

# ПОЛЯРОННАЯ МОДЕЛЬ ПСЕВДОЩЕЛЕВОГО СОСТОЯНИЯ В КВАЗИОДНОМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Ю. С. Орлов <sup>a,b\*</sup>, В. А. Дудников <sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук  
660036, Красноярск, Россия*

<sup>b</sup> *Сибирский федеральный университет  
660041, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 8 мая 2017 г.

Дается краткий обзор основных представлений и проблем физики квазиодномерных соединений. Главной проблемой остается последовательное теоретическое описание природы так называемого псевдощелевого состояния. В рамках кластерной теории возмущений рассматривается упрощенная модель псевдощелевого состояния, основанная на картине формирования поляронов малого радиуса.

DOI: 10.7868/S0044451017110104

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Эффектом первого порядка теории возмущений по электрон-фононному взаимодействию (ЭФВ) является рассеяние свободных электронов и дырок на оптических и акустических фононах. В то же время существует эффект второго порядка, связанный с тем, что в ряде случаев фононы могут менять энергетический спектр свободных носителей заряда. Это явление получило название поляронный эффект, а носитель заряда, взаимодействующий с фононами, — полярон. Теория поляронов — это обширная область физики твердого тела. Сейчас в ней наблюдается новый всплеск активности. Прежде всего, это связано с исследованиями высокотемпературных сверхпроводников, различных мультиферроиков, манганитов с колоссальным магнитосопротивлением и квазиодномерных (q1D) систем. Кроме того, появившаяся недавно возможность моделирования и симулирования многих поляронных эффектов в системах ультрахолодных атомов в оптических 1D- и 2D-решетках сильно привлекает внимание исследователей, поскольку позволяет контролируемым образом менять интересующие параметры физической системы [1–3]. Для этого оптическую решетку с носителями (бозе- или ферми-атомами) погружают в конденсат Бозе–Эйнштейна, в резуль-

тате взаимодействия с которым формируется поляронное состояние в виде носителя, одетого в когерентное облако фононов — возбуждений Боголюбова [4, 5]. В настоящей работе мы будем касаться только q1D-систем. Ниже приведены основные сведения и последние результаты исследований электронной структуры q1D-систем, а также обозначены основные проблемные вопросы, требующие своего решения.

Теоретические исследования электронных 1D-систем, начатые задолго до того, как кристаллы q1D-типа были получены экспериментально, показали, что свойства электронных 1D-систем существенно отличаются от свойств кристаллов с 2D- или 3D-движением электронов. Следующие три утверждения характеризуют в достаточной степени всю специфику 1D-систем [6].

а) Металлическая 1D-система без учета кулоновского взаимодействия электронов неустойчива по отношению к периодическому потенциалу с волновым вектором  $2k_F$ . Такая неустойчивость приводит к образованию самосогласованного периодического изменения электронной плотности и величины смещения атомов решетки и открытию щели в энергетическом спектре на уровне Ферми. Другими словами, при понижении температуры в 1D-металле должны появиться искажения решетки с волновым числом, равным удвоенному фермиевскому импульсу, а основным состоянием 1D-цепочки атомов при нулевой температуре является диэлектрическое [7]. Такое самосогласованное изменение электронной

\* E-mail: jso.krasn@mail.ru

плотности и положения атомов решетки называется волной зарядовой плотности (ВЗП).

б) В 1D-системе электронов с наполовину заполненной зоной одноэлектронные возбуждения отделены от основного состояния щелью при сколь угодно слабом отталкивании электронов [8]. Это утверждение доказано для случая, когда взаимодействие электронов описывается в рамках гамильтониана Хаббарда. Однако нет оснований считать это утверждение несправедливым для реального кулоновского взаимодействия электронов. Таким образом, и кулоновское взаимодействие электронов приводит к диэлектрическому (моттовскому) переходу при понижении температуры.

в) Одноэлектронные состояния в 1D-системе локализованы при сколь угодно слабом хаотическом потенциале, поэтому при низких температурах проводимость 1D-системы электронов в решетке с дефектами не может быть металлической [9]. В ставшей классической работе Березинского [10] впервые дано последовательное решение задачи о локализации электронных состояний в одномерной системе со сколь угодно слабым беспорядком.

