

# ЭЛЕКТРОНЫ В КВАЗИОДНОМЕРНЫХ ВОЛНОВОДАХ СО СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ: ПРОЯВЛЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ СПИНОВОЙ СИММЕТРИИ

*А. С. Козулин, А. И. Малышев\*, Н. Е. Курбакова*

*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 20 ноября 2017 г.

Рассматриваются квазиодномерные электронные волноводы со спин-орбитальным взаимодействием, сформированные в квантовых ямах, выращенных вдоль произвольных кристаллографических направлений. Для систем, гамильтониан которых обладает дополнительной спиновой симметрией, получено аналитическое решение стационарного уравнения Шредингера. Показано, что только при наличии такой симметрии дисперсионные кривые электронов, отвечающие разным модам размерного квантования, могут пересекаться. Изучена структура провалов, возникающих на зависимостях кондактанса неоднородного волновода от энергии носителей. Показано, что ширина провалов существенно зависит от ориентации волновода в плоскости квантовой ямы. В частности, она обращается в нуль, если волновод сформирован вдоль направления «волшебного» вектора исходной двумерной системы.

DOI: 10.1134/S0044451018070143

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Низкоразмерные системы со спин-орбитальным взаимодействием (СОВ) изучаются уже в течение нескольких десятилетий. За это время сформировалось целое направление физики конденсированного состояния вещества — спинтроника [1, 2], в рамках которого, среди прочего, активно обсуждаются различные варианты создания приборов, ключевую роль в функционировании которых играют спиновые степени свободы носителей [3]. Спин-полевой транзистор Датты–Даса (ТДД) [4] исторически является одним из первых устройств, в котором предлагалось использовать спиновые степени свободы электронов. В ТДД спин-поляризованные электроны, инжектируемые из ферромагнитного контакта, попадают в область полупроводника с СОВ, где их спины прецессируют в зависящем от импульса эффективном магнитном поле зеemanовского типа, генерируемом СОВ. В зависимости от геометрических размеров СОВ-области и начального спинового состояния электроны приходят на другой ферромагнитный контакт с той или иной ориентацией спина,

которой можно управлять, варьируя интенсивность СОВ.

Рассеяние электронов на примесях и других дефектах кристаллической структуры является одним из главных препятствий для реализации описанной концепции ТДД в небаллистическом режиме. После каждого акта рассеяния импульс носителя, а значит, и действующее на него эффективное магнитное поле, вообще говоря, изменяются. Если рассеяния происходят достаточно часто, то можно говорить о движении электрона в хаотическом магнитном поле. В таком случае изначально поляризованный по спину поток электронов приходит на детектор неполяризованным. Использование систем с дополнительной спиновой симметрией является одним из возможных способов решения указанной проблемы. В таких системах эффективное магнитное поле является коллинеарным некоторому выделенному в пространстве направлению, независимо от импульса носителя. И несмотря на то, что после каждого акта рассеяния импульс электрона меняется, направление действующего на него эффективного магнитного поля остается неизменным. В частности, ориентированные по направлению коллинеарного магнитного поля спины электронов не прецессируют в нем, и поток таких электронов приходит на детектор с исходной спиновой поляризацией.

\* E-mail: malyshev@phys.unn.ru

Как правило, в эффективный одночастичный гамильтониан, описывающий двумерный электронный газ, сформированный в выращенной вдоль некоторого кристаллографического направления квантовой яме (КЯ), включают два основных связанных с СОВ линейных по импульсу вклада. Первый из них — вклад Дрессельхауза — обусловлен внутренней асимметрией расположения атомов в объеме полупроводниковой структуры, когда кристалл не имеет центра инверсии. В общем случае КЯ с произвольным направлением роста вклад Дрессельхауза содержит шесть слагаемых, связывающих три проекции спина электрона с двумя проекциями его импульса в плоскости двумерного электронного газа [5, 6]. В частности, для двумерных электронных систем, сформированных в КЯ с направлением роста [001], вклад Дрессельхауза содержит только два слагаемых [7]:

$$\hat{H}_D^{[001]} = \beta \left( \hat{\sigma}_y \hat{k}_y - \hat{\sigma}_x \hat{k}_x \right). \quad (1)$$

Здесь выбрана декартова система координат с осью  $z$ , перпендикулярной плоскости КЯ,  $\hat{\sigma}_x$  и  $\hat{\sigma}_y$  — матрицы Паули,  $\hat{k}_x$  и  $\hat{k}_y$  — операторы проекции импульса соответственно на оси  $x$  и  $y$ ,  $\beta$  — параметр Дрессельхауза, определяющий интенсивность СОВ.

Другой вклад в эффективный гамильтониан — вклад Рашба [8, 9] — связан с асимметрией потенциала конфинмента в КЯ и имеет следующий, не зависящий от ориентации координатных осей в плоскости КЯ, вид:

$$\hat{H}_R = \alpha \left( \hat{\sigma}_y \hat{k}_x - \hat{\sigma}_x \hat{k}_y \right). \quad (2)$$

Входящим в выражение (2) параметром Рашба  $\alpha$  можно управлять с помощью приложения внешнего электрического поля [3, 10].

В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением систем, гамильтонианы которых содержат лишь линейные по импульсу вклады в СОВ. Такое приближение приемлемо при изучении слабо допированных и (или) достаточно узких КЯ. Отметим, однако, что вклады более высокого порядка — например, кубические по импульсу электрона вклады Дрессельхауза — необходимо принимать во внимание при рассмотрении ряда зависящих от спина явлений (например, спиновой релаксации [11] и слабой антилокализации [12]), а также в узкозонных материалах и при достаточно высоких температурах [5]. Оценка соотношения между линейными и кубическими вкладками Дрессельхауза в КЯ с направлением роста [001] приведена в обзоре [7].

В таких КЯ эффективное магнитное поле становится коллинеарным при равенстве параметров Рашба и Дрессельхауза ( $\alpha = \beta$ ) [5, 13]. В общем случае эта коллинеарность является одним из проявлений дополнительной спиновой симметрии, которой обладает ряд двумерных систем. Такие системы характеризуются дополнительным, связанным со спиновыми степенями свободы интегралом движения — проекцией спина на направление коллинеарного эффективного магнитного поля. При этом эффективный гамильтониан системы (содержащий только линейные по волновому вектору СОВ-вклады) обладает  $SU(2)$ -симметрией, а в самой системе формируются особые спиновые текстуры — так называемые спиновые хеликсы (persistent spin helices) [7].

В недавних работах [6, 14] были сформулированы общие условия формирования коллинеарного эффективного магнитного поля в различных двумерных электронных системах с СОВ. В работе [14] авторы исследовали КЯ в полупроводниках со структурой цинковой обманки, выращенные вдоль различных кристаллографических направлений, и нашли, что при учете СОВ Дрессельхауза и Рашба коллинеарное эффективное магнитное поле может быть реализовано только в КЯ, направление роста которых характеризуется как минимум двумя равными по модулю индексами Миллера.

В статье [6] рассматривались двумерные электронные системы, описываемые гамильтонианом

$$\hat{H}_{2D} \left( \hat{k}_x, \hat{k}_y \right) = \mu \left( \hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2 \right) \hat{\sigma}_0 + (\gamma_1 \cdot \hat{\sigma}) \hat{k}_x + (\gamma_2 \cdot \hat{\sigma}) \hat{k}_y, \quad (3)$$

содержащим линейные по волновому вектору СОВ-вклады наиболее общего вида. Здесь  $\mu \equiv \hbar^2/2m$ , где  $m$  — эффективная масса электрона,  $\hat{\sigma}_0$  — единичная матрица,  $\hat{\sigma} = \{\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z\}$ , а  $\gamma_1 = \{\gamma_{11}, \gamma_{12}, \gamma_{13}\}$  и  $\gamma_2 = \{\gamma_{21}, \gamma_{22}, \gamma_{23}\}$  — два символических вектора, составленных из параметров СОВ. Было показано, что коллинеарное эффективное магнитное поле реализуется в описываемой гамильтонианом (3) двумерной системе, когда векторное произведение векторов  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  обращается в нуль:

$$[\gamma_1 \times \gamma_2] = \mathbf{0}. \quad (4)$$

В частности, из условия (4) следует, что в КЯ [001] коллинеарное эффективное магнитное поле может быть реализовано лишь при равенстве модулей параметров Рашба и Дрессельхауза ( $|\alpha| = |\beta|$ ).

Параллельно с классической концепцией ТДД обсуждаются и его модификации, в которых вместо

двумерного электронного газа предлагается использовать квазиодномерные волноводы с СОВ. Вследствие квантования одной из проекций импульса электрона ожидается, что когерентное управление спином носителей может быть реализовано в таких волноводах более эффективно, чем в двумерных системах (см., например, [3, 4]). В связи с этим заметим, что к настоящему времени помимо множества теоретических работ, посвященных квазиодномерным системам [15–20], осуществлен и ряд ярких экспериментальных исследований квантовых нитей с СОВ, сформированных вдоль различных кристаллографических направлений [21–24].

