

ОДНОВРЕМЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ВЕНТИЛЕЙ ОБМЕНА ПЕРЕПУТЫВАНИЕМ Ni SWAP И $NSWAP$ ПРИ ПОМОЩИ $N + 1$ КУБИТА В РЕЗОНАТОРЕ ИЛИ С ПОМОЩЬЮ КОНТУРА

T. Said^a, A. Shouikh^a, M. Bennai^{a,b}*

^a *Университет им. Хасана II, Касабланка, Марокко*

^b *Университет Рабата, Рабат, Марокко*

Поступила в редакцию 2 августа 2017 г.

(Перевод с английского)

SIMULTANEOUS IMPLEMENTATION OF Ni SWAP AND $NSWAP$ GATES USING $N + 1$ QUBITS IN A CAVITY OR COUPLED TO A CIRCUIT

T. Said, A. Chouikh, M. Bennai

Предложен эффективный метод реализации вентилей обмена перепутыванием Ni SWAP и $NSWAP$ в резонаторе или с помощью контура, управляемого сильным СВЧ-полем. Схема нечувствительна к начальному состоянию моды в резонаторе, а время ее выполнения не зависит от числа кубитов, задействованных при операциях в вентилях. Время реализации таких логических вентилей может быть меньше времени излучения и жизни фотона в резонаторе (порядка наносекунд), а также много меньше времен нарушения когерентности и расфазировки в контурной квантовой электродинамике (порядка микросекунд). Численное моделирование воздействия операций в вентилях показывает, что данная схема обладает высокой точностью. Также предложена подробная методика и изучена ее экспериментальная осуществимость. Данную схему можно экспериментально реализовать при современном уровне развития технологий.

DOI: 10.7868/S0044451018050012

1. ВВЕДЕНИЕ

В течение последнего десятилетия уделялось много внимания теории и экспериментальной реализации квантового компьютера [1] как с физической точки зрения, так и с точки зрения информатики, электротехники и т. д. Перспективным подходом к реализации квантового компьютера является квантовая электродинамика (КЭД) в резонаторе с нейтральными атомами, поскольку резонатор можно эффективно использовать в качестве квантовой шины для управления парными кубитами, а информация может сохраняться на определенных уровнях энергии атома с большим временем коге-

рентности [2]. С другой стороны, основой для изобретения квантового компьютера является внедрение квантовых логических вентилей [3]. К настоящему времени предложено множество теоретических возможностей реализации различных вентилей, таких как двухкубитный квантовый вентиль (вентиль квантовой фазы или контролируемого отрицания) [4] и вентиль Фредкина [5, 6] в различных системах на основе КЭД в резонаторе [7], линейной оптики [8], ионов в ловушке [9], квантовых точек [10], ядерного магнитного резонанса [11], а также контурной КЭД [12], которая является перспективной основой для будущего квантового компьютера. Недавно была предложена новая схема осуществления многокубитного вентиля контролируемой квантовой фазы с одним сверхпроводящим кубитом, одновременно управляющим n кубитами, выбранными из N ($1 < n < N$) [13]. В работе [14] предложен метод ре-

* E-mail: mohamed.bennai@univh2m.ma

ализации n -кубитного вентиля обмена перепутыванием одновременно между одним сверхпроводящим зарядовым кубитом с n кубитами, взаимодействующими с резонатором. В данной работе представлен метод реализации вентилях Ni SWAP и $NSWAP$ одного кубита, одновременно управляющих N целевыми кубитами в резонаторе или взаимодействующими с контуром путем добавления сильного высокочастотного поля, вычислен оператор преобразования для получения этих логических вентилях и время реализации, а также проведено обсуждение результатов. Численный анализ показывает, что данную схему можно реализовать с высокой точностью. Операции i SWAP и SWAP на двухкубитных схемах можно представить в виде следующих соотношений:

$$U_{iSWAP} \equiv |00\rangle\langle 00| + i|01\rangle\langle 10| + i|10\rangle\langle 01| + |11\rangle\langle 11|, \quad (1)$$

$$U_{SWAP} \equiv |00\rangle\langle 00| + |01\rangle\langle 10| + |10\rangle\langle 01| + |11\rangle\langle 11|. \quad (2)$$

