ВЫНУЖДЕННАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ЭЛЕКТРОКОНВЕКТИВНЫХ РОЛЛОВ В НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

Э. С. Батыршин^{*}, А. П. Крехов, О. А. Скалдин

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение Институт физики молекул и кристаллов Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук 450075, Уфа, Россия

Поступила в редакцию 15 марта 2018 г.

Изучена вынужденная фазовая синхронизация в системе осциллирующих электроконвективных роллов, образующихся в слое нематического жидкого кристалла в постоянном электрическом поле. Обнаружено, что при воздействии аддитивного переменного электрического поля с малой амплитудой система осцилляторов разбивается на кластеры, в которых колебания полностью синхронизованы по фазе. Электроконвективные роллы в соседних кластерах осциллируют в противофазе, а сами кластеры разделены фазовой стенкой Изинга. Показано, что наибольший эффект фазовой синхронизации достигается при частоте воздействия, близкой к удвоенной частоте собственных осцилляций роллов. Предложена модель пространственно-распределенных фазовых осцилляторов, учитывающая симметрию системы электроконвективных роллов и внешнего воздействия. Получено хорошее согласие результатов численного моделирования с экспериментальными данными.

DOI: 10.1134/S0044451018090201

1. ВВЕДЕНИЕ

Периодическое во времени внешнее воздействие на пространственно-распределенную систему связанных осцилляторов представляет собой эффективный способ управления степенью пространственно-временного порядка в динамических системах [1, 2]. Резонансный отклик системы наблюдается, если частота воздействия f близка к частоте $f_0 m/n$, где f_0 — собственная частота осцилляторов, а m, n — целые числа. Амплитуда воздействия А является еще одним контрольным параметром: чем больше А, тем шире частотное окно резонанса. Области резонанса образуют на плоскости f-A характерные структуры, называемые языками Арнольда, с вершинами в точках $(f = f_0 m/n, A = 0).$

Значительный прогресс в изучении эффекта периодического воздействия был достигнут при исследованиях химических систем типа реакция–диффузия с фоточувствительной химической реакцией [2].

В работе [3] была получена бифуркационная диаграмма, описывающая пространственно-временные режимы синхронизации при изменении соотношения частот f : f_0 . При резонансе 2 : 1 исходная пространственно-однородная система либо распадалась на большие области, осциллирующие в противофазе, либо в ней образовывались лабиринтные стоячие волны. В последующих исследованиях сообщалось о наблюдении шести различных типов пространственных структур при резонансе 2:1 [4]. Некоторые типы синхронизованных кластеров и сценарии переходов между ними были изучены в работе [5]. Аналогичные эффекты синхронизации при периодическом воздействии наблюдались при каталитическом окислении СО на поверхности платины [6,7], в системах связанных электрохимических [8] и электронных [9] осцилляторов.

Ярким представителем систем, демонстрирующих многообразную пространственно-временную динамику и различные эффекты синхронизации, являются электроконвективные структуры в нематических жидких кристаллах (НЖК) [10,11]. НЖК представляют собой анизотропную жидкость, состоящую из молекул анизотропной формы и характеризующуюся дальним порядком в ориентационном

^{*} E-mail: batyrshine@mail.ru

упорядочении молекул. Преимущественное направление упорядочения молекул НЖК описывается полем директора **n** [12]. При приложении к слою НЖК, расположенному между плоскими электродами, постоянного или переменного напряжения, превышающего некоторое пороговое значение, в слое возникает пространственно-периодическая система конвективных валов — электроконвективных роллов. Анизотропия оптических свойств НЖК дает возможность детальной экспериментальной регистрации высококонтрастных изображений структур.

Один из наиболее важных механизмов, определяющих эволюцию электроконвективных структур выше порога их возникновения, связан с возбуждением однородной (в плоскости НЖК-слоя) твистмоды директора [13]. Взаимодействие твист-моды с конвективными (гидродинамическими) модами ведет к развитию локальных осцилляций, представляющих собой изменение ориентации роллов между двумя состояниями наклонных роллов, называемых зиг- и заг-роллами [14]. Просранственно-временная динамика таких осцилляций имеет характерные признаки хаотического поведения [15]. В ряде случаев система демонстрирует более упорядоченную динамику вследствие пространственно-временной синхронизации осцилляций, приводящей к генерации фазовых волн: плоских, спиральных и концентрических [16, 17].