В оригинальном предложении Датты и Даса также подразумевался одномодовый режим спин-зависимого транспорта, реализация которого, в свою очередь, налагает достаточно жесткие требования на ширину квазиодномерного волновода [15]. В этой связи актуальной задачей становится учет ряда эффектов, возникающих при многомодовом рассмотрении. Так, например, хорошо известно, что взаимодействие мод играет важную роль в управлении спиновой прецессией в ТДД (см., например, [16]): при прохождении носителей через волновод, в котором могут существовать несколько мод размерного квантования, спиновые состояния, отвечающие разным модам, могут перемешиваться, приводя к снижению спиновой когерентности инжектированных носителей [17].

Кроме того, в многомодовом режиме на зависимости кондактанса неоднородного волновода от энергии носителей могут появиться резкие провалы типа резонансов Фано (см., например, [25, 26]). В работе [18] такие провалы были обнаружены в кондактансе ориентированных вдоль направления [100] (рассматривались только КЯ [001]) волноводов, содержащих неоднородность — участок конечной длины с равными вкладами Рашба и Дрессельхауза. В той же работе было показано, что положения (по энергии) нулей кондактанса могут быть найдены в рамках простой модели, в которой неоднородность с СОВ рассматривается как эффективная потенциальная яма конечной глубины, квадратично зависящей от величины параметров СОВ. Обобщению этих результатов на случай квазиодномерных волноводов, сформированных вдоль произвольных кристаллографических направлений, отчасти, и посвящена настоящая работа.

Настоящая работа построена следующим образом. Раздел 2 посвящен квазиодномерным однородным волноводам с СОВ, сформированным в КЯ, выращенных вдоль произвольных кристаллографических

направлений. Там же обсуждается связь между существованием точек пересечения дисперсионных кривых электронов, отвечающих разным модам размерного квантования, и дополнительной спиновой симметрией. В разд. 3 получено аналитическое решение стационарного уравнения Шредингера для волноводов с дополнительной спиновой симметрией. В разд. 4 приведены результаты численных расчетов кондактанса неоднородных волноводов в многомодовом режиме и дан анализ структуры провалов кондактанса. В заключительном разд. 5 кратко сформулированы основные результаты работы.

## 2. КВАНТОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В КВАЗИОДНОМЕРНЫХ ОДНОРОДНЫХ ВОЛНОВОДАХ СО СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ, СФОРМИРОВАННЫХ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ С РАЗЛИЧНЫМИ НАПРАВЛЕНИЯМИ РОСТА

Хотя физические свойства двумерных систем не зависят от ориентации координатных осей в плоскости КЯ, декартовы координаты, как правило, выбираются так, чтобы спин-орбитальная часть соответствующего гамильтониана принимала наиболее простой вид. При этом направления координатных осей в плоскости КЯ могут не совпадать для КЯ с различными направлениями роста. В рамках данной работы общие утверждения будут иллюстрироваться примерами, касающимися, как правило, наиболее изученных к настоящему времени КЯ с направлениями роста [001], [110], [111]. В таблице приведены гамильтонианы двумерных электронных систем, сформированных в симметричных и асимметричных КЯ [001], [110], [111], с указанием направлений координатных осей для каждого случая. Отметим, что существует возможность для формирования коллинеарного эффективного магнитного поля и в КЯ, выращенных вдоль направлений  $[hhl]$ , но отличающихся от трех упомянутых выше [14], например, в КЯ [113], интерес к которым в настоящее время также связан с изучением свойств двумерных дырочных систем [27, 28].

Рассмотрим квазиодномерный однородный волновод шириной  $d$ , сформированный в плоскости КЯ, выращенной вдоль некоторого кристаллографического направления. С учетом приведенных выше соображений, выберем декартову систему координат так, чтобы ось  $z_1$  совпадала с направлением роста КЯ, а ось симметрии волновода  $x$  образовыва-

**Таблица.** СОВ-части гамильтонианов двумерных систем, сформированных в симметричных (С) и асимметричных (А) КЯ с направлением роста [001], [110], [111], и условия формирования в них коллинеарного эффективного магнитного поля

Направление роста (ось $z_1$ ) и ориентация координатных осей в плоскости КЯ	СОВ-часть гамильтониана	$\gamma_1$ и $\gamma_2$	$[\gamma_1 \times \gamma_2] = \mathbf{0}$
[001], $x_1 \parallel [100]$ , $y_1 \parallel [010]$	С: $\hat{H}_{SO} = \beta (\hat{\sigma}_{y_1} \hat{k}_{y_1} - \hat{\sigma}_{x_1} \hat{k}_{x_1})$	$\gamma_1 = \{-\beta, 0, 0\}$ , $\gamma_2 = \{0, \beta, 0\}$	—
	А: $\hat{H}_{SO} = \beta (\hat{\sigma}_{y_1} \hat{k}_{y_1} - \hat{\sigma}_{x_1} \hat{k}_{x_1}) + \alpha (\hat{\sigma}_{y_1} \hat{k}_{x_1} - \hat{\sigma}_{x_1} \hat{k}_{y_1})$	$\gamma_1 = \{-\beta, \alpha, 0\}$ , $\gamma_2 = \{-\alpha, \beta, 0\}$	$ \alpha  =  \beta $
[110], $x_1 \parallel [\bar{1}10]$ , $y_1 \parallel [010]$	С: $\hat{H}_{SO} = \beta \hat{\sigma}_{z_1} \hat{k}_{x_1}$	$\gamma_1 = \{0, 0, \beta\}$ , $\gamma_2 = \{0, 0, 0\}$	$\beta \neq 0$
	А: $\hat{H}_{SO} = \beta \hat{\sigma}_{z_1} \hat{k}_{x_1} + \alpha (\hat{\sigma}_{y_1} \hat{k}_{x_1} - \hat{\sigma}_{x_1} \hat{k}_{y_1})$	$\gamma_1 = \{0, \alpha, \beta\}$ , $\gamma_2 = \{-\alpha, 0, 0\}$	—
[111], $x_1 \parallel [11\bar{2}]$ , $y_1 \parallel [\bar{1}10]$	А: $\hat{H}_{SO} = \beta (\hat{\sigma}_{y_1} \hat{k}_{x_1} - \hat{\sigma}_{x_1} \hat{k}_{y_1})$	$\gamma_1 = \{0, \beta, 0\}$ , $\gamma_2 = \{-\beta, 0, 0\}$	—
	С: $\hat{H}_{SO} = (\alpha + \beta) (\hat{\sigma}_{y_1} \hat{k}_{x_1} - \hat{\sigma}_{x_1} \hat{k}_{y_1})$	$\gamma_1 = \{0, \alpha + \beta, 0\}$ , $\gamma_2 = \{-(\alpha + \beta), 0, 0\}$	$\alpha = -\beta$

ла угол  $\theta$  с осью  $x_1$  (см. рис. 1). Рассматриваемой системе соответствует следующий эффективный гамильтониан:

$$\hat{H}_{Q1D}(\hat{k}_{x_1}, \hat{k}_{y_1}) = \hat{H}_{2D}(\hat{k}_{x_1}, \hat{k}_{y_1}) + V(x_1, y_1) \hat{\sigma}_0, \quad (5)$$

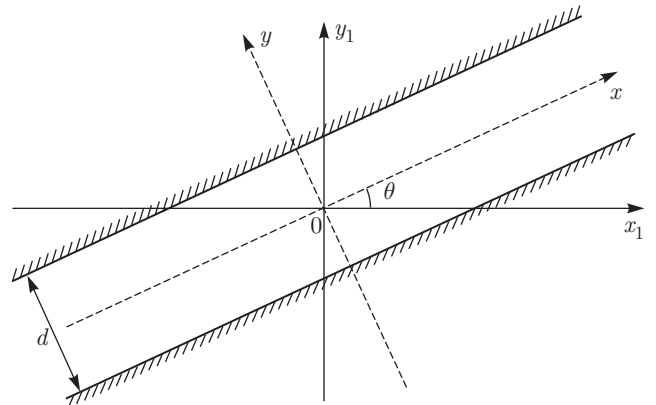
где  $\hat{H}_{2D}$  — гамильтониан (3) двумерной системы, в которой сформирован волновод, а  $V(x_1, y_1)$  — потенциал конфайнмента, соответствующий бесконечно глубокой потенциальной яме шириной  $d$  в направлении  $y$ .

