \geq t_j(T). \end{cases} \quad (58)$$

Дополнительный множитель в первом случае обеспечивает непрерывность функции $\varphi_0(t)$ при $t = t_j(T)$. Сравнение с численным решением дает следующий скейлинг для температурного поведения времени сшивки:

$$t_j(T) = \frac{1}{\sqrt{T}} + 1.5 + 2.3 \sqrt{2T}. \quad (59)$$

При выводе этого соотношения были использованы функциональные зависимости, аналогичные выражению (55).

Система выражений (36)–(51), (54), (55), (57)–(59) задает процедуру вычисления пространственно-временного поведения электростатического

поля для любых температур T электронов. Следовательно, спектральные распределения ионов могут быть найдены из решения уравнения движения с заданным полем, представляющего собой обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\ddot{x} = E(x, t).$$

В следующем разделе мы проанализируем точность теоретических результатов, полученных с помощью описанной процедуры.

6. СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для определения точности и границ применимости построенной модели проведем сравнение с результатами численного моделирования, описанного в разд. 4. На рис. 6 представлены пространственные распределения электростатического поля для различных моментов времени и температур электронов, полученные численно (серые кривые) и по модельным формулам из разд. 5 (черные кривые). Для сравнения на рис. 6 также приведены однородные распределения (штриховые линии) автомодельного поля (20) из работы [5]. Видно, что при малых температурах (верхний ряд графиков на рис. 6) модельное распределение хорошо согласуется с численным решением. Исключением является описание детальной структуры поля, не вносящей существенного вклада в движение частиц: неоднородности вследствие влияния волн зарядовой плотности (правый график) и ширина переходной области вблизи волны разрежения (левый график). Последнее связано с использованным приближением, что поле (44) имеет ступенчатое поведение на фронте волны разрежения. При значениях температур $T \gtrsim 1$ на начальной стадии разлета выполнение условия $\lambda \gtrsim L$ обеспечивает сходство движения плазмы с режимом кулоновского взрыва: поле линейно всюду внутри плазмы. С течением времени линейное поведение поля сменяется экранированным тем позднее, чем больше начальная температура (это видно из температурных зависимостей введенных моментов времени t_{QN} и t_j). При описании этой особенности разлета предлагаемая модель также демонстрирует хорошую точность. Отметим, что, как и предполагалось, использование в модели самосогласованного дебаевского радиуса, подчиняющегося уравнению (42), позволило корректно описать поведение поля вблизи фронта во всех диапазонах как температур электронов, так и времен разлета. Значи-

тельные расхождения теоретических и численных результатов, порядка 20–25 %, наблюдаются только в глубине расширяющегося слоя плазмы, где движутся низкоэнергетичные частицы. Поэтому часть спектра ионов, представляющая практический интерес, должна описываться с хорошей точностью.

Выводы о точности описания энергетических характеристик ускоренных частиц, полученные выше на основе сравнения распределений электростатического поля, подтверждаются непосредственным сравнением их спектральных распределений. Так, на рис. 7 показаны спектры ионов при их движении в модельном поле (черные кривые) и полученные при численном моделировании (серые кривые). Для удобства сравнения распределений при различных температурах электронов спектры построены для моментов времени, когда фронт разлетающихся ионов достигает определенного положения в пространстве, $x_f = 20, 200$. Как уже упоминалось выше, в эксперименте может наблюдаться ситуация, когда требуется описывать достаточно большие дистанции разлета. Выбранное для демонстрации максимальное значение $x_f = 200$ отвечает взаимодействию лазерного импульса с длиной волны $\lambda_L = 1$ мкм, энергией $\epsilon_L = 12$ Дж, длительностью $\tau = 30$ фс и размером пятна фокусировки $D_f = 4$ мкм с мишенью из искусственного алмаза (DLC) плотностью 2.2 г/см³ ($n_{e0} = 6.6 \cdot 10^{23}$ см⁻³). Для данных параметров лазерного импульса критическая плотность составляет $n_{cr} = 1.1 \cdot 10^{21}$ см⁻³, а безразмерная амплитуда поглощенного поля — $a_0 = 48$, при этом оптимальная толщина мишени, обеспечивающая оптимальное поглощение лазерного импульса [32] $L_{opt} = 0.5\lambda_L a_0 n_{cr}/n_e = 40$ нм. Одномерная стадия разлета будет соответствовать длине ускорения $l_{acc} = D_f/(L_{opt}/2) = 200$.

Некоторым спектрам на рис. 7, полученным при моделировании, присущи характерные численные эффекты в виде слабого шума. К таким эффектам, однако, не относится сформировавшаяся сингулярность вблизи энергии отсечки. Конечность ее высоты связана с количеством частиц, попадающих в область вблизи максимальной энергии, которое уменьшается при рассмотрении поздних моментов времени, $x_f = 200$. Сингулярность ионного фронта связана с распадом разрыва начальной плотности ионов, который имеет место при $x = 1$. Подобные сингулярности (каустика, касп, скачок и др.) широко обсуждались во многих работах, связанных с динамикой недиссипативных газов в расширяющейся Вселенной [47] или кулоновского расширения плазмы [48, 49]. Для задачи квазинейтрального разлета