Все эти утверждения показывают, что, по крайней мере, по трем причинам 1D-система электронов может быть неметаллической при низких температурах.

Несмотря на то что q1D-проводники с ВЗП до сих пор не нашли практического применения, многообразие и уникальность их свойств продолжают привлекать исследователей из разных стран [11, 12].

В последние годы большой интерес вызывает исследование псевдощели в спектре элементарных возбуждений различных q1D-систем. Соответствующие аномалии наблюдаются в целом ряде экспериментов, таких как измерения оптической проводимости, неупругое рассеяние нейтронов, фотоэмиссия с угловым разрешением (ARPES) [13].

Характерными особенностями спектров интенсивности ARPES-сигнала для q1D-соединений с ВЗП являются смещение максимума интенсивности спектра вглубь от уровня Ферми и его уширение с более сильным размытием по энергиям, чем для обычных квазичастиц в трехмерных металлах на уровне Ферми, для которых максимум описывается лоренцианом. Из неорганических материалов ARPES применялся к голубой бронзе  $K_{0.3}MoO_3$  [14]. Также из близких неорганических соединений недавно исследовался  $(TaSe_4)_2I$  [15].

По теории среднего поля плотность состояний для одночастичных возбуждений в рамках модели Фрёлеха описывается обратной корневой зависимос-

тью  $dN/dE = D(E) \sim 1/\sqrt{E-2\Delta}$ , но в спектрах реальных q1D-соединений с волнами плотности обратная корневая зависимость практически никогда не наблюдается [16]. Экспериментальные спектры плотности состояний практически всегда размыты вблизи энергий  $E = 2\Delta$  на величину много больше  $k_B T$  [17, 18]. Одной из причин служат сильные флуктуации параметра порядка и ЭФВ, приводящие к взаимодействию свободных носителей с этими флуктуациями и образованию автолокализованных состояний. Флуктуации, согласно современным представлениям, также приводят к отличию температуры пайерлсовского перехода от величины, предсказываемой теорией среднего поля.

Параметр порядка, описывающий модуляцию ВЗП, выглядит как

$$\Delta = g(2k_F) \langle b_{2k_F} + b_{-2k_F}^+ \rangle e^{i2k_F x} = |\Delta| e^{i2k_F x},$$

где скобки  $\langle \dots \rangle$  обозначают термодинамическое усреднение. В электронном спектре открывается щель  $2\Delta$  на уровне Ферми и дисперсия одночастичного возбуждения становится равной

$$E(k) = \text{sgn} \varepsilon(k) \left[ \varepsilon^2(k) + |\Delta|^2 \right]^{1/2}.$$

При этом предсказываемое соотношение между величиной пайерлсовской щели и критической температурой, как и для сверхпроводимости,

$$2\Delta/k_B T_C = 3.52.$$

Однако согласно многочисленным экспериментальным данным [16, 19, 20], в неорганических q1D-проводниках в зависимости от соединения  $2\Delta/k_B T_C = 8-14$ , в связи с чем различают температуру перехода по теории среднего поля  $T_{MF}$  и экспериментально определяемую  $T_P$ . Согласно современным представлениям,  $T_P$  соответствует температуре трехмерного упорядочения  $T_{3D}$ , при которой взаимодействие между флуктуациями параметра порядка ВЗП на соседних одномерных цепочках (т. е. в направлении, перпендикулярном к направлению максимальной проводимости) приводит к возникновению корреляции параметра порядка по всем трем направлениям и образованию трехмерной ВЗП. Теоретическим обоснованием является работа [21], в которой Ли, Райс и Андерсон показали, что, строго говоря, дальний порядок в системе отсутствует при любой конечной температуре, так как корреляционная функция убывает в зависимости от расстояния экспоненциально:

$$\langle \Delta(x) \Delta(0) \rangle \propto \exp(-x/\xi(T)).$$

Но ниже  $T_{3D} \sim T_{MF}/4$  экспоненциально расходится длина корреляции  $\xi(T)$ , поэтому можно считать, что в области температур ниже  $T_{MF}/4$  в системе появляется пайерлсовская сверхрешетка. При этом сильные флуктуации параметра порядка  $\Delta$  существуют и выше  $T_{3D}$  и скоррелированы вплоть до  $T^* > T_{3D}$ , а при  $T > T^*$  длина корреляции  $\xi_{\perp}$  становится меньше расстояния между цепочками. Результаты расчетов показывают, что в системе есть не щель, а провал в плотности состояний. Лишь при температурах  $T < T_{MF}/4$  плотность состояний приближается к той, которая получается в приближении молекулярного поля. Понижение температуры перехода, полученное в работе [21], — результат компромисса между двумя противоположными тенденциями: с одной стороны, состояние с ВЗП является низшим по энергии при  $T < T_{MF}$ , с другой стороны, в строго одномерной системе при конечной температуре дальний порядок невозможен.