Осуществим поворот системы координат вокруг оси  $z_1$  на угол  $\theta$  с помощью матрицы

$$M(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

При этом операторы проекций волнового вектора и матрицы Паули преобразуются как  $\hat{\mathbf{k}}_1 = M(\theta) \hat{\mathbf{k}}$ ,  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 = M(\theta) \hat{\boldsymbol{\sigma}}$ , а гамильтониан (5) принимает следующий вид:

$$\hat{H}_{Q1D}(\hat{k}_x, \hat{k}_y) = \left( \mu (\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2) + V(y) \right) \hat{\sigma}_0 + (\boldsymbol{\alpha}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \hat{k}_x + (\boldsymbol{\alpha}_2 \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \hat{k}_y, \quad (7)$$



**Рис. 1.** Схематическое изображение квазиодномерного электронного волновода шириной  $d$ , сформированного в плоскости КЯ вдоль направления  $x$ , образующего угол  $\theta$  с осью  $x_1$

где  $\boldsymbol{\alpha}_1 = \{\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}\}$  и  $\boldsymbol{\alpha}_2 = \{\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}\}$  — два символических вектора, компоненты которых выражаются через компоненты исходных векторов  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , а также угол поворота  $\theta$ :

$$\alpha_{11} = \gamma_{11} \cos^2 \theta + (\gamma_{12} + \gamma_{21}) \sin \theta \cos \theta + \gamma_{22} \sin^2 \theta,$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{12} &= \gamma_{12} \cos^2 \theta + (\gamma_{22} - \gamma_{11}) \sin \theta \cos \theta - \\
 &\quad - \gamma_{21} \sin^2 \theta, \\
 \alpha_{13} &= \gamma_{13} \cos \theta + \gamma_{23} \sin \theta, \\
 \alpha_{21} &= \gamma_{21} \cos^2 \theta + (\gamma_{22} - \gamma_{11}) \sin \theta \cos \theta - \\
 &\quad - \gamma_{12} \sin^2 \theta, \\
 \alpha_{22} &= \gamma_{22} \cos^2 \theta - (\gamma_{12} + \gamma_{21}) \sin \theta \cos \theta + \\
 &\quad + \gamma_{11} \sin^2 \theta, \\
 \alpha_{23} &= \gamma_{23} \cos \theta - \gamma_{13} \sin \theta.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Отметим, что при этом сумма квадратов модулей символических векторов остается инвариантной:  $|\gamma_1|^2 + |\gamma_2|^2 = |\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2$ .

После поворота системы координат потенциал конфайнмента становится функцией только одной координаты  $y$ , преобразование гамильтониана двумерного электронного газа (3) сводится к перенормировке (8) параметров СОВ, причем сама структура гамильтониана остается прежней. Непосредственным расчетом можно убедиться в том, что условие коллинеарности эффективного магнитного поля (4) при описанном преобразовании сохраняет свою форму по отношению к векторам  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ :

$$[\gamma_1 \times \gamma_2] = \mathbf{0} \leftrightarrow [\alpha_1 \times \alpha_2] = \mathbf{0}. \tag{9}$$

Вследствие коммутации гамильтониана (7) с оператором  $\hat{k}_x$  будем искать решение стационарного уравнения Шредингера  $\hat{H}_{Q1D} \psi(x, y) = E \psi(x, y)$  в виде

$$\psi(x, y) = \exp(ik_x x) \begin{pmatrix} a(y) \\ b(y) \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Неизвестные функции  $a(y)$  и  $b(y)$  могут быть найдены из следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 &(\mu \hat{k}_y^2 + \alpha_{23} \hat{k}_y + V(y)) a(y) + \\
 &+ ((\alpha_{11} - i\alpha_{12}) k_x + (\alpha_{21} - i\alpha_{22}) \hat{k}_y) b(y) = \\
 &\quad = (E - \mu k_x^2 - \alpha_{13} k_x) a(y), \\
 &((\alpha_{11} + i\alpha_{12}) k_x + (\alpha_{21} + i\alpha_{22}) \hat{k}_y) a(y) + \\
 &+ (\mu \hat{k}_y^2 - \alpha_{23} \hat{k}_y + V(y)) b(y) = \\
 &\quad = (E - \mu k_x^2 + \alpha_{13} k_x) b(y).
 \end{aligned} \tag{11}$$

Осуществляя разложение

$$a(y) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \varphi_n(y), \quad b(y) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \varphi_n(y) \tag{12}$$

по ортонормированному набору функций

$$\varphi_n(y) = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \left( \pi n \left( \frac{y}{d} + \frac{1}{2} \right) \right), \quad n \in N,$$

позволяющему автоматически удовлетворить граничным условиям  $a(\pm d/2) = b(\pm d/2) = 0$ , и далее умножая каждое из уравнений системы (11) на  $\varphi_{n'}(y)$  с последующим интегрированием по  $y$  в пределах от  $-d/2$  до  $d/2$ , придем к системе линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}
 &\sum_{n=1}^{\infty} [(\varepsilon_{n'} + \alpha_{13} k_x) \delta_{n'n} - i\alpha_{23} \eta_{n'n}] a_n + \\
 &+ ((\alpha_{11} - i\alpha_{12}) k_x \delta_{n'n} - (\alpha_{22} + i\alpha_{21}) \eta_{n'n}) b_n] = \\
 &\quad = (E - \mu k_x^2) a_{n'},
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{n=1}^{\infty} [((\alpha_{11} + i\alpha_{12}) k_x \delta_{n'n} + (\alpha_{22} - i\alpha_{21}) \eta_{n'n}) a_n + \\
 &+ ((\varepsilon_{n'} - \alpha_{13} k_x) \delta_{n'n} + i\alpha_{23} \eta_{n'n}) b_n] = \\
 &\quad = (E - \mu k_x^2) b_{n'},
 \end{aligned}$$

где  $n' = \overline{1, \infty}$  и введены обозначения  $\varepsilon_n = \pi^2 n^2 \mu / d^2$ ,

$$\begin{aligned}
 \eta_{n'n} &= 0, \text{ если } n' + n - \text{четное}, \\
 \eta_{n'n} &= 4nn' / (n'^2 - n^2), \text{ если } n' + n - \text{нечетное}.
 \end{aligned} \tag{14}$$

При численном нахождении энергетического спектра и коэффициентов разложения волновой функции принимается во внимание лишь конечное число мод размерного квантования. В этой связи, при учете  $N$  мод задача сводится к поиску собственных значений и собственных векторов матрицы размерности  $2N \times 2N$

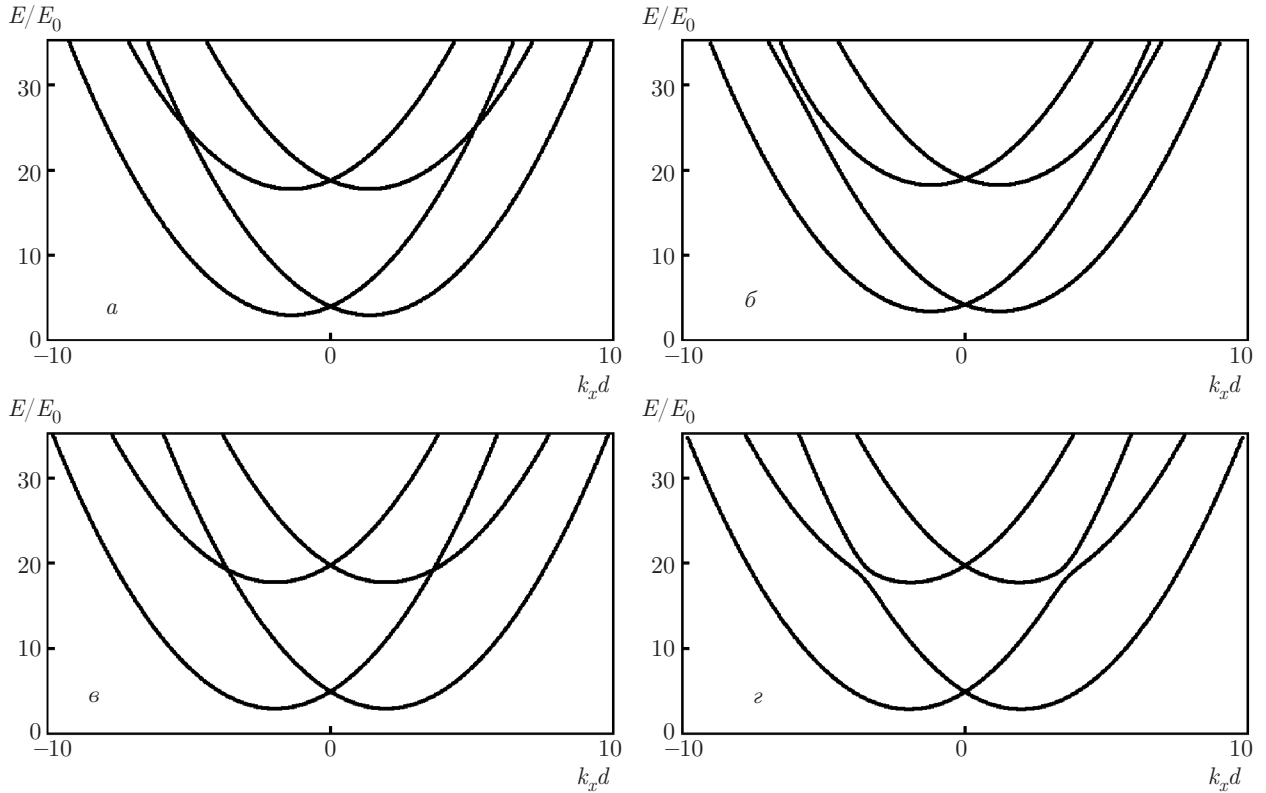
$$\begin{pmatrix} A^{(+)} & B^{(-)} \\ B^{(+)} & A^{(-)} \end{pmatrix}, \tag{15}$$