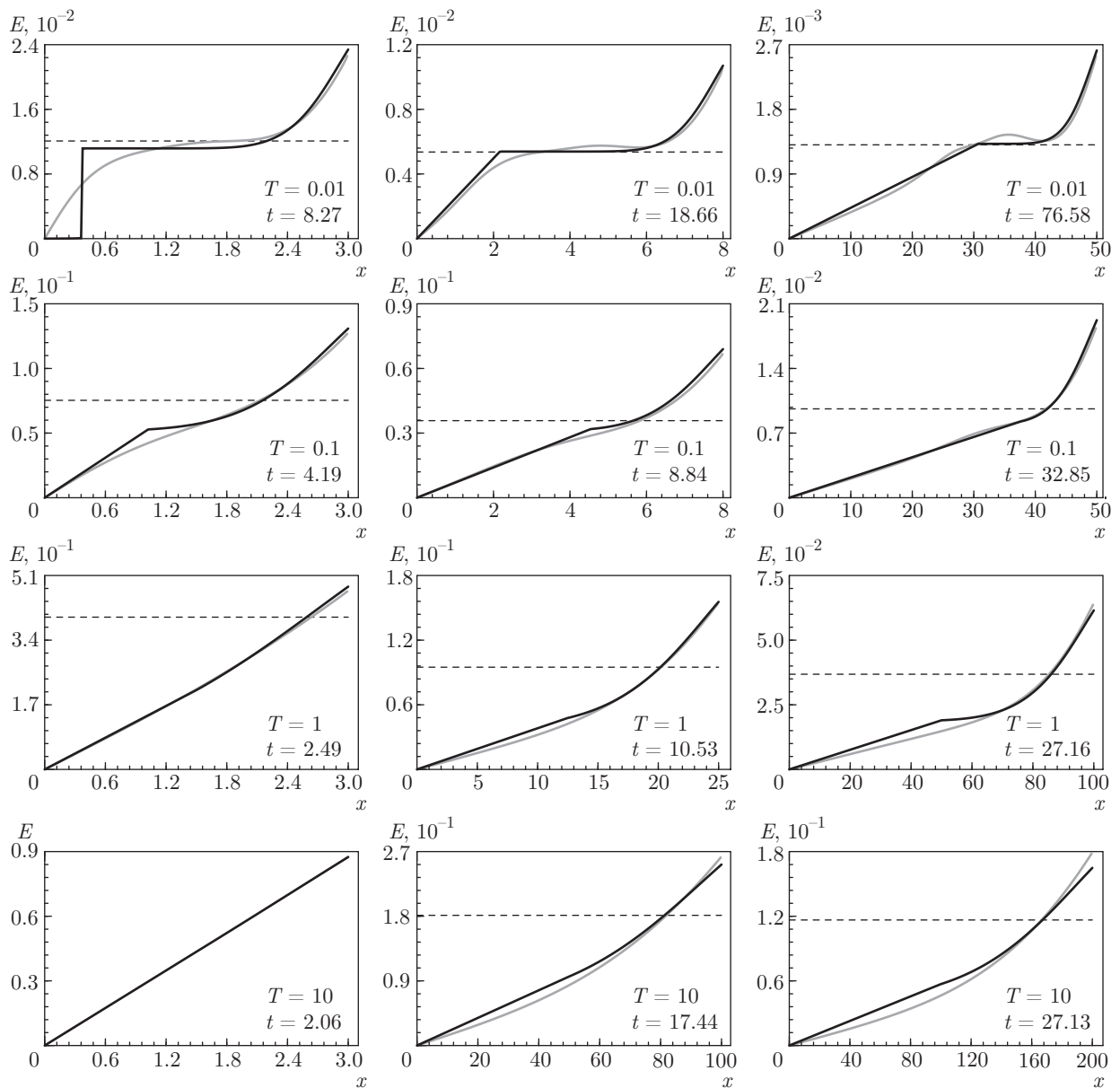


Рис. 6. Пространственные распределения электрического поля: модельное (черные кривые) и численное (серые кривые), для различных моментов времени и температур электронов. Штриховые линии отвечают однородному автомодельному полю (20)

этот эффект был впервые обнаружен в работе [43] и воспроизведен недавно [44]. Это является интегрируемой сингулярностью. Она возникает в узкой пространственной области, поэтому число частиц в ней будет малым. В итоге такая структура не будет давать существенного вклада в электрическое поле на фронте, и следовательно, ее влиянием на значение максимальной энергии ионов можно пренебречь. Подобные сингулярности плотности, скорее всего, не будут возникать, если вместо бoльцмановского

распределения использовать кинетическое уравнение для описания электронной подсистемы плазмы. Так, в работе [50] был рассмотрен адиабатический разлет плазмы с решением кинетического уравнения как для ионов, так и для электронов. Никакой сингулярности для случая резкой границы плазмы найдено не было. С другой стороны, для изначально плавного профиля плотности сингулярность может возникнуть.

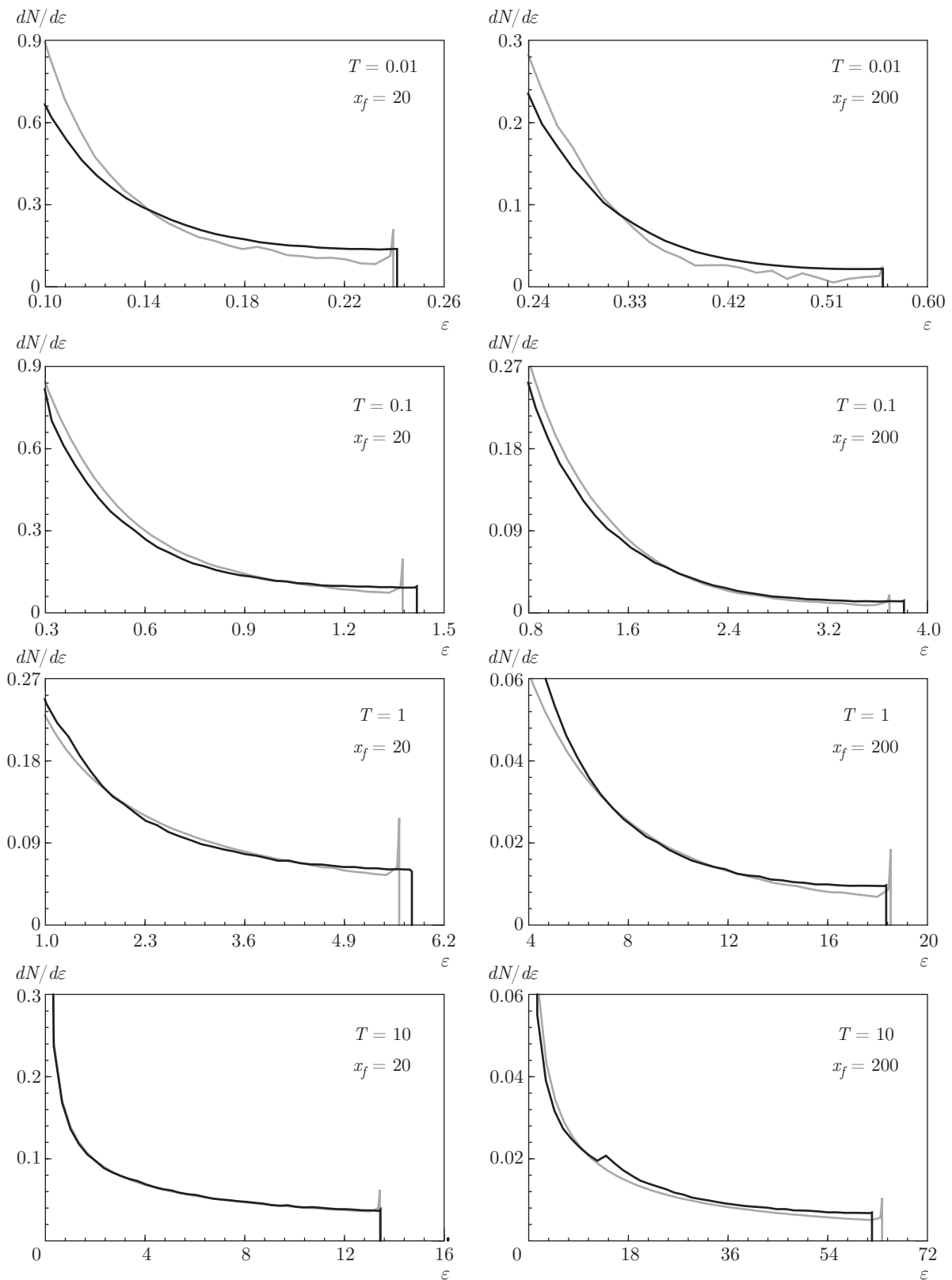


Рис. 7. Спектры ионов на моменты времени, соответствующие $x_f = 20$ и $x_f = 200$, для различных температур электронов: черные кривые — результаты теоретической модели, серые — численные результаты

Из графиков на рис. 7 видно, что на больших временах можно говорить о некотором самоподобии спектральных распределений, полученных для разных температур. Это связано с уже обсуждавшимся стремлением разлета к квазинейтральному режиму. Как и следует из анализа распределений электрического поля, рассматриваемая модель демонстрирует хорошее согласие в высокоэнергетичной части спектра и некоторое расхождение в области низких энергий. Присутствующий излом на теоретических спектрах является следствием кусочной структуры поля (44) и не вносит существенных ошибок в описание энергетических характеристик частиц. Окончательно можно заключить, что наша модель корректно воспроизводит численные результаты во всем диапазоне температур электронов и на протяжении всего разлета, и можно говорить, что она не имеет ограничений по своему применению.

