

# ПРОДОЛЬНЫЙ ТОК, ИНДУЦИРУЕМЫЙ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ В ОДИНОЧНОМ АТОМЕ

А. В. Андреев<sup>a,b</sup>, С. Ю. Стремouxов<sup>a,b,c\*</sup>, О. А. Шутова<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119899, Москва, Россия

<sup>b</sup> Международный учебно-научный лазерный центр,  
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119899, Москва, Россия

<sup>c</sup> Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 2 февраля 2018 г.

Изучено влияние эффекта возникновения продольной компоненты атомного тока, предсказанного в [1], на поляризационное состояние поля отклика атома. Проведено исследование зависимости векторных свойств атомного тока, индуцируемого в атоме с угловым моментом в основном состоянии равном единице, от состояния двухчастотного лазерного поля с ортогональной поляризацией компонент. Показано, что вариация времени задержки между частотными компонентами воздействующего поля позволяет эффективно управлять поляризацией компонент поля отклика атома. Продемонстрировано влияние взаимной ориентации векторов напряженности лазерного поля и углового момента атома на величину продольной компоненты атомного тока, а также на поляризационные свойства генерируемого излучения.

DOI: 10.1134/S0044451018070039

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Концепция продольного тока активно используется в широкой области явлений взаимодействия электромагнитного поля с веществом. Возникновение продольного тока приводит к существенному изменению свойств отраженного, преломленного или прошедшего поля. Наиболее сильными оказываются изменения поляризации поля отклика. Представление о продольных волнах, как известно, возникли в акустике и физике плазмы, где они связаны с продольным движением атомов, молекул или зарядов вдоль направления распространения внешнего возмущения. Электромагнитная волна в вакууме, в свою очередь, является чисто поперечной, а возникновение продольной компоненты при распространении электромагнитной волны в среде, как правило, связано либо с неоднородностью свойств среды (границы раздела, поверхности и т. п.), либо с сильной пространственной неоднородностью распространяющегося светового пучка (острая фокуси-

ровка и т. д.) [2]. Кроме того, продольная компонента поля наблюдается часто в ближней зоне излучателя [2].

Продольная компонента электромагнитного поля играет в настоящее время важнейшую роль в ряде приложений, таких как микроскопия сверхвысокого разрешения, где наличие третьей декартовой компоненты в волне позволяет выявить излучатели, ориентированные перпендикулярно поперечной компоненте поля [3]. Кроме того, продольная компонента важна также в задачах детектирования и распознавания, где необходимо сложное состояние поляризации для определения хиральности и других структурных особенностей одиночной молекулы, домена магнитного материала, ячейки метаматериала и пр. [4, 5]. Еще одной важнейшей областью приложений является квантовая криптография и квантовые компьютеры, где поляризация играет роль «ключа» для создания запутанных состояний [6].

В настоящей работе мы обсуждаем возможность возбуждения продольного тока в одиночном атоме, взаимодействующем с плоской монохроматической или полихроматической электромагнитной волной [1]. Несмотря на некую необычность постановки за-

\* E-mail: sustrem@gmail.com

дачи, следует отметить тенденцию, наблюдающуюся в последние полвека и состоящую в том, что явления макроскопической физики через небольшой промежуток времени находят свои аналоги в области микромира. К таким явлениям можно отнести, например, одноатомный лазер [7], одноэлектронный транзистор [8] и т. д. Несложно догадаться, что возникновение продольной компоненты тока будет влиять на поляризационные свойства тока отклика атома. Особенный интерес эта задача представляет в случае, когда падающая электромагнитная волна имеет высокую интенсивность, поскольку спектр отклика атома в этом случае содержит интенсивные гармоники высокого порядка, лежащие в далеком УФ и рентгеновском диапазонах [9].

Исследования эффекта генерации гармоник высокого порядка (ГГВП) в интенсивном лазерном поле ведутся более четверти века. Основное внимание при этом уделяется изучению спектров амплитудного отклика атома и возможности повышения эффективности преобразования лазерного излучения в коротковолновый диапазон (ВУФ и рентгеновское излучение). Однако в последнее время появились работы [10–12], посвященные изучению поляризационного состояния высоких гармоник, поскольку создание источников с управляемой степенью эллиптичности в ВУФ и рентгеновском диапазонах позволяет существенно расширить возможности спектроскопии магнито-упорядоченных структур, биомолекул [13, 14] и т. д.

Традиционный метод расчета амплитудного спектра отклика атома, основанный на использовании так называемой трехступенчатой модели, неприменим для расчета состояния поляризации гармоник. Действительно, в состояниях с ненулевым угловым моментом  $l$  волновая функция атомного электрона является многокомпонентной с числом компонент  $2l + 1$ , что не учитывается в рамках трехступенчатой модели. Однако именно многокомпонентный характер волновой функции лежит в основе последовательной теории квантовомеханического углового момента атома.

Последовательная квантовомеханическая теория взаимодействия атома с интенсивными лазерными полями была предложена в работах [15–17]. В рамках указанной теории могут быть последовательно рассчитаны не только скалярные (амплитуда), но и векторные (поляризация) свойства гармоник спектра отклика атома, и их зависимость от состояния поляризации воздействующего лазерного поля. В частности, в работах [1, 18, 19] было показано, что поле отклика атома имеет тензорную зависи-

мость как от направления вектора напряженности воздействующего лазерного поля, так и от направления углового момента атома. В работе [18] была рассчитана степень эллиптичности высоких оптических гармоник, генерируемых в двухчастотных лазерных полях.

В настоящей работе мы детально изучим эффект, впервые предложенный в [1]: поле отклика атома, находящегося в состоянии с ненулевым угловым моментом, наряду с поперечными компонентами всегда содержит продольную компоненту, направленную вдоль волнового вектора падающей лазерной волны. Таким образом, поляризация отклика одиночного атома, взаимодействующего с лазерным полем, обладающим даже простейшим видом волнового фронта, может существенно отличаться от линейной поляризации воздействующего лазерного поля. Специфика теории состоит в том, что в случае, когда напряженность поля лазерной волны много меньше напряженности внутриатомного поля, спектр отклика атома может быть рассчитан аналитически, в рамках так называемого одноуровневого приближения [16, 17, 19]. Одноуровневое приближение состоит в том, что населенность основного состояния в лазерном поле умеренной интенсивности много больше, чем населенности всех остальных уровней атома. В случае если угловой момент основного состояния атома отличается от нуля, число подуровней, участвующих в формировании отклика и вырожденных по энергии в рамках нерелятивистской теории, равно  $2l + 1$ . Тем не менее даже в случае  $l \neq 0$  будут получены аналитические решения, которые позволяют понять физические механизмы, приводящие к отличию поляризационных свойств гармоник от поляризационных свойств воздействующих полей. Вместе с тем будут проведены и численные исследования спектров отклика. При проведении моделирования мы будем ориентироваться на случай атома неона, основным состоянием которого является состояние с угловым моментом  $l = 1$ .

Статья организована следующим образом. В разд. 2 приведены основные положения квантовомеханического подхода, используемого для исследования специфики продольной компоненты тока атомного отклика и ее влияния на поляризационные свойства генерируемого когерентного излучения. В разд. 3 представлены результаты аналитических расчетов спектра отклика, полученные в рамках одноуровневого приближения. В разд. 4 представлены результаты численных расчетов для атомов, угловой момент которых в основном состоянии равен единице.

## 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ

Суть применяемого нами непertурбативного подхода состоит в использовании в качестве базисных функций для разложения волновой функции нестационарного уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[ \frac{1}{2m} \left( \mathbf{p} - \frac{q}{c} \mathbf{A}(t) \right)^2 + U(r) \right] \psi \quad (1)$$

не традиционного базиса собственных функций свободного атома, а базиса собственных волновых функций краевой задачи «об атоме в поле»:

$$\left[ \frac{1}{2m} \left( \mathbf{p} - \frac{q}{c} \mathbf{A}(t) \right)^2 + U(r) \right] \varphi_N(\mathbf{r}, t) = E_N \varphi_N(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

где  $E_N$  — собственные значения краевой задачи (2), которые совпадают с собственными значениями краевой задачи для свободного атома (см. [15–18]). Собственные функции краевой задачи (2) связаны с собственными функциями краевой задачи для свободного атома (т.е. краевой задачи для случая  $\mathbf{A}(t) = 0$ ) соотношением

$$\varphi_N(\mathbf{r}, t) = V^{-1} u_{nlm}(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где

$$V = \exp \left( -i \frac{q}{\hbar c} \mathbf{A}(t) \cdot \mathbf{r} \right). \quad (4)$$

Квантовыми числами  $(n, l, m)$  собственных функций  $u_{nlm}(\mathbf{r})$  являются радиальное квантовое число  $n$ , угловой момент  $l$  и проекция  $m$  углового момента. Ввиду зависимости от времени краевой задачи (2), указанные величины не являются сохраняющимися в этом случае, однако, учитывая соотношение (3), будем полагать  $N = (n, l, m)$ , поскольку  $|\varphi_N(\mathbf{r}, t)|^2 = |u_{nlm}(\mathbf{r})|^2$ .