состоящей из четырех блоков размером  $N \times N$ :

$$\begin{aligned}
 A_{n'n}^{(\pm)} &= (\varepsilon_{n'} + \mu k_x^2 \pm \alpha_{13} k_x) \delta_{n'n} \mp i\alpha_{23} \eta_{n'n}, \\
 B_{n'n}^{(\pm)} &= (\alpha_{11} \pm i\alpha_{12}) k_x \delta_{n'n} \pm (\alpha_{22} \mp i\alpha_{21}) \eta_{n'n}.
 \end{aligned} \tag{16}$$

Прежде чем перейти к анализу результатов численных расчетов, необходимо также определиться и с используемыми единицами измерений. Так, примем безразмерные постоянные Планка и эффективную массу носителей за единицу. Выбрав ширину волновода  $d$  за единицу длины, определим тем самым единицу энергии  $E_0 = \hbar^2 / md^2$  и единицу измерения констант СОВ  $\alpha_0 = \hbar^2 / md$ .

На рис. 2 представлены результаты численных расчетов дисперсионных кривых электронов в квазиодномерных волноводах при различных значениях параметров СОВ. При наличии дополнительной спиновой симметрии ( $[\gamma_1 \times \gamma_2] = \mathbf{0}$ ) кривые, отвечающие разным модам размерного квантования, имеют точки пересечения (рис. 2а,б) [29]. В отсутствие



**Рис. 2.** Дисперсионные кривые электронов в квазиодномерных волноводах, сформированных в КЯ [001] и [110], при различных значениях СОВ-параметров: *a* — КЯ [001],  $\alpha = \beta = \alpha_0$ ; *б* — КЯ [001],  $\alpha = 0.75\alpha_0$ ,  $\beta = \alpha_0$ ; *в* — КЯ [110],  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 2\alpha_0$ ; *г* — КЯ [110],  $\alpha = 0.3\alpha_0$ ,  $\beta = 2\alpha_0$ . Во всех случаях волноводы ориентированы вдоль оси  $x_1$  ( $\theta = 0$ )

дополнительной симметрии ( $[\gamma_1 \times \gamma_2] \neq \mathbf{0}$ ) эти точки пересечения исчезают — происходит расталкивание кривых, отвечающих разным модам, называемое также антикроссингом (рис. 2б,г). При этом в силу связи (9) поворот волновода в плоскости КЯ к качественным изменениям в структуре энергетического спектра не приводит.

Связь между антикроссингом (кроссингом) в дисперсионных кривых электронов и отсутствием (наличием) дополнительной спиновой симметрии может быть явно продемонстрирована в рамках двузонного приближения, когда принимаются во внимание лишь две моды размерного квантования ( $N = 2$ ). В таком случае матрица (15) имеет размер  $4 \times 4$ , а ее собственные значения имеют следующий вид:

$$E_1^{(-)}(k_x) = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \mu k_x^2 - \sqrt{\alpha_1^2 k_x^2 - C k_x + D},$$

$$E_1^{(+)}(k_x) = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \mu k_x^2 - \sqrt{\alpha_1^2 k_x^2 + C k_x + D},$$

$$E_2^{(-)}(k_x) = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \mu k_x^2 + \sqrt{\alpha_1^2 k_x^2 - C k_x + D},$$

$$E_2^{(+)}(k_x) = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \mu k_x^2 + \sqrt{\alpha_1^2 k_x^2 + C k_x + D}.$$

Здесь введены обозначения

$$\alpha_1 = |\alpha_1|, \quad \alpha_2 = |\alpha_2|,$$

$$C = \sqrt{\alpha_1^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + 4\eta_{12}^2 (\alpha_1 \cdot \alpha_2)^2},$$

$$D = \alpha_2^2 \eta_{12}^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 / 4.$$

Анализ выражений (17) показывает, что помимо пересечений ветвей  $E_1^{(+)}$  и  $E_1^{(-)}$ , а также  $E_2^{(+)}$  и  $E_2^{(-)}$  при  $k_x = 0$ , существующих при любых значениях параметров СОВ, дополнительные точки пересечения различных ветвей энергетического спектра могут появляться только лишь при выполнении условия

$$[\alpha_1 \times \alpha_2] = \mathbf{0}.$$

Так, например, уравнение  $E_1^{(-)} = E_2^{(-)}$  равносильно квадратному относительно  $k_x$  уравнению  $\alpha_1^2 k_x^2 - C k_x + D = 0$ , дискриминант которого  $-4\eta_{12}^2 |[\alpha_1 \times \alpha_2]|^2$  может принимать неотрицательные значения только при выполнении условия (18).

Если ненулевые векторы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  коллинеарны друг другу (т.е.  $\alpha_1 = q\alpha_2$ , где  $q \in R$ ), то ветви  $E_1^{(-)}$  и  $E_2^{(-)}$  пересекаются при  $k_x^* = \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + 4\eta_{12}^2 \alpha_2^2} / 2|q|\alpha_2$  (см. рис. 3). При этом вследствие симметрии по отношению к обращению времени ветви  $E_1^{(+)}$  и  $E_2^{(+)}$  также пересекаются при  $k_x = -k_x^*$ . В случае  $\alpha_1 \neq \mathbf{0}$  и  $\alpha_2 = \mathbf{0}$  пары ветвей  $E_1^{(-)}$  и  $E_2^{(-)}$ ,  $E_1^{(+)}$  и  $E_2^{(+)}$  также имеют точки пересечения, являющиеся симметричными относительно прямой  $k_x = 0$ . Наконец, из выражений (17) следует, что при  $\alpha_1 = \mathbf{0}$  и  $\alpha_2 \neq \mathbf{0}$  (эти условия удовлетворяются, например, при  $\gamma_1 = \mathbf{0}$  и  $\theta \neq 0$ ) ветвь  $E_1^{(+)}$  совпадает с  $E_1^{(-)}$ , а ветвь  $E_2^{(+)}$  — с ветвью  $E_2^{(-)}$ . В таком случае, несмотря на наличие СОВ, спиновое расщепление равно нулю для любого значения  $k_x$ .

Отметим, что формулы (17) обобщают полученные в работе [30] выражения для дисперсионных кривых электронов в квазиодномерных волноводах, сформированных в КЯ с направлениями роста [001] и [110], на случай волноводов, ориентированных вдоль произвольных кристаллографических направлений.

### 3. КВАНТОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В КВАЗИОДНОМЕРНЫХ ОДНОРОДНЫХ ВОЛНОВОДАХ С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ СПИНОВОЙ СИММЕТРИЕЙ: АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Как было сказано выше, при выполнении условия  $[\alpha_1 \times \alpha_2] = \mathbf{0}$  квазиодномерные системы с СОВ обладают дополнительной спиновой симметрией. В таком случае для стационарного уравнения Шредингера с гамильтонианом (7) может быть получено аналитическое решение. Без потери общности рассмотрим далее ситуацию, когда имеет место векторное равенство  $\alpha_1 = q\alpha_2$ , где  $q \in R$  и  $\alpha_2 \neq \mathbf{0}$ . При этом гамильтониан (7) принимает следующий вид:

$$\hat{H}_{Q1D} = \left( \mu \left( \hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2 \right) + V(y) \right) \hat{\sigma}_0 + \left( q\hat{k}_x + \hat{k}_y \right) \left( \alpha_2 \cdot \hat{\sigma} \right). \quad (19)$$

Гамильтониан (19) коммутирует с оператором  $\hbar(\mathbf{n} \cdot \hat{\sigma})/2$  проекции спина на направление коллине-

арного эффективного магнитного поля, характеризующегося ортом  $\mathbf{n} = \alpha_2/\alpha_2$ . С помощью поворота в спиновом пространстве [6], осуществляемого с помощью оператора

$$\hat{U} = \hat{\sigma}_0 \cos \frac{\chi}{2} - i \left( a_x \hat{\sigma}_x + a_y \hat{\sigma}_y \right) \sin \frac{\chi}{2}, \quad (20)$$

где  $\mathbf{a} = [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_z] / |[\mathbf{n} \times \mathbf{e}_z]|$ ,  $\mathbf{e}_z = \{0, 0, 1\}$ , а  $\chi$  — угол между  $\mathbf{e}_z$  и  $\mathbf{n}$ , гамильтониан (19) может быть приведен к диагональному виду:

$$\hat{H}'_{Q1D} = \hat{U}^+ \hat{H}_{Q1D} \hat{U} = \left( \mu \left( \hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2 \right) + V(y) \right) \hat{\sigma}_0 + \left( q\hat{k}_x + \hat{k}_y \right) \alpha_2 \hat{\sigma}'_z. \quad (21)$$

Физический смысл преобразования (20) состоит в выборе направления коллинеарного эффективного магнитного поля в качестве оси квантования спина, таким образом,  $\hat{\sigma}'_z$  в выражении (21) есть оператор проекции спина на эту ось.

В результате сделанного преобразования система (11) для неизвестных компонент волновой функции  $a(y)$  и  $b(y)$  приобретает более простой вид:

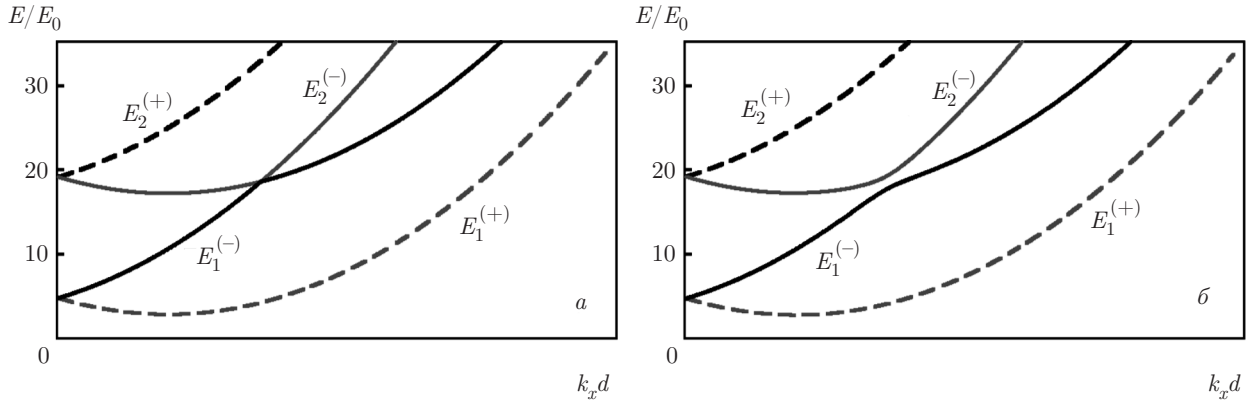
$$\begin{aligned} \left( \mu \hat{k}_y^2 + \alpha_2 \hat{k}_y + V(y) \right) a(y) &= \\ &= \left( E - \mu k_x^2 - q\alpha_2 k_x \right) a(y), \\ \left( \mu \hat{k}_y^2 - \alpha_2 \hat{k}_y + V(y) \right) b(y) &= \\ &= \left( E - \mu k_x^2 + q\alpha_2 k_x \right) b(y). \end{aligned} \quad (22)$$

Совершенно аналогично схожая система может быть получена и для случая  $\alpha_2 = \mathbf{0}$ ,  $\alpha_1 \neq \mathbf{0}$ :

$$\begin{aligned} \left( \mu \hat{k}_y^2 + V(y) \right) a(y) &= \left( E - \mu k_x^2 - \alpha_1 k_x \right) a(y), \\ \left( \mu \hat{k}_y^2 + V(y) \right) b(y) &= \left( E - \mu k_x^2 + \alpha_1 k_x \right) b(y). \end{aligned} \quad (23)$$

В отличие от исходной системы (11), каждое уравнение которой содержит как  $a(y)$ , так и  $b(y)$ , системы (22) и (23) разделяются на два независимых дифференциальных уравнения относительно этих функций. Данное обстоятельство позволяет получить аналитические решения стационарного уравнения Шредингера, которые могут быть представлены единым образом в следующем виде:

$$\begin{aligned} \psi_{n,k_x,\lambda}(x,y) &= \\ &= \exp \left( i \left( k_x x - \lambda Q y \sin(\nu - \theta) / 2 \right) \right) \varphi_n(y) |\lambda|, \end{aligned} \quad (24)$$



**Рис. 3.** Дисперсионные кривые электронов в двухзонном приближении: *a* — при наличии дополнительной спиновой симметрии ( $[\alpha_1 \times \alpha_2] = \mathbf{0}$ ) ветви  $E_1^{(-)}$  и  $E_2^{(-)}$  пересекаются; *б* — в отсутствие дополнительной спиновой симметрии ( $[\alpha_1 \times \alpha_2] \neq \mathbf{0}$ ) наблюдается антикроссинг

$$E_{n,\lambda}(k_x) = \mu \left( (k_x + \lambda Q \cos(\nu - \theta)/2)^2 - Q^2/4 \right) + \varepsilon_n, \quad n \in N, \quad \lambda = \pm 1. \quad (25)$$

Здесь  $|1\rangle = \|10\|^T$  и  $|-1\rangle = \|01\|^T$  — собственные функции оператора  $\hat{\sigma}'_z$ , а  $\mathbf{Q} = Q\{\cos \nu, \sin \nu, 0\}$  — так называемый «волшебный» вектор, лежащий в плоскости КЯ [6, 13]. Его модуль  $Q = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}/\mu$ , а полярный угол  $\nu$  по отношению к оси  $x_1$  определяется для различных симметричных случаев как

$$\begin{aligned} \nu &= \arctg(1/q) + \pi(1 - \text{sgn}(q))/2, \\ &\text{если } \alpha_1 = q\alpha_2, \quad \alpha_1 \neq 0, \quad \alpha_2 \neq 0, \\ \nu &= \pi/2, \quad \text{если } \alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 \neq 0, \\ \nu &= 0, \quad \text{если } \alpha_1 \neq 0, \quad \alpha_2 = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Таким образом, квазиодномерные системы, обладающие дополнительной спиновой симметрией, характеризуются двумя выделенными направлениями. Первое из них — направление коллинеарного эффективного магнитного поля. Оно может как быть ориентировано в плоскости двумерного электронного газа, так и выходить из нее. Например, в КЯ [001] при равенстве параметров Рашба и Дрессельхауза орт коллинеарного магнитного поля  $\mathbf{n} = \{-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0\}$  лежит в плоскости КЯ под углом  $3\pi/4$  к оси  $x_1$ , тогда как в симметричных КЯ [110] эффективное магнитное поле всегда перпендикулярно плоскости двумерного электронного газа ( $\mathbf{n} = \{0, 0, 1\}$ ). Второе выделенное направление связано с лежащим в плоскости КЯ «волшебным» вектором  $\mathbf{Q}$ . Так, в КЯ [001] с равными параметрами

Рашба и Дрессельхауза  $\nu = \pi/4$ , а в симметричных КЯ [110]  $\nu = 0$ , т. е. вектор  $\mathbf{Q}$  направлен вдоль оси  $x_1$ . Можно показать, что для КЯ, выращенных из полупроводников со структурой цинковой обманки, векторы  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{n}$  всегда ортогональны друг другу.

Согласно формуле (25), дисперсионные кривые электронов в квазиодномерных системах с дополнительной спиновой симметрией — параболы, а волновые функции (24) определяют распространяющиеся вдоль оси волновода  $x$  плоские волны, несущие спиновое состояние, соответствующее одной из двух возможных проекций спина электрона на направление эффективного магнитного поля. Из формул (24) и (25) также следует, что структура волновых функций и энергетического спектра электронов в волноводах с дополнительной спиновой симметрией зависит от величины  $\nu - \theta$ , т. е. определяется ориентацией волновода по отношению к направлению «волшебного» вектора. В этой связи особый интерес представляют ситуации, когда волновод сформирован вдоль направления «волшебного» вектора, т. е. выполняется условие  $\sin(\nu - \theta) = 0$ . В таких случаях, несмотря на наличие СОВ, волновая функция электрона устроена точно так же, как и волновая функция электрона в квазиодномерном однородном канале без СОВ. Однако при этом СОВ обуславливает ненулевое расщепление энергетического спектра электронов при  $k_x \neq 0$ . В свою очередь, при  $\cos(\nu - \theta) = 0$  (эта ситуация реализуется, например, в волноводах, сформированных в симметричных КЯ [110] и направленных вдоль оси  $y_1$ ) связанное с СОВ расщепление энергетического спектра равно нулю для любого значения  $k_x$ .