Для установления количественных оценок точности рассматриваемой модели проведем сравнение поведения количества частиц, попадающих в заданный спектральный диапазон (11), в зависимости от различных величин. На рис. 8 показаны зависимости от температуры числа частиц, попадающих в спектральный диапазон (11) шириной Δ (в процентах) от максимальной энергии, т. е. обладающих энергией от $(1 - \Delta)\varepsilon_{max}$ до ε_{max} . Для иллюстрации выбраны достаточно узкий диапазон энергий $\Delta = 20\%$ и вся высокоэнергетичная часть $\Delta = 60\%$. Показаны моменты времени, отвечающие $x_f = 20$ и $x_f = 200$. Кружки на графиках соответствуют численным результатам. Видно, что с ростом температуры число частиц, обладающих заданным разбросом по энергии, растет, достигая предельного значения (34) (пунктирные линии на рис. 8), отвечающего кулоновскому взрыву мишени. Отметим также, что результаты, полученные с помощью линейного поля (56) (серые линии) из работ [32, 33, 42], совпадают с зависимостями для кулоновского взрыва (пунктирные линии), для которого поле внутри плазмы также линейно (31). При этом различия в результирующей максимальной энергии для этих двух случаев не существенны, так как формулу (11) для вычисления N_Δ можно переписать следующим образом:

$$N_\Delta = \frac{1}{N} \int_{(1-\Delta)}^1 \frac{dN}{d\xi}(\xi) d\xi,$$

где $\xi = \varepsilon/\varepsilon_{max}$, т. е. величина N_Δ зависит только от формы спектрального распределения, обусловленного распределением электростатического поля. Штриховые кривые на рис. 8 иллюстрируют зависи-

мость, полученную для квазинейтрального истечения плазмы (25). Как и ожидалось, данные кривые описывают результаты численного моделирования в пределе низких температур, существенно отклоняясь при $T > 1$ для узкого спектрального диапазона $\Delta = 20\%$ и при $T > 0.1$ для широкого диапазона $\Delta = 60\%$, причем отклонения увеличиваются с течением времени (ср. графики для $x_f = 20$ и $x_f = 200$). Очевидно, что зависимость (25) для полубесконечной плазмы не способна описать переход к кулоновскому взрыву, поэтому штриховые кривые не стремятся к пунктирным линиям, отвечающим пределу (34). Зависимость $N_\Delta(T)$, вычисленная с использованием рассматриваемой модели (36)–(51), (54), (55), (57)–(59) (сплошные кривые на рис. 8) с хорошей точностью совпадает с результатами численного моделирования и корректно описывает переход как к пределу малых температур (25), так и к экстремальному нагреву электронов (34). Отклонения от численных результатов растут с течением времени, достигая 20–30%. Отметим также, что стремление к пределу кулоновского взрыва становится слабее на больших временах. Действительно, предел кулоновского взрыва отвечает очень сильному нагреву электронов, когда их дебаевский радиус много больше характерного размера плазмы, т. е. положения ее фронта, $\lambda(T)/x_f(t)$. Когда плазма разлетелась на достаточно большие расстояния, $x_f \gg 1$, для выполнения этого условия требуются гораздо большие температуры. Поэтому переходная область, сочетающая в себе черты каждого из асимптотических режимов разлета, простирается на $1 \lesssim T \lesssim 20$, где и наблюдаются самые большие отклонения результатов модели от численных. Излом на теоретических кривых в области $T \sim 1$ объясняется тем, что при ее построении мы опирались на предельные случаи $T \rightarrow 0, \infty$, используя достаточно простые методы их сшивки, которые приводят к самой большой ошибке именно в переходной области. В целом графики на рис. 8 подобны зависимости максимальной энергии от температуры, рассмотренной в работе [42] в рамках простейшей аппроксимации плотности разлетающихся ионов.

Для более полного анализа такой практически важной характеристики пучка ускоренных частиц, как их число в данном интервале энергий, рассмотрим ее поведение на двух параметрических плоскостях. На рис. 9 представлены зависимости величины $N_{20\%}$ от температуры T электронов и положения x_f фронта разлетевшейся плазмы. Для дополнительного контроля точности результатов модели также показаны численные результаты. Являясь обобщением