В разд. 2 данной работы приведен конкретный пример вентилях Ni SWAP и $NSWAP$ на основе КЭД в резонаторе с $N + 1$ атомом. В разд. 3 описан способ применения общего метода для создания предполагаемых вентилях Ni SWAP и $NSWAP$ на основе контурной КЭД с использованием взаимодействующих с резонатором сверхпроводящих зарядовых кубитов. В разд. 4 исследована точность и возможности экспериментальной проверки данных схем, а также вычислено время реализации и проведено обсуждение результатов. Основные выводы содержатся в разд. 5.

2. РЕАЛИЗАЦИЯ КВАНТОВЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЕНТИЛЕЙ НА ОСНОВЕ КЭД В РЕЗОНАТОРАХ

2.1. Модель и единичное преобразование

Рассмотрим систему из $N + 1$ двухуровневых кубитов с основным состоянием $|0_j\rangle$ и возбужденным состоянием $|1_j\rangle$, одновременно взаимодействующих с одномодовым резонатором и управляемых обычным полем. Гамильтониан всей системы в приближении вращающейся волны (считая $\hbar = 1$) имеет вид [13, 15]

$$H = H_0 + H_I, \quad (3)$$

$$H_0 = \omega_0 \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} + \omega_a a^+ a, \quad (4)$$

$$H_I = \Omega \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ e^{-i\omega t} + \sigma_j^- e^{i\omega t}) + g \sum_{j=1}^{N+1} (a^+ \sigma_j^- + a \sigma_j^+), \quad (5)$$

где

$$\sigma_{z,j} = \frac{1}{2}(|0_j\rangle\langle 0_j| - |1_j\rangle\langle 1_j|),$$

$\sigma_j^+ = |1_j\rangle\langle 0_j|$, $\sigma_j^- = |0_j\rangle\langle 1_j|$ ($|1_j\rangle$ и $|0_j\rangle$ обозначают возбужденное и основное состояния кубита); ω_0 , ω_a и ω — соответственно частоты переходов между уровнями $|0\rangle$ и $|1\rangle$ каждого кубита, моды резонатора и обычного поля; a^+ , a — операторы рождения и уничтожения для моды в резонаторе, g — параметр взаимодействия между кубитом и модой в резонаторе (в предположении, что все взаимодействия одинаковы, т. е. $g_j = g$) и Ω — частота Раби классического поля.

Полагая $\omega_0 = \omega$ и $\delta = \omega_0 - \omega_a$, получаем следующий гамильтониан в представлении взаимодействия [13]:

$$H_I = 2\Omega \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) + g \sum_{j=1}^{N+1} (a^+ \sigma_j^- e^{i\delta t} + a \sigma_j^+ e^{-i\delta t}), \quad (6)$$

где δ обозначает расстройку между частотой резонатора ω_0 и частотой кубита ω_a . Если $\Omega \gg \delta$, g и $\delta \gg g$, то получается следующий гамильтониан в представлении взаимодействия:

$$H_I = 2\Omega \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) + \lambda \left[\sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ \sigma_j^- + a^+ a \sigma_{z,j}) + \sum_{j,k=1, j \neq k}^{N+1} \sigma_j^+ \sigma_k^- \right], \quad (7)$$

где $\lambda = g^2/\delta$. Очевидно, что первый и второй члены уравнения (7) описывают зависящие от номера фотона сдвиги Штарка, а третий член определяет «дипольное» взаимодействие между кубитами j и k , осуществляемое через моду в резонаторе. Из уравнения (7) легко получить следующий оператор эволюции системы:

$$U(t) = \exp \left[-i2\Omega t \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) \right] \times \\ \times \exp \left[-i\lambda t \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ \sigma_j^- + a^+ a \sigma_{z,j}) \right] \times \\ \times \exp \left[-i\lambda t \sum_{j,k=1, j \neq k}^{N+1} \sigma_j^+ \sigma_k^- \right]. \quad (8)$$

Для взаимодействующего с резонатором зарядового кубита 1 предполагается $\lambda \ll |g|$ (т.е. $\delta \gg |g|$). Тогда соответствующий оператор эволюции выражается следующим образом:

$$U_1(t) = \exp \left[-i2\Omega t (\sigma_1^+ + \sigma_1^-) \right] \times \\ \times \exp \left[-i\lambda t (\sigma_1^+ \sigma_1^- + a^+ a \sigma_{z,1}) \right]. \quad (9)$$

Вентили *NSWAP* можно реализовать при помощи двух операторов преобразования (8) и (9). Рассмотрим два особых случая: $\lambda > 0$ (для случая $\delta > 0$) и $\lambda' < 0$ (для случая $\delta' < 0$). Результаты унитарной эволюции, полученные для этих двух случаев, будут использованы в дальнейшем для реализации вентиля. Тогда схема реализации логического вентиля и оператор единичного преобразования представляются следующим образом.

Сначала рассмотрим случай $\lambda > 0$, считая частоты переходов $N + 1$ кубита и моды в резонаторе равными импульсной частоте Раби Ω . Тогда через период времени эволюции $\tau = 2\pi/\delta = \pi/5g$, где $\delta = 20g$ ($\delta \gg g$) и $\lambda = g^2/\delta = g^2/(\omega_0 - \omega_a)$, оператор эволюции можно записать следующим образом:

$$U(\tau) = \exp \left[-i2\Omega \tau \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) \right] \times \\ \times \exp \left[-i\lambda \tau \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ \sigma_j^- + a^+ a \sigma_{z,j}) \right] \times \\ \times \exp \left[-i\lambda \tau \sum_{j,k=1, j \neq k}^{N+1} \sigma_j^+ \sigma_k^- \right]. \quad (10)$$

Далее рассмотрим случай $\lambda' < 0$. Полагая $\Omega = 0$ для кубита 1, можно выбрать такое расстояние между уровнями этого кубита, что он перестает взаимодействовать с модой резонатора. Частота импульсов, действующих на управляемые кубиты, равна Ω' , поэтому мода резонатора взаимодействует с кубитами $(2, 3, \dots, N + 1)$ таким образом, что $\lambda' = g^2/\delta' = g^2/(\omega_0 - \omega'_a) = -\lambda < 0$. Через период

времени $\tau' = -2\pi/\delta'$ оператор эволюции системы можно описать следующим выражением:

$$U(\tau') = \exp \left[-i2\Omega' \tau' \sum_{j=2}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) \right] \times \\ \times \exp \left[-i\lambda' \tau' \sum_{j=2}^{N+1} (\sigma_j^+ \sigma_j^- + a^+ a \sigma_{z,j}) \right] \times \\ \times \exp \left[-i\lambda' \tau' \sum_{j,k=2, j \neq k}^{N+1} \sigma_j^+ \sigma_k^- \right]. \quad (11)$$

Если $\Omega' \tau' = -\Omega \tau$ и $\lambda' \tau' = -\lambda \tau$, то полный оператор эволюции всей системы после этих двух шагов становится равным

$$U(\tau + \tau') = \exp \left[-i2\Omega \tau (\sigma_1^+ + \sigma_1^-) \right] \times \\ \times \exp \left[-i\lambda \tau (\sigma_1^+ \sigma_1^- + a^+ a \sigma_{z,1}) \right] \times \\ \times \exp \left[-i\lambda \tau \sum_{j=2}^{N+1} (\sigma_1^+ \sigma_j^- + \sigma_1^- \sigma_j^+) \right]. \quad (12)$$

И, наконец, частота переходов в кубитах $2, 3, \dots, N + 1$ настраивается таким образом, чтобы мода резонатора практически не взаимодействовала с ними, а частота перехода в кубите 1 оставалась неизменной, так что $|\lambda'| = g^2/|\delta'| \ll |g|$ (т.е. $|\delta'| \gg |g|$). Тогда оператор преобразования через период времени τ равен

$$U_1(\tau') = \exp \left[-i2\Omega' \tau' (\sigma_1^+ + \sigma_1^-) \right] \times \\ \times \exp \left[-i\lambda' \tau' (\sigma_1^+ \sigma_1^- + a^+ a \sigma_{z,1}) \right]. \quad (13)$$