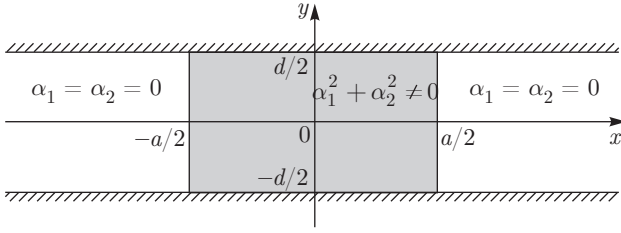


Рис. 4. Схематическое изображение неоднородного волновода, содержащего участок длины  $a$  с СОВ (показан серым цветом)

#### 4. КОНДАКТАНС НЕОДНОРОДНЫХ ВОЛНОВОДОВ СО СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В МНОГОМОДОВОМ РЕЖИМЕ: ПРОЯВЛЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ СПИНОВОЙ СИММЕТРИИ В СТРУКТУРЕ РЕЗОНАНСОВ ФАНО

Обратимся теперь к обсуждению неоднородных квазиодномерных волноводов с СОВ, которые могут служить простой моделью для изучения основных спин-зависимых транспортных характеристик ТДД. В рамках этой модели ТДД рассматривается как квазиодномерный волновод, содержащий рассеиватель — область конечной длины с СОВ, — соединенный с двумя каналами без СОВ, один из которых служит для инжекции носителей в рассеиватель, а другой — для детектирования их спинового состояния после выхода из него (рис. 4). Рассмотрим далее падающую слева плоскую волну, несущую начальное спиновое состояние  $\|\chi_1\chi_2\|^T$  и отвечающую  $n$ -й моде размерного квантования. Параметры  $\chi_1$  и  $\chi_2$  при этом определяют спиновое состояние падающей волны, причем  $|\chi_1|^2 + |\chi_2|^2 = 1$ . При условии, что полная энергия равна  $E$ , такой волне отвечает волновой вектор  $k_n = \sqrt{(E - \varepsilon_n)/\mu}$ . Таким образом, волновая функция в левой области с учетом отраженных волн, распространяющихся в обратном направлении, имеет вид

$$\psi_1(x, y) = \exp(ik_n x)\varphi_n(y) \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix} + \sum_{j=1}^N \exp(-ik_j x)\varphi_j(y) \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix}. \quad (27)$$

В правой области распространяются лишь прошедшие волны, бегущие в положительном направлении оси  $x$ :

$$\psi_3(x, y) = \sum_{j=1}^N \exp(ik_j x)\varphi_j(y) \begin{pmatrix} D_j \\ F_j \end{pmatrix}. \quad (28)$$

В общем случае вследствие расщепления энергетического спектра, обусловленного СОВ, фиксированной энергии  $E$  отвечают  $4N$  квантовых состояний, характеризующихся волновыми числами  $k_{j,\xi}$  ( $j = \overline{1, N}, \xi = \overline{1, 4}$ ). Таким образом, волновая функция на участке с СОВ может быть представлена в виде

$$\psi_2(x, y) = \sum_{j=1}^N \sum_{\xi=1}^4 \exp(ik_{j,\xi} x)\varphi_j(y) \begin{pmatrix} C_{j,\xi}^{(+)} \\ C_{j,\xi}^{(-)} \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Вследствие сохранения потока вероятности волновые функции (27)–(29) должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} \psi_1(x, y)|_{x=-a/2} &= \psi_2(x, y)|_{x=-a/2}, \\ \psi_2(x, y)|_{x=a/2} &= \psi_3(x, y)|_{x=a/2}, \\ \hat{V}_x \psi_1(x, y)|_{x=-a/2} &= \hat{V}_x \psi_2(x, y)|_{x=-a/2}, \\ \hat{V}_x \psi_2(x, y)|_{x=a/2} &= \hat{V}_x \psi_3(x, y)|_{x=a/2}, \end{aligned} \quad (30)$$

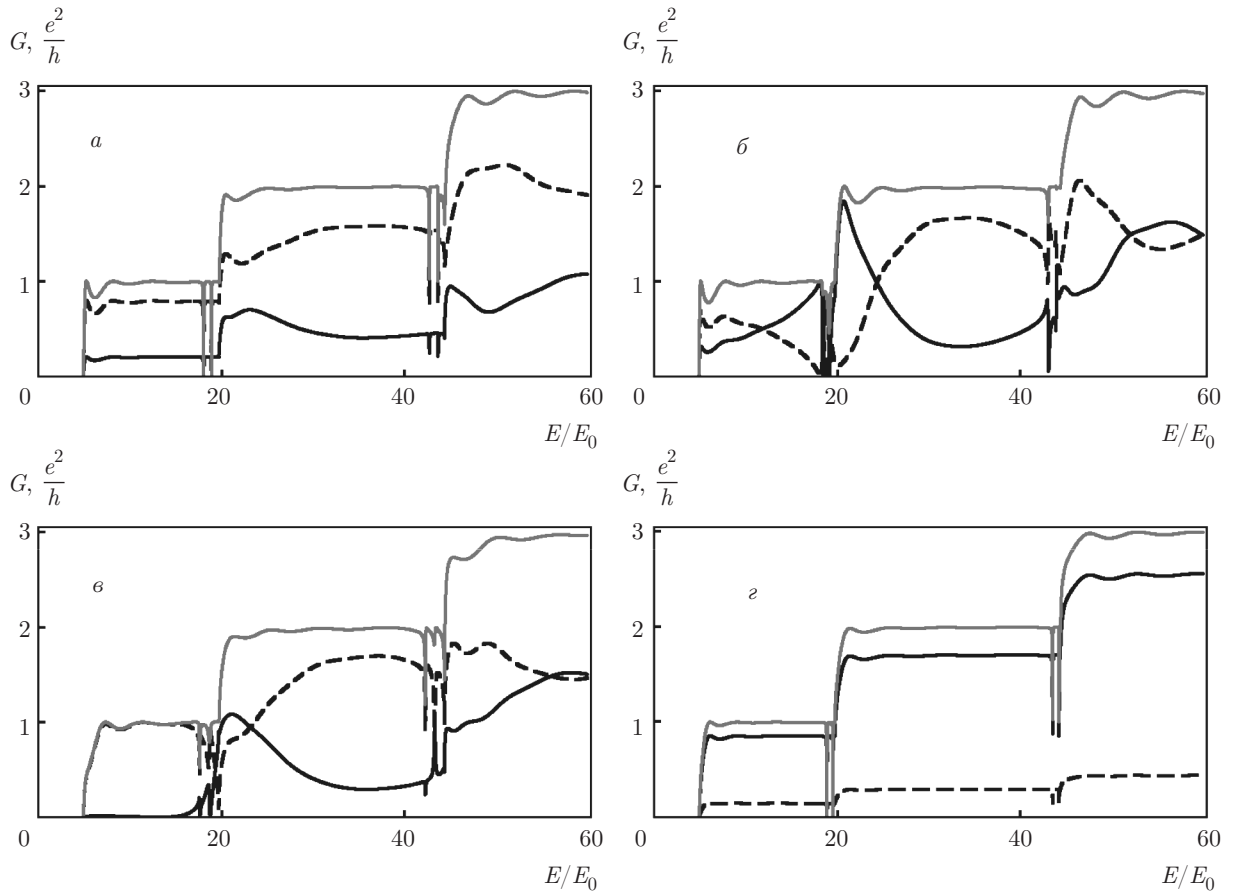
где  $\hat{V}_x = \hbar k_x \hat{\sigma}_0 / m + (\alpha_1 \cdot \hat{\sigma}) / \hbar$  — оператор  $x$ -проекции скорости. Последующее применение формализма матрицы рассеяния [17] позволяет численно найти входящие в выражения (27)–(29) неизвестные величины  $A_j, B_j, k_{j,\xi}, C_{j,\xi}^{(+)}, C_{j,\xi}^{(-)}, D_j, F_j$  и далее вычислить зависящие от спина транспортные характеристики волноводов.

Так, при многомодовом рассмотрении выражение для полного кондактанса системы в режиме линейного отклика при нулевой температуре имеет вид

$$G = \frac{e^2}{\hbar} \sum_{m=1}^R \sum_{n=1}^R \frac{k_m}{k_n} (|D_m|^2 + |F_m|^2), \quad (31)$$

где значение  $R$  отвечает максимальному номеру моды, для которой волновые числа  $k_i$  являются действительными [17]. Осуществляя в выражении (31) суммирование только с коэффициентами  $\{D_m\}$  или  $\{F_m\}$  по отдельности, можно получить выражения для спин-зависимых кондактансов  $G^+$  и  $G^-$ , характеризующих транспортные свойства носителей, инжектированных в левый канал с некоторым начальным спиновым состоянием  $\|\chi_1\chi_2\|^T$  и рассеявшихся в состояния соответственно со спином «вверх» или «вниз».