В большинстве работ, посвященных исследованию периодического воздействия на электроконвективные роллы в НЖК, изучались структуры, образующиеся в переменном электрическом поле. В работах [18,19] экспериментально исследовалась динамика четырех типов движущихся наклонных роллов при модуляции амплитуды приложенного к слою НЖК переменного напряжения. Был обнаружен переход от движущихся роллов к стоячим при частоте модуляции, близкой к удвоенной частоте движущихся роллов. В работе [20] было показано, что при резонансной модуляции амплитуды приложенного к слою НЖК переменного напряжения образуются главным образом стоячие наклонные роллы (зигили заг-типа) и были определены области синхронизации при изменении частоты и амплитуды модуляшии.

Поведение суперпозиции движущихся наклонных роллов при резонансном воздействии было теоретически проанализировано в работе [21]. Получена фазовая диаграмма существования нескольких типов структур, синхронизованных по фазе с модуляцией амплитуды воздействия: осциллирующих роллов, двумерной решетки и структуры, в которой происходит переключение между роллами с различным наклоном. В последнем случае экспериментально наблюдаемые структуры имели невысокую пространственную когерентность [19].

Синхронизация в осциллирующей двумерной электроконвективной структуре для случая резонанса 2 : 1 изучалась в работе [22]. В результате резонансной модуляции амплитуды переменного электрического поля система разбивалась на области, внутри которых осцилляции были синхронизованы. Было установлено, что границы областей, в зависимости от характера изменения фазы и амплитуды осцилляций, представляли собой фазовые стенки Блоха или Изинга [23]. Названия стенок использованы по аналогии с магнитными доменными стенками, разделяющими области с различной намагниченностью. В данном случае, при переходе от одной области к другой через стенку Блоха амплитуда осцилляций везде отлична от нуля, а фаза осцилляций изменяется непрерывно, тогда как в стенке Изинга амплитуда осцилляций становится равной нулю, а фаза изменяется скачком. Исследования показали, что стенки Изинга оставались стационарными, тогда как стенки Блоха двигались со скоростью, зависящей от частоты внешнего воздействия. Также наблюдались более сложные объекты в виде сцепленных блоховских стенок — петли. Следует отметить, что изменение частоты модуляции приводило к изменению характерного пространственного периода структуры.

В работе [24] исследовалась электроконвективная структура с пространственно-временной перемежаемостью, состоящая из неупорядоченных областей с турбулентным течением НЖК и областей с регулярной решеткой электроконвективных роллов, в которой развивались гидродинамические осцилляции. Резонансная модуляция амплитуды переменного электрического поля приводила к росту размера областей с регулярной решеткой и синхронизации осцилляций.

Ранее нами исследовалась эволюция электроконвективных структур, образующихся в НЖК под действием переменного напряжения с частотой 20 Гц [25, 26]. При амплитуде переменного напряжения выше некоторого порогового значения в слое НЖК наблюдалась электроконвективная неустойчивость в виде стационарных нормальных роллов. Дальнейшее увеличение напряжения приводило к возникновению разупорядоченной структуры осциллирующих электроконвективных роллов. Приложение аддитивного постоянного напряжения, величина которого была меньше амплитуды переменного напряжения, приводило к синхронизации частот осцилляций роллов и росту степени пространственного порядка структуры. При этом синхронизация частот сопровождалась синхронизацией осцилляций роллов с осцилляциями пространственно-однородной твист-моды директора. Из анализа особенностей пространственно-временной динамики осциллирующей структуры был сделан вывод о связи механизма синхронизации с флексоэлектрическим эффектом.

В данной работе, в отличие от упомянутых выше исследований, изучалась электроконвективная структура в НЖК, возникающая при воздействии постоянного электрического поля. В этом случае выше порога электроконвекции образуется пространственно-периодическая система наклонных роллов. Увеличение приложенного напряжения приводит к образованию осциллирующих с частотой около 1 Гц электроконвективных структур, обладающих достаточно высокой степенью пространственно-временной когерентности и в которых возможна генерация фазовых волн [16,27]. Для исследования эффектов вынужденной синхронизации к приложенному постоянному напряжению добавлялось переменное напряжение с амплитудой, много меньшей величины постоянной составляющей. При частоте переменного напряжения, близкой к удвоенной средней частоте осцилляций роллов, в системе наблюдалась синхронизация фаз осцилляций роллов с фазой переменной компоненты приложенного напряжения. Целью данной работы является детальное исследование закономерностей вынужденной фазовой синхронизации в системе электроконвективных роллов, образующихся в слое НЖК в постоянном электрическом поле.