Прямыми экспериментальными проявлениями флуктуаций в q1D-проводниках являются размытие рентгеновских рефлексов, соответствующих сверхструктуре, и наблюдение псевдощели в оптических спектрах при температурах  $T > T_{3D}$  [16, 20], а также флуктуации амплитудной моды возбуждения ВЗП, напрямую наблюдаемые в экспериментах по фемтосекундной спектроскопии [22].

Существует довольно много теоретических работ, в которых предпринимаются попытки дать объяснение наблюдающимся аномалиям. Можно выделить два основных направления этих исследований. Одно из них основано на картине формирования поляронов, в которой смещение и размытие максимума плотности состояний объясняются в рамках поляронной теории, т. е. квазичастицами признаются подвижные поляроны с малой длиной когерентности. Взаимодействие с фононами приводит к увеличению эффективной массы носителя и появлению гармоник вблизи квазичастичного пика при  $E_F$ , вместо характерного лоренциана, а также к размытию и смещению квазичастичного пика на  $\langle n_{ph} \rangle \hbar\omega$ , где  $\langle n_{ph} \rangle$  — среднее число фононов, взаимодействующих с электроном, а  $\hbar\omega$  — характерная энергия фонона. Однако последние исследования для  $K_{0.3}MoO_3$  [23], где квазичастичный пик был получен при  $T = 80$  К с разрешением порядка 1 мэВ и у него была обнаружена тонкая структура, показали, что эти особенности, а также малая длина когерентности квазичастиц, извлекаемая из дисперсии по  $k$ , несколько лучше описываются теоретической, так называемой лестничной моделью, в которой существенны электрон-электронные взаимодей-

ствия и в рамках которой за пик ответственны связанные состояния, объясняемые наличием спиновых и холонных возбуждений. Особенности, присущие этим возбуждениям, в спектрах ARPES размываются из-за гауссовых флуктуаций и флуктуаций волнового вектора ВЗП на поверхности кристалла. В то же время в  $(TaSe_4)_2I$  остаются существенными ЭФВ и ВЗП-щель, по всей видимости, открывающаяся на фоне поляронной щели, существующей при температурах выше  $T_P$  [24].

Другое направление предполагает, что явления псевдощели обусловлены, главным образом, флуктуациями ближнего порядка типа ВЗП. Довольно давно Садовским была предложена точно решаемая модель образования псевдощели в одномерной системе за счет развитых флуктуаций ближнего порядка типа волны зарядовой или спиновой плотности [25–27]. Эта модель является прямым развитием работы Ли, Райса и Андерсона [21] и в последнее время вызывает известный интерес в связи с попытками объяснения псевдощелевого состояния ВТСП-купратов [28–30]. В частности, в работах [28–30] было проведено весьма существенное обобщение данной модели на случай двумерной системы электронов, находящихся в случайном поле развитых спиновых флуктуаций (антиферромагнитного ближнего порядка).

Как правило, в q1D-системах влияние на пайерлсовскую щель термодинамических флуктуаций параметра порядка рассматривают, следуя Бразовскому [31, 32], аналогично влиянию статического беспорядка — путем введения случайного потенциала с распределением типа гауссового белого шума. Бразовский первым получил размытие оптических спектров, связанные солитонные состояния и некоторые другие особенности.