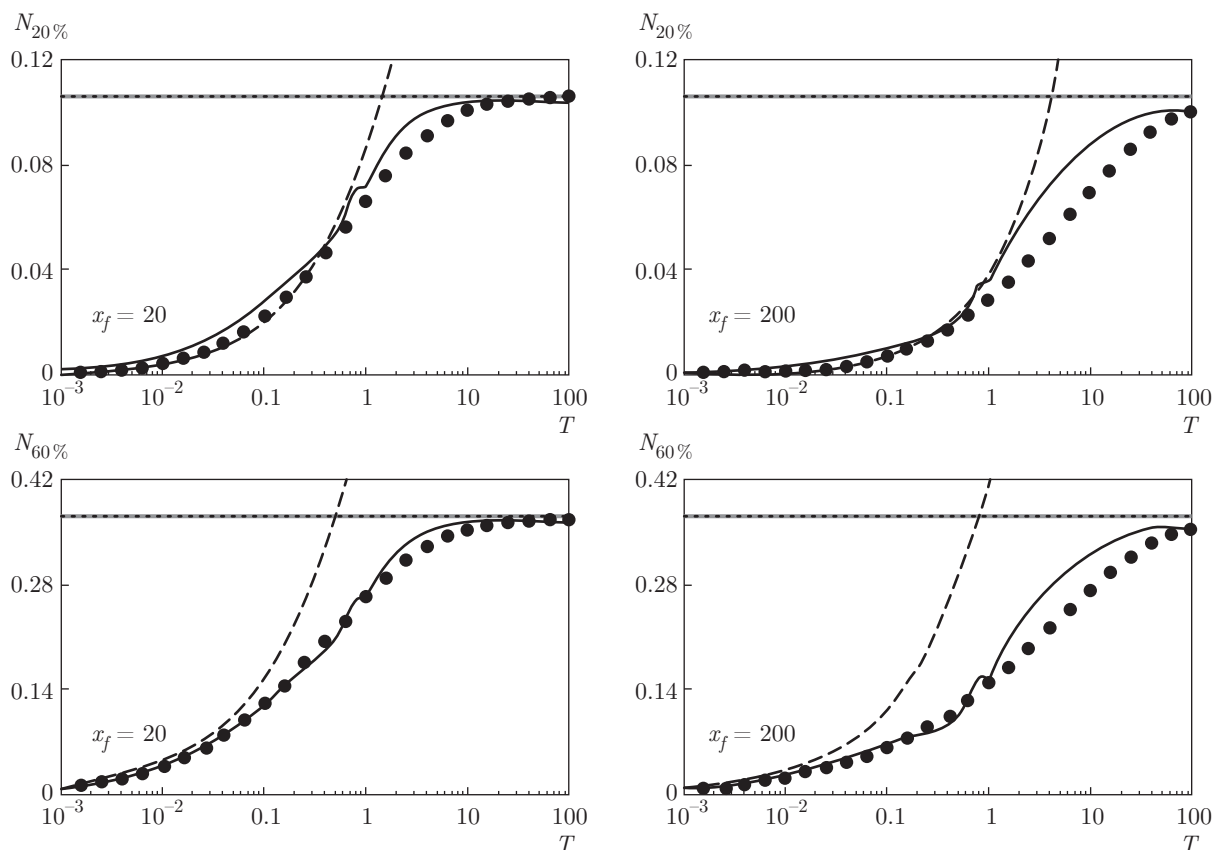


Рис. 8. Величина N_{Δ} (11) для диапазона энергий $\Delta = 20, 60\%$ и моментов времени, отвечающих $x_f = 20, 200$. Кружки отвечают результатам численного моделирования, штриховые кривые — зависимости (25), пунктирные — (34), сплошные — предлагаемой аналитической модели, серые — результатам, полученным с использованием линейного поля (56)

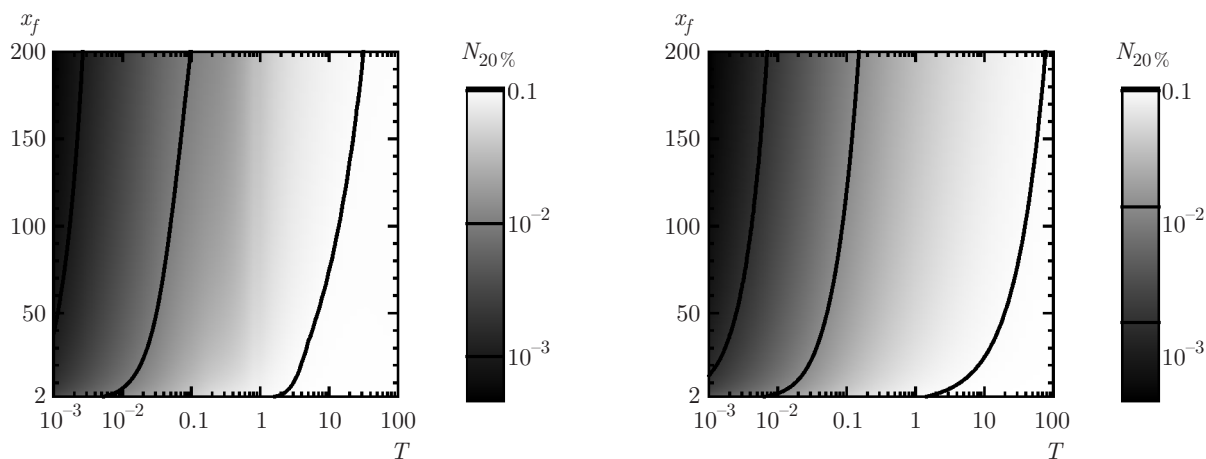


Рис. 9. Величина $N_{20\%}$ в зависимости от температуры электронов и положения фронта. Слева представлены аналитические результаты, справа — результаты численного моделирования. Сплошные кривые — линии постоянного уровня

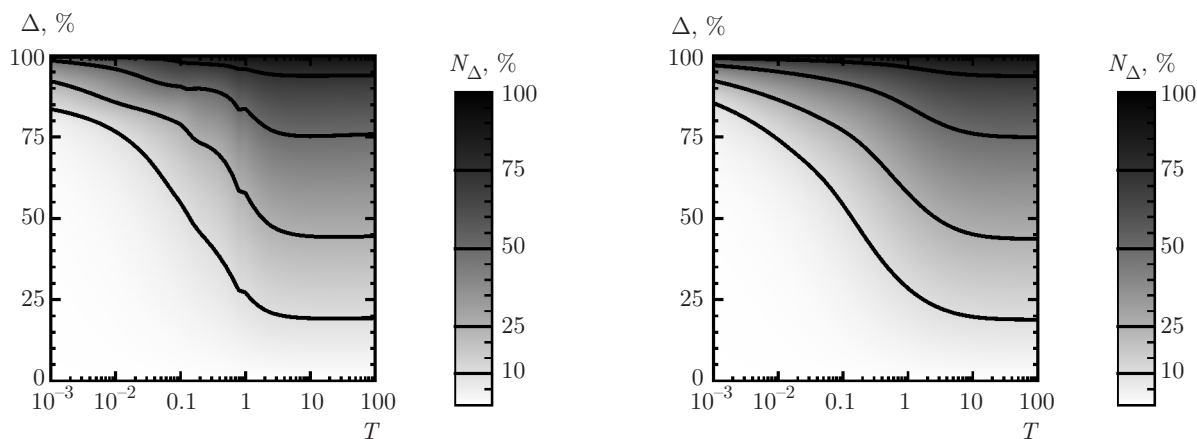


Рис. 10. Величина N_{Δ} в зависимости от температуры электронов и ширины выбранного диапазона энергий, Δ , в процентах. Слева представлены аналитические результаты, справа — результаты численного моделирования. Сплошные кривые — линии постоянного уровня. Положение фронта ионов $x_f = 20$

зависимостей на рис. 8, данные графики аналогично демонстрируют увеличение числа ускоренных частиц с ростом температуры. По мере разлета ввиду пространственного, а следовательно, и спектрального уширения пучка число частиц в заданном диапазоне энергий непрерывно уменьшается, причем это происходит достаточно резко на начальной стадии разлета, $x_f < 50$. Согласие теоретических и численных результатов, демонстрируемое графиками на рис. 9, остается достаточно хорошим. Отметим, что на основе графиков с рис. 9 возможно проводить планирование экспериментов по генерации пучков ускоренных частиц с наперед заданными параметрами. Так, для заданных энергии и мощности лазера и параметров мишени, которые определяют величину температуры электронной компоненты, путем подбора длины ускорения, связанной с размером пятна фокусировки, можно определить число частиц, которые будут обладать заданным разбросом по энергии.

Дополнительно рассмотрим поведение числа частиц N_{Δ} в зависимости от самой ширины спектрального диапазона и температуры электронов, зафиксировав дистанцию разлета, $x_f = 20$, ввиду ее слабого влияния. На рис. 10 приведены примеры такой зависимости, полученной в рамках модели и путем численного моделирования. Прежде всего графики на рис. 10 подтверждают известный вывод о невозможности генерации моноэнергетических пучков из мишеней с одним сортом ионной компоненты: в узком диапазоне энергий никогда не будет содержаться существенное число частиц. При малых температурах генерируемый пучок

существенно «немоноэнергетичен»: 10% от общего числа частиц обладают разбросом в 80% от максимальной энергии. Ситуация качественно меняется при $0.1 < T < 1$, когда число частиц с близкими энергиями достаточно резко возрастает. Об этом можно судить по провалу линий постоянного уровня вблизи этой температуры. Наличие именно в этой области такого качественного перехода, связанного с возникновением достаточно сильного поля разделения зарядов, является дополнительным обоснованием для выбора в качестве области шивки двух предельных режимов разлета диапазона температур $0.1 < T < 1$. Еще раз подчеркнем хорошую точность построенной модели, демонстрируемую графиками на рис. 10.