На рис. 5 представлены зависимости полного и спин-зависимых кондактансов от энергии носителей при различных значениях параметров СОВ. Можно видеть, что вблизи энергий, отвечающих открытию новых мод и, соответственно, новых каналов



**Рис. 5.** Полный кондактанс  $G$  (серые кривые) и спин-зависимые кондактансы  $G^+$  (черные сплошные кривые) и  $G^-$  (черные штриховые кривые) как функции энергии носителей  $E$  при различных значениях параметров СОВ:  $a$  — КЯ [001],  $\alpha = \beta = \alpha_0$ ;  $б$  — КЯ [111],  $\alpha = \beta = 0.75\alpha_0$ ;  $в$  — КЯ [001],  $\alpha = 0.75\alpha_0$ ,  $\beta = 1.5\alpha_0$ ;  $г$  — КЯ [110],  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1.5\alpha_0$ . Во всех случаях  $N = 12$ ,  $a = 3d$ ,  $\theta = 0$ ,  $\chi_1 = 1$ ,  $\chi_2 = 0$ , кроме случая  $г$ , для которого  $\theta = \pi/4$ ,  $\chi_1 = \cos(\pi/8)$  и  $\chi_2 = \exp(i\pi/4) \sin(\pi/8)$

рассеяния, появляются резкие провалы типа резонансов Фано (см., например, работу [26]), возникающие вследствие локализации волн в области с СОВ, что вызвано формированием в ней эффективной потенциальной ямы [31, 32] (см. также рис. 7). Численные расчеты показывают, что относительное положение минимумов спин-зависимых кондактансов нетривиально зависит от соотношения между параметрами СОВ. А именно, в отсутствие дополнительной спиновой симметрии минимумы спин-зависимых кондактансов наблюдаются на разных энергиях (рис. 6б,в). В результате этого в полном кондактансе, являющемся суммой спин-зависимых кондактансов, часто виден лишь неглубокий провал. Совершенно иначе обстоит дело в волноводах с дополнительной спиновой симметрией (рис. 6а,г). В них провалы спин-зависимых кондактансов наблюдаются

на одних и тех же значениях энергии строго до нуля, вследствие этого и полный кондактанс на той же энергии «проваливается» до нуля.

В системах с дополнительной спиновой симметрией количество нулей кондактанса и их положения могут быть определены с хорошей точностью в рамках простой модели, в которой СОВ-область рассматривается как прямоугольная потенциальная яма (рис. 7), ширина которой равна длине неоднородности  $a$ , а глубина  $U$  квадратично зависит от параметров СОВ:

$$U = \frac{\mu Q^2}{4} = \frac{m(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)}{2\hbar^2}. \tag{32}$$

В такой потенциальной яме число энергетических уровней  $l$  может быть определено из неравенства

$$l - 1 < \frac{aQ}{2\pi} \leq l. \tag{33}$$

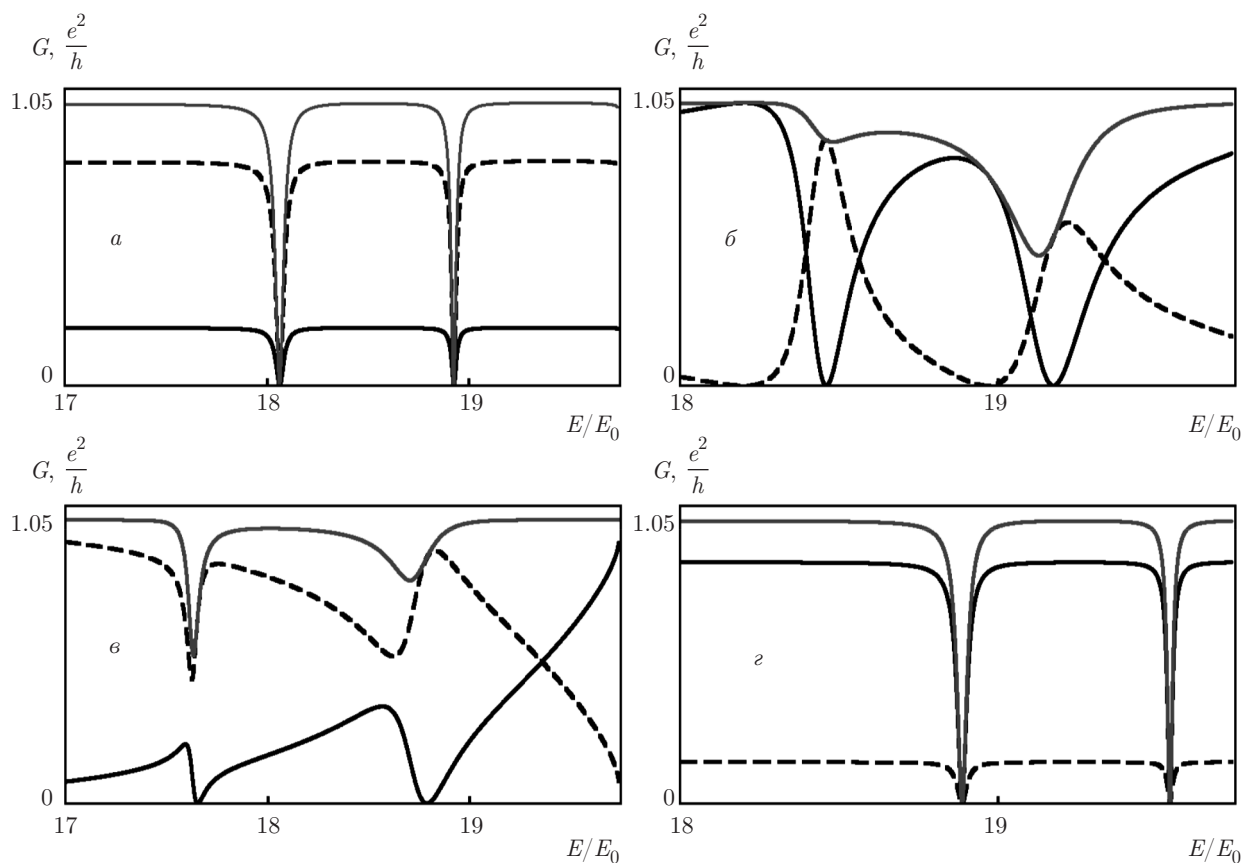


Рис. 6. Увеличенные фрагменты представленных на рис. 5 графиков  $G(E)$ ,  $G^+(E)$  и  $G^-(E)$  в интервале энергий вблизи открытия второй моды. Параметры те же, что и для рис. 5

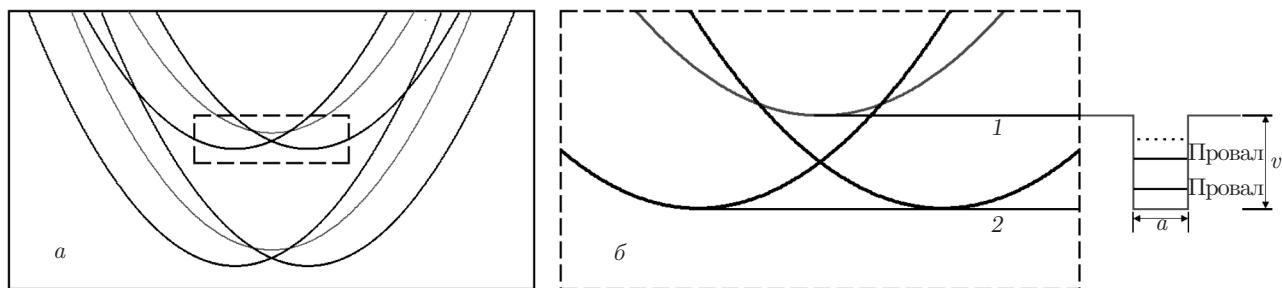
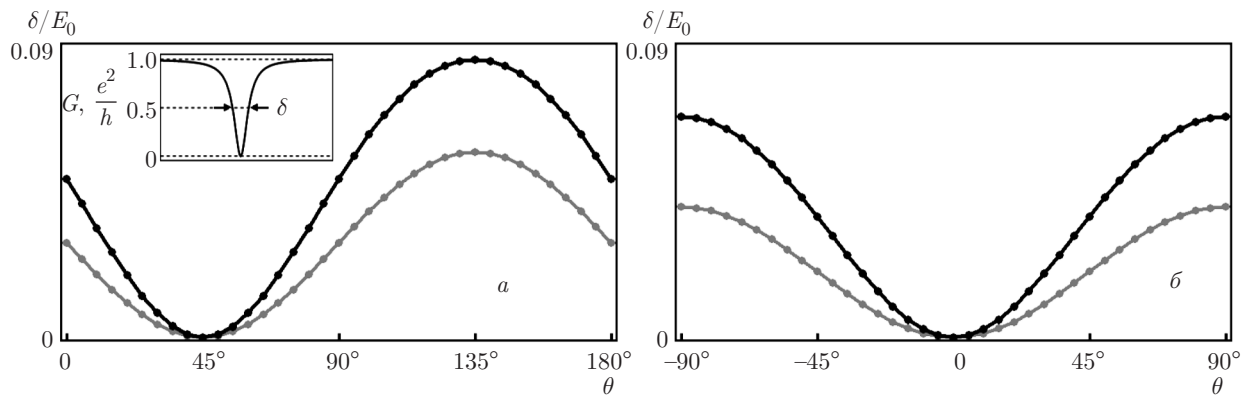


Рис. 7. Область с COB как эффективная потенциальная яма: *a* — дисперсионные кривые электронов в каналах без COB (серые кривые) и в области с COB (черные кривые); *б* — дисперсионные кривые в интервале энергий вблизи открытия второй моды: энергия делокализации второй моды в каналах без COB (1) и с COB (2)

В работе [18] соответствующие расчеты были проведены для КЯ [001] с равными параметрами Рашба и Дрессельхауза, содержащих волноводы, ориентированные вдоль направления [100]. Отметим, что формулы (32) и (33) не содержат параметра  $\theta$ . Последнее означает, что в рамках данной модели количество провалов кондактанса и их положения не зависят от ориентации волновода в плоскости КЯ.