Ввиду зависимости собственных волновых функций краевой задачи (2) от времени, волновую функцию нестационарного уравнения Шредингера удобно разложить сначала в ряд по собственным волновым функциям стационарной краевой задачи для свободного атома  $\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_n a_n(t) u_n(\mathbf{r})$ , а затем использовать соотношение (3), тогда для амплитуд вероятности  $a_n(t)$  получаем

$$i\hbar \frac{da_n}{dt} = \sum_{m,k} V_{nk}^{-1} E_k V_{km} a_m. \quad (5)$$

Полный ток отклика атома определяется выражением

$$\mathbf{J}(t) = \sum_{\substack{n_1 l_1 m_1 \\ n_2 l_2 m_2}} a_{n_1 l_1 m_1}^*(t) a_{n_2 l_2 m_2}(t) \times \langle n_1 l_1 m_1 | \mathbf{j} | n_2 l_2 m_2 \rangle, \quad (6)$$

где  $a_{nlm}(t)$  — амплитуды населенности атомных уровней, определяющиеся решением системы уравнений (5). Матричные элементы атомного тока, входящие в (6), имеют вид

$$\mathbf{j}_{nm} = i \sum_{pq} \omega_{pq} V_{np}^{-1}(t) \mathbf{d}_{pq} V_{qm}(t), \quad (7)$$

где  $\mathbf{d}_{pq}$  — матричные элементы дипольного момента и  $\omega_{pq} = (E_p - E_q)/\hbar$ . В (7) индексы  $n, m, p$  и  $q$  являются трехмерными,  $n = (n, l, m)$ . Отметим, что в дальней зоне спектр атомного тока (6) совпадает со спектром генерируемого электромагнитного излучения

$$\mathbf{E}_r(\mathbf{r}, \omega) = -i \frac{\omega \exp(ikr)}{rc^2} [[\mathbf{J}(\omega) \times \mathbf{n}] \times \mathbf{n}], \quad (8)$$

где  $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$ . Как видно, поляризационные свойства гармоник поля отклика атома определяются свойствами матричных элементов атомного тока (7) [15–18].

Обратимся к случаю атома, основным состоянием которого является состояние с угловым моментом равным единице ( $l_0 = 1$ ), например, атома неона, основным состоянием которого является  $2p$ -состояние. В рамках одноуровневого приближения для матричных элементов (7) удобно использовать следующие обозначения:

$$\langle n_0 l_0 m_1 | \mathbf{j} | n_0 l_0 m_2 \rangle = \langle m_1 | \mathbf{j} | m_2 \rangle.$$

Тогда компоненты тока, по которым проводится суммирование в (6), можно представить в виде следующей матрицы:

$$\begin{pmatrix} \langle 1 | \mathbf{j} | 1 \rangle & \langle 1 | \mathbf{j} | 0 \rangle & \langle 1 | \mathbf{j} | -1 \rangle \\ \langle 0 | \mathbf{j} | 1 \rangle & \langle 0 | \mathbf{j} | 0 \rangle & \langle 0 | \mathbf{j} | -1 \rangle \\ \langle -1 | \mathbf{j} | 1 \rangle & \langle -1 | \mathbf{j} | 0 \rangle & \langle -1 | \mathbf{j} | -1 \rangle \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Из (6) следует, что в случае неполяризованного состояния атома, когда все состояния с различными  $m$  одинаково заселены, атомный ток определяется суммой всех элементов матрицы (9).

Обсудим свойства атомного тока, определяющегося различными комбинациями элементов матрицы (9) [18].

— Направление атомного тока, определяющегося суммой диагональных элементов матрицы (9), совпадает с направлением вектора поляризации воздействующего лазерного поля и поэтому поляризация генерируемых гармоник совпадает в этом случае с поляризацией воздействующего поля. Такой тип поляризационной зависимости наблюдается в случае

**Таблица 1.** Угловые зависимости матричных элементов тока (7), рассчитанных при  $\theta = 0$

	$m = 1$	$m = 0$	$m = -1$
$m = 1$	$\mathbf{j}_{11} \propto \mathbf{n}_3$	$\mathbf{j}_{10} \propto \mathbf{n}_1 - i\mathbf{n}_2$	$\mathbf{j}_{1-1} = 0$
$m = 0$	$\mathbf{j}_{01} \propto \mathbf{n}_1 + i\mathbf{n}_2$	$\mathbf{j}_{00} \propto \mathbf{n}_3$	$\mathbf{j}_{0-1} \propto \mathbf{n}_1 - i\mathbf{n}_2$
$m = -1$	$\mathbf{j}_{-11} = 0$	$\mathbf{j}_{-10} \propto \mathbf{n}_1 + i\mathbf{n}_2$	$\mathbf{j}_{-1-1} \propto \mathbf{n}_3$

**Таблица 2.** Угловые зависимости матричных элементов тока (7), рассчитанных при  $\theta = \pi/2$

	$m = 1$	$m = 0$	$m = -1$
$m = 1$	$\mathbf{j}_{11} \propto \mathbf{n}_1 \cos \varphi + \mathbf{n}_2 \sin \varphi$	$\mathbf{j}_{10} \propto \mathbf{n}_3$	$\mathbf{j}_{1-1} = f_1(a)(\mathbf{n}_1 + i\mathbf{n}_2) \exp(-3i\varphi) + f_2(a)(\mathbf{n}_1 - i\mathbf{n}_2) \exp(-i\varphi)$
$m = 0$	$\mathbf{j}_{01} \propto \mathbf{n}_3$	$\mathbf{j}_{00} \propto \mathbf{n}_1 \cos \varphi + \mathbf{n}_2 \sin \varphi$	$\mathbf{j}_{0-1} \propto \mathbf{n}_3$
$m = -1$	$\mathbf{j}_{-11} = g_1(a)(\mathbf{n}_1 - i\mathbf{n}_2) \exp(3i\varphi) + g_2(a)(\mathbf{n}_1 + i\mathbf{n}_2) \exp(i\varphi)$	$\mathbf{j}_{-10} \propto \mathbf{n}_3$	$\mathbf{j}_{-1-1} \propto \mathbf{n}_1 \cos \varphi + \mathbf{n}_2 \sin \varphi$

отклика атома, находящегося в сферически-симметричном  $s$ -состоянии. Отметим, что это общее свойство диагональных матричных элементов атомного тока при произвольной величине углового момента состояния в случае, когда подуровни тонкой структуры с различными  $m$  населены равномерно.

— Сумма матричных элементов с  $\Delta m = \pm 1$  равна нулю, несмотря на то что отличны от нуля не только каждое из слагаемых этой суммы, но и ток, отвечающий переходам с  $\Delta m = 1$  и  $\Delta m = -1$ . Обращение в нуль суммарного атомного тока, связанного с  $\Delta m = \pm 1$ , обусловлено симметрией задачи, и любое нарушение симметрии дополнительными внешними полями приведет к появлению тока отклика с поляризационной зависимостью, отличной от поляризации воздействующего лазерного поля.

— Матричные элементы с  $\Delta m = \pm 2$  дают вклад, поляризационная зависимость которого всегда отлична от поляризационной зависимости воздействующего лазерного поля.

Дополнительные важные сведения дает явный вид матричных элементов тока (7). Не рассчитывая радиальных частей, остановимся на анализе угловых зависимостей. Рассмотрим два частных случая. Параметры для первого случая, когда направления углового момента атома и вектора напряженности поля лазерной волны совпадают (поляризация лазерного поля направлена вдоль оси  $z$ ,  $\theta = 0$ ), представлены в табл. 1.

Таким образом, в случае, когда  $\theta = 0$ , во-первых, диагональные матричные элементы атомного тока коллинеарны указанным векторам, во-вторых, направление матричных элементов тока с  $\Delta m = \pm 1$  лежит в плоскости, перпендикулярной им, в-третьих, матричные элементы с  $\Delta m = \pm 2$  обращаются в нуль.

Рассмотрим второй частный случай, когда угловой момент атома (и связанная с ним ось  $z$  конфигурационного пространства атома) и направление вектора поляризации лазерного поля взаимно перпендикулярны  $\theta = \pi/2$  (см. табл. 2).

В табл. 2  $f_{1,2}(a)$  и  $g_{1,2}(a)$  — функции профиля лазерного импульса  $a(t)$ , которые являются суммой произведений различных парных комбинаций приведенных матричных элементов  $\langle n_1 l_1 \parallel j_i \parallel n_2 l_2 \rangle$ . Для водородоподобного спектра состояний атома эти матричные элементы рассчитываются в аналитическом виде (см. [16]). Таким образом, при  $\theta = \pi/2$  диагональные матричные элементы тока коллинеарны вектору напряженности лазерного поля, а направление матричных элементов атомного тока с  $\Delta m = \pm 1$  совпадает с направлением углового момента атома и, следовательно, перпендикулярно направлению поляризации лазерного поля. Матричные элементы с  $\Delta m = \pm 2$  в этом случае отличны от нуля, вклад этих матричных элементов в спектр отклика атома будет проиллюстрирован графически.

Видно, что в обоих случаях  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi/2$  (табл. 1 и 2) матричные элементы атомного тока

с  $\Delta m = \pm 1$  соответствуют продольным компонентам атомного тока, направление которых перпендикулярно направлению вектора поляризации падающей на атом электромагнитной волны.

Причина появления продольной компоненты поля вполне очевидна. Пространственное распределение электронной плотности  $\rho(\mathbf{r}, t) = e|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$  и плотность атомного тока  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  связаны уравнением непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j} = 0.$$

В отсутствие поля лазерной волны распределение электронной плотности в атоме является цилиндрически-симметричным относительно оси  $z$  конфигурационного пространства атома, совпадающей с направлением квантовомеханического среднего углового момента  $\langle l \rangle$ . При действии лазерного поля пространственное распределение электронной плотности изменяется. С ростом напряженности лазерного поля все более выделенным становится направление поляризации лазерной волны. Например, сферически-симметричное распределение электронной плотности в случае  $s$ -состояний при действии внешнего поля становится эллипсоидальным, большая ось которого совпадает с направлением вектора поляризации внешнего поля. В свою очередь, радиус пространственного распределения в перпендикулярной плоскости уменьшается. Это и является причиной появления продольных компонент атомного тока, точнее, компонент атомного тока, перпендикулярных направлению поляризации лазерного поля.

Векторный потенциал поля, являющегося суперпозицией линейно поляризованных компонент поля, имеет вид

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_i \mathbf{e}_i A_i(t) \exp[-i(\omega_i t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})], \quad (10)$$

где  $\mathbf{e}_i$  и  $\omega_i$  — соответственно единичные векторы поляризации и несущие частоты парциальных волн. В случае, когда воздействующее лазерное поле есть суперпозиция коллинеарно направленных плоских волн ( $\mathbf{k}_i \parallel \mathbf{k}_0$ ), продольная компонента атомного тока — это компонента, направление которой параллельно  $\mathbf{k}_0$ .

### 3. СПЕКТР ПОЛЯ ОТКЛИКА АТОМА: АНАЛИТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ

Проведенный в предыдущем разделе анализ показал, что в двух частных случаях, когда в конфигурационном пространстве атома направление напряженности внешнего поля определяется углами

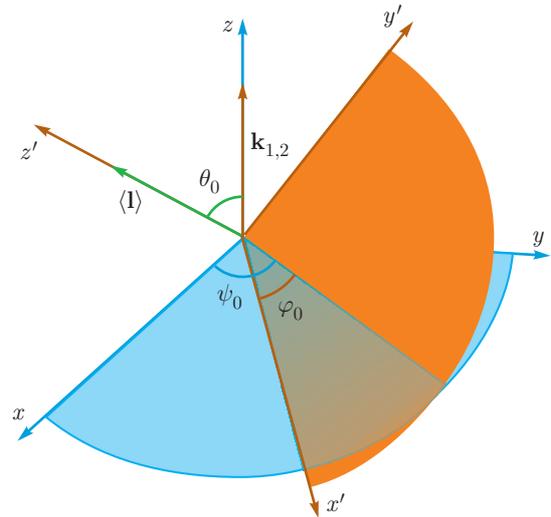
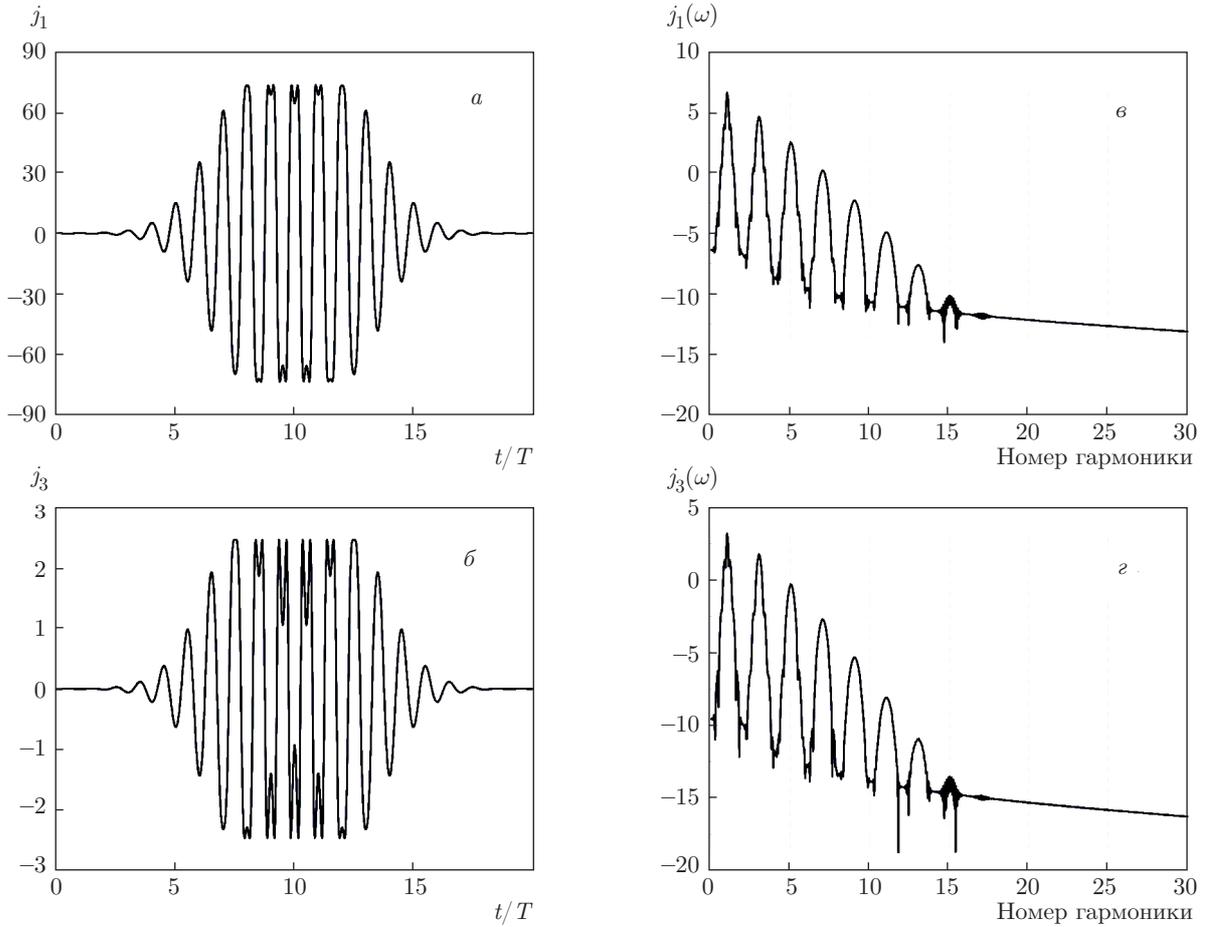


Рис. 1. Взаимная ориентация осей лабораторной системы координат  $(x, y, z)$  и осей конфигурационного пространства атома  $(x', y', z')$ : направление оси  $z$  совпадает с направлением волнового вектора воздействующего лазерного поля  $\mathbf{k}$ , а направление оси  $z'$  совпадает с направлением квантовомеханического среднего углового момента атома  $\langle l \rangle$

$\theta = 0$  и  $\theta = \pi/2$ , матричные элементы тока с  $\Delta m = \pm 1$  соответствуют продольным компонентам атомного тока, направление которых перпендикулярно направлению вектора поляризации падающей на атом электромагнитной волны. В указанных двух случаях направление углового момента атома и напряженности поля либо параллельны, либо ортогональны. Представляет интерес исследование свойств атомного тока в произвольном случае, когда ориентация осей лабораторной системы координат, связанной с направлением распространения и вектором поляризации поля падающей волны, и конфигурационного пространства атома, связанного с угловым моментом атома, являются произвольными. В частности, интересен вопрос, будут ли в общем случае равны нулю компоненты продольного тока?

Обратимся к анализу задачи о взаимодействии атома Ne с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa-лазера, направления поляризации которых ортогональны друг другу. При проведении численного моделирования удобно использовать две системы декартовых координат. Одна из них лабораторная, ось  $z$  которой совпадает с направлением волновых векторов коллинеарно распространяющихся волн, ось  $x$  направлена вдоль направления вектора поляризации волны на частоте  $\omega$ , а ось



**Рис. 2.** Спектры генерации атома, взаимодействующего с одночастотной лазерной волной, образованной фундаментальной гармоникой Ti:Sa-лазера, при  $\mu_0 = 0.3$ . Направление углового момента атома  $\langle \mathbf{l} \rangle$  в лабораторной системе координат определяется значениями углов Эйлера ( $\theta_0 = \pi/4, \psi_0 = \pi/4, \varphi_0 = 0$ ). а, б) Временная динамика компонент атомного тока: поперечного тока  $j_1$  (а), продольного тока  $j_3$  (б). в, г) Спектры продольного (в) и поперечного (г) токов. Здесь  $T$  — период колебаний оптического поля на основной гармонике Ti:Sa-лазера

$y$  — вдоль вектора поляризации волны на частоте  $2\omega$ . Вторая система координат связана с осями конфигурационного пространства атома, т. е. в случае одиночного атома ось  $z'$  этой системы совпадает с направлением вектора  $\langle \mathbf{l} \rangle$  — квантовомеханического среднего углового момента атома. В случае протяженного ансамбля атомов ориентация осей связана с направлением поля ловушки. Взаимная ориентация указанных двух систем координат определяется углами Эйлера ( $\theta_0, \psi_0, \varphi_0$ ) (см. рис. 1).

При расчете спектров отклика атома будем полагать, что амплитуды компонент двухчастотного поля в (10) имеют вид

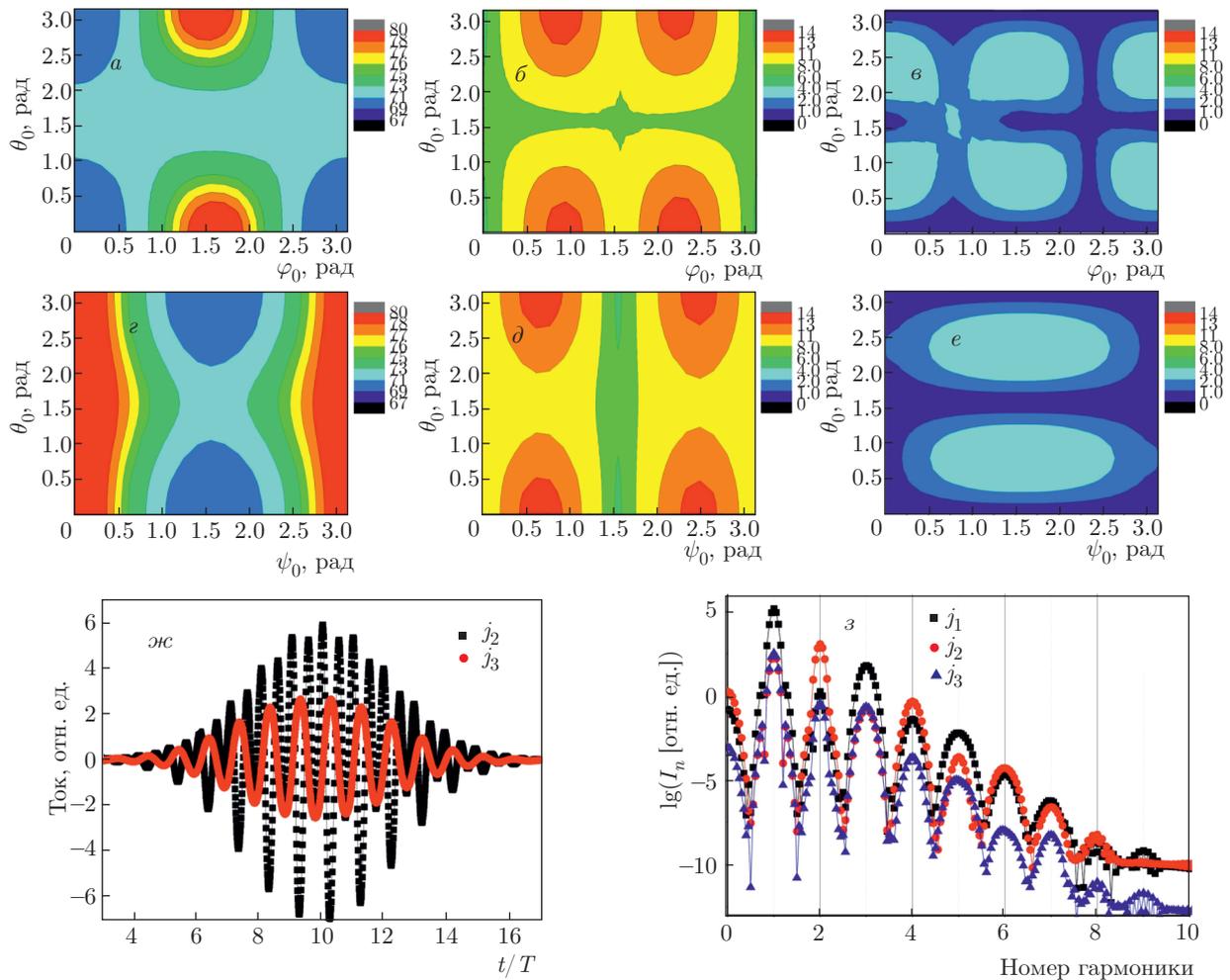
$$A_i(t) = A_{0i} \exp \left[ -\frac{(t - t_{0i})^2}{\tau_i^2} \right], \quad (11)$$

где  $t_{0i}$  — время задержки импульса, а  $\tau_i$  — его длительность. В численных расчетах мы будем использовать безразмерную амплитуду поля

$$\mu_0 = \frac{qA_0 a_B}{\hbar c} = \frac{eE_0 a_B}{\hbar \omega} = \frac{2U_0}{\hbar \omega} \frac{E_0}{E_{at}}, \quad (12)$$

где  $U_0$  — энергия ионизации,  $E_{at}$  — напряженность внутриатомного поля, определяемая выражением  $E_{at} = e/a_B^2$ ,  $a_B$  — боровский радиус.

Как следует из уравнений (6), (7), направление атомного тока, а вместе с ним и поляризация поля отклика атома могут изменяться как за счет эволюции амплитуд  $a_{nlm}(t)$ , так и за счет изменения во времени матричных элементов  $\langle m_1 | \mathbf{j} | m_2 \rangle$ , поскольку они зависят от мгновенного значения амплитуды поля.



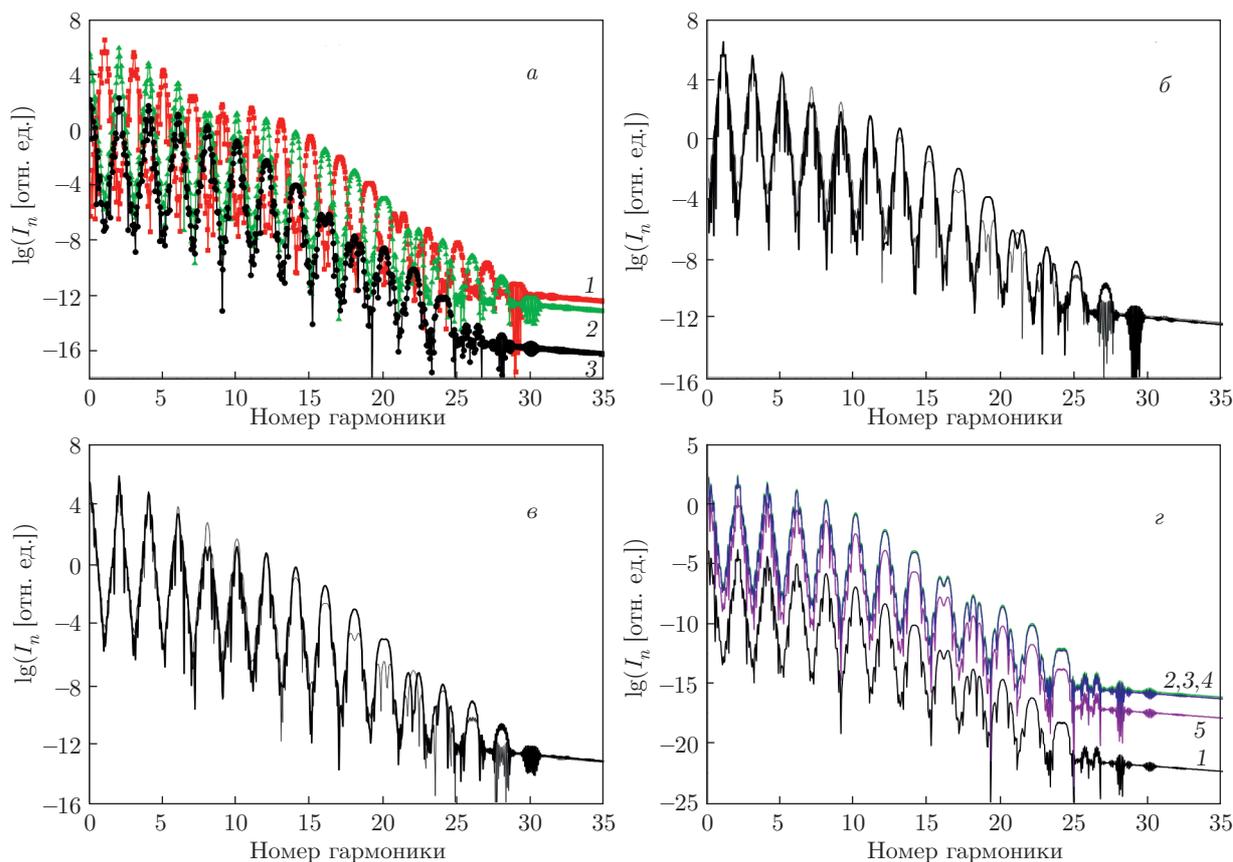
**Рис. 3.** (В цвете онлайн) Проекция атомного тока  $j_1$  (а),  $j_2$  (б),  $j_3$  (в) как функции  $\theta_0, \varphi_0$  для значения  $\psi_0 = \pi/2$  и  $j_1$  (г),  $j_2$  (д),  $j_3$  (е) как функции  $\theta_0, \psi_0$  для значения  $\varphi_0 = 0$ ; динамика токов  $j_2$  и  $j_3$  (жз); спектр проекций атомного тока (з), рассчитанных для случаев  $\psi_0 = 0.6\pi, \theta_0 = 0.3\pi, \varphi_0 = 0$ . Параметры вычислений  $\mu_{01} = 0.1, \mu_{02} = 0.01, \Delta t = 0.62$  фс. Здесь  $T$  — период колебаний оптического поля на основной гармонике Ti:Sa-лазера,  $I_n$  — амплитуда гармоники. На рис. а–е цветовая шкала обозначает амплитуду соответствующей проекции тока, представленную в относительных единицах

В одноуровневом приближении система уравнений (5) состоит из трех уравнений, поскольку  $m = -1, 0, +1$ . Однако мы исследуем сначала временную зависимость вектора атомного тока, обусловленную динамикой матричных элементов  $\langle m_1 | \mathbf{j} | m_2 \rangle$ , т. е. полагая, что все подуровни одинаково населены в течение всего процесса взаимодействия атома с лазерным импульсом. В этом случае спектр поля отклика атома совпадает со спектром атомного тока (6), являющегося суммой всех матричных элементов матрицы (9). Как мы отмечали выше, атомный ток в базисе водородоподобных функций рассчитывается аналитически.

На рис. 2 показаны в сравнении поперечная и продольная компоненты атомного тока и их спек-

тры, возникающие в одночастичном лазерном поле с амплитудой  $\mu_0 = 0.3$ . Углы Эйлера были равны  $\theta_0 = \pi/4, \psi_0 = \pi/4, \varphi_0 = 0$ . Как видно, спектры излучения обеих компонент близки (см. рис. 2в,г).

Зависимости поперечных ( $j_1$  и  $j_2$ ) и продольной ( $j_3$ ) компонент атомного тока от углов Эйлера ( $\theta_0, \varphi_0$ ) при фиксированном  $\psi_0 = \pi/2$  показаны на рис. 3а–в, от углов  $\theta_0, \psi_0$  при фиксированном  $\varphi_0 = 0$  — на рис. 3г–е; расчеты проводились для двухчастотного поля  $\omega_1 = \omega_0$  и  $\omega_2 = 2\omega_0$  (см. (10)). Отметим, что цветовая шкала на рис. 3б,в,д,е одинакова для представленных на них компонент. Из рисунков наглядно видно, что продольная проекция атомного тока достигает максимума в следующей области углов:  $\theta_0$  вблизи  $\pi/4$  и  $3\pi/4, \psi_0$  вблизи  $\pi/2$  (рис. 3в).



**Рис. 4.** (В цвете онлайн) Зависимости спектров компонент атомного тока от углов Эйлера. *а*) Компоненты спектра атомного отклика  $j_1$  (1),  $j_2$  (2) и  $j_3$  (3) в случае  $\theta_0 = \pi/6$ ,  $\psi_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ . *б, в*) Компоненты  $j_1$  (*б*) и  $j_2$  (*в*) спектра атомного отклика при суммировании по всем компонентам матрицы (9) (черные линии) и лишь при учете диагональных элементов матрицы (серые линии). *г*) Спектр продольного тока при  $\psi_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$  и  $\theta_0 = 0$  (1),  $\pi/6$  (2),  $\pi/4$  (3),  $\pi/3$  (4),  $17\pi/36$  (5). Здесь  $I_n$  — амплитуда гармоники

В указанной области углов Эйлера поперечные компоненты атомного тока  $j_1$  и  $j_2$  достигают минимума (рис. 3*а, б*). Несложно видеть, что в полном соответствии с приведенным выше анализом продольная компонента атомного тока стремится к нулю в области углов  $\theta_0$  равных 0 и  $90^\circ$ .

Временная эволюция поперечной  $j_2$  и продольной  $j_3$  компонент атомного тока показана на рис. 3*вг* для случая двухчастотного поля с безразмерными амплитудами  $\mu_{01} = 0.1$ ,  $\mu_{02} = 0.01$  и углов Эйлера  $\psi_0 = 0.6\pi$ ,  $\theta_0 = 0.3\pi$ ,  $\varphi_0 = 0$ . При проведении расчетов мы полагали, что импульсы на основной частоте и частоте второй гармоники задержаны друг относительно друга на время задержки  $\Delta t = 0.62$  фс. Сравнивая рис. 2 и рис. 3, несложно видеть, что в двухчастотном поле амплитуды продольного и поперечного токов гораздо ближе друг к другу, чем в одночастотном случае, несмотря на то что амплитуда поля второй гармоники на порядок меньше ампли-

туды поля на основной частоте. На рис. 3*з* показаны спектры всех трех компонент атомного тока. Как видно, спектр всех трех компонент атомного тока включает как нечетные, так и четные гармоники.

Перейдем к анализу зависимости спектров генерации от углов Эйлера. На рис. 4*а* представлены компоненты спектра высоких гармоник в случае, когда эйлеровы углы имеют следующие значения:  $\theta_0 = \pi/6$ ,  $\psi_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ , т. е. ось  $z'$  лежит в плоскости  $(y, z)$  и наклонена под углом  $30^\circ$  к оси  $z$ . Кривая 1 (красная кривая) соответствует проекции поля гармоник на ось  $x$ , вдоль которой направлен вектор поляризации лазерного поля на основной частоте. Как видно, поляризацию вдоль оси  $x$  имеют гармоники на нечетной частоте  $\omega_0(2n + 1)$ , где  $n$  — целое число. Поляризацию вдоль оси  $y$  (кривая 2) имеют гармоники на четной частоте  $2\omega_0 n$ . Кривая 3 представляет спектр гармоник продольного поля, поляризованных вдоль оси  $z$ , совпадающей с направле-

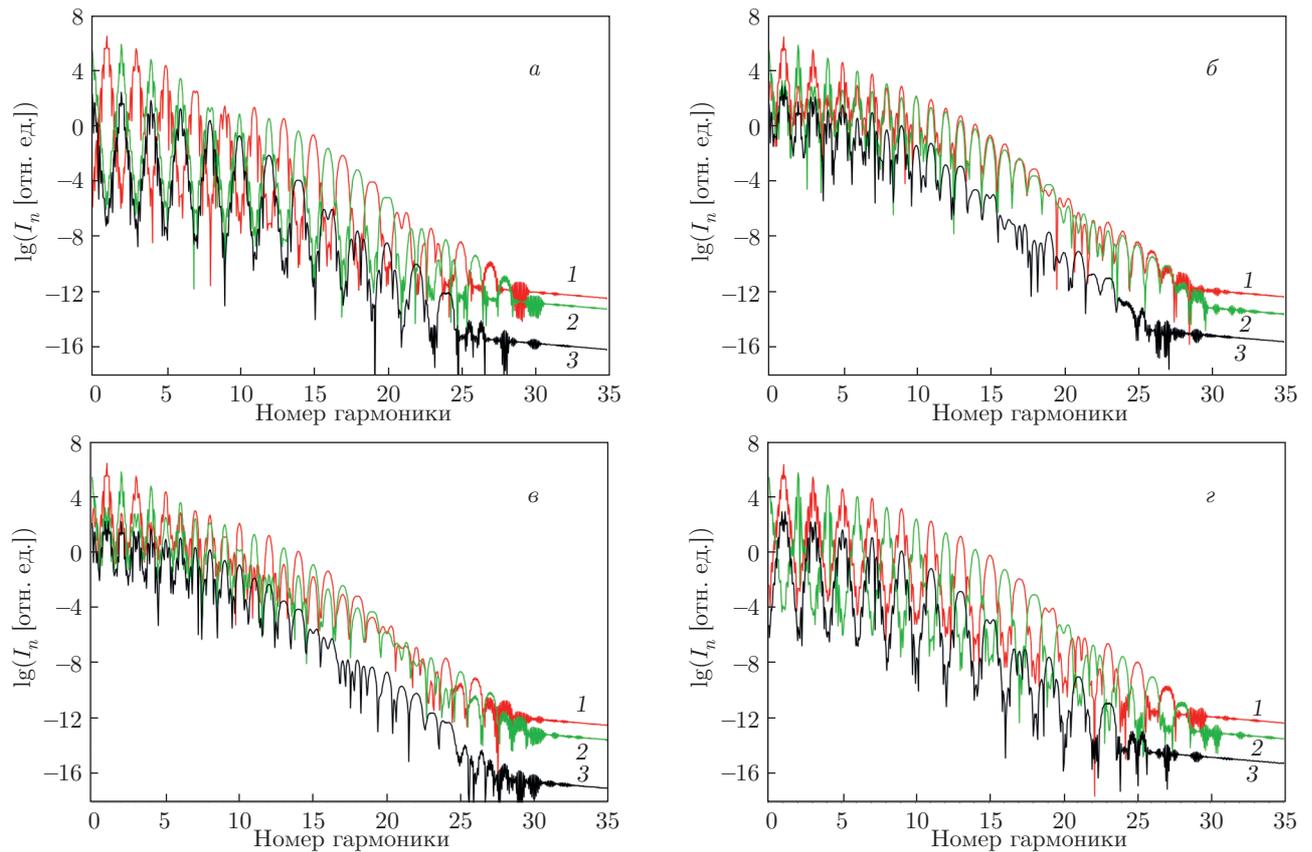
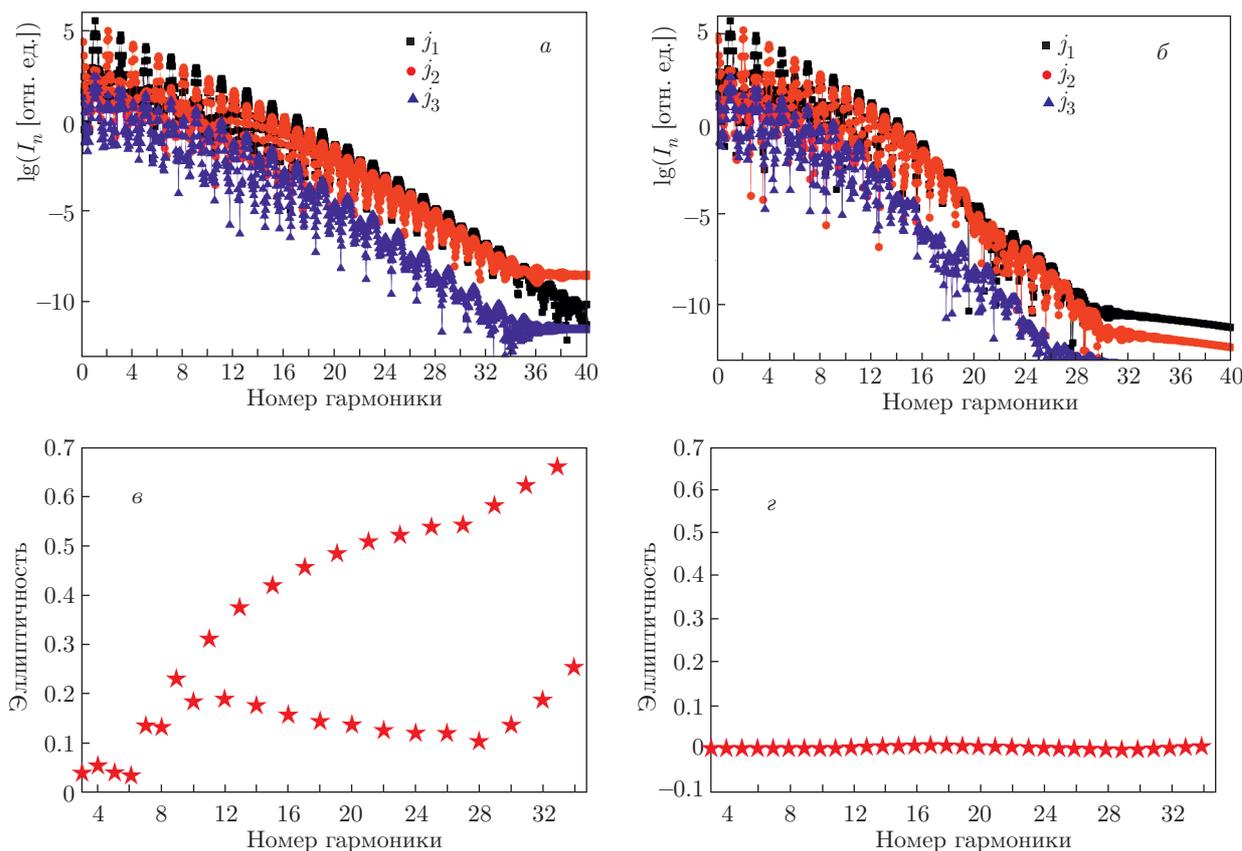


Рис. 5. (В цвете онлайн) Зависимости спектров компонент атомного тока от углов Эйлера. Компоненты спектра атомного отклика  $j_1$  (1),  $j_2$  (2) и  $j_3$  (3) в случае  $\theta_0 = \pi/4$  и  $\psi_0 = 0$  (а),  $\pi/6$  (б),  $\pi/3$  (в),  $\pi/2$  (г). Здесь  $I_n$  — амплитуда гармоники

нием волнового вектора падающего двухчастотного поля. Напомним, что угловой момент атома  $\langle \mathbf{l} \rangle$  направлен вдоль оси  $z'$ , а следовательно, в рассматриваемом случае лежит в плоскости  $(y, z)$ . Таким образом, мы видим, что продольный атомный ток индуцируется в плоскости волновых векторов падающих волн  $\mathbf{k}_\omega \parallel \mathbf{k}_{2\omega}$  и вектора  $\langle \mathbf{l} \rangle$ , поскольку в этой плоскости лежит лишь вектор поляризации второй гармоники, а вектор поляризации излучения на основной частоте перпендикулярен к этой плоскости, и спектр продольного тока содержит лишь четные гармоники. Как видно из рис. 4а, величина гармоник продольного поля меньше величины компонент, генерируемых поперечными полями. Однако необходимо иметь в виду, что соотношение вкладов различно поляризованных компонент в амплитуду суммарного поля на детекторе зависит от направления волнового вектора излучаемой гармоники  $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$  (см. уравнение (8)). Излучение протяженной системы атомов имеет, как правило, конический вид [20], поэтому вклад различных компонент в спектр излучения протяженного ансамбля атомов может су-

щественно отличаться от того, что имеет место в рамках модели одиночного атома, которую мы здесь используем.

Как мы отмечали выше, за формирование продольного тока ответственны матричные элементы следующего вида:  $\langle m | \mathbf{j} | m \pm 1 \rangle$ . Сумма диагональных матричных элементов определяет амплитуду гармоники, поляризованной вдоль направления поляризации поля падающей волны. Можно оценить вклад в амплитуду поперечных компонент поля излучения матричных элементов тока вида  $\langle m | \mathbf{j} | m \pm 2 \rangle$ : на рис. 4б,в представлены в сравнении спектры, рассчитываемые при суммировании всех элементов матрицы (9) (черные линии) и лишь диагональных элементов (серые линии). На рис. 4б представлена проекция спектра отклика на ось  $x$ , а рис. 4в показывает спектр поля отклика на ось  $y$ . Как видно, в области гармоник с  $n > 10$  расчеты, основанные на учете лишь диагональных элементов, существенно снижают значения амплитуды генерируемых гармоник.



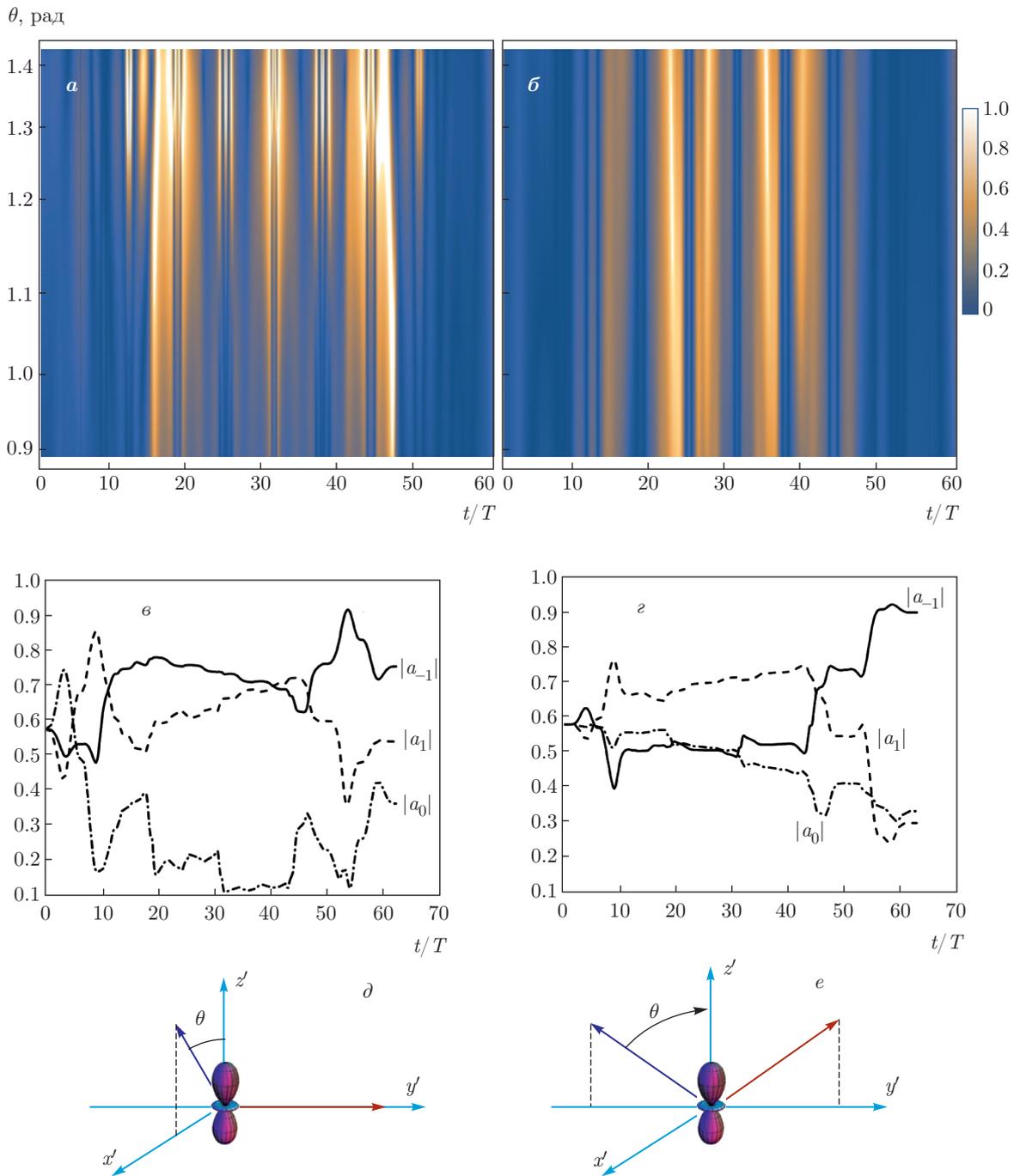
**Рис. 6.** (В цвете онлайн) *a, б*) Спектры излучения в случае  $\theta_0 = \pi/4$ ,  $\psi_0 = \pi/3$  и двух значений  $\Delta t = t_{02} - t_{01}$ , равных  $\omega_0 \Delta t = 0.2$  (*a*), 0 (*б*). *в, з*) Эллиптичности гармоник, соответствующие случаям рис. *a, б*. Здесь  $I_n$  — амплитуда гармоники

На рис. 4г показаны в сравнении спектры продольного тока для  $\psi_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$  и различных значений  $\theta_0$ . Как видно из рисунка, амплитуда продольного тока не зависит от угла  $\theta_0$  во всей области углов за исключением углов  $\theta_0 = 0$  и  $\theta_0 = 90^\circ$ , при приближении к которым амплитуда продольного тока существенно уменьшается.

На рис. 5 показаны спектры излучения для  $\theta_0 = \pi/4$ ,  $\varphi_0 = 0$  и различных значений  $\psi_0$ . Несложно видеть, что если в плоскости  $\mathbf{k}_\omega \parallel \mathbf{k}_{2\omega}$  и вектора (1) лежит ось  $y$ , то продольная волна содержит четные гармоники (рис. 5а). Если же в этой плоскости лежит ось  $x$ , то спектр продольного тока состоит из нечетных гармоник. При  $0 < \psi_0 < \pi/2$  спектр продольного тока содержит как четные, так и нечетные гармоники. От величины угла  $\psi_0$  зависит не только спектр продольного тока, но и спектр поперечных компонент. Действительно, как видно на рис. 5, при  $\psi_0 = 0$  и  $\psi_0 = \pi/2$  спектр проекции атомного тока на

ось  $x$  состоит из нечетных гармоник, а на ось  $y$  — из четных. В случае  $0 < \psi_0 < \pi/2$  спектры обеих компонент атомного тока содержат как четные, так и нечетные гармоники. Как видно на рис. 5в, амплитуды проекций гармоник на оси  $x$  и  $y$  в широком диапазоне номеров гармоник ( $n > 8$ ) близки друг к другу. Это означает, что создаются условия для генерации циркулярно поляризованных гармоник.

На рис. 6 показаны в сравнении спектры излучения в случае  $\theta_0 = \pi/4$ ,  $\psi_0 = \pi/3$  при ортогональной поляризации полей и двух значений  $\Delta t = t_{02} - t_{01}$ :  $\omega_0 \Delta t = 0.2, 0$ . На рис. 6в,з показаны значения эллиптичности гармоник, соответствующие случаям, представленным на рис. 6а,б. Как видно из рисунков, введение временной задержки приводит к кардинальному изменению состояния поляризации гармоник, превращая его из суперпозиции линейно поляризованных гармоник в эллиптически поляризованные гармоники.



**Рис. 7.** (В цвете онлайн) Результаты численного расчета продольного тока отклика при учете динамики населенности подуровней с различными магнитными квантовыми числами в двух геометриях: асимметричной (а, в, д) и симметричной (б, з, е). а, б) Продольный ток, отнесенный к стандартному току в поперечной плоскости в двух геометриях. в, з) Пример эволюции населенности уровней для конкретных значений управляющего параметра  $\theta$ . д, е) Ориентация полей относительно атомной системы координат для двух геометрий. Здесь  $T$  — период колебаний оптического поля на основной гармонике Ti:Sa-лазера. Цветовая легенда соответствует нормированной проекции продольного тока  $J_z / \sqrt{J_x^2 + J_y^2}$

#### 4. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ: ПРОДОЛЬНЫЙ ТОК И ЭВОЛЮЦИЯ НАСЕЛЕННОСТИ ПОДУРОВНЕЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ГЕОМЕТРИИ ЗАДАЧИ

Приведенные выше аналитические расчеты продольного тока делались в предположении равенства населенностей подуровней основного состояния атома неона с различными величинами проекции углового момента. Учет динамики населенностей по подуровням был проведен в рамках численных расчетов. Исследовалась динамика волновой функции состояний с различными значениями проекции углового момента в атоме неона  $a_0, a_1, a_{-1}$ , где в нижнем индексе указана величина магнитного квантового числа подуровня  $2p$ -уровня, и ее влияние на генерацию продольной компоненты поля. В ортогональной линейно поляризованной схеме мы провели две серии численных расчетов в двух различных геометриях распределения падающего поля относительно направления атомного углового момента, в каждой серии меняя управляющий параметр — угол наклона плоскости, в которой лежат векторы напряженности падающих полей, относительно оси  $z'$  атомной системы координат. Как меняется при этом динамика продольного тока, показано на рис. 7а,б. Две серии численных расчетов системы уравнений (5) при значениях напряженности полей  $\mu_{01} = \mu_{02} = 1$  проводились при следующих значениях углов Эйлера:

$$\theta_0 = \pi/2 - \theta, \quad \psi_0 = 3\pi/4, \quad \varphi_0 = \pi/2, \quad (13a)$$

$$\theta_0 = \pi/2 - \theta, \quad \psi_0 = 3\pi/4, \quad \varphi_0 = 0. \quad (13b)$$

Угол  $\theta$  представлял собой управляющий параметр, для каждого конкретного значения которого проводился полный цикл расчета системы уравнений для амплитуд населенностей, пример которых представлен на рис. 7в,г, и вычисления динамики продольного тока. Графическая иллюстрация указанных геометрий численного эксперимента представлена на рис. 7д,е, где векторы напряженности первой и второй гармоник накачки показаны в системах координат, связанных с угловым моментом атома.

При условии ортогональности полей изменение угла одного из них с осью  $z'$  атомной системы координат будет различным образом сказываться на характере изменения угла второго поля с той же осью. Например, при  $\theta = \pi/2$  плоскость, образуемая векторами напряженностей электрических полей, совпадет с плоскостью  $(x', y')$  и при уменьшении угла второе поле практически не будет менять своего направления (рис. 7д); назовем такую схему асим-

метричной. Если при этом же условии они лежат в плоскости  $(z', y')$ , то при уменьшении  $\theta$  второе поле будет симметрично опускаться до оси  $y$  (рис. 7е); такую схему назовем симметричной. Решая для каждого значения  $\theta$  систему уравнений (5) для населенности уровней с  $l = 1$  и  $m = \pm 1, 0$ , находим эволюцию населенностей подуровней. Ток отклика (6) в направлении волновых векторов падающих полей нормируем на величину тока отклика в поперечном направлении:  $J_z / \sqrt{J_x^2 + J_y^2}$ , где оси  $x, y, z$  относятся к системе координат, в которой задаются поля (см. рис. 1), и обобщим полученные результаты, представив их совместно в зависимости от управляющего параметра. Интересно отметить, что в симметричной геометрии (рис. 7е) величина нормированного продольного тока практически не зависит от угла наклона, в отличие от случая асимметричной геометрии, показанной на рис. 7д. Кроме того, как видно из рис. 7а,б в асимметричной схеме достигаются большие значения отношения продольного тока к поперечному, в отдельные моменты времени они оказываются даже практически равными по величине. Таким образом, численные исследования показывают, что величина продольного тока отклика атома зависит от ориентации атомной системы координат относительно лабораторной, в которой задаются поля.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Атомный ток, индуцируемый в одиночном атоме при воздействии плоской моно- или полихроматической лазерной волны, наряду с компонентами, коллинеарными вектору поляризации падающей волны, также в общем случае содержит продольную компоненту, перпендикулярную вектору поляризации воздействующего поля. Продольная компонента атомного тока возникает в состояниях атома с неравным нулю угловым моментом и обусловлена тензорной зависимостью атомного тока от вектора поляризации воздействующего поля и углового момента атома, поэтому выделенными являются направления, для которых указанные два вектора либо коллинеарны, либо ортогональны. Учет продольной компоненты атомного тока существенно влияет на поляризационные свойства поля нелинейного отклика атома.

Проведено исследование зависимости векторных свойств атомного тока, индуцируемого в атоме с угловым моментом в основном состоянии равном единице, от состояния двухчастотного лазерного поля с

ортогональной поляризацией компонент. Показано, что вариация времени задержки между частотными компонентами воздействующего поля позволяет эффективно управлять поляризацией компонент поля отклика атома. Это открывает дополнительные возможности для создания источников с управляемым состоянием поляризации в ВУФ и рентгеновском диапазонах, что представляет значительный интерес для развития новых методов спектроскопии в указанных спектральных диапазонах.

Динамика эволюции амплитуд  $a_{nlm}(t)$  с различными  $m$  будет отличаться, поскольку диагональные матричные элементы  $M_{nn} = \sum_k V_{nk}^{-1} E_k V_{kn}$  системы уравнений (5) зависят от мгновенных значений вектора напряженности поля. Следовательно, изменение поляризации гармоник по сравнению с состоянием поляризации воздействующих полей обусловлено в общем случае зависимостью от состояния поляризации как матричных элементов тока  $\langle nlm | \mathbf{j} | nlm' \rangle$ , так и амплитуд  $a_{nlm}(t)$  в выражении (6). Последняя зависимость наглядно проиллюстрирована на рис. 7.

Таким образом, при взаимодействии лазерного поля с неполяризованным ансамблем молекул или атомов, основное состояние которых имеет отличный от нуля угловой момент, поляризация отклика качественно отличается от отклика ансамбля атомов с равным нулю угловым моментом. При этом суммирование по всем возможным ориентациям углового момента атомов ансамбля не обнуляет состояния поляризации поля отклика.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 18-02-00528, 18-02-00743).

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. Andreev, S. Stremoukhov, and O. Shoutova, *Europhys. Lett.* **120**, 14003 (2017).
2. Л. Новотный, Б. Хехт, *Основы нанооптики*, Наука, Москва (2011).
3. B. Sick, B. Hecht, U. P. Wild, et al., *J. Microsc.* **202**, 365 (2001).
4. G. Bautista et al., *Nano Lett.* **12**, 3207 (2012).
5. M. Huttenen et al., *Opt. Mater. Express* **1**, 46 (2011).
6. S. Straupe and S. Kulik, *Nature Photonics* **4**, 585 (2010).
7. J. McKeever et al., *Nature* **425**, 268 (2003).
8. *Single Charge Tunneling*, ed. by H. Grabert and M. H. Devoret, Plenum, New York (1992).
9. T. Popmintchev et al., *Science* **336**, 1287 (2012).
10. A. Fleischer et al., *Nature Photonics* **8**, 543 (2014).
11. G. Lambert, A. Andreev, S. Stremoukhov et al., *Nature Commun.* **6**, 6167 (2015), doi:10.1038/ncomms7167.
12. A. Ferré et al., *Nature Photon.* **9**, 93 (2015).
13. C. Boeglin et al., *Nature* **465**, 458 (2010).
14. B. Vodungbo et al., *Nature Commun.* **3**, 999 (2012).
15. А. В. Андреев, *ЖЭТФ* **116**, 793 (1999).
16. A. V. Andreev, S. Yu. Stremoukhov, and O. A. Shoutova, *Eur. Phys. J. D* **66**, 16 (2012).
17. A. V. Andreev, S. Yu. Stremoukhov, and O. A. Shoutova, in *Femtosecond-scale Optics*, ed. by A. V. Andreev, InTech (2011), pp. 247–284.
18. S. Stremoukhov, A. Andreev, B. Vodungbo et al., *Phys. Rev. A* **94**, 013855 (2016).
19. A. V. Andreev, S. Yu. Stremoukhov, and O. A. Shoutova, *J. Rus. Laser Res.* **37**, 484 (2016).
20. S. Stremoukhov and A. Andreev, *J. Opt. Soc. Amer. B* **34**, 232 (2017).