

# О МЕХАНИЗМЕ ДВИЖЕНИЯ И ДИФFUЗИОННОГО ГОРЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ

*В. П. Воротилин\**

*Институт прикладной механики Российской академии наук  
125040, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 25 августа 2017 г.

Задача движения и горения турбулентных струй горючего газа во внешней среде окислителя (воздуха) решается с учетом фактов существования реальной границы области турбулентного течения струи. На основе представлений о механизме силы трения внешнего течения, действующей на границе струи, дан вывод уравнения захвата внешней среды, замкнувшего систему уравнений движения турбулентных струй. Раскрыт физический смысл скорости диссипации турбулентной энергии струи как результат работы указанной силы трения. Для описания кинетики горения использован предел мгновенных реакций, соответствующий режиму диффузионного горения. В основу расчетов эффективных скоростей реакций для реагентов и занимаемых ими объемов легли представления о турбулентной среде как о совокупности независимых турбулентных частиц — вихрей, при случайных контактах которых происходит смешение и горение реагирующих веществ [31]. Исследованы сопутствующие эффекты движения и горения, в том числе, эффекты излучения. В частности показано, что кажущееся возрастание температуры горения с ростом числа Рейнольдса в действительности связано с относительным уменьшением тепловых потерь на излучение. Получено качественное согласие результатов теоретических расчетов длины факела горения с опытными данными.

DOI: 10.7868/S004445101802013X

## 1. ВВЕДЕНИЕ

На примере простейшего варианта прямой турбулентной струи в параллельном потоке окружающей среды окислителя — воздуха — рассматриваются общие вопросы движения и диффузионного горения турбулентных струй горючего газа. Формально данная задача полностью решается на основе уравнений гидродинамики и конвективной диффузии с химической реакцией. Однако получить точные аналитические или приближенные решения указанных уравнений из-за чрезвычайной сложности картины турбулентных течений невозможно. Существующие расчетные модели основаны на полуэмпирических методах описания процессов переноса и реакции в турбулентных потоках, в том числе модели с использованием методики инертной примеси (conserved scalar) и функции распределения концентраций реагентов [1–11].

С теоретической точки зрения основанием для поиска новых решений явилось отсутствие в указанных расчетных моделях понятия реально существующей границы раздела между турбулентной струей и областью ламинарного течения во внешней среде. Наличие четко различимой, нерегулярной по длине и пульсирующей во времени границы раздела между областью турбулентного течения в струе и ламинарным течением во внешней среде является отличительной особенностью движения турбулентных струй. Именно на этой границе происходят процессы смешения топлива струи и окислителя внешней среды. Реакции горения относятся к классу химических реакций, протекающих с высокими скоростями молекулярных реакций. Для них лимитирующей стадией процесса является подвод реагентов к зоне реакции, а сама реакционная зона вырождается в поверхность. Поэтому для процессов диффузионного горения вопросы смешения реагентов становятся основными в решении всей проблемы.

Перенос окислителя внешней среды идет по механизму молекулярной диффузии, а горючего турбулентной струи — под воздействием крупномасштабных турбулентных пульсаций. Но это разли-

\* E-mail: VPVorotilin@yandex.ru

чие в существующих моделях, использующих для описания переноса обоих реагентов механизм турбулентной диффузии, никак не учитывается. Картина горения схематично представляется в виде вытянутого вдоль струи эллипсоида, внутри которого находится несгоревший газ, снаружи окислитель, а реакция протекает на его поверхности, положение которой никак не связано с реально существующей границей струи. Таким образом, фактор границы как одно из необходимых условий описания процесса смешения реагентов остается вне поля зрения классической теории горения турбулентных струй.

Подход к решению проблемы турбулентного горения, предлагаемый в данной работе, основан на необходимости рассмотрения процессов смешения именно на границах струй, и, как будет видно из дальнейших рассуждений, описание этих процессов однозначно связано с описанием общих закономерностей движения и горения турбулентных струй. Конкретная реализация данного подхода основана на качественном представлении понятий и структур, выражающих суть механизма воздействия турбулентности на процессы движения и горения турбулентных струй, но свойства которых могут быть рассчитаны на основе решений фундаментальных уравнений движения и конвективного тепло- и массопереноса с химической реакцией. К подобным понятиям относится, например, понятие турбулентного вихря как независимой частицы, хаотически блуждающей по объему турбулентной среды, при описании которой важно знать только ее характерный размер  $\lambda$  и характерное время «жизни»  $\tau$ .

## 2. ОБОБЩЕННОЕ УРАВНЕНИЕ ЗАХВАТА ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

Существующие расчетные и теоретические модели, основанные на представлениях полуэмпирической теории, не учитывают указанных особенностей движения и горения турбулентных струй. Механизм турбулентной вязкости применяется ко всему пространству, в котором движется турбулентная струя, включая область внешнего ламинарного течения [12–14]. При описании гидродинамики однородных по составу турбулентных струй это упущение теории практически не было заметно. Единственный, но актуальный до настоящего времени вопрос, связанный с фактом существования реальной границы турбулентной струи, касался явления захвата (entrainment) внешней ламинарной среды. Первая попытка качественного объяснения механиз-

ма этого явления была основана на гипотезе существования вязкого надслоя на границе турбулентной струи и внешней ламинарной среды толщиной масштаба минимальных турбулентных пульсаций  $\lambda_{min}$  [15], в котором завихрение и захват внешней среды, по идее автора, происходит под действием сил молекулярной вязкости (viscous nibbling). Но при этом, поскольку движение турбулентных струй от молекулярной вязкости не зависит, по аналогии с объяснением механизма диссипации турбулентной энергии утверждалось, что скорость захвата должна зависеть только от интенсивности крупномасштабных пульсаций внутри струи.

В дальнейшем был предложен механизм захвата, связанный с процессом «опрокидывания» волн крупномасштабных возмущений на границе турбулентной области течения (engulfment) [16, 17]. В работе [18] на основе экспериментально установленных фактов существования вязкого надслоя делается вывод о преобладании механизма молекулярной вязкости, а в работе [19] — механизма опрокидывания (точнее сказать, эффектов многомасштабного опрокидывания). Но поскольку ни один из этих механизмов не затрагивал основ полуэмпирической теории, оставалось не ясным, какой из них в действительности имеет место, или какой преобладает.

За исключением предложенного в работе [20] из соображений размерности условия, что скорость захвата внешней среды пропорциональна средней скорости струи, теоретические методы описания явления захвата отсутствуют. Мотивом для предлагаемого в данной работе объяснения механизма захвата явился тот пробел упомянутой гипотезы вязкого надслоя, что в основе ее допущений исключается какое-либо обратное влияние внешней среды на движение турбулентной струи. Но, как представляется очевидным, условия течения во внешней среде должны влиять на параметры движения струи. Действительно, достаточно сказать, что даже если в строгой постановке задачи исходить из понятия турбулентной вязкости, то решение с условием

$$u_x(x, y \rightarrow \pm\infty) \rightarrow u_\infty,$$

где  $u_x$  — компонента скорости струи вдоль оси  $x$  системы цилиндрических координат  $(x, y)$ ,  $u_\infty$  — скорость параллельного внешнего течения, даст формальный результат, учитывающий влияние внешних условий. Отметим, что и в выражении для скорости расширения турбулентной струи [12], из соображений размерности задаваемом в виде

$$\frac{dr}{dt} \approx |u - u_\infty|,$$

где  $t$  — время,  $r$  — текущий радиус струи,  $u$  — ее средняя по сечению струи скорость, также подразумевается некоторый механизм обмена импульсом между струей и внешним течением. Иначе говоря, исходя из установленного факта, что внешняя среда и турбулентная струя — это две четко различимые жидкости, их динамическое взаимодействие можно представить как силу трения, действующую на разделяющей их границе. Поскольку течение турбулентных струй не зависит от молекулярной вязкости, из соображений размерности следует, что эта сила может быть пропорциональна только квадрату некоторой комбинации скоростей движения внешней среды и струи. Для того чтобы учесть механизм переноса импульса от границы внутрь струи, запишем ее в виде

$$F_{fr} = \gamma \rho_{\infty} (u_s - u_{\infty})^2,$$

где  $\gamma$  — некоторая константа,  $\rho_{\infty} = (1 - \varepsilon_{\infty})\rho_{ok\infty} + \varepsilon_{\infty}\rho_{in\infty}$  — плотность внешней среды — смеси кислорода и инертной примеси (азота), здесь и далее помечаемых индексами «*ok*» и «*in*» соответственно,  $\varepsilon_{\infty}$  — объемная доля азота (для воздуха  $\varepsilon_{\infty} = 0.79$ ),  $u_s$  — некоторая промежуточная скорость между скоростью внешнего течения и средней скоростью струи. Из условий непрерывности скорости и потока импульса, перетекающего от внешнего течения внутрь струи, эту же силу можно представить в виде

$$F_{fr} = \gamma \rho (u_s - u)^2,$$

где  $\rho$  — средняя плотность струи. Отсюда для  $u_s$  и  $F_{fr}$  следуют выражения

$$u_s = \frac{u + \sqrt{\rho_{\infty}/\rho} u_{\infty}}{1 + \sqrt{\rho_{\infty}/\rho}}, \quad F_{fr} = \gamma \frac{\rho_{\infty} (u_{\infty} - u)^2}{(1 + \sqrt{\rho_{\infty}/\rho})^2}. \quad (1)$$

Вывод о том, что закон трения неизбежно квадратичен по скорости, означает, что обтекание возмущенной границы турбулентной струи внешним потоком должно происходить с образованием отрывных вихрей. Отметим, что факт существования отрывных вихрей на границах турбулентных струй наглядно иллюстрируют флэш-снимки подкрашенных турбулентных струй [18], а также многомасштабной структуры [19]. По смыслу деления всей области течения на внешнюю безвихревую среду и собственно турбулентную струю указанные отрывные вихри должны остаться в составе струи, играя для нее роль источника турбулентности. Поэтому и импульс, при трении отдаваемый этим вихрям струей,

также должен возвратиться струе вместе с захваченными вихрями. От струи вихри получают импульс, пропорциональный разности скоростей  $u - u_{\infty}$ . Отсюда, введя обозначение  $v_c$  для скорости захвата вихрей внешней среды, поток возвращаемого импульса (на единицу поверхности струи) запишем в виде

$$j = \rho_{\infty} v_c |u - u_{\infty}|.$$

Из условия равенства потоков  $j$  и  $F_{fr}$ , т. е.

$$\rho_{\infty} v_c |u - u_{\infty}| - F_{fr} = 0, \quad (2)$$

для  $v_c$  находим выражение

$$v_c = \gamma \frac{|u - u_{\infty}|}{(1 + \sqrt{\rho_{\infty}/\rho})^2}.$$

Отметим, что в работе [21] для границы, разделяющей области ламинарного и турбулентного течений, было написано краевое условие, аналогичное равенству (2). Но в нем слагаемое  $F_{fr}$  имело смысл касательного напряжения, создаваемого пульсациями скорости внутри турбулентной области течения. С тем же смыслом этого члена уравнение (2) в работе [18] использовалось для оценки скорости захвата внешней среды.

Для струи, движущейся вдоль оси  $x$ , напомним уравнение баланса массы турбулентной жидкости, рассматривая произведение  $\rho_{\infty} v_c$  как источник ее массы на единице площади поверхности струи

$$\frac{d(\rho u r^2)}{dx} = 2v_c \rho_{\infty} r. \quad (3)$$

Здесь и везде ниже все переменные записываются в безразмерном виде с использованием начальных значений радиуса  $r_0$ , скорости  $u_0$  и плотности  $\rho_0$  струи в качестве характерных масштабов длины, скорости и плотности. Для частного случая течения турбулентной струи с  $\rho = \rho_{\infty}$ ,  $u_{\infty} = 0$  уравнение (3) совпадает с эмпирической формулой из упомянутой ранее работы [20]:

$$\frac{d(ur^2)}{dx} = 2\alpha_{cl} ur, \quad (4)$$

где  $\alpha_{cl} \equiv \gamma/4$  — первоначально некоторая константа, а в дальнейшем в работах [22–25] (как и в других, более ранних, цитированных в них работах) — предмет многочисленных модельных попыток обобщения и коррекции (в частности, с использованием уравнения кинетической энергии) с целью охватить как можно более широкий спектр струйных течений, в том числе и плавучие струи.

Общий характер полученных формул подчеркивает то обстоятельство, что никакие конкретные свойства крупных вихрей, особенности механизма их формирования на возмущенной границе турбулентной струи в их окончательном виде ни в чем не проявляются. Под влиянием хаотических турбулентных пульсаций крупномасштабные вихри окислителя проникают во внутренние области течения в струе, дробятся на мелкие вихри, в конечном счете равномерно распределяясь по всему ее поперечному сечению. Таким образом, видим двоякую роль, которую играют структуры и механизмы, описываемые формулами (1)–(3), в процессах движения и горения струй. С одной стороны, они выражают суть механизма турбулентности в струях, а с другой, — позволяют оценить верхнюю границу скорости смешения окислителя из внешней среды с горючим реагентом струи, величину которой с учетом выражения для  $\rho_\infty$  представим в виде

$$q_{ok} = 2\gamma(1 - \varepsilon_\infty)\rho_{ok\infty} \frac{|u_\infty - u|}{\left(1 + \sqrt{\rho_\infty/\rho}\right)^2} r. \quad (5)$$

Отметим также ту существенно более значимую роль, которую будет играть полученное модифицированное выражение для скорости захвата  $v_c$  в процессах диффузионного горения по сравнению с ее классическим вариантом  $\alpha_{cl}u$  в уравнении (4). Так, например, при горении струи водорода в воздухе скорость захвата окислителя-кислорода в объеме турбулентной струи, рассчитанная по формуле (5), уменьшается примерно в 6 раз по сравнению с ее оценкой на основе уравнения (4), что в значительной степени отразится как на величине эффективной скорости горения, так и на длине факела горения.

### 3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ

Фактор границы как источника турбулентности дал основание описывать искомые параметры струи (скорость  $u$ , плотность  $\rho$ , концентрацию и температуру) в упрощенной форме однородных распределений по сечению струи (top hat profile), а поверхность струи рассматривать как поверхность излучения при заданной температуре струи. Отметим, что в литературе подобный подход (например, в работах [18–23]) использовался изначально как приближенный способ описания турбулентных плавучих струй. При этом уравнение (4) играло роль замыкающего уравнения для системы интегральных уравнений

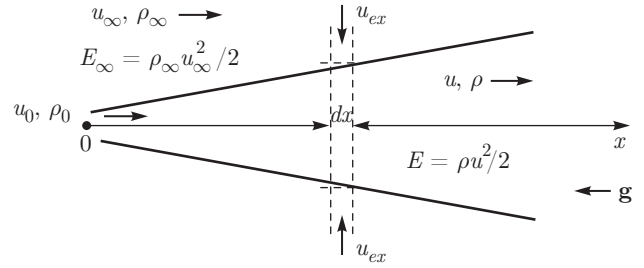


Рис. 1. Схема движения турбулентной струи в параллельном потоке газа внешней струи:  $E$  и  $E_\infty$  — кинетические энергии (на единицу объема) струи и внешнего течения;  $u_{ex}$  — скорость эжекции внешней среды; смысл остальных параметров поясняется в тексте

баланса массы, импульса и состава, а дополнительное («лишнее») уравнение кинетической энергии использовалось для уточнения значений константы  $\alpha$  в уравнении (4).

Следуя указанной методике, получим искомые уравнения, суммируя (с учетом знака) потоки перечисленных переменных между двумя нормальными к оси  $x$  сечениями струи, как показано на рис. 1 условной схемы течения струи и параллельного ей потока внешней среды. Полагаем, что с момента выхода струя движется в развитом турбулентном режиме со всеми характерными признаками турбулентности, позволяющим использовать уравнение (3). Для демонстрации универсального характера роли предлагаемого механизма захвата учтем эффекты плавучих струй, введя действие силы тяжести, направленной вдоль оси  $x$  навстречу движению струи. Уравнение баланса массы, фактически определяющее скорость  $u_{ex}$  натекания внешней среды на струю, и уравнение для продольной компоненты импульса, выводимое с учетом подстановки в него выражения для  $u_{ex}$ , представим в виде

$$\begin{aligned} \frac{d[(\rho u - \rho_\infty u_\infty)r^2]}{dx} + 2r\rho_\infty u_{ex} &= 0, \\ \frac{d[\rho u(u - u_\infty)r^2]}{dx} + \frac{(\rho - \rho_\infty)r^2}{Fr} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $Fr = u_0^2/r_0g$  — число Фруда,  $g$  — ускорение свободного падения. В отсутствие реакции для полноты картины движения к полученным уравнениям добавим выражение для средней плотности  $\rho$  струи, которое в предположении несжимаемости струи и условия сохранения в составе струи потока ее массы во входном сечении примет вид

$$\rho = \rho_\infty + \frac{1 - \rho_\infty}{ur^2}. \quad (7)$$

Уравнения (3), (6) и (7) образуют замкнутую систему уравнений для искомым величин  $r$ ,  $u$  и  $\rho$ . Для течения с  $u_\infty = 0$  и  $Fr = \infty$  при  $x \rightarrow \infty$  из решений этих уравнений для переменных  $r$  и  $u$  следуют равенства

$$r = \frac{\gamma x}{2}, \quad u = \frac{2}{\gamma x \sqrt{\rho_\infty}}, \quad (8)$$

из которых видим, что введенная ранее константа  $\gamma$  имеет геометрический смысл угла расширения однородной затопленной струи, и, следовательно, ее численная оценка может быть получена на основе экспериментальных измерений профиля скорости струи. В литературе имеет место существенный разброс приводимых значений этой константы (в особенности для плавучих струй). На основе данных работы [12] ее величину можно принять равной  $\gamma = 0.22$ . Близкая к этому значению оценка будет получена далее исходя из представлений о перемежающейся структуре течения турбулентных струй.

### 3.1. Уравнение кинетической энергии турбулентных струй

Остался еще один важный физический параметр струи — ее кинетическая энергия  $E = \rho u^2/2$ . Обозначим алгебраическую сумму ее потоков, входящих и выходящих через сечения  $x$  и  $x + dx$  струи, и энергии внешней среды  $\rho_\infty u_\infty^2/2$ , вносимой через поверхность  $2\pi r dx$  со скоростью  $u_{ex}$ , в виде комбинации  $\varepsilon \pi r^2 dx$ . Поскольку все искомые параметры струи, а именно,  $\rho$ ,  $u$  и  $r$ , определены системой уравнений (3), (6) и (7), эта сумма уже не обязана быть равной нулю. Действительно, в результате несложных расчетов для  $\varepsilon$  находим выражение

$$\varepsilon r^2 = \frac{1}{2} \frac{d[\rho u(u_\infty^2 - u^2)r^2]}{dx} + \frac{u(\rho_\infty - \rho)r^2}{Fr}.$$

Полученное равенство с учетом уравнений (3) и (6) преобразуем к виду

$$\varepsilon r^2 = \rho_\infty (u - u_\infty)^2 v_c. \quad (9)$$

Физический смысл параметра  $\varepsilon$  раскрывается, если эту формулу переписать с учетом выражения для силы трения (2):

$$\varepsilon r^2 = F_{fr} |u_\infty - u| r.$$

Правая часть равенства имеет смысл работы силы трения внешнего течения на границе турбулентной струи. Результат этой работы, согласно исходным представлениям теории, — формирование на этой

границе отрывных вихрей, поглощаемых в объем турбулентной струи. Соответственно, границу струи можно рассматривать как источник турбулентности в турбулентных струях, а параметр  $\varepsilon$  интерпретировать как скорость диссипации кинетической энергии турбулентных пульсаций. При этом видим, что представленный механизм турбулентности одинаково применим к любым типам турбулентных струй, в том числе и к плавучим струям, а уравнение для энергии (9) является прямым следствием полученного ранее уравнения захвата (3). Хотя, как отмечалось выше, в литературе именно уравнение для энергии использовалось с целью «улучшения» константы  $\alpha$  в уравнении (4) для плавучих струй.

### 3.2. Расчет константы $\gamma$ и оценки параметра $\varepsilon$

При выводе уравнений, описывающих движение турбулентных струй, было сделано упрощающее допущение об однородности переменных скорости, плотности и температуры по поперечному сечению струи. Его формальным основанием можно было бы считать процесс интенсивного перемешивания всех указанных величин под действием поперечных турбулентных пульсаций. Фактически же, благодаря появлению замыкающего уравнения баланса «турбулентной» жидкости (3), знание деталей возможных отклонений от однородности при расчете искомым переменных потеряло смысл (в отличие от моделей полуэмпирической теории).

Известный факт явления перемежаемости — попеременной смены зон турбулентного и ламинарного течений на границе турбулентных струй может служить экспериментальным подтверждением сделанных упрощений. Было, в частности, установлено, что если при измерениях в данной точке потока средних по времени значений искомым величин (скорости и т.д.) учитывать вклад их мгновенных значений только в том случае, когда в этой точке жидкость является турбулентной, то профили скорости (и других переменных) будут существенно более близкими к однородным, чем при измерениях без учета эффекта перемежаемости [26]. В подавляющем большинстве случаев результаты экспериментов и практически все рассчитанные на основе полуэмпирической теории аналитические зависимости были получены для абсолютно средних значений величин. Для переменной скорости однородной затопленной струи с коэффициентом турбулентной вязкости, задаваемым в виде  $\nu_t = \sqrt{3}/8\alpha$ , было получено выражение [26]

$$U_x(x, r) = \frac{U_m}{(1 + (\alpha\eta)^2)^2}, \quad (10)$$

где  $U_m = \sqrt{3}\alpha/x$  — скорость на оси струи,  $\eta = y/x$ ,  $y$  — координата, отсчитываемая по нормали от оси струи,  $\alpha = 7.986 \approx 8$  — подгоночная константа, выбираемая произвольным образом для наилучшего совпадения с экспериментальными измерениями скорости турбулентной струи.

Естественно считать, что скорость  $U_m$  на оси струи всегда находится в турбулентной зоне, и поэтому смена зон турбулентности и внешнего течения на границах струи, т. е. перемежаемость, на ее величину влиять не будет. Отсюда, в соответствии с допущением об однородности профиля скорости струи по ее поперечному сечению, отношение  $P = U_x(x, y)/U_m$  имеет смысл доли времени, или вероятности того, что данная точка  $y$  поперечного сечения струи находится в турбулентной зоне. Соответственно среднее значение площади поперечного сечения струи, занятой турбулентной жидкостью, задается интегралом

$$r^2 = 2 \int_0^\infty yP(x, y) dy = \frac{x^2}{\alpha^2}.$$

Отсюда, с учетом выражения для  $r$  из формул (8), находим  $\gamma = 2/\alpha = 0.25$ , что весьма близко к ранее упомянутой величине  $\gamma = 0.22$ . В более поздних работах (например, в [24]) приводится близкое значение  $\gamma$  (в формуле (4)  $\alpha_{cl} \equiv \gamma/4 = 0.067$ ).

В качестве экспериментальной проверки полученных результатов, не зависящих от способа представления скоростей, может служить оценка величины параметра  $\varepsilon$ . Действительно, в рамках предложенной теории скорость диссипации турбулентной энергии в объеме струи есть результат работы силы трения внешнего потока на границе струи и поэтому является объективной характеристикой потока. С другой стороны, уравнение баланса кинетической энергии, проинтегрированное по нормальному сечению струи с пренебрежением малым вкладом нормальной к оси скорости  $U_y$ , можно представить в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon r^2 &= -2 \frac{d}{dx} \int_0^\infty y U_x E dy = \\ &= 2 \int_0^\infty y \nu_t \rho \left( \frac{\partial U_x}{\partial x} \right)^2 dy, \quad (11) \end{aligned}$$

где

$$E = \frac{\rho(U_x^2 + U_y^2)}{2} \cong \frac{\rho U_x^2}{2}.$$

Первое равенство в формуле (11) аналогично выражению (9) настоящей теории определяет  $\varepsilon$  через баланс потоков кинетической энергии струи, а второе служит в качестве интерпретации физического механизма диссипации под действием крупномасштабных турбулентных пульсаций на основе модели турбулентной вязкости.

Величину  $\varepsilon$  рассчитаем, подставив в любое из равенств (11) выражение (10) для скорости  $U_x$ :

$$\varepsilon = \frac{3\sqrt{3}}{10} \frac{\alpha}{x^2} = \frac{4.16}{x^2}. \quad (12)$$

Аналогично полученное в рамках предлагаемой теории выражение (9) для  $\varepsilon$  с учетом соотношений (8) для искомых  $u$  и  $r$  при  $u_\infty = 0$  и  $\rho_\infty = 1$  примет вид

$$\varepsilon r^2 = \gamma u^3 r / 4 = 4/x^2.$$

Видим, что оба выражения для скорости диссипации турбулентной энергии практически совпадают. Поскольку формула (12) получена на основе опытных данных по измерению профилей скорости турбулентной струи и поэтому может рассматриваться как результат экспериментальных измерений, факт совпадения можно интерпретировать как экспериментальное подтверждение исходных предпосылок теории заложенного в ней механизма образования турбулентных вихрей, основанного на представлениях о явлении перемежаемости способа оценки величины универсальной константы  $\gamma$ .

Отметим, что в полуэмпирической и предлагаемой теориях различны выводы выражений для  $\varepsilon$ . Указанная константа в них имеет различный физический смысл и различный способ определения. В первой из них она играет роль подгоночной константы в выражении для коэффициента турбулентной вязкости без учета реально существующей границы турбулентной струи, в то время как во второй — это множитель для угла расширения  $\gamma$  однородной затопленной струи, рассчитываемый с учетом эффектов перемежаемости на границах струи.

### 3.3. О механизме вихреобразования в турбулентных струях

Предлагаемая теория, основанная на представлениях о механизме вихреобразования на границах турбулентных струй, и полуэмпирическая теория турбулентной вязкости дают практически одно и то же значение для величины скорости диссипации кинетической энергии турбулентной струи. Но обе эти теории основаны на различных представлениях о механизме образования турбулентных вихрей

и способах описания турбулентных течений. Точнее сказать, в классической теории объяснение того, где и как образуются вихри (иначе пульсации), совсем отсутствует. Но последствия существования этих пульсаций моделируются по аналогии с молекулярно-кинетической теорией на основе понятия турбулентной вязкости. Цель подобного моделирования была обусловлена необходимостью вывести замыкающие соотношения для усредненных по времени уравнений движения. В результате была получена система дифференциальных уравнений, как и в классической гидродинамике описывающая поля скоростей и давлений как функции пространственных координат и времени.

Недостатком этой теории можно было бы считать невозможность рассчитать положение реально существующей границы между областью турбулентного течения в струе и ламинарным течением внешней среды. Понятие турбулентной вязкости применялось ко всему пространству движения турбулентных струй, включая внешнюю безвихревую область, а граница струи определялась формально как расстояние от оси струи, на котором ее скорость отличается на некоторую, наперед заданную, малую величину от скорости внешнего течения. Следовательно, истинное положение реальной границы турбулентной области течения оставалось неизвестным.

Однако полученные на основе решений уравнений полуэмпирической теории распределения скоростей для различных типов турбулентных течений, в том числе турбулентных струй, нашли многочисленные экспериментальные подтверждения. Потому невозможность определить истинное положение границы раздела казалось незначительным недостатком, не затрагивающим физических основ теории и результатов расчета. По этой же причине не подвергался критическому обсуждению механизм завихрения потенциального течения внешней среды на основе гипотезы вязкого надслоя, а сама гипотеза рассматривалась как ничего не значащее дополнение к теории. К той же категории значимости можно отнести и многочисленные попытки описать захват и вовлечение внешней среды на границе турбулентного пограничного слоя по механизму опрокидывания волн.

#### 3.4. О механизме переноса импульса в турбулентных струях

Логическое обоснование идеи образования вихрей на границе турбулентной струи как единственно возможного механизма динамического взаимодей-

ствия (обмена импульсом между турбулентной струей и безвихревым течением внешней среды), позволило вывести уравнение баланса турбулентной жидкости, замкнувшего систему интегральных уравнений баланса переменных массы, состава, импульса и т. д., т. е. всех переменных, описывающих движение турбулентных струй. Таким образом, динамические процессы переноса импульса, традиционно моделируемые на основе понятия турбулентной вязкости, свелись к рассмотрению динамических процессов на границе струи. Наличие независимого от уравнений движения замыкающего уравнения позволило с учетом фактов турбулентного перемешивания использовать упрощающее допущение об однородности профилей искомых переменных в поперечном сечении струи без потери при этом информации, необходимой для полноты решения, и без искажения произвольными корреляциями физической сути механизма турбулентного переноса.

Отметим при этом, что, в отличие от уравнений полуэмпирической теории, введенные представления об образующихся вихрях и силе трения на границах турбулентных струй использовались в неявной форме только для вывода замыкающего уравнения баланса турбулентной жидкости. Эти величины в полной и окончательной системе уравнений, описывающей все искомые переменные движения турбулентных струй, не моделируются и не присутствуют в виде каких-либо произвольно задаваемых уравнений или корреляций. Однако указанная сила вновь проявила себя при написании уравнения баланса кинетической энергии. Точнее, оказалось, что разность всех входящих и выходящих потоков кинетической энергии между двумя нормальными к оси  $x$  сечениями струи,  $x$  и  $x + dx$  (иначе, убыль или скорость диссипации кинетической энергии), можно записать и интерпретировать как результат работы этой силы на поверхности струи на участке  $dx$  вдоль длины струи. При этом можно считать, что эта работа тратится на кинетическую энергию образующихся на границе струи вихрей, факт существования которых неявно подразумевался при задании квадратичного по скорости закона трения между струей и внешним течением.

Дальнейшая эволюция вихрей связана с процессом их каскадного дробления вплоть до вихрей минимального масштаба, описание которого может служить только дополнением теории, не затрагивая сути ее основных результатов. Полнота и замкнутость полученной системы уравнений позволяет утверждать, что никаких других источников турбулентных вихрей и, соответственно, механизмов пе-

реноса кинетической энергии от среднего течения к турбулентным пульсациям в объеме турбулентного потока не существует. Этот вывод подтверждается приведенным выше сравнением теоретически рассчитанной скорости диссипации кинетической энергии с величиной  $\varepsilon$ , полученной на основе экспериментально измеренных профилей скорости турбулентных струй.

#### 4. РАСЧЕТ И ОСОБЕННОСТИ ГОРЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ

В практических условиях горение турбулентных струй отличается разнообразием режимов и влияющих на него сопутствующих физико-химических процессов и конструктивных факторов [7, 13, 14, 27–29]. Естественно, что с точки зрения поставленных целей исследования, а именно, необходимости учета фактора реально существующей границы турбулентной струи, а также выяснения и описания механизма воздействия турбулентности на процесс горения, необходимы существенные упрощения общей картины горения. Исключаются все детали горения, связанные с начальными этапами его возникновения, т.е. предполагается, что реакция начинается сразу же с момента выхода струи горючего газа в окружающее пространство окислителя. Рассматриваются движение и горение одиночной струи смеси горючего газа и инертной примеси, выходящей из отверстия радиуса  $r_0$  со скоростью  $u_0$  и плотностью

$$\rho_0 = (1 - \varepsilon_0)\rho_{f0} + \varepsilon_0\rho_{in0}$$

( $\rho_{f0}$  — плотность горючего газа,  $\rho_{in0}$  — плотность инертной примеси,  $\varepsilon_0$  — ее объемная доля) в параллельный поток воздушной среды, движущейся со скоростью  $u_\infty$  и плотностью  $\rho_\infty$ . Состояние компонент газовой фазы и продуктов реакции описывается уравнением идеального газа

$$\rho_g = \mu P_\infty / RT, \quad (13)$$

где  $\mu$  — молекулярный вес,  $P_\infty = 1.013 \cdot 10^5$  Па — давление (одно и то же для всей струи и внешней среды),  $T$  — температура в кельвинах,  $R = 8.314$  кДж/моль·К — газовая постоянная. Рассматривается простейший вариант горения без учета диссоциации и образования промежуточных продуктов реакции. Формулу реакции можно представить в виде

$$n_{ok} + 1 = n_{p1} + n_{p2},$$

где  $n_i = m_i(\mu_i/\mu_f)$ ,  $m_i$  — стехиометрический коэффициент, обозначающий количество молекул реагента « $i$ » на одну молекулу реагента « $f$ », « $pi$ » — индекс продуктов реакции. Эффективная скорость  $W_i$  реакции для любого из реагентов выражается через скорость реакции  $W_f$  реагента « $f$ » соотношением  $W_i = \pm n_i W_f$ , где верхний знак относится к исходным реагентам, а нижний — к продуктам реакции.

Реакция горения происходит с выделением тепла. Тепловая энергия  $Q_T$ , выделяемая в единице объема струи, равна  $\lambda_f W_f$ , где  $\lambda_f$  — тепловыделение на единицу массы реагента « $f$ ». Теплоемкости компонент смеси  $C_{pi}$  [кДж/кг·К] задавались как функции температуры согласно данным справочника [30]. Ранее полученная пара уравнений (3) и (6) (теперь при  $Fr \rightarrow \infty$ ) дополняется уравнениями баланса состава и тепловой энергии, в которых искомые величины  $\rho_i$  и  $T$ , так же как и ранее переменные  $u$  и  $\rho$ , задаются в форме однородных распределений по нормальному сечению струи:

$$\frac{d(\varphi \rho_i V_i / \rho)}{dx} = -W_i r^2 + q_i, \quad (14)$$

$$\frac{d(\bar{C}_p \varphi T)}{dx} = \lambda_f W_f r^2 + 2C_{p\infty} \rho_\infty T_\infty v_{cr} - \frac{2\sigma}{\rho_0 u_0} T^4 r, \quad (15)$$

где введено обозначение  $\varphi = \rho u r^2$ ,  $V_i$  — объемная доля  $i$ -го компонента,  $q_i$  — внешний источник массы, для окислителя задаваемый соотношением (5), аналогичной формулой для инертной примеси с заменой множителя  $(1 - \varepsilon_\infty)\rho_{ok\infty}$  на  $\varepsilon_\infty \rho_{in\infty}$  и равный нулю для остальных компонент,  $\bar{C}_p$  — среднее значение теплоемкости смеси,

$$\bar{C}_p = \sum_i C_{pi} \rho_i V_i / \rho.$$

В уравнении теплового баланса (15) первое слагаемое в правой части — теплота реакции, второе — тепло захватываемой массы внешней среды, третье — сток тепла за счет излучения по закону Стефана–Больцмана,  $\sigma = 5.673 \cdot 10^{-11}$  кДж/К<sup>4</sup>·м<sup>2</sup>·с — константа излучения. Отметим, что нагрев внешней среды за счет лучистой энергии на тепловой баланс струи не влияет, поскольку для идеального газа произведение  $\rho_\infty T$  от температуры не зависит. Полученные уравнения дополняются условиями

$$\sum V_i = 1, \quad \sum \rho_i V_i = \rho. \quad (16)$$



Система уравнений (6), (14), (15) вместе с уравнением захвата (3) и равенствами (13), (16) при заданном значении параметра  $W_f$  эффективной реакции (вывод выражения для которого приведен ниже) образуют замкнутую систему дифференциальных уравнений относительно искомых  $u$ ,  $r$ ,  $\rho$ ,  $V_i$  и  $T$ . Результаты интегрирования уравнений (6), (14) с учетом подстановки скорости захвата  $v_c$  из уравнения (3) и начальных условий для искомых переменных представим в виде

$$\begin{aligned} u &= u_\infty + \frac{1 - u_\infty}{\varphi}, \quad r = \sqrt{\frac{\varphi}{\rho u}}, \\ \frac{\rho_{ok} V_{ok}}{\rho} &= n_{ok} \left[ \beta_\infty \left( 1 - \frac{1}{\varphi} \right) - \frac{W}{\varphi} \right], \\ \frac{\rho_f V_f}{\rho} &= \frac{1}{\varphi} [\rho_{f0}(1 - \varepsilon_0) - W], \\ \frac{\rho_{in} V_{in}}{\rho} &= (1 - n_{ok} \beta_\infty) \left( 1 - \frac{1}{\varphi} \right) + \frac{\rho_{in0} \varepsilon_0}{\varphi}, \\ \frac{\rho_{pi} V_{pi}}{\rho} &= \frac{n_{pi} W}{\varphi}, \end{aligned} \quad (17)$$

где введено обозначение  $\beta_\infty = (1 - \varepsilon_\infty) \rho_{ok\infty} / n_{ok} \rho_\infty$ , а через  $W$  обозначен расход реагента « $f$ » на длине струи  $x$ :

$$W = \int_0^x W_f r^2 dx.$$

Подставив  $V_i$  из (17) в первое из равенств (16), для  $\rho$  получим выражение

$$\begin{aligned} \rho &= \varphi \rho_{ok} \left[ (\varphi - 1) \frac{\rho_{ok\infty}}{\rho_\infty} + \rho_{ok0} + \right. \\ &\quad \left. + W(m_{p1} + m_{p2} - m_{ok} - 1) \frac{\mu_{ok}}{\mu_f} \right]^{-1}. \end{aligned}$$

Формулу для  $\bar{C}_p$  перепишем с учетом подстановки в нее  $\rho_i V_i / \rho$  из (17):

$$\begin{aligned} \bar{C}_p &= \frac{1}{\varphi} [C_{p0T} + C_{p\infty T}(\varphi - 1) + \\ &\quad + W(C_{p1} n_{p1} + C_{p2} n_{p2} - C_{pok} n_{pok} - C_{pf})], \end{aligned}$$

где  $C_{p0T}$  и  $C_{p\infty T}$  — теплоемкости струи во входном сечении и внешней среды, вычисленные при текущей температуре  $T$  струи. Для расчета двух оставшихся искомых,  $\varphi$  и  $T$ , имеем уравнения захвата (3) и теплового баланса (15).

## 5. ВЫВОД ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНЫХ СКОРОСТЕЙ РЕАКЦИЙ

### 5.1. Физические предпосылки механизма смешения реагентов

Процесс горения турбулентных струй происходит в режиме предварительно не смешанных реагентов (в режиме диффузионного горения). Реакции горения относятся к классу химических реакций, протекающих с большими скоростями молекулярных реакций, без потери общности для физики и химии процессов горения, рассматриваемых далее как предел бесконечно быстрых или мгновенных реакций. Для них лимитирующей стадией процесса является подвод реагентов к зоне реакции. Поэтому скорость смешения реагентов для подобных реакций будет определять величину эффективной скорости реакции. Существующие модели для расчета функции распределения вероятности (ФРВ) концентраций реагентов основаны на полуэмпирических методах описания процессов переноса и реакции в турбулентных потоках [1–11]. Основная трудность этих моделей — проблема расчета ФРВ для инертной примеси, не решаемая без произвольно задаваемых корреляций. В данной работе используется подход, разработанный в работе [31] для реактора идеального смешения и варианта мгновенной реакции, позволяющий исключить проблему ФРВ инертной примеси. Его идея состоит в том, что для мгновенных реакций реакционная зона вырождается в поверхность, и поэтому каждый акт столкновения реагирующих вихрей однозначно связывается с актом химической реакции, и, таким образом, отпадает необходимость учитывать движение и смешение инертной примеси.

Для турбулентных струй процесс смешения можно разбить на несколько последовательных этапов, различающихся характерными пространственными и временными масштабами взаимного сближения реагирующих молекул. На первом из них в результате отрывного обтекания внешним потоком возмущенной границы турбулентной струи происходит образование крупномасштабных вихрей, содержащих реагент из внешней среды, с последующим их захватом вовнутрь турбулентной области течения. Из-за малости поверхности контакта реагентов на этом этапе смешения эффектами реакции можно пренебречь. Под воздействием различного рода динамических процессов внутри струи происходит дробление захваченных крупных вихрей на вихри минимального масштаба длины, определяемого (вместе с

минимальным масштабом времени) соотношениями

$$\lambda_{min} = \left( \frac{\rho\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4}, \quad \tau_{min} = \left( \frac{\rho\nu}{\varepsilon} \right)^{1/2},$$

где  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $\varepsilon$  — скорость диссипации турбулентной энергии. Наконец, на завершающем этапе смешения до молекулярного уровня действует механизм молекулярной диффузии. Вихри минимального масштаба имеют максимальную поверхность контакта, для площади которой на единицу объема можно написать оценку

$$S \sim 1/\lambda_{min}. \quad (18)$$

Для таких вихрей процессы смешения и реакции протекают с наибольшей интенсивностью. Поэтому для несущественных для теории упрощений далее предполагается, что все вихри внутри струи дробятся до вихрей масштаба  $\lambda_{min}$ . Для предела бесконечно быстрой реакции реакционная зона вырождается в поверхность, разделяющую объем струи на две области, в каждой из которых может находиться только одно из реагирующих веществ. Далее эти области помечаются индексами содержащихся в них реагентов с дополнительным индексом « $r$ ». Удельные объемы  $V_{ri}$  областей связаны условием нормировки

$$V_{rf} + V_{rok} = 1. \quad (19)$$

Отметим, что если ранее введенная переменная  $V_i$  задает величину физического объема реагента « $i$ », то переменная  $V_{ri}$  есть часть объема струи, где может находиться этот реагент, и поэтому всегда  $V_{ri} \geq V_i$ . Соответственно, произведение  $\rho_i V_i$  — средняя по всему объему (в сечении  $x$ ) струи концентрация реагента  $i$ , а  $C_i = \rho_i V_i / V_{ri}$  — его концентрация в реакционном объеме  $V_{ri}$ .

Турбулентными пульсациями объемы реагентов разбиваются на фрагменты, распределенные по объему струи случайным образом. Поэтому величина  $V_{ri}$  имеет смысл вероятности того, что в данной точке пространства находится  $i$ -й реагент. Поскольку области состоят из независимых вихрей, величина  $V_{ri}$  есть также вероятность попасть на поверхность вихря с тем же  $i$ -м реагентом. Контакты вихря с вихрем происходят независимо от находящихся в них реагентов. Поэтому  $V_{rf}$  и  $V_{rok}$  есть вероятности независимых событий, и их произведение будет определять вероятность контакта областей « $f$ » и « $ok$ ». Отсюда с учетом оценки (18) для удельной площади контакта областей  $S_{12}$  можно написать выражение

$$S_{12} = \gamma_s V_{rf} V_{rok} / \lambda_{min},$$

где  $\gamma_s$  — некоторая константа.

### 5.2. Вывод выражений для эффективных скоростей $W_i$ масс реагентов

Используя концепцию независимых вихрей, нетрудно составить наглядную схему процесса реакции и получить количественную оценку для эффективной скорости реакции. Именно, случайные столкновения реагирующих вихрей можно представить как повторяющийся с частотой порядка  $1/\tau_{min}$  выход вихрей из глубины областей 1 и 2 к поверхности  $S_{12}$ , где они в течение времени контакта, также порядка  $\tau_{min}$ , обмениваются диффузионными потоками  $J_{Di}$  реагентов. Концентрации реагентов на поверхности реакции обращаются в нуль. Поэтому потоки  $J_{Di}$  задают массу реагентов, исчезающих в ходе реакции на единице площади контакта и должны удовлетворять стехиометрическому равенству

$$\frac{J_{Dok}}{\mu_{ok}} = \frac{m_{ok} J_{Df}}{\mu_f}. \quad (20)$$

Произведение удельной площади  $S_{12}$  контакта на усредненные по времени контакта  $\tau_{min}$  потоки  $J_{Di}$  дает величину эффективной скорости реакции (приведенной к безразмерному виду по группе параметров  $\rho_0 u_0 / r_0$ ) для  $i$ -го реагента в единице реакционного объема струи:

$$W_i = J_{Di} S_{12}.$$

Оценку величины  $J_{Di}$  получим из решения нестационарных уравнений диффузии с мгновенной реакцией [32]. Результаты решения с учетом усреднения по времени  $\tau_{min}$  контакта вихрей запишем в виде

$$\begin{aligned} J_{Di} &= v_r \chi_i C_i, \\ v_r &= \eta_r \sqrt{\frac{\sqrt{D_{ok} D_f}}{\tau_{min}}}, \\ \chi_i &= \frac{\exp(-\eta_i^2)}{\eta_i (1 \pm \operatorname{erf}(\eta_i))}, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $v_r$  — скорость движения фронта реакции в положительном направлении в сторону области « $f$ »,  $\eta_i = \kappa^{\pm 1} \eta_r$ ; знак « $+$ » берется при  $i = ok$ , знак « $-$ » — при  $i = f$ ,  $D_i$  — коэффициент молекулярной диффузии,  $\kappa = (D_f / D_{ok})^{1/4}$ . Переменная  $\eta_r$  при заданных значениях  $C_i$  определяется из равенства (20), которое после подстановки в него  $J_{Di}$  из соотношений (21) принимает вид

$$B \frac{\exp(-(\kappa \eta_r)^2)}{1 + \operatorname{erf}(\kappa \eta_r)} = \frac{\exp(-(\eta_r / \kappa)^2)}{1 - \operatorname{erf}(\eta_r / \kappa)},$$

где  $B = C_{ok}/n_{ok}\kappa^2 C_f$ . Результат подстановки оценок для  $S_{12}$  и  $J_{Di}$  в выражение для  $W_f$  запишем в виде

$$W_f = A\rho_f V_f V_{rok} \eta_r \chi_f,$$

где вновь введенный параметр  $A$ , определяемый соотношением

$$A = \gamma_s \left( \frac{D_{ok} D_f}{\nu^2} \right)^{1/4} \left( \frac{\varepsilon}{\rho} \right)^{1/2} \text{Re}^{1/2},$$

— интенсивность турбулентного смешения реагентов,  $\text{Re} = u_0 r_0 / \nu$  — число Рейнольдса,  $\gamma_s$  — константа.

### 5.3. Вывод выражений для эффективных скоростей изменения объемов $V_{ri}$ и замыкающего уравнения баланса реакционных объемов

Зная эффективные скорости реакции  $W_i$ , из уравнений материального баланса можем найти искомые концентрации  $C_i$ . Однако теория содержит еще две неизвестные — объемные доли реагентов  $V_{ri}$ , связанные условием (19). Чтобы число уравнений соответствовало числу неизвестных, необходимо еще одно уравнение. Физическая причина, позволяющая вывести недостающее уравнение, связана с тем свойством мгновенных реакций, что в общем случае произвольных значений параметра  $B$  фронт реакции движется с некоторой отличной от нуля скоростью  $v_r$ . Если, например,  $v_r > 0$ , то за малое время  $dt$  фронт реакции сместится в глубь области « $f$ » на расстояние  $v_r dt$ . Таким образом, к объему области « $ok$ » будет добавлен некоторый малый объем  $dV_{rok}$  и точно такой же вычтен из объема области « $f$ ». Полную скорость  $W_{Vi}$  изменения удельных объемов, как и при определении  $W_i$ , найдем, умножив  $S_{12}$  на  $v_r$  из соотношений (21):

$$W_{Vi} = \pm A V_{rf} V_{rok} \eta_r,$$

где знак верхний знак соответствует области « $ok$ », а нижний — области « $f$ ».

Напрямую написать уравнение баланса объемов, как это было сделано для потоков массы и импульса, не получится, поскольку изменение объемов сложным образом зависит также от температуры и других параметров реакции. Но можно, используя ранее введенное понятие турбулентной жидкости и полученное для нее уравнение баланса (3), написать аналогичные уравнения по каждой из реакционных зон, « $f$ » и « $ok$ ». Тогда произведение  $\rho W_{Vi}$  можно

описывать как источник (сток) массы турбулентной жидкости в  $i$ -й реакционной зоне. Из внешней среды, согласно уравнению захвата (3), поступает поток турбулентной жидкости, равный  $\rho_\infty v_c$ , который можно представить как сумму потоков окислителя,  $q_{ok} = (1 - \varepsilon_\infty)\rho_{ok\infty}$ , и инертной примеси,  $q_{in} = \varepsilon_\infty\rho_{in\infty}$ . Поток  $q_{ok}$  целиком попадает в реакционную область  $V_{rok}$ , а поток инертной примеси равномерно распределяется по объему струи, т. е. попадает в каждую из реакционных областей пропорционально ее удельному объему  $V_{ri}$ . Отсюда для обеих областей можно написать следующую пару взаимосвязанных уравнений баланса масс, в сумме дающих уравнение захвата (3):

$$\frac{d(\rho r^2 V_{rok})}{dx} = \rho r^2 W_V + 2v_c r [(1 - \varepsilon_\infty)\rho_{ok\infty} + \varepsilon_\infty\rho_{in\infty} V_{rok}],$$

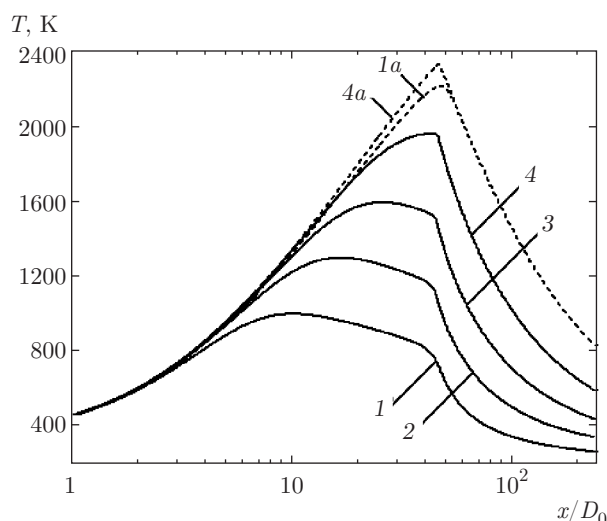
$$\frac{d(\rho r^2 V_{rf})}{dx} = -\rho r^2 W_V + 2v_c r \varepsilon_\infty \rho_{in\infty} V_{rf}.$$

В дальнейшем будем использовать только одно из этих уравнений, поскольку величины  $V_{ri}$  уже связаны нормировочным условием (19). С учетом уравнения захвата (3) первое из написанных уравнений после несложных преобразований представим в виде

$$u \frac{dV_{rok}}{dx} = W_V + 2(1 - \varepsilon_\infty) \frac{\rho_{ok\infty}(1 - V_{rok})v_c}{\rho}.$$

## 6. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ

Расчеты различных характеристик турбулентного горения с целью последующего сравнения с экспериментальными данными из работы [33] проведены на примере горения струи водорода в параллельном потоке внешней среды (воздуха), вытекающей из отверстия диаметром  $D_0 = 0.8$  см при  $T_0 = T_\infty = 298.1$  К. Задача содержит ряд независимых гидродинамических и физико-химических параметров, задающих условия движения и горения турбулентных струй ( $\text{Re}$ ,  $u_\infty$ ,  $\rho_\infty$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_\infty$ ) и одну произвольную константу ( $\gamma_s$ ), которая вошла в качестве множителя при числе Рейнольдса в параметре  $A$ . Поэтому ее неопределенность не должна отразиться на качественном исследовании зависимости искомых параметров горения от величины  $\text{Re}$ . Поскольку при горении выделяется большое количество тепла ( $\lambda_{H_2} = 1.424 \cdot 10^5$  кДж/кг,  $\rho_{H_2} = 8.17 \cdot 10^{-2}$  кг/м<sup>3</sup>), температура является одной из основных характеристик, в наглядной форме иллюстрирующей осо-



**Рис. 2.** Кривые средней температуры вдоль струи при  $u_\infty = 0$ ,  $\varepsilon_0 = 0$  и числах Рейнольдса  $Re = 10^3$  (1),  $5 \cdot 10^3$  (2),  $2 \cdot 10^4$  (3),  $10^5$  (4), штриховые кривые 1а и 4а — расчет для чисел Рейнольдса соответственно  $Re = 10^3$  и  $Re = 10^5$  без учета эффектов теплового излучения

бенности процесса горения в зависимости от многообразия исходных условий задачи.

На рис. 2 для варианта движения с  $u_\infty = 0$  при начальном содержании инертной примеси в струе  $\varepsilon_0 = 0$  и некотором наборе чисел Рейнольдса из интервала  $10^3 \leq Re \leq 10^5$  приведены кривые зависимости средней температуры струи от продольной координаты  $x$ . Кривые 1–4 рассчитаны с учетом теплового излучения. Отметим, что излом на нисходящей ветви кривых соответствует моменту полного выгорания горючего струи. Объяснение фиктивной зависимости от числа Рейнольдса состоит в том, что с ростом числа Рейнольдса (точнее, с ростом начальной скорости  $u_0$  струи) относительные потери на излучение (они зависят только от температуры поверхности струи) по сравнению с тепловыделением от реакции горения уменьшаются и, соответственно, возрастает средняя температура, которая достигает максимума при  $u_\infty \rightarrow \infty$ . В варианте без учета эффектов теплового излучения все кривые из указанного интервала чисел Рейнольдса практически сливаются в одну: на рисунке штрихами показаны кривые для чисел Рейнольдса  $Re = 10^3$  и  $Re = 10^5$ .

Данный эффект объясняется весьма слабой зависимостью от числа Рейнольдса эффективных скоростей реакции  $W_f$  и  $W_V$ , зависимости которых от  $x$  при тех же условиях горения и числах Рейнольдса приведены на рис. 3. Кривые 1–4 на рис. 3а практи-

чески полностью совпадают с максимальной скоростью горения (кривая 5), лимитируемой скоростью захвата окислителя из внешней среды (5), величина которой (в единице объема струи) задается соотношением

$$W_{ok} \equiv \frac{q_{ok}}{r^2} = (1 - \varepsilon_\infty) \rho_{ok\infty} \frac{2v_c r}{r^2}.$$

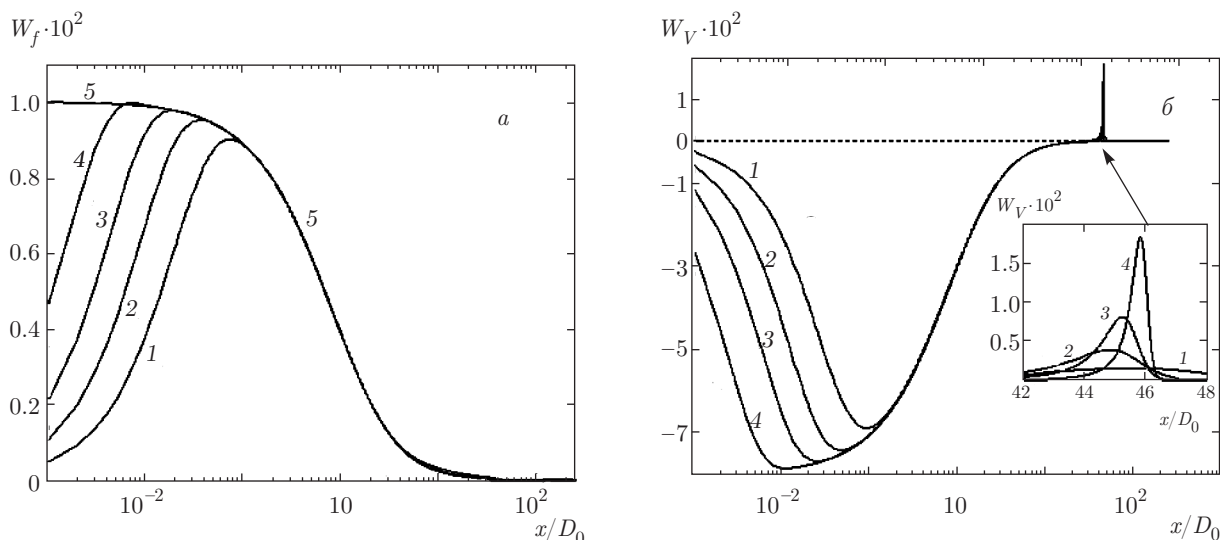
Исключение — две особые точки: первая в начале горения,  $x = 0$ , и вторая в точке полного выгорания горючего (рис. 3б). В окрестности этих точек зависимость кривых  $W_f(x)$  и  $W_V(x)$  от числа Рейнольдса весьма существенна. Истинно сложный характер взаимодействия различных физических механизмов, обусловивших независимость величин  $W_f$  и  $W_V$  от числа Рейнольдса почти на всем протяжении струи подчеркивает тот факт, что формулы, по которым они рассчитывались, зависят как от числа Рейнольдса, так и от других искомым параметров, в частности от  $V_{ok}$  и  $V_{rok}$ , графики которых при тех же условиях горения представлены на рис. 4. И только в окрестности указанных особых точек зависимость переменных  $W_f$  и  $W_V$  от числа Рейнольдса проявилась в явном виде. Отметим, что на лимитирующую роль скорости смешения реагентов при оценке эффективной скорости горения указано в обзоре экспериментальных исследований процессов турбулентного горения [29].

Среди внешних условий горения струи в опытах часто варьируются такие параметры, как объемное содержание  $\varepsilon_0$  инертной примеси в струе [17, 33]. На рис. 5 приведены кривые температуры и теплоемкости струи при  $Re = 2 \cdot 10^4$ ,  $u_\infty = 0$  и некотором наборе значений параметра  $\varepsilon_0$ . Особенность полученных кривых состоит в том, что максимум температуры горения струи, существенно разбавленной инертной примесью азота (кривая 3), оказался на 200 К выше, чем для струи чистого водорода. Объяснение данному эффекту дают кривые теплоемкости (рис. 5б), из которых видно, что величина  $C_p$  резко убывает с ростом содержания инертной примеси в струе горючего газа.

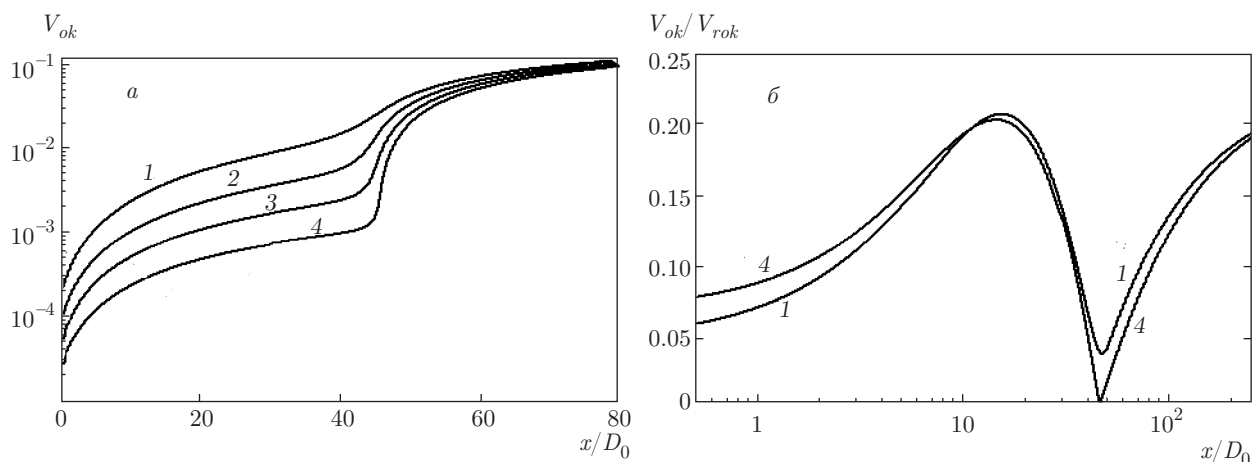
В работе [33] измерялась длина  $L$  факела горения струй различных горючих газов, определяемая как расстояние вдоль оси  $x$ , на котором температура струи падает до  $T_L \approx 800$  К. Экспериментальные данные этой и других упомянутых в ней работ для области турбулентных чисел Рейнольдса аппроксимировались зависимостью

$$L/D_0 = c_1 Re^{0.2} \sqrt{D_*/D_0} (1 - \varepsilon_0)^{c_2}, \quad (22)$$

где для водорода  $c_1 = 2.64$ ,  $c_2 = 0.8$ , а  $D_* = 0.3$  см — условный диаметр. Полученное возрастание  $L$  с рос-



**Рис. 3.** Эффективная скорость  $W_f$  горения водорода (а) и эффективная скорость  $W_v$  (б) изменения доли реакционного объема  $V_{rok}$  кислорода как функции продольной координаты  $x$  (кривые 1–4). Параметры горения и обозначения кривых такие же, как на рис. 2; кривая 5 — предельная величина скорости горения, лимитируемая скоростью захвата окислителя из внешней среды. На вставке — зависимость  $W_v(x)$  в окрестности координаты полного выгорания водорода



**Рис. 4.** Кривые физической объемной доли  $V_{ok}$  окислителя (а) и ее отношения к объемной реакционной доле  $V_{rok}$ , т. е. к той части объема, где могут находиться его молекулы (б), вдоль струи при тех же условиях горения и движения, что и на рис. 2 и 3

том числа Рейнольдса, как отмечалось ранее, с точки зрения результатов предлагаемой теории объясняется относительным уменьшением вклада излучения в тепловой баланс струи. На рис. 6 представлены результаты теоретических расчетов длины  $L$  факела горения струи чистого водорода в неподвижной внешней среде окислителя — воздуха (т. е. для случая с  $\epsilon_0 = 0$  и  $u_\infty = 0$ ) по уравнениям модифицированной теории захвата внешней среды, учитывающей разность плотностей струи горючего газа и

окислителя внешней среды, в двух вариантах — с учетом (кривая 2) и без учета (кривая 3) теплового излучения. Для сравнения представлен результат расчета по упрощенной модели захвата внешней среды (уравнение (4), кривая 4) и по эмпирической зависимости (22), кривая 1. Как видно из приведенных кривых, учет эффектов излучения по закону излучения черного тела дает несколько заниженные значения длины факела горения по сравнению с экспериментальными данными, а без учета — завышен-

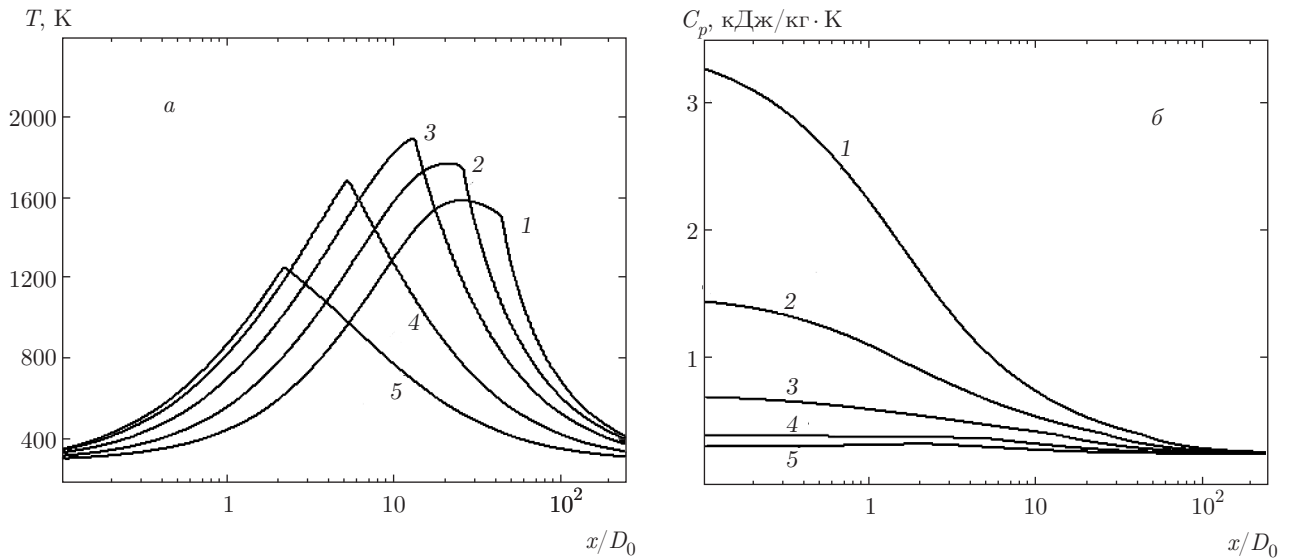


Рис. 5. Кривые температуры (а) и теплоемкости (б) струи при  $Re = 2 \cdot 10^4$ ,  $u_\infty = 0$  и ряде значений объемной доли примеси инертного газа (азота) в выходном сечении струи: кривая 1 —  $\varepsilon_0 = 0$ ; 2 — 0.1; 3 — 0.3; 4 — 0.6; 5 — 0.8

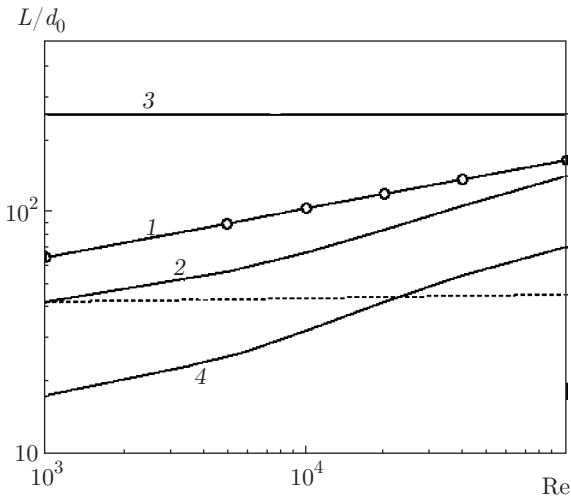


Рис. 6. Безразмерная длина факела горения струи водорода  $L/d_0$  для варианта горения с  $\varepsilon_0 = 0$  и  $u_\infty = 0$  как функция числа Рейнольдса струи в ее выходном сечении  $x = 0$ : кривая 1 — эксперимент (выражение (22)); 2 — расчет на основе уравнений предлагаемой теории; 3 — расчет без учета эффектов излучения; 4 — расчет по упрощенной модели захвата внешней среды без учета разности плотностей горючего и окислителя (уравнение (4)); штрихи — длина струи полного выгорания горючего

ные. Значительное сокращение длины факела горения (кривая 4), рассчитанной на основе упрощенной модели захвата (4), обусловлено чрезмерным охлаждением струи за счет отмеченной ранее завышенной оценки скорости захвата внешней среды.

Длина факела горения при полном выгорании горючего (штриховая линия) практически не зависит от числа Рейнольдса и, следовательно, от истинного значения константы в выражениях для величины эффективной скорости горения, значение которой в расчетах было принято равным единице.

### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически решается задача движения и высокотемпературного горения турбулентной струи горючего газа в окружающей среде окислителя-воздуха. В отличие от ранее разрабатывавшихся полуэмпирических моделей учтена главная особенность движения турбулентной струи — наличие четкой границы раздела между струей и внешней ламинарной средой. Предложен альтернативный существующим представлениям механизм завихрения внешней среды на границах турбулентных струй. В его основе лежит идея образования турбулентных вихрей на границах струи как единственно возможного механизма динамического взаимодействия ламинарного течения внешней среды с турбулентным течением самой струи.

Приведен вывод обобщенного уравнения захвата внешней среды (баланса турбулентной жидкости) с учетом эффектов различия плотностей струи и внешнего течения. Учтены два важных фактора горения — зависимость теплоемкости струи от температуры и состава и тепловое излучение в рамках закона Стефана–Больцмана. Фактор границы

как источника турбулентности дал основание описывать искомые параметры струи (скорость, концентрацию, температуру) в упрощенной форме однородных распределений по сечению струи, а поверхность струи рассматривать как излучающую поверхность при заданной температуре струи.

Исходя из представлений о структуре турбулентности как совокупности независимых турбулентных частиц — вихрей — получено выражение для эффективной скорости горения  $u_r$  в турбулентной среде. Введено понятие реакционных объемов реагентов, играющих роль своеобразных реагентов. Для них, как и для реагирующих веществ, получено выражение для эффективной скорости реакции, и на этой основе дан вывод уравнения баланса реакционных объемов, замкнувшего систему уравнений, описывающих процесс горения в условиях турбулентного смещения реагентов.

Поскольку в теории отсутствуют подгоночные константы и эмпирические корреляции, все расчетные зависимости должны выражать суть объективных закономерностей горения турбулентных струй и поэтому могут представлять интерес для возможной экспериментальной проверки. В частности, получено качественное соответствие результатов расчетов длины факела горения опытным данным. Дано объяснение тому факту, что наблюдаемый эффект возрастания длины факела горения с ростом числа Рейнольдса связан с относительным уменьшением потерь на излучение в тепловом балансе струи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Р. И. Кузнецов, С. А. Сабельников, *Турбулентность и горение*, Наука, Москва (1983).
2. *Методы расчета турбулентных течений*, под ред. В. Колльман, Мир, Москва (1984).
3. R. W. Bilger, in *Turbulent Reacting Flows*, ed. by P. A. Libby and F. A. Williams, Acad. Press, New York (1994).
4. *Turbulent Reacting Flows*, ed. by P. A. Libby and F. A. Williams, Acad. Press, New York (1994).
5. S. B. Pope, in *Advances in Turbulence X*, ed. by H. I. Andersson and P. A. Krogstad (2004), p. 529.
6. R. W. Bilger, S. B. Pope, K. N. C. Bray, and J. F. Driscoll, in *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 30 (2005), p. 21.
7. Ю. Варнатц, У. Маас, Р. Диббл, *Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты*, Физматлит, Москва (2006).
8. S. P. Burke and T. E. W. Schumann, *Ind. Eng. Chem.* **20**, 998 (1928).
9. W. R. Hawthorne and D. S. Weddell, in *Third Symposium on Combustion and Flame and Explosion Phenomena* (1948), p. 266.
10. H. L. Toor, *Amer. Inst. Chem. Eng. J.* **8**, 70 (1962).
11. В. А. Фрост, *Физико-химическая кинетика в газовой динамике* **15**(1), 1 (2014).
12. Г. Н. Абрамович, *Теория турбулентных струй*, Наука, Москва (1984).
13. Л. А. Вулис, Л. П. Ярин, *Аэродинамика факела*, Энергия, Ленинград (1978).
14. Д. Б. Сполдинг, *Горение и массообмен*, Машиностроение, Москва (1985).
15. S. Corrsin and A. L. Kistler, *NACA Report № 1244* (1955).
16. G. Brown and A. Roshko, *J. Fluid Mech.* **64**, 775 (1974).
17. P. E. Dimotakis and G. L. Brown, *J. Fluid Mech.* **78**, 535 (1976).
18. J. Westerweel, C. Fukushima, J. M. Pedersen, and J. C. R. Hunt, *J. Fluid Mech.* **631**, 199 (2009).
19. D. Mistry, J. Philip, J. R. Dawson, and I. Marusic, *J. Fluid Mech.* **802**, 690 (2016).
20. B. R. Morton, G. I. Taylor, and J. S. Turner, *Proc. Roy. Soc. London A* **234**, 1 (1956).
21. W. C. Reynolds, *J. Fluid Mech.* **54**, 481 (1972).
22. J. S. Turner, *J. Fluid Mech.* **173**, 431 (1986).
23. E. Kaminski, S. Tait, and G. Carazzo, *J. Fluid Mech.* **526**, 361 (2005).

24. J. Craske and M. van Reeuwijk, *J. Fluid Mech.* **763**, 500 (2015).
25. J. Craske and M. van Reeuwijk, *J. Fluid Mech.* **782**, 333 (2015).
26. А. А. Таунсенд, *Структура турбулентного течения с поперечным сдвигом*, Изд-во иностр. лит., Москва (1959).
27. Е. С. Щитенков, *Физика горения газов*, Наука, Москва (1965).
28. В. Е. Крайко, В. Е. Макаров, *Изв. АН СССР, сер. МЖГ*, вып. 1, 146 (1997).
29. А. Г. Прудников, *ФГВ* **46**(6), 12 (2010).
30. *Термодинамические свойства индивидуальных веществ*, т. I, II, под ред. В. П. Глушко, Изд-во АН СССР (1978–1982).
31. В. П. Воротилин, Ю. Г. Яновский, *ЖЭТФ* **148**, 166 (2015).
32. P. V. Danckwerts, *Gas-Liquid Reactions*, Mc Grew Hill, New York (1969).
33. Ю. В. Полежаев, Б. А. Воробьев, Г. К. Коровин, *Инженерно-физ. ж.* **83**, 298 (2010).