При удовлетворении условий $\Omega' \tau' = -\Omega \tau$ и $\lambda' \tau' = -\lambda \tau$ оператор преобразования системы после этих трех шагов равен

$$U_s(\tau) = \prod_{j=2}^{N+1} U_{gate}(1, j), \quad (14)$$

где

$$U_{gate}(1, j) = \exp \left[-i\lambda \tau (\sigma_1^+ \sigma_j^- + \sigma_1^- \sigma_j^+) \right],$$

$$j = 2, 3, \dots, N + 1.$$

В дальнейшем эти эволюционные преобразования будут использованы для реализации вентиляей *NiSWAP* и *NSWAP*.

2.2. Получение вентиля Ni SWAP

В данном разделе описана реализация вентиля Ni SWAP, в котором один кубит одновременно управляет N целевыми кубитами. Используя введенный выше оператор эволюции

$$U_{iSWAP}(1, j) = \exp[-i\lambda\tau(\sigma_1^+ \sigma_j^- + \sigma_1^- \sigma_j^+)]$$

из выражения (14) на базисе $(|0_1\rangle, |1_1\rangle)$ для кубита 1 и на базисе $(|0_j\rangle, |1_j\rangle)$ для кубитов $(2, 3, \dots, N+1)$, а также задавая $\lambda\tau = -(2k + \frac{1}{2})\pi$ (где k — целые числа), можно получить следующие преобразования:

$$\begin{aligned} U_{iSWAP}(1, j) |0_1\rangle |0_j\rangle &= |0_1\rangle |0_j\rangle, \\ U_{iSWAP}(1, j) |0_1\rangle |1_j\rangle &= i |1_1\rangle |0_j\rangle, \\ U_{iSWAP}(1, j) |1_1\rangle |0_j\rangle &= i |0_1\rangle |1_j\rangle, \\ U_{iSWAP}(1, j) |1_1\rangle |1_j\rangle &= |1_1\rangle |1_j\rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Далее одновременно выполняются N двухкубитных операций i SWAP на N парах кубитов $(1, 2), (1, 3), \dots, (1, N+1)$. Каждая операция i SWAP включает в себя один и тот же управляющий кубит и разные управляемые кубиты. Таким образом, за полное время действия $t_{op} = 3\tau$ одновременно реализуются вентиля Ni SWAP между первым кубитом и всеми N кубитами.

2.3. Получение вентиля $NSWAP$

В данном разделе описан способ реализации вентиля $NSWAP$ на основе введенного выше оператора унитарной эволюции

$$U_{SWAP}(1, j) = \exp[-i\lambda\tau(\sigma_1^+ \sigma_j^- + \sigma_1^- \sigma_j^+)]$$

из выражения (14). Задавая $\tau = \pi/2|\lambda|$, где фазовые множители $\exp(-i\pi/2)$ устраняются путем соответствующего выбора фазы последовательных логических операций [14], можно одновременно осуществить N двухкубитных операций обмена перепутыванием на N парах кубитов $(1, 2), (1, 3), \dots, (1, N+1)$:

$$\begin{aligned} U_{SWAP}(1, j) |0_1\rangle |0_j\rangle &= |0_1\rangle |0_j\rangle, \\ U_{SWAP}(1, j) |0_1\rangle |1_j\rangle &= |1_1\rangle |0_j\rangle, \\ U_{SWAP}(1, j) |1_1\rangle |0_j\rangle &= |0_1\rangle |1_j\rangle, \\ U_{SWAP}(1, j) |1_1\rangle |1_j\rangle &= |1_1\rangle |1_j\rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

Отсюда видно, что N вентилях обмена осуществляются одновременно путем перепутывания соответственно на N парах кубитов $(1, 2), (1, 3), \dots, (1, N+1)$. Следовательно, вентиль $NSWAP$ можно получить за счет трехшагового процесса, занимающего время t_{op} .

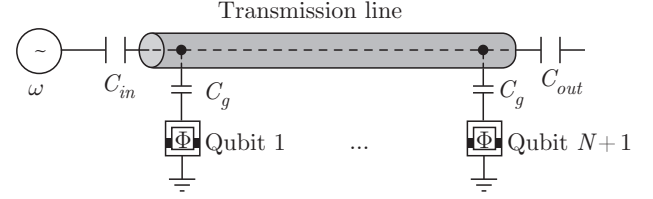


Рис. 1. Принципиальная электрическая схема устройства в контурной КЭД. $N+1$ сверхпроводящий зарядовый кубит связан с передающей линией, сильное высокочастотное поле частотой ω подается на входной провод емкостью C_{in} и выходной провод емкостью C_{out}

3. РЕАЛИЗАЦИЯ КВАНТОВЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЕНТИЛЕЙ НА ОСНОВЕ КОНТУРНОЙ КЭД

Метод получения вентилях Ni SWAP и $NSWAP$ с помощью контура основан на гамильтониане (6). N одинаковых сверхпроводящих зарядовых кубитов помещаются в квазиодномерный резонатор проходного типа (см. рис. 1). Для вентиля можно выбрать некоторое подмножество кубитов, в то время как остальные кубиты остаются незадействованными путем пропускания через них внешнего потока $\Phi = \Phi_0/2$, где $\Phi_0 = h/2e$ — квант магнитного потока, напряжение на вентиле равно $V_g = e/C_g$, где C_g — емкость вентиля, e — заряд куперовской пары. Предполагается, что $V_g = V_g^{dc} + V_g^{ac} + V_g^{qu}$, где V_g^{dc} и V_g^{ac} — постоянная и переменная составляющие напряжения на вентиле, а V_g^{qu} — его квантовая составляющая, возникающая за счет электрического поля в резонаторе, с которым взаимодействует кубит. Гамильтониан $N+1$ кубита и моды резонатора в контурной КЭД принимает следующий вид (при $\hbar = 1$) [16]:

$$\begin{aligned} H &= E_z \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} - E_J(\Phi) \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{x,j} + \Omega \cos(\omega t) \times \\ &\times \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} + g \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} (a + a^\dagger) + \omega_r a^\dagger a. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь

$$E_z = -2E_c(1 - 2n_g^{dc}), \quad n_g^{dc} = \frac{C_g V_g^{dc}}{2e},$$

$E_J(\Phi) = 2E_{J_0} \cos(\pi\Phi/\Phi_0)$ — эффективная энергия джозефсоновского взаимодействия, которая является свойством контакта и зависит от величины щели в сверхпроводнике и прозрачности барьера, $\sigma_{z,j} = 1/2(|0_j\rangle\langle 0_j| - |1_j\rangle\langle 1_j|)$, $\sigma_j^+ = |1_j\rangle\langle 0_j|$,

$\sigma_j^- = |0_j\rangle\langle 1_j|$, $\sigma_{x,j} = \sigma_j^+ + \sigma_j^-$; если электростатическая энергия ячейки $E_c = e^2/(2C_g + 4C_{J0})$ превышает энергию джозефсоновского взаимодействия E_{J0} , то $E_z = -2E_c(1 + 2n_g^{dc})$ (здесь C_{J0} — емкость джозефсоновского контакта); ω_r и ω — частоты моды резонатора для каждого кубита и внешнего поля соответственно; $\Omega = (2E_c C_g / \hbar e) V_0$ — частота Раби переменного напряжения на венти́ле, $g = (2E_c c_g / e) V_0^{qu}$ — постоянная взаимодействия между переходом зарядового кубита и модой резонатора.

Если задать $E_z = 0$ (в случае $n_g^{dc} = 1/2$), то для каждого кубита $\omega_q = E_J(\Phi)$, где ω_q — частота перехода кубита. Тогда гамильтониан принимает следующий вид:

$$H = H_0 + H_I, \quad (18)$$

где

$$H_0 = \omega_r a^\dagger a - \omega_q \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{x,j}, \quad (19)$$

$$H_I = \Omega \cos(\omega t) \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} + g \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} (a + a^\dagger). \quad (20)$$

Кубиты j и k с энергиями джозефсоновского взаимодействия E_{Ji} ($1, 2, \dots, N+1$) смещаются напряжением на венти́ле V_g через емкость C_g и резонатор. Полагая $\omega = \omega_q$, в приближении вращающейся волны получаем следующий гамильтониан в представлении взаимодействия [17]:

$$H_I =$$

$$= \sum_{j=1}^{N+1} [\Omega (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) + g (e^{i\delta t} a \sigma_j^+ + e^{-i\delta t} a^\dagger \sigma_j^-)], \quad (21)$$

где $\delta = \omega_q - \omega_r$ — расстройка между частотой кубита ω_q и частотой резонатора ω_r . Если $\Omega \gg \delta$, g и $\delta \gg g$, то можно получить гамильтониан в представлении взаимодействия:

$$H_I = \Omega \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) + \lambda \left[\sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ \sigma_j^- + a^\dagger a \sigma_{z,j}) + \sum_{j,k=1, j \neq k}^{N+1} \sigma_j^+ \sigma_k^- \right], \quad (22)$$

где $\lambda = g^2/\delta$.

Используя описанный в разд. 2 метод с $N+1$ сверхпроводящими зарядовыми кубитами, взаимодействующими с передающей линией, обсудим способ реализации вентиляей Ni SWAP и $NSWAP$ на основе контурной КЭД. Отметим, что, во-первых, для каждого кубита $1, 2, \dots, N+1$ на каждом шаге операции постоянное напряжение на венти́ле равно $V_g^{dc} = e/C_g$, так что $E_z = 0$ и, во-вторых, частота моды резонатора ω_r фиксирована на протяжении всей операции. Унитарные преобразования эволюции на каждом шаге операции выглядят следующим образом.

На первом шаге для каждого кубита устанавливается напряжение $V_g^{ac} = V_0 \cos(\omega t)$, за счет внешнего потока Φ_j настраиваются частоты переходов $(N+1)$ кубита и удовлетворяется условие $\omega_q = \omega$, импульсная частота Раби с амплитудой V_0 равна $\Omega = g\varepsilon/\delta$, где $\delta = \omega_q - \omega_r > 0$ — расстройка. Таким образом, через период времени $\tau = 2\pi/\delta$ при $\lambda = g^2/\delta = g^2/(\omega_q - \omega_r) > 0$ оператор эволюции системы кубитов, соответствующий этому шагу, принимает вид $U(\tau)$ в выражении (10).

На следующем шаге на кубите 1 устанавливается напряжение $V_g^{ac} = 0$, расстояние между его уровнями регулируется таким образом, чтобы мода резонатора взаимодействовала с кубитами $(2, 3, \dots, N+1)$ и выполнялось условие $\omega_q = \omega_d$, импульсная частота Раби с амплитудой V_0' равна $\Omega' = -g\varepsilon/\delta'$, где $\delta' = \omega_q - \omega_r' = -\delta < 0$ — расстройка. Тогда через период времени $\tau' = -2\pi/\delta'$ при $\lambda' = g^2/\delta' = g^2/(\omega_q - \omega_r') < 0$ оператор эволюции системы кубитов, соответствующий этому шагу, принимает вид $U(\tau')$ из выражения (11).

На последнем шаге регулируется частота переходов кубитов $2, 3, \dots, N+1$ при неизменной частоте перехода кубита 1 таким образом, что $|\lambda'| > 0$ (где $\delta' < 0$), и задается $V_{1g} \neq e/C_g$, $\Phi_1 \neq \Phi_0/2$ для кубита 1, в то время как $V_{jg} = e/C_g$, $\Phi_j = \Phi_0/2$ ($j = 2, 3, \dots, N+1$). Тогда соответствующий оператор эволюции на протяжении времени τ' выражается в виде $U_1(\tau')$ (см. формулу (13)).

Из приведенного выше описания видно, что не требуется настраивать частоту моды резонатора ω_r . Следовательно, операторы эволюции $U(\tau)$, $U(\tau')$ и $U_1(\tau')$, получаемые на каждом шаге, не отличаются от пошаговых операторов в разд. 2. Поэтому легко понять, что на основе контурной КЭД можно создавать вентиляи Ni SWAP и $NSWAP$ при помощи $N+1$ сверхпроводящего зарядового кубита с полным временем действия $t'_{op} = 3\tau$.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ

Перейдем к исследованию точности операций с вентилями. Для проверки пригодности описанной в работе схемы введем следующее определение точности, которое характеризует число состояний на выходе $|\Psi(t)\rangle$, отклоняющихся по амплитуде и фазе от преобразования в идеальном логическом вентиле различных входных состояний [18, 19]:

$$F = |\langle \Psi(t) | U(t) | \Psi(0) \rangle|^2 = \frac{1}{4} |1 + \cos(0.005\lambda t)|^2, \quad (23)$$

где $|\Psi(t)\rangle$ обозначает конечное состояние всей системы, получаемое из начального состояния $|\Psi(0)\rangle$ путем идеальной фазовой операции в вентилях, а $U(t)$ представляет собой полный оператор эволюции системы в реальной ситуации. Проведенное численное моделирование соотношения между точностью системы и параметром λt , показывает, что высокая точность достигается при $\lambda t \leq 9$ (см. рис. 2).

Далее обсуждается несколько проблем, связанных с будущей экспериментальной реализацией нашего метода. Кроме того, предполагается, что при условии $-\delta = \delta' = 20g$ ($\delta \gg g$) полное время действия $t_{op} = t'_{op} = 0.3\pi/g$ не зависит от числа N управляемых кубитов.

В качестве примера возьмем главные квантовые числа 50 и 51, время излучения $T_r = 3.0 \cdot 10^{-2}$ с и постоянную взаимодействия $g = 2\pi \cdot 50$ кГц [13, 20], что является экспериментально достижимыми параметрами. Непосредственные вычисления показывают, что время, необходимое для реализации вентилей $NiSWAP$ и $NSWAP$ на основе КЭД в резона-

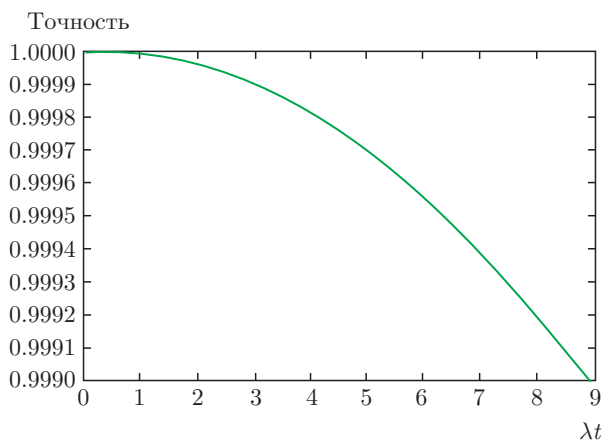


Рис. 2. Результаты численного моделирования точности операций в вентилях в зависимости от параметра λt

торе с атомами, составляет $t_{op} = 3$ мкс, что намного меньше величины T_r . В недавних экспериментах время затухания поля в резонаторе (время жизни фотона) составляло $T_c = 1.0 \cdot 10^{-3}$ с [21], поэтому время действия логического вентиля t_{op} оказывается меньше T_c , что удовлетворяет экспериментальным требованиям.

В недавних экспериментах было показано, что время нарушения когерентности T'_1 и время расфазировки T'_2 могут достигать 20–100 мкс [22, 23]. Кроме того, экспериментально достижимая величина постоянной взаимодействия составляет $g = 2\pi \cdot 200$ МГц [16, 24]. Таким образом, непосредственный расчет показывает, что время, необходимое для реализации вентилей $NiSWAP$ и $NSWAP$ со сверхпроводящими зарядовыми кубитами составляет $t'_{op} = 0.75$ нс. Из предыдущих вычислений ясно, что время действия оказывается меньше как времени нарушения когерентности T'_1 , так и времени расфазировки T'_2 , что удовлетворяет экспериментальным требованиям. Отметим также, что время нарушения когерентности состояния поля внутри резонатора зависит от начального состояния. Однако действие вентиля не зависит от начального состояния резонатора, поскольку оператор U_{gate} не включает в себя операторы рождения a^+ и уничтожения a фотонов в контуре.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен метод реализации вентилей обмена перепутыванием $NiSWAP$ и $NSWAP$ на основе контурной КЭД или в резонаторе. Логические вентили реализуются за счет управления резонатором при помощи высокочастотного поля. Схема нечувствительна к полю теплового излучения. Также в системе не требуется рассогласование между кубитами и резонатором. Кроме того, время действия зависит только от расстройки и может изменяться за счет регулировки частоты перехода между уровнями $|0_j\rangle$ и $|1_j\rangle$. Рассчитан и применен полный оператор эволюции к рабочему базису кубита 1 и кубитов j ($j = 2, \dots, N + 1$), необходимый для реализации вентилей $NiSWAP$ и $NSWAP$. Существенное преимущество данной схемы состоит в том, что логические вентили можно реализовать за время, существенно меньшее времени нарушения когерентности и расфазировки в контурной КЭД, а также времени излучения и жизни фотона в резонаторе. В данной работе описан способ реализации предлагаемых логических вентилей для квантовой обра-

ботки информации. Отметим, что данный подход является совершенно общим и может применяться к другим физическим системам, таким как различные трансмон-кубиты, взаимодействующие с резонатором, квантовые точки в КЭД в резонаторах или NV-центры, взаимодействующие с микросферическими резонаторами. Таким образом, численное моделирование операций в вентилях показывает, что при текущем уровне развития технологий данная схема может быть реализована с высокой точностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. D. Ladd et al., *Nature* **464**, 45 (2010).
2. Y. S. Zhou, X. Li, Y. Deng, H. R. Li, and M. X. Luo, *Opt. Commun.* **366**, 397 (2016).
3. X. Lin, R.-C. Yang, and X. Chen, *Int. J. Quant. Inf.* **13**, 1550003 (2015).
4. Y. H. Chen, Y. Xia, Q. Q. Chen, and J. Song, *Phys. Rev. A* **91**, 012325 (2015).
5. R. B. Patel, J. Ho, F. Ferreyrol, T. C. Ralph, and G. J. Pryde, *Sci. Adv.* **2**, e1501531 (2016).
6. A. Chouikh, T. Said, K. Essammouni, and M. Bennai, *Opt. Quant. Electron.* **48**, 463 (2016).
7. L. Isenhower, E. Urban, X. Zhang et al., *Phys. Rev. Lett.* **104**, 010503 (2010).
8. N. Kiesel, C. Schmid, U. Weber et al., *Phys. Rev. Lett.* **95**, 210505 (2005).
9. C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano, and D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4714 (1995).
10. I. Fushman, D. Englund, A. Faraon et al., *Science* **320**, 769 (2008).
11. J. A. Jones et al., *Nature* **393**, 344 (1998).
12. M. Hua, M. J. Tao, and F. G. Deng, *Sci. Rep.* **5**, 9274 (2015).
13. C. P. Yang, Y. X. Liu, and F. Nori, *Phys. Rev. A* **81**, 062323 (2010).
14. K. H. Song, Y. J. Zhao, Z. G. Shi, S. H. Xiang, and X. W. Chen, *Opt. Commun.* **10**, 1016 (2010).
15. H. F. Wang, S. Zhang, K. H. Yeon, and J. Korean, *Phys. Soc.* **53**, 3144 (2008).
16. A. Blais et al., *Phys. Rev. A* **75**, 032329 (2007).
17. S. B. Zheng, *Phys. Rev. A* **68**, 035801 (2003).
18. Z. J. Deng, M. Feng, and K. L. Gao, *Phys. Rev. A* **72**, 034306 (2005).
19. Z. R. Lin, G. P. Guo, T. Tu, F. Y. Zhu, and G. C. Guo, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 230501 (2008).
20. S. Osnaghi, P. Bertet, A. Auffeves, P. Maioli, M. Brunne, J. M. Raimond, and S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 037902 (2001).
21. H. F. Wang, X. Q. Shao, Y. F. Zhao, S. Zhang, and K. H. Yeon, *J. Phys. B* **43**, 065503 (2010).
22. H. Paik et al., *Phys. Rev. Lett.* **107**, 240501 (2011).
23. C. Rigetti et al., *Phys. Rev. B* **86**, 100506(R) (2012).
24. G. L. Gao et al., *Sci. China Phys.* **55**(8), 1422 (2012).