7. СРАВНЕНИЕ С ТРЕХМЕРНЫМ ЧИСЛЕННЫМ МОДЕЛИРОВАНИЕМ

В данном разделе мы опишем процедуру получения спектрально-энергетических характеристик ускоренных ионов на основе рассмотренной теоретической модели для реальных параметров лазерного импульса и мишени, в частности, используя сравнение теоретических результатов с результатами полномасштабного кинетического моделирования. Для этого был использован численный кинетический электромагнитный код VSim [35], позволяющий моделировать задачи взаимодействия излучения с плазмой: лазерное поле и самосогласованное поле плазмы задаются и вычисляются с помощью уравнений Максвелла, решаемых с использованием схемы Йи; релятивистское движение частиц моде-

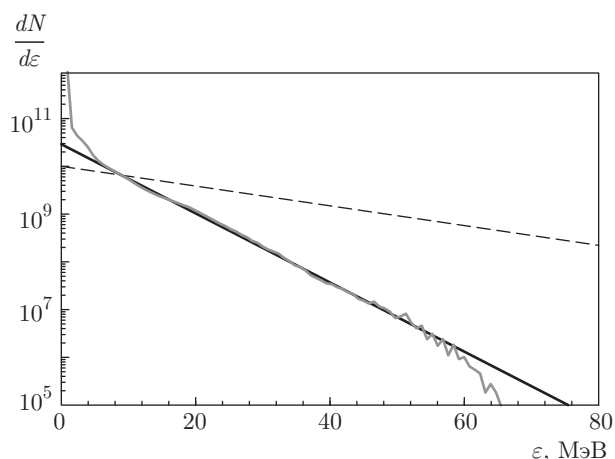


Рис. 11. Спектральное распределение электронов в направлении лазерного импульса из численного 3D PIC-моделирования (серая кривая) и максвелловские скейлинги $dN/d\varepsilon = N_0 \exp[-\varepsilon/T]$ для значений температуры, вычисленных по поглощенной интенсивности $T(a_{abs}) = 6$ МэВ (черная прямая) и вакуумной интенсивности $T(a_0) = 21$ МэВ (штриховая линия) через 20 фс после прихода максимума лазерного импульса на мишень

лируется с помощью консервативных схем в комбинации с методом «частица-в-ячейке» для вычисления вклада макрочастиц в распределение тока в плазме. Размерности проведенных расчетов определяются как 3D3V: трехмерная по физическому пространству (3D) и трехмерная по пространству скоростей (3V). В качестве примера, рассмотрим взаимодействие лазерного импульса с длиной волны $\lambda_L = 1$ мкм, длительностью $\tau = 30$ фс и безразмерной амплитудой $a_0 = 60$, сфокусированного в пятно с $D_f = 4$ мкм (что соответствует вакуумной интенсивности $I_0 = 5 \cdot 10^{21}$ Вт/см²), с полностью ионизированной углеродной мишенью ($Z = 6$) толщиной $L = 150$ нм и электронной плотностью $n_e = 200 n_{cr}$, где $n_{cr} = 1.11 \cdot 10^{21}$ см⁻³ — критическая плотность для данной длины волны (что соответствует массовой плотности вещества мишени 0.73 г/см³ и плотности числа частиц ионов $C^{6+} n_{i0} = 3.67 \cdot 10^{22}$ см⁻³). Размеры расчетной области составляли $24 \times 14 \times 14$ мкм³; разрешение $h_x = \lambda_L/120$ по оси x , в направлении распространения лазерного импульса, и $h_{\perp} = \lambda_L/20$ в поперечных направлениях; в пространственной ячейке находилось 16 частиц в продольном направлении и по 2 частицы в поперечных направлениях.

Используя формулу для скин-глубины проникновения лазерного излучения релятивистской интенсивности,

$$\lambda_s = \frac{\lambda_L}{2\pi} \left[\frac{n_e}{\gamma n_{cr}} - 1 \right]^{-1/2},$$

где $\gamma = \sqrt{1 + a_0^2/2}$ — релятивистский фактор электронов, вычисленный по вакуумной амплитуде лазерного поля, находим, что для рассматриваемых параметров толщина слоя эффективного поглощения лазерного излучения, λ_s , как раз оказывается порядка толщины L мишени. Таким образом, имеет место эффективный нагрев электронов плазмы по всей толщине мишени, что позволяет использовать однотемпературное приближение при описании их энергетического распределения. Определение температуры электронов, фактически являющейся единственным управляющим параметром, выходит за рамки нашей модели и может быть включено эмпирически, например, с использованием данных численного моделирования. Так, анализ динамики электронной компоненты при лазер-плазменном взаимодействии, полученной с помощью численного кода VSim для указанных параметров лазерного импульса и мишени, показывает, что суммарно электронами мишени поглощается только 9% всей энергии лазерного импульса. Таким образом, вместо вакуумной интенсивности I_0 для определения температуры электронов следует рассматривать поглощенную интенсивность $I_{abs} = I_0 C_{abs}$ [32], где C_{abs} — коэффициент конверсии энергии лазера в энергию лазерно-нагретых электронов (в данном случае $C_{abs} = 0.09$), и соответствующую поглощенную безразмерную амплитуду поля $a_{abs} = a_0 \sqrt{C_{abs}} = 18$. Согласно пондеромоторному скейлингу (1), значение температуры электронов, вычисленное по поглощенному полю, составляет $T(a_{abs}) = 6$ МэВ. Для иллюстрации необходимости использовать значение поглощенного лазерного поля на рис. 11 представлено полученное из численного моделирования спектральное распределение электронов мишени через 20 фс после прихода максимума лазерного импульса на мишень (серая кривая), когда уже произошел эффективный нагрев основной части электронов, но не началось их остывание вследствие перекачки энергии через электрическое поле к ускоряемым ионам. Также на рис. 11 представлены максвелловские спектральные распределения $dN/d\varepsilon = N_0 \exp[-\varepsilon/T]$ с температурами, рассчитанными по вакуумному значению амплитуды лазерного поля $T(a_0) = 21$ МэВ (штриховая линия) и по поглощенному полю $T(a_{abs})$ (черная линия). Анализ графиков показывает, что при использовании вакуумного значения температуры электронов, $T(a_0)$, невозможно описать реаль-

ное распределение электронов мишени по энергиям. В то же время температура $T(a_{abs})$, рассчитанная по поглощенному полю, адекватно описывает распределение электронов средних и высоких энергий (ср. с работой [32]), которые и ответственны за набор энергии ионами. Очевидно, что низкоэнергетическая часть спектра на рис. 11 отвечает электронам, изначально находившимся на периферии фокального пятна лазерного импульса, что обуславливает их меньшую температуру.

Опираясь на полученную оценку температуры электронной компоненты из PIC-моделирования, можно найти спектральное распределение ускоренных ионов в рамках нашей теоретической модели. Для использованных в расчетах параметров лазерного импульса и мишени единица измерения температуры $[T]$, применявшаяся при приведении к безразмерному виду основной системы уравнений (7), составляет

$$[T] = 4 \pi Z e^2 n_{i0} (L/2)^2 = 22.38 \text{ МэВ}. \quad (60)$$

Окончательно получаем безразмерное значение температуры $T = T(a_{abs})/[T] = 0.269$, т.е. разлет плазмы проходит в режиме, промежуточном между квазинейтральным и кулоновским взрывом. Чтобы дополнительно приблизить теоретическое описание электростатического поля в нашей модели к реальности и расширить границы ее применимости, следует учесть эффект уменьшения поля после перехода разлета в трехмерный режим. Аналогично работе [32], мы считаем, что, ввиду конечности поперечного размера D_f фокального пятна, ускоряющее поле должно спадать пропорционально x^{-2} при $x \gg D_f$. Вводя безразмерную границу одномерного режима, $L_{1D} = 1 + D_f/(L/2) = 54$, записываем

$$E_{3D} = \begin{cases} E(x, t), & x \leq L_{1D}, \\ \frac{E(L_{1D}, t(x = L_{1D}))}{1 + (x - L_{1D})^2}, & x \geq L_{1D}, \end{cases} \quad (61)$$

где $E(x, t)$ — поле, определяемое выражениями (36)–(51), (54), (55), (57)–(59).

Используя теоретическое распределение поля (61), для безразмерного значения температуры $T = 0.269$ были получены спектральные распределения ускоренных ионов углерода. Сравнение теоретических результатов с численными из кода VSim представлено на рис. 12. Переход к размерным единицам в теоретических спектрах осуществлялся с помощью единицы измерения энергии $[\varepsilon] = Z[T] = 134.3 \text{ МэВ}$, следующей из формулы (60), и нормировкой числа частиц

задаваемой величиной $n_{i0} L/2 \pi (D_f)^2/4$ — полному числу частиц, находившихся изначально внутри фокального объема с толщиной, равной половине толщины мишени. Анализ спектральных распределений на рис. 12, полученных численно (серые кривые) и теоретически (черные сплошные кривые), для моментов времени и отвечающих различным положениям фронта ускоряемых ионов, позволяет говорить о хорошем качественном и количественном описании ускорения ионов с помощью построенной модели. Так, отклонения в значениях максимальной энергии ионов находятся в пределе 10–15% и наблюдаются только на этапе набора энергии ионами (верхний ряд графиков на рис. 12).

Детальный анализ спектральных распределений, получаемых в рамках построенной теории, на основе сравнения с одномерным электростатическим кодом (см. разд. 6) продемонстрировал хорошую точность теоретической модели при описании всех спектральных областей ускоренных ионов. Этот факт позволяет утверждать, что расхождения в числе частиц, находящихся в различных спектральных областях, демонстрируемые графиками на рис. 12, связаны с эффектами, учет которых выходит за рамки одномерной БВП-модели, взятой за основу при построении нашей модели. Так, завышение числа частиц в высокоэнергетичной области спектра связано, скорее всего, с предположением об однородности температуры электронов в поперечном направлении, т.е. с пренебрежением радиальным распределением интенсивности лазерного излучения. Численное моделирование показывает, что частицы с самой большой энергией изначально находились в узкой области вблизи оси лазера и двигались внутри конуса с малым углом раствора. Число таких частиц при этом достаточно мало. Больше количество частиц в холодной части спектра, демонстрируемое численным моделированием, обуславливается ионами, ускоряемыми в слабом поле из периферийной области фокального пятна, которые также не могут быть учтены в рамках одномерной модели.

Для иллюстрации необходимости учета уменьшения ускоряющего поля при переходе к трехмерной стадии разлета на рис. 12 штриховыми кривыми показаны спектральные распределения, полученные без использования части выражения (61), отвечающей $x \geq L_{1D}$. Так, нижний ряд графиков на рис. 12 при временах, когда часть ионов вылетела за границу одномерного режима, демонстрирует двукратное завышение максимальной энергии частиц вместе с соответствующей некорректно описываемой высокоэнергетичной частью спектра. Вместе с тем, элект-

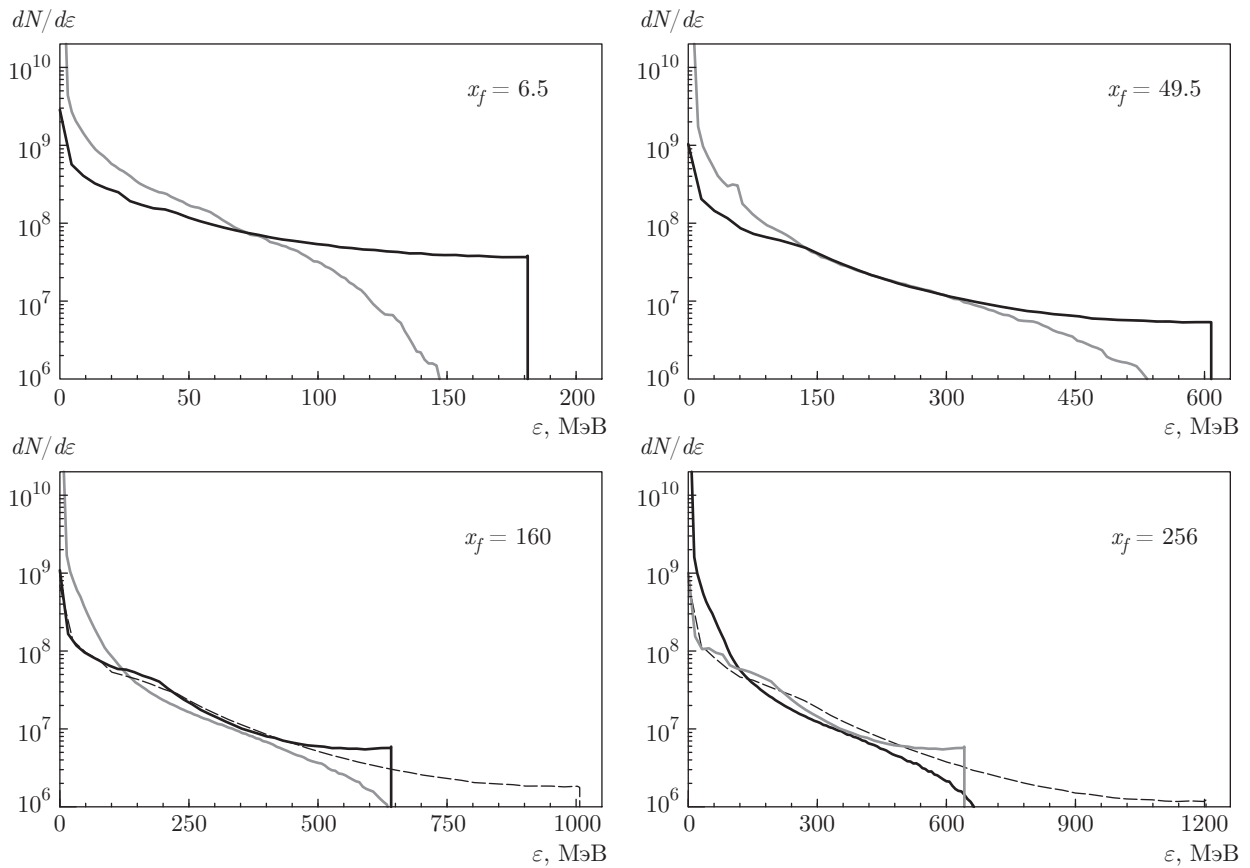


Рис. 12. Сравнение спектров ионов углерода C^{6+} , полученных из 3D PIC-моделирования (серые кривые) и теоретической модели без учета (штриховые кривые) и с учетом трехмерного уменьшения ускоряющего поля (черные кривые) для одномерной, $x_f < L_{1D}$, (верхний ряд графиков) и «трехмерной», $x_f \geq L_{1D}$, (нижний ряд графиков) стадий ускорения. Значения положения фронта ионов даны на соответствующих графиках в безразмерных единицах