2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В экспериментах использовался нематический жидкий кристалл MББА (TCI Europe), широко используемый в исследованиях электроконвективных структур. НЖК заправлялся в ячейку в виде плоского капилляра, образованного стеклянными пластинами. Внутренняя поверхность пластин была покрыта электропроводящим слоем SnO₂. Начальная однородная ориентация директора параллельно плоскости подложек ($\mathbf{n} \parallel \mathbf{x}$, планарная ориентация) обеспечивалась механическим натиранием подложек. Толщина слоя НЖК составляла d == 25 мкм. ЖК-ячейка помещалась в термокамеру Instec при температуре $T = (28 \pm 0.05)$ °C. Визуализация изображений в плоскости слоя (плоскость x-y) осуществлялась с помощью микроскопа Zeiss Axio Imager, оснащенного видеокамерой Optronis CL600x2. Электроконвективные структуры возникали при приложении к ЖК-ячейке постоянного напряжения U_{dc} выше некоторого порогового значения. Периодическое воздействие на осциллирующую электроконвективную структуру достигалось за счет аддитивной переменной составляющей с небольшой (по сравнению с величиной постоянного напряжения) амплитудой U_{ac}. Использовался сигнал прямоугольной формы с частотой $f = 2f_0 +$ $+\Delta f$, близкой к удвоенной частоте собственных осцилляций роллов f_0 . При заданных параметрах приложенного напряжения

$$U = U_{dc} + U_{ac} \operatorname{sign}[\sin(2\pi ft)]$$

ЖК-ячейка выдерживалась в течение 15 мин для завершения всех переходных процессов. После этого регистрировалась последовательность изображений электроконвективных структур I(x, y, t) с пространственным разрешением 512×512 точек с 256 уровнями серого цвета, частотой 25 кадров в секунду и длиной 1024 кадра. Амплитуды зиг- и заг-роллов $a_{zig}(x, y, t)$, $a_{zag}(x, y, t)$ определялись с помощью техники демодуляции изображений [28] и нормировались в диапазоне (0, 1). Для описания осцилляций использовалась относительная амплитуда

$$A(x, y, t) = a_{zig}(x, y, t) - a_{zag}(x, y, t).$$

Из временной зависимости A(x, y, t) восстанавливалась фаза осцилляций $\phi(x, y, t)$ при помощи метода, основанного на применении вейвлет-преобразования [29]. Полученное пространственно-временное распределение фазы осцилляций $\phi(x, y, t)$ использовалось для анализа и количественной оценки синхронизации.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

3.1. Собственные осцилляции

Воздействие постоянного напряжения выше порогового значения $U_{dc} = 6.5$ В приводит к развитию электрогидродинамической неустойчивости в слое НЖК и формированию электроконвективной структуры в виде наклонных роллов, называемых зиг- и заг-роллами. Волновые векторы роллов \mathbf{k}_{zig} , \mathbf{k}_{zag} образуют углы $\pm \alpha$ относительно исходной ориентации директора **n** (рис. 1). В силу вырожденности направлений волновых векторов, структура