Вместе с тем численные расчеты показывают, что ширина провалов кондактанса зависит от ориентации волновода относительно направления «волшебного» вектора  $\mathbf{Q}$  довольно существенно (рис. 8). Так, для волноводов, ось которых сонаправлена вектору  $\mathbf{Q}$  ( $\theta = \nu$ ), ширина провалов  $\delta$  обращается в нуль, т.е. резонансы Фано претерпевают коллапс [33]. Для волноводов с осью  $x$ , перпендикуляр-



**Рис. 8.** Зависимость ширины первого (черный цвет) и второго (серый цвет) провалов полного кондактанса в интервале энергий вблизи открытия второй моды от угла  $\theta$ , определяющего ориентацию волновода в плоскости КЯ, *a* — для КЯ [001],  $\alpha = \beta = \alpha_0$ ; *б* — для КЯ [110],  $\alpha = 0, \beta = 1.5\alpha_0$ . Для наглядности соседние точки зависимостей соединены друг с другом. В обоих случаях  $N = 12, a = 3d, \chi_1 = 1, \chi_2 = 0$ . На вставке показано определение ширины провала  $\delta$

ной вектору  $\mathbf{Q}$  ( $\theta - \nu = \pm\pi/2$ ), ширина провалов максимальна. Обнаруженная закономерность позволяет говорить о возможном подавлении (или усилении) эффектов, обусловленных взаимодействием мод размерного квантования, с помощью надлежащей ориентации волновода в плоскости КЯ, что может представлять интерес для различных приложений спинтроники.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение настоящей работы сформулируем основные ее результаты. Исследованы квазиодномерные электронные волноводы с СОВ, сформированные в квантовых ямах, выращенных вдоль произвольных кристаллографических направлений. При этом особое внимание уделено волноводам, сформированным на основе двумерных электронных систем, обладающих дополнительной спиновой симметрией. Мы показали, что только при наличии такой симметрии дисперсионные кривые электронов, отвечающие разным модам размерного квантования, могут иметь точки пересечения. В отсутствие дополнительной симметрии эти точки пересечения исчезают — происходит расталкивание кривых, отвечающих разным модам, называемое также антикроссингом. Для однородных волноводов с дополнительной спиновой симметрией получено аналитическое решение стационарного уравнения Шредингера. Его анализ показывает, что, несмотря на наличие СОВ, волновая функция электронов в волново-

дах, сформированных вдоль направления «волшебного» вектора двумерной системы, устроена точно так же, как и волновая функция электрона в квазиодномерном канале без СОВ.

Во второй части работы в рамках исследования спин-зависимого транспорта электронов в неоднородных волноводах с СОВ при учете нескольких мод размерного квантования проанализирована структура провалов, возникающих на зависимостях кондактанса от энергии носителей. Показано, что в интервале энергий вблизи открытия второй моды спин-зависимые кондактансы могут обращаться в нуль при одной и той же энергии только в системах с дополнительной спиновой симметрией. Вследствие этого и полный кондактанс в таких системах «проваливается» до нуля на той же энергии. В системах с дополнительной симметрией количество нулей кондактанса и их положения могут быть определены с хорошей точностью в рамках простой модели, в которой неоднородность с СОВ рассматривается как прямоугольная потенциальная яма, ширина которой равна длине этой неоднородности, а глубина зависит от параметров СОВ. В свою очередь, ширина провалов существенно зависит от ориентации волновода в плоскости КЯ. В частности, если волновод сформирован вдоль направления «волшебного» вектора двумерной системы, то ширина провалов обращается в нуль. Последний результат указывает на возможность подавления эффектов, обусловленных взаимодействием мод размерного квантования, с помощью надлежащей ориентации волновода в плоскости КЯ и может представлять интерес для различных приложений спинтроники.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках проектной части госзадания № 3.3026.2017. Авторы выражают признательность А. А. Конакову за внимание к работе и полезные обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Y. Xu, D. D. Awschalom, and J. Nitta, *Handbook of Spintronics*, Springer, New York (2016).
2. I. Zutic, J. Fabian, and S. Das Sarma, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 323 (2004).
3. S. Sugahara and J. Nitta, *Proc. IEEE* **98**, 2124 (2010).
4. S. Datta and B. Das, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 665 (1990).
5. S. D. Ganichev and L. E. Golub, *Phys. Stat. Sol. B* **251**, 1801 (2014).
6. A. S. Kozulin, A. I. Malyshev, and A. A. Konakov, *J. Phys.: Conf. Ser.* **816**, 012023 (2017).
7. J. Schliemann, *Rev. Mod. Phys.* **89**, 011001 (2017).
8. E. I. Rashba, *Sov. Phys. Sol. St.* **2**, 1109 (1960).
9. Ю. А. Бычков, Э. И. Рашба, *Письма в ЖЭТФ* **39**, 66 (1984).
10. A. Manchon, H. C. Koo, J. Nitta et al., *Nature Mater.* **14**, 871 (2015).
11. M. C. Luffe, J. Kailasvuori, and T. S. Nunner, *Phys. Rev. B* **84**, 075326 (2011).
12. M. Kohda, V. Lechner, Y. Kunihashi et al., *Phys. Rev. B* **86**, 081306(R) (2012).
13. B. A. Bernevig, J. Orenstein, and S.-C. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 236601 (2006).
14. M. Kammermeier, P. Wenk, and J. Schliemann, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 236801 (2016).
15. B. H. Wu and J. C. Cao, *Phys. Rev. B* **73**, 245412 (2006).
16. F. Mireles and G. Kirczenow, *Phys. Rev. B* **64**, 024426 (2001).
17. L. Zhang, P. Brusheim, and H. Q. Xu, *Phys. Rev. B* **72**, 045347 (2005).
18. А. И. Малышев, А. С. Козулин, *ЖЭТФ* **148**, 111 (2015).
19. X. F. Wang and P. Vasilopoulos, *Appl. Phys. Lett.* **83**, 940 (2003).
20. X. F. Wang, *Phys. Rev. B* **69**, 035302 (2004).
21. P. Altmann, M. P. Walsler, C. Reichl et al., *Phys. Rev. B* **90**, 201306(R) (2014).
22. A. Sasaki, S. Nonaka, Y. Kunihashi et al., *Nature Nanotechnol.* **9**, 703 (2014).
23. Y. Kunihashi, M. Kohda, and J. Nitta, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 226601 (2009).
24. P. Altmann, M. Kohda, C. Reichl et al., *Phys. Rev. B* **92**, 235304 (2015).
25. A. E. Miroshnichenko, S. Flach, and Y. Kivshar, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2257 (2010).
26. Y. S. Joe, A. M. Satanin, and C. S. Kim, *Phys. Scripta* **74**, 259 (2006).
27. C. Gradl, M. Kempf, D. Schuh et al., *Phys. Rev. B* **90**, 165439 (2014).
28. C. Gradl, R. Winkler, and M. Kempf, *arXiv: cond-mat/1709.08376*.
29. J. Schliemann, J. C. Egues, and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 146801 (2003).
30. P. M. Krstajic, E. Rezasoltani, and P. Vasilopoulos, *Phys. Rev. B* **81**, 155325 (2010).
31. H. Xu and W. Sheng, *Phys. Rev. B* **57**, 11903 (1998).
32. I. A. Shelykh and N. G. Galkin, *Phys. Rev. B* **70**, 205328 (2004).
33. Ч. С. Ким, А. М. Сатанин, Ю. С. Джо, Р. М. Косби, *ЖЭТФ* **116**, 263 (1999).