## 2. МЕТОД p-GTB

В случаях слабой и сильной электрон-фононной связи применима, соответственно, теория возмущений по ЭФВ и перескоку электронов. В первом случае формируется полярон большого радиуса и наиболее аккуратным является подход, использующий самосогласованное борновское приближение для расчета собственно энергетической части функции Грина электрона. Во втором случае используется теория поляронов сильной связи или теория поляронов малого радиуса и каноническое преобразование Ланга–Фирсова [33]. Эти методы хорошо изучены и являются контролируруемыми приближе-

ниями. В случае промежуточного ЭФВ аналитические расчеты, основанные на теории возмущений, становятся невозможны. Поэтому в последнее время все больший интерес представляют непertурбативные методы расчета, такие как диаграммный метод Монте-Карло [34–36], метод точной диагонализации малых кластеров [37], вариационные методы [38], метод ренормгруппы матрицы плотности [39].

В настоящей работе мы не планируем использовать теорию возмущений по ЭФВ, а в рамках метода GTB [40] (Generalized Tight Binding approach) рассмотрим случай сильного и слабого ЭФВ. Преимущество используемого нами метода заключается в том, что он позволяет рассматривать в рамках одного подхода случай как слабого ЭФВ, так и сильного и промежуточного. Кроме того, предлагаемый метод позволяет рассчитывать электронную структуру при различной температуре. Изначально обобщенный метод сильной связи (GTB) и его первопринципная версия LDA+GTB были предложены для описания электронной структуры купратов — высокотемпературных сверхпроводников, различных мотт-хаббардовских систем — и, по сути, этот метод является реализацией кластерной теории возмущений на языке  $X$ -операторов Хаббарда. Результаты расчетов GTB-методом количественно зависят от используемого набора микроскопических параметров, таких как, например, интегралы перескока  $t$ . Используя волновые функции LDA для расчета функций Ванье с помощью проекционной техники [41], можно рассчитать параметры соответствующей модели, основываясь на реальной кристаллической структуре исследуемых систем и связывая тем самым модельный подход с характерными особенностями реальных химических соединений. В работе [42] была предложена поляронная версия GTB метода (p-GTB) для расчета электронной структуры сильно коррелированных систем с сильным ЭФВ. В этом подходе можно выделить три основных этапа.

1) Разбиение бесконечной решетки кристалла на совокупность элементарных ячеек (кластеров), в нашем случае одномерной цепочки это будут кластеры с двумя атомами. Точная диагонализация внутриячеечного гамильтониана с учетом ЭФВ и нахождение энергии  $E_p$  и многочастичных волновых функций  $|p\rangle$  локальных поляронов.

2) Построение поляронных  $X$ -операторов Хаббарда  $X_f^{pq} = |p\rangle\langle q|$  на базисе локальных многоэлектронных и многофононных собственных состояний из разд. 1. Индексы « $p$ » и « $q$ » содержат набор квантовых чисел, характеризующих состояние

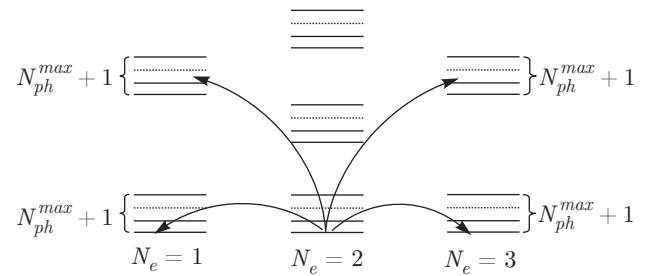


Рис. 1. Схематическая картина многоэлектронных вибронных уровней энергии собственных состояний кластера с числом электронов  $N_e = 1, 2, 3$  и фермиевские возбуждения между ними, показанные стрелками

системы. Вычисление матричных элементов операторов рождения и уничтожения электронов и фононов в этом базисе позволит записать одноэлектронные и фононные операторы на одном узле в виде линейной комбинации операторов Хаббарда, квази-фермиевских для электронов и квазибозевских для фононов.

3) В общем случае многозонная модель с электрон-электронным взаимодействием и ЭФВ записывается в виде обобщенной модели Хаббарда в представлении  $X$ -операторов с набором локальных поляронных состояний и межъячеечным перескоком и взаимодействием между ними. Представление  $X$ -операторов позволяет учесть сильные корреляции и ЭФВ в нулевом приближении теории. Зонная структура квазичастичных возбуждений формируется вследствие межъячеечных перескоков, при этом зона проводимости (валентная зона) обуславливается дисперсией фермиевских возбуждений между многочастичными состояниями с числом электронов  $N_e$  и  $N_e + 1$  ( $N_e - 1$ ), рис. 1.