рическое поле, откорректированное с учетом трехмерного уменьшения, правильно описывает инерционный разлет плазмы практически без набора энергии, что демонстрируется результатами численного моделирования на рис. 12.

Дополнительным эффектом, который автоматически учитывается в численном 3D PIC-моделировании и может быть существен при адаптации теоретической модели, является остывание электронов по мере ускорения ионной компоненты плазмы (адиабатического охлаждения плазмы), приводящего к уменьшению ускоряющего поля. При построении теоретической модели мы полагали, что при температурах $T < 1$ разлет плазмы в основном протекает в режиме, близком к квазинейтральному, поэтому для оценки падения электронной температуры можно воспользоваться результатами работы по адиабатическому разлету плазмы в квазинейтральном режиме [23], где была получена формула для падения

температуры компонент плазмы относительно ее начального значения T_0 :

$$T(t) = \frac{T_0}{1 + (t/t_c)^2}.$$

Характерное время t_c остывания выражается через масштаб неоднородности L_δ плотности компоненты плазмы, как $t_c = L_\delta / \sqrt{2} c_s$. Логично предположить, что остывание электронов начинается сразу после окончания действия лазерного импульса, $t > \tau$, а за величину L_δ следует принять положение фронта ионной плазмы на момент времени τ : $L_\delta = x_f(\tau)$. Учитывая единицу времени, использованную при переходе к безразмерному виду, $[t] = \omega_{pi}^{-1} = 2.4$ фс, находим, что характерное время остывания составляет $t_c = 67$ фс. При этом время пересечения границы одномерного разлета не превышает $t(x_f = L_{1D}) = 58$ фс, а время окончания расчетов на рис. 12 — $t(x_f = 256) = 216$ фс. Несмотря на то что

эффект остывания включается при $t = \tau = 30$ фс, т. е. почти вдвое быстрее, чем эффект трехмерного падения поля (при $t(x_f = L_{1D}) = 58$ фс), остывание не оказывает существенного влияния на максимальную энергию ионов.

Также не следует ожидать перераспределения ионов по энергиям, так как уменьшение температуры электронов приводит к одновременному уменьшению ускоряющего поля во всей плазме. Слабое влияние остывания связано с несколькими факторами. Во-первых, на момент окончания действия лазерного импульса ускоряющее поле уже уменьшилось в 5 раз относительно своего первоначального значения (см. формулу (49)), т. е. основной набор энергии ионами практически закончился: на этот момент уже набрано 2/3 от итоговой максимальной энергии. Во-вторых, достаточное большое на масштабах разлета время остывания приводит к тому, что на момент включения трехмерного уменьшения поля температура потеряла всего 15 % от своей начальной величины. В-третьих, при одновременном действии доминирующим эффектом остается трехмерное уменьшение поля, а не охлаждение электронов. Действительно, из формулы (51) следует, что на достаточно больших временах, $t \gg t_{QN}$, поле (61) убывает как $E \propto (t \ln t)^{-2}$. При этом темп убывания вследствие охлаждения ведет себя как $E \propto \sqrt{T} \propto 1/t$, т. е. совпадает с темпом уменьшения поля по мере расширения плазмы (49). Таким образом, следует ожидать, что адиабатическое охлаждение электронов существенно влияет на ускорение ионов в случае таких параметров лазерного импульса, когда длина ускорения (размер пятна фокусировки) намного превышает расстояние, на которое разлетается плазма за длительность импульса.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа завершает построение полуаналитической самосогласованной модели разлета в вакуум плазменного слоя конечной толщины при произвольном значении температуры электронной компоненты плазмы, которое было начато в работах [31–34]. Опираясь на известные результаты по квазинейтральному разлету плазмы и кулоновскому взрыву тонких мишеней, результаты одномерного электростатического моделирования и физически обоснованные элементы модели, охватывающие основные эффекты, сопровождающие расширение плазмы в вакуум, мы предложили модельное распределение электростатического поля, справед-

ливое для произвольного отношения дебаевского радиуса нагретых электронов к толщине мишени. В частности, это потребовало более детального изучения расширения плазмы в вакуум для случая слабого разделения зарядов с помощью одномерного численного электростатического моделирования, которое показало, что в расширяющемся слое распространяются волны зарядовой плотности, оказывающие влияние на локальную структуру плазменного электростатического поля. Позади фронтов расширяющейся ионной плазмы и отраженной в центре мишени волны разрежения развиваются сильнозатухающие возмущения ионно-звукового типа, впервые представленные в работе [46] для нестационарной структуры фронта бесстолкновительной ударной волны. Тем не менее эти возмущения не оказывают существенного влияния на распределение поля, ускоряющего ионы.

Точность построенной модели контролировалась сравнением с результатами одномерного численного электростатического моделирования PIC-методом (разд. 6). Сравнение распределений электростатического поля, спектров ускоренных ионов и поведения числа частиц, попадающих в заданный спектральный диапазон, в зависимости от различных управляющих параметров показало, что представленная модель имеет достаточно высокую точность во всем диапазоне температур электронов плазмы. Наибольшие отклонения порядка 25 % наблюдаются только для очень больших времен разлета, когда положение фронта плазмы, $x_f \gg 1$, для диапазона значений температуры $3 \lesssim T \lesssim 20$, который фактически отвечает переходной области между квазинейтральным разлетом, $T \ll 1$, и кулоновским взрывом, $T \gg 1$. Для сравнительно небольших пространственных масштабов разлета, порядка нескольких десятков начальных толщин плазмы, отклонения от численных результатов находятся в пределе 10 %.

С ростом температуры наша модель осуществляет корректный переход от предельного случая $T \rightarrow 0$, отвечающего квазинейтральному разлету, представленному в работе [6], к асимптотике кулоновского взрыва, $T \rightarrow \infty$ [27]. Еще раз подчеркнем, что часто используемая в оценках результатов экспериментов и численного моделирования модель разлета полубесконечной плазмы, развитая в работе Мора [6], не в состоянии описать широкодиапазонного по полю разделения зарядов разлета мишени, так как для этого требуется рассмотрение плазмы конечной толщины, сравнимой с дебаевским радиусом электронов или меньшей его, $\lambda_{De} \gtrsim L$. Анализ зависимостей числа частиц, попадающих в заданный

спектральный диапазон, от отношения дебаевского радиуса к толщине слоя, температуры электронов и длины ускорения, полученных численно и аналитически, показал, что построенная модель хорошо описывает детальную структуру спектральных распределений ионов во всех рассмотренных диапазонах изменения управляющих параметров. Дополнительно был подтвержден известный вывод об отсутствии генерации моноэнергетических пучков при разлете плазменных мишеней однокомпонентного ионного состава.

Для адаптации теоретической модели к описанию и предсказанию результатов экспериментов и численных расчетов была описана процедура получения связи спектрально-энергетических характеристик ускоренных ионов с параметрами лазерного импульса и мишени. На основании этой процедуры было проведено сравнение теоретических результатов с результатами полномасштабного численного кинетического электромагнитного 3D PIC-моделирования, выполненного с помощью кода VSim [35]. Дополнительный учет эффекта уменьшения ускоряющего поля вследствие перехода разлета в трехмерный режим позволил с очень хорошей точностью описать результирующую максимальную энергию пучка ионов (в рассмотренном примере — углерода), ускоренных мощным релятивистским лазерным импульсом. Возникшие отклонения в числе частиц, попадающих в высоко- и низкоэнергетическую области спектра, мы связываем с эффектом, который не может быть учтен в рамках чисто одномерной модели: радиальной зависимостью интенсивности, а следовательно, и температуры электронов. Учет данного эффекта является одним из возможных путей улучшения построенной теоретической модели, который позволит расширить границы ее применимости и повысить ее точность.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 17-12-01283).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Snavely, M. Key, S. Hatchett et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2945 (2000).
2. I. J. Kim, K. H. Pae, I. W. Choi et al., *Phys. Plasmas* **23**, 070701 (2016).
3. A. Higginson, R. J. Gray, M. King et al., *Nature Comm.* **9**, 724 (2018).
4. A. V. Brantov, E. A. Govras, V. F. Kovalev et al., *Phys. Rev. Lett.* **116**, 085004 (2016).
5. А. В. Гуревич, Л. В. Парийская, Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **49**, 647 (1965).
6. P. Mora, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 185002 (2003).
7. M. Allen, P. Patel, A. Mackinnon et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 265004 (2004).
8. Н. Г. Басов, В. А. Бойко, В. А. Дементьев и др., *ЖЭТФ* **51**, 989 (1967).
9. D. Strickland and G. Mourou, *Opt. Comm.* **56**, 219 (1985).
10. H. Kiriya, M. Mori, Y. Nakai et al., *Opt. Lett.* **32**, 2315 (2007).
11. H. Kiriya, M. Mori, Y. Nakai et al., *Opt. Comm.* **282**, 625 (2009).
12. S. Fourmaux, S. Payeur, S. Buffechoux et al., *Opt. Express* **19**, 8486 (2011).
13. A. Lévy, T. Ceccotti, P. D'Oliveira et al., *Opt. Lett.* **32**, 310 (2007).
14. A. Lévy, T. Ceccotti, H. Popescu et al., *Eur. Phys. J. Special Topics* **175**, 111 (2009).
15. A. Henig, S. Steinke, M. Schnürer et al., *Phys. Rev. Lett.* **103**, 245003 (2009).
16. A. Henig, D. Kiefer, K. Markey et al., *Phys. Rev. Lett.* **103**, 045002 (2009).
17. J. Braenzel, A. A. Andreev, K. Platonov et al., *Phys. Rev. Lett.* **114**, 124801 (2015).
18. D. Kiefer, A. Henig, D. Jung et al., *Eur. Phys. J. D* **55**, 427 (2009).
19. F. Dollar, T. Matsuoka, G. M. Petrov et al., *Phys. Rev. Lett.* **107**, 065003 (2011).
20. A. Mackinnon, Y. Sentoku, P. Patel et al., *Phys. Rev. Lett.* **88**, 215006 (2002).
21. J. Fuchs, P. Antici, E. d'Humières et al., *Nature Phys.* **2**, 48 (2006).
22. F. Dollar, C. Zwick, T. Matsuoka et al., *Phys. Plasmas* **20**, 056703 (2013).
23. В. Ф. Ковалев, В. Ю. Быченков, В. Т. Тихончук, *ЖЭТФ* **122**, 264 (2002).
24. D. Dorozhkina and V. Semenov, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2691 (1998).
25. Yu. V. Medvedev, *Plasma Phys. Contr. Fusion* **47**, 1031 (2005).

26. N. Iwata, K. Mima, Y. Sentoku et al., *Phys. Plasmas* **24**, 073111 (2017).
27. В. Ю. Быченков, В. Ф. Ковалев, *КЭ* **35**, 1143 (2005).
28. M. Passoni and M. Lontano, *Laser Part. Beams* **22**, 163 (2004).
29. M. Passoni and M. Lontano, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 115001 (2008).
30. S. Betti, F. Ceccherini, F. Cornolti et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **47**, 521 (2005).
31. Е. А. Говрас, В. Ю. Быченков, *Краткие сообщ. по физике* **42**, 31 (2015).
32. A. V. Brantov, E. A. Govras, V. Yu. Bychenkov et al., *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **18**, 021301 (2015).
33. В. Ю. Быченков, А. В. Брантов, Е. А. Говрас и др., *УФН* **185**, 77 (2015).
34. V. Yu. Bychenkov, A. V. Brantov, and E. A. Govras, *Plasma Phys. Control. Fusion* **58**, 034022 (2016).
35. C. Nieter and J. R. Cary, *J. Comput. Phys.* **196**, 448 (2004).
36. J. E. Crow, P. L. Auer, and J. E. Allen, *J. Plasma Phys.* **14**, 65 (1975).
37. L. Wickens, J. Allen, and P. Rumsby, *Phys. Rev. Lett.* **41**, 243 (1978).
38. Ю. И. Чутов, А. Ю. Кравченко, *Физика плазмы* **6**, 272 (1980).
39. Yu. V. Medvedev, *Plasma Phys. Control. Fusion* **39**, 291 (1997).
40. S. Wilks, W. Kruer, M. Tabak et al., *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1383 (1992).
41. V. Yu. Bychenkov, V. N. Novikov, D. Batani et al., *Phys. Plasmas* **11**, 3242 (2004).
42. Е. А. Говрас, В. Ю. Быченков, *Письма в ЖЭТФ* **98**, 78 (2013).
43. А. В. Гуревич, А. П. Мещеркин, *ЖЭТФ* **80**, 1810 (1981).
44. J. E. Allen and M. Perego, *Phys. Plasmas* **21**, 034504 (2014).
45. Ю. В. Медведев, *Нелинейные явления при распадах разрывов в разреженной плазме*, Физматлит, Москва (2012), с. 344.
46. А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **65**, 590 (1974).
47. А. В. Гуревич, К. П. Зыбин, *ЖЭТФ* **94**(1), 3 (1988).
48. A. Kaplan, B. Dubetsky, and P. Shkolnikov, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 143401 (2003).
49. V. F. Kovalev, K. I. Popov, V. Yu. Bychenkov et al., *Phys. Plasmas* **14**, 053103 (2007).
50. K. I. Popov, V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus et al., *Phys. Plasmas* **17**, 083110 (2010).