Рис. 1. Наклонные зиг- и заг-роллы при $U_{dc} = 6.5$ В

представляет собой нерегулярную картину доменов, состоящих из зиг- или заг-роллов. При увеличении приложенного напряжения до $U_{dc} = 8$ В образуется двумерная структура (решетка вихрей — коротких сегментов роллов), представляющая собой суперпозицию наклонных роллов [27]. Дальнейшее увеличение постоянного напряжения приводит к потере устойчивости двумерной структуры и развитию локальных осцилляций. Отдельные сегменты роллов в двумерной структуре деформируются, объединяются с соседними и образуют наклонный ролл зиг- или заг-типа. Осцилляции представляют собой периодический процесс «переключения» между состояниями зиг- и заг-роллов (рис. 2). При $U_{dc} =$ = 9.5 В в слое НЖК формируется электроконвективная структура с хорошо развитыми осцилляциями (рис. 2*a*). Полный цикл осцилляций (рис. 2*б*) наглядно демонстрирует, что в каждой локализованной области происходит переключение между состояниями наклонных зиг- и заг-роллов. Локальная динамика таких зиг-заг-осцилляций имеет высокую степень периодичности, а их амплитуда остается практически постоянной. Таким образом, эти осцилляторы можно считать фазовыми осцилляторами, временная динамика которых полностью определяется изменениями их фазы. На рис. 3а приведено пространственное распределение фазы осцилляций $\phi(x,y)$, соответствующее структуре на рис. 2*a*. Гистограмма распределения фазы $P(\phi)$ на рис. 3δ , которая является аппроксимацией функции плотности распределения, показывает, что в системе представлен непрерывный набор фаз в диапазоне $(-\pi, \pi)$. Мгновенная фаза осцилляций не одинакова в разных областях структуры, однако пространственное распределение фазы не является случайным. Взаимодействие осцилляторов друг с другом приводит к их самоорганизации, выражающейся в самосогласованном пространственном распределении фазы осцилляций. Вследствие такой самоорганизации в системе возникают фазовые волны: плоские, концентрические и спиральные [16].

Оценка собственной частоты локальных осцилляций $f_0 = 0.61$ Гц была получена из усредненного по пространству частотного фурье-спектра мощности $\langle |\mathcal{F}_f A(x, y, t)|^2 \rangle_{x,y}$. Полученное значение f_0 использовалось при выборе частоты периодического воздействия на структуру.

3.2. Вынужденные осцилляции

Воздействие на структуру аддитивного переменного напряжения с небольшой амплитудой $U_{ac}\ll$ $\ll U_{dc}$ и частотой, равной удвоенной частоте собственных колебаний $f = 2f_0$, принципиально изменяет характер пространственно-временной динамики осцилляций электроконвективных роллов. Система осциллирующих роллов разбивается на кластеры с четко выраженными границами, внутри каждого кластера фазы осцилляций роллов полностью синхронизованы, при этом соседние кластеры осциллируют в противофазе (рис. 4*a*). На рис. 4*б* показана последовательность изображений за период осцилляций в области, содержащей границу между кластерами. Граница между кластерами отчетливо видна в виде коротких сегментов электроконвективных роллов и имеет ширину порядка ширины ролла. Установлено, что сегменты роллов на границе кластеров практически не осциллируют (не изменяют своей ориентации от зиг-роллов к заг-роллам и обратно). При переходе через границу между кластерами фаза осцилляций изменяется скачком на π , а амплитуда становится равной нулю, что является характерным для доменной стенки Изинга [23]. Отметим, что за период осцилляций доменные стенки оставались практически неподвижными. Перемещение на расстояние порядка пространственного периода структуры (ширина ролла) происходило за время, значительно превышающее период осцилляций.

Состояние полной фазовой синхронизации системы осциллирующих зиг-заг-роллов наглядно показано на рис. 5. Пространственное распределение фазы осцилляций (рис. 5*a*) свидетельствует о полной



Рис. 2. Осциллирующая электроконвективная структура при $U_{dc} = 9.5$ В (*a*) и последовательность изображений за период осцилляций в выделенной области (*б*)



Рис. 3. Пространственное распределение фазы осцилляций $\phi(x, y)$ для структуры на рис. 2a (*a*) и плотность распределения фазы $P(\phi)$ (*б*)

синхронизации осцилляций внутри каждого кластера. Эффект фазовой синхронизации продемонстрирован количественно с помощью гистограммы фазы (рис. 5 δ), на которой присутствуют два отчетливых максимума, смещенных друг относительно друга на π , в отличие от практически однородного распределения в режиме собственных осцилляций (рис. 3 δ).

Количественная оценка степени синхронизации осцилляций электроконвективных роллов может быть получена с использованием параметра синхронизации [1]

$$r = \langle |\langle e^{i2\phi(x,y,t)} \rangle_{x,y}| \rangle_t, \tag{1}$$



Рис. 4. Осциллирующая электроконвективная структура при $U_{dc} = 9.5$ В и периодическом воздействии $U_{ac} = 1$ В, $f = 2f_0 = 1.22$ Гц (a) и последовательность изображений за период осцилляций в выделенной области (b)



Рис. 5. Пространственное распределение фазы осцилляций $\phi(x, y)$ для структуры на рис. 3a(a) и плотность распределения фазы $P(\phi)(b)$

где угловые скобки означают усреднение. Согласно определению (1), если в произвольный момент времени фазы осцилляторов распределены равновероятно в диапазоне $(-\pi,\pi)$, то r = 0. Если же фазы осцилляторов равны одному из двух возможных значений, отличающихся на π , то имеем полную фазовую синхронизацию и r = 1.

На рис. 6a показаны зависимости параметра синхронизации r от частоты f переменной составляющей приложенного напряжения для различных значений амплитуды воздействия U_{ac} . При фиксированной амплитуде воздействия степень синхронизации в системе достигает максимума $r = r_{max}$ при частоте воздействия $f_{max} \approx 2f_0$, близкой к удвоенной частоте собственных колебаний. Увеличение амплитуды воздействия ведет к росту максимального значения r_{max} , которое достигает насыщения $r_{max}^* \approx 0.6$ при $U_{ac} > 0.6$ В (рис. 66). Отметим, что при увеличении амплитуды воздействия происходит небольшое смещение частоты f_{max} в область более



Рис. 6. Зависимости параметра синхронизации r от частоты внешнего воздействия f для различных амплитуд воздействия U_{ac} (a), зависимость максимального значения параметра синхронизации от амплитуды воздействия (b). Средняя частота осцилляций электроконвективной структуры $f_0 = 0.61$ Гц, $U = U_{dc} + U_{ac} \operatorname{sign}[\sin(2\pi ft)]$, $U_{dc} = 9.5$ В

высоких частот. Такое смещение может быть вызвано тем, что амплитуда переменного воздействия становится достаточно большой для того, чтобы существенно влиять на собственную частоту осцилляций структуры f_0 , которая растет с увеличением приложенного напряжения.

3.3. Модель фазовых осцилляторов

Для качественного описания эффекта вынужденной синхронизации зиг-заг-осцилляций электроконвективных роллов использовалась модель Курамото для ансамбля пространственно-распределенных фазовых осцилляторов с локальной связью [30], дополненная слагаемым, описывающим периодическое внешнее воздействие. Осцилляторы в модельной системе расположены в узлах квадратной решетки и представляют собой аналог области электроконвективной структуры размером порядка ширины ролла. Каждый осциллятор взаимодействует с ближайшими соседями, и на них действует пространственно-однородная и периодическая по времени сила:

$$\frac{d\phi_{i,j}}{dt} = \omega_{i,j} + \frac{K}{4} \Big[\sin(\phi_{i-1,j} - \phi_{i,j}) + \sin(\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) + \\
+ \sin(\phi_{i,j-1} - \phi_{i,j}) + \sin(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}) \Big] + \\
+ K_e \operatorname{sign} [\sin(\omega_e t - 2\phi_{i,j})] , \quad (2)$$

где $\phi_{i,j}$, $\omega_{i,j}$ — фаза и собственная частота осциллятора, находящегося в узле (i, j), соответствующие

локальной фазе и частоте зиг-заг-осцилляций электроконвективных роллов. Параметр К характеризует силу взаимодействия ближайших осцилляторов в решетке. Последнее слагаемое в правой части уравнения (2) описывает внешнее воздействие, соответствующее аддитивному переменному напряжению в виде сигнала прямоугольной формы. Частота внешнего воздействия равна f_e , а его амплитуда определяется величиной Ке. Осцилляции электроконвективных роллов представляют собой переключение между зиг- и заг-состояниями, фазы которых отличаются на π . Согласно симметрии системы, фазы колебаний, соответствующие состояниям зиг- и заг-роллов, являются равнозначными по отношению к внешнему воздействию. Данный симметрийный аргумент основывается на анализе системы уравнений электрогидродинамики НЖК [11, 12] и амплитудных уравнений, описывающих динамику электроконвективных структур выше порога [31]. Соответственно, слагаемое, описывающее внешнее воздействие, должно быть инвариантно относительно преобразования $\phi_{i,j} \to \phi_{i,j} + \pi$.

Система уравнений (2) численно интегрировалась на квадратной решетке размером 64×64 методом Эйлера с шагом $\Delta t = 0.01$. Сила взаимодействия ближайших осцилляторов выбиралась равной K = 1. Собственные частоты осцилляторов $\omega_{i,j}$ выбирались нормально распределенными со средним значением $\omega_0 = 1$ и дисперсией $\Delta \omega = 0.3$.



Рис. 7. Плотность распределения фазы осцилляторов в модели (2) в режиме собственных осцилляций ($K_e = 0$) (a) и вынужденной синхронизации ($K_e = 0.1$, $\omega_e = 2\omega_0 = 2$) (б)

На первом этапе уравнения (2) моделировались без периодического воздействия ($K_e = 0$). Начальное распределение фаз $\phi_{i,j}$ выбиралось равновероятным в диапазоне $(-\pi, \pi)$. После 10⁵ итераций по времени переходные процессы, связанные с начальным распределением фаз, проходят и наступает стабилизация, при которой дисперсия распределения частот осцилляций перестает изменяться. Поскольку сила взаимодействия ближайших осцилляторов невелика, существенной фазовой синхронизации в системе не наблюдается (рис. 7а). Однако благодаря наличию локальных связей между осцилляторами происходит их частотная синхронизация — дисперсия распределения частот значительно уменьшается по сравнению с начальной $\Delta \omega$. Полученное распределение фаз (рис. 7а) хорошо согласуется с экспериментальными результатами для собственных осцилляций электроконвективной структуры (рис. 36).

Численное моделирование уравнений (2) при переменном внешнем воздействии для различных значений ω_e , K_e проводилось с использованием в качестве начальных условий распределения $\phi_{i,j}^0$, полученного на первом этапе. Формирующееся при внешнем воздействии характерное распределение фаз осцилляторов показано на рис. 76: плотность распределения фаз имеет два хорошо выраженных максимума, смещенных друг относительно друга на π . Данное распределение фаз аналогично экспериментальной ситуации вынужденных осцилляций (рис. 56).

Для количественной оценки влияния параметров внешнего воздействия на фазовую синхронизацию определялся параметр синхронизации (1) для полученных распределений фаз. Приведенные на рис. 8 зависимости демонстрируют основные закономерности фазовой синхронизации в модели (2). Максимальный эффект наблюдается при частоте воздействия, равной удвоенной частоте собственных колебаний осцилляторов. Увеличение амплитуды воздействия ведет к росту синхронности осцилляций и уширению частотного диапазона синхронизации. Максимальное значение параметра синхронизации стремится к некоторому предельному значению, которое зависит от дисперсии распределения собственных частот осцилляторов. Таким образом, зависимости параметра синхронизации от параметров воздействия (рис. 8) демонстрируют характерные особенности экспериментальных данных (рис. 6).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе изучена вынужденная фазовая синхронизация зиг-заг-осцилляций в системе электроконвективных роллов. Синхронизация вызывается действием небольшой аддитивной переменной составляющей электрического поля с частотой, близкой к удвоенной частоте собственных колебаний фазовых осцилляторов. Установлено, что режиму фазовых и концентрических волн соответствует самая низкая степень фазовой синхрониза-



Рис. 8. Зависимости параметра синхронизации r от частоты ω_e и амплитуды воздействия K_e (a) и максимального значения параметра синхронизации от амплитуды воздействия (δ)

ции или фазовый хаос. Показано, что увеличение амплитуды переменного поля приводит к росту параметра фазовой синхронизации, стремящемуся к насыщению, что соответствует полной фазовой синхронизации зиг-заг-осцилляций в кластерах с разностью фаз *π*, разделенных стенкой Изинга. Полная синхронизация сопровождается расширением ее частотного окна. Предложена феноменологическая модель ансамбля пространственно-распределенных фазовых осцилляторов с локальной связью под действием периодической вынуждающей силы, учитывающей симметрию электроконвективной структуры. Результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными. Одним из возможных механизмов фазовой синхронизации, соответствующих рассмотренной в модели симметрии, является взаимодействие пространственно-однородной твист-моды директора с переменным внешним воздействием. В свою очередь, взаимодействие синхронизованной твист-моды с модами зиг- и заг-роллов может приводить к наблюдавшемуся эффекту фазовой синхронизации зиг-заг-осцилляций.

Таким образом, осциллирующие электроконвекционные структуры в НЖК представляют собой уникальную модельную систему для изучения различных режимов фазовой и частотной синхронизации при варьировании формы и параметров внешнего воздействия. Наряду с развитием феноменологических моделей и нелинейного анализа уравнений электрогидродинамики НЖК, для детального исследования механизмов синхронизации необходимы дальнейшие экспериментальные исследования динамики и взаимодействия ориентационных и гидродинамических мод в системе осциллирующих электроконвективных роллов. Результаты исследований режимов синхронизации осциллирующих структур в НЖК могут стимулировать дальнейшее развитие теории синхронизации динамических систем.

Экспериментальные исследования выполнены на оборудовании ЦКП «Спектр» ИФМК УФИЦ РАН и РЦКП «Агидель». Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-02-09366).

ЛИТЕРАТУРА

- J. Kurths, A. Pikovsky, and M. Rosenblum, Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2001).
- A. S. Mikhailov and K. Showalter, Phys. Rep. 425, 79 (2006).
- V. Petrov, Q. Ouyang, and H. L. Swinney, Nature 388, 655 (1997).
- A. L. Lim, M. Bertram, K. Martinez, and H. L. Swinney, Phys. Rev. Lett. 84, 4240 (2000).
- V. K. Vanag, A. M. Zhabotinsky, and I. R. Epstein, Phys. Rev. Lett. 86, 552 (2001).

- M. Eiswirth and G. Ertl, Phys. Rev. Lett. 60, 1526 (1988).
- 7. P. S. Bodega et al., New J. Phys. 9, 61 (2007).
- I. Z. Kiss, Y. Zhai, and J. L. Hudson, Phys. Rev. E 77, 046204 (2008).
- A. A. Temirbayev et al., Phys. Rev. E 87, 062917 (2013).
- M. Cross and H. Greenside, Pattern Formation and Dynamics in Nonequilibrium Systems, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2009).
- 11. Pattern Formation in Liquid Crystals, ed. by Á. Buka and L. Kramer, Springer, New York (1996).
- **12**. P. G. de Gennes, *The Physics of Liquid Crystals*, Clarendon Press, Oxford (1974).
- E. Plaut, W. Decker, A. G. Rossberg, L. Kramer, W. Pesch, A. Belaidi, and R. Ribotta, Phys. Rev. Lett. 79, 2367 (1997).
- 14. E. Plaut and W. Pesch, Phys. Rev. E 59, 1747 (1999).
- 15. M. Dennin, Phys. Rev. E 62, 6780 (2000).
- V. A. Delev, O. A. Scaldin, and A. N. Chuvyrov, Liq. Cryst. 12, 441 (1992).
- M. Sano, K. Sato, S. Nasuno, and H. Kokubo, Phys. Rev. A 46, 3540 (1992).
- 18. I. Rehberg, S. Rasenat, J. Fineberg, M. de la Torre Juarez, and V. Steinberg, Phys. Rev. Lett. 61, 2449 (1988).

- M. de la Torre Juarez and I. Rehberg, Phys. Rev. A 42, 2096 (1990).
- 20. M. Dennin, Phys. Rev. E 62, 7842 (2000).
- H. Riecke, M. Silber, and L. Kramer, Phys. Rev. E 49, 4100 (1994).
- 22. T. Kawagishi, T. Mizuguchi, and M. Sano, Phys. Rev. Lett. 75, 3768 (1995).
- 23. P. Coullet and J. Lega, Phys. Rev. Lett. 65, 1352 (1990).
- 24. N. Oikawa, Y. Hidaka, and S. Kai, Phys. Rev. E 77, 035205 (2008).
- 25. Э. С. Батыршин, А. П. Крехов, О. А. Скалдин,
 В. А. Делев, ЖЭТФ 141, 1200 (2012).
- 26. Э. С. Батыршин, А. П. Крехов, О. А. Скалдин,
 В. А. Делев, Письма в ЖТФ 40, 14 (2014).
- 27. В. А. Делев, О. А. Скалдин, Э. С. Батыршин, Е. Г. Аксельрод, ЖТФ 81, 11 (2011).
- 28. M. Dennin, D. S. Cannell, and G. Ahlers, Phys. Rev. E 57, 638 (1998).
- 29. J.-P. Lachaux, E. Rodriguez, J. Martinerie, and F. J. Varela, Human Brain Mapping. 8, 194 (1999).
- 30. J. A. Acebron, L. L. Bonilla, C. J. P. Vicente, F. Ritort, and R. Spigler, Rev. Mod. Phys. 77, 137 (2005).
- A. Krekhov, B. Dressel, W. Pesch, V. Delev, and E. Batyrshin, Phys. Rev. E 92, 062510 (2015).