Важным новым аспектом развиваемой теории является зависимость законов дисперсии квазичастиц от чисел заполнения локальных состояний. В нашем случае температура будет менять числа заполнения разных многоэлектронных термов и числа заполнения многофононных уровней, что может привести к сильной зависимости законов дисперсии поляронов от температуры.

### 3. МИНИМАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

При пайерлсовском переходе из-за ЭФВ перестраивается не только электронная, но и фононная система (коновская аномалия), поэтому для последовательного рассмотрения пайерлсовского перехода необходимо ввести гамильтониан, описывающий электроны, фононы и их взаимодействие.

В модели сильной связи можно считать, что при смещении ионов из положения равновесия меняются только резонансные интегралы  $t$  (интегралы перескока). Тогда гамильтониан электронов с учетом движения ионов имеет вид

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2M} + \frac{1}{4} M \omega_0^2 \sum_i (u_{i+1} - u_i)^2 - t \sum_{i,\sigma} \left( a_{i+1,\sigma}^\dagger a_{i,\sigma} + a_{i,\sigma}^\dagger a_{i+1,\sigma} \right) + t' \sum_{i,\sigma} (u_{i+1} - u_i) \left( a_{i+1,\sigma}^\dagger a_{i,\sigma} + a_{i,\sigma}^\dagger a_{i+1,\sigma} \right), \quad (1)$$

где  $p_i$  и  $u_i$  — операторы импульса и смещения атома на узле  $i$ ,  $t'$  — производная от резонансного интеграла по межатомному расстоянию и  $M$  — масса ионов. Далее обычно переходят к фоновому представлению и получают гамильтониан Фрёлыха, однако нам удобнее работать в представлении «голых» эйнштейновских фононов. Введем операторы рождения и уничтожения кванта возбуждения  $i$ -го осциллятора, т. е.  $b_i^\dagger$  и  $b_i$ :

$$u_i = \sqrt{\frac{1}{2M\omega_0}} (b_i + b_i^\dagger), \quad p_i = \frac{1}{i} \sqrt{\frac{M\omega_0}{2}} (b_i - b_i^\dagger).$$

В результате получим

$$H = \omega_0 \sum_i \left( b_i^\dagger b_i + \frac{1}{2} \right) - \frac{\omega_0}{4} \sum_i (b_i + b_i^\dagger) \times (b_{i+1} + b_{i+1}^\dagger) - t \sum_{\langle ij \rangle, \sigma} a_{i,\sigma}^\dagger a_{j,\sigma} + \sum_{i, \langle jk \rangle, \sigma} \left( \lambda_{0jk}^i b_i^\dagger + \lambda_{0kj}^* b_i \right) a_{j,\sigma}^\dagger a_{k,\sigma}, \quad (2)$$

где  $\lambda_0$  — параметр ЭФВ. В дальнейшем мы будем использовать, как это принято, безразмерный параметр ЭФВ  $\lambda = \lambda_0^2 / z t \omega_0$ , где  $z$  — число б.с. и различать два случая слабого ( $\lambda = 0.02$ ) и сильного ( $\lambda = 0.4$ ) ЭФВ.

Разобьем одномерную цепочку на совокупность элементарных ячеек (кластеров) с двумя соседними атомами в ячейке. Тогда выражение (2) примет вид

$$H = H_C + H_{CC}, \quad (3)$$

где  $H_C$  и  $H_{CC}$  — соответственно внутриячеечная и межъячеечная части гамильтониана (2):

$$H_C = H_C^e + H_C^{ph} + H_C^{e-ph} + H_C^{ph-ph}, \quad (4)$$

$$H_{CC} = H_{CC}^e + H_{CC}^{e-ph} + H_{CC}^{ph-ph}. \quad (5)$$

Здесь

$$H_C^{ph} = \omega_0 \sum_f \sum_{l=1}^2 \left( b_{f,l}^\dagger b_{f,l} + \frac{1}{2} \right)$$

— энергия локальных колебаний в кластере;

$$H_C^e = -t \sum_{f,\sigma} \sum_{l \neq l'} a_{f,l,\sigma}^\dagger a_{f,l',\sigma}$$

содержит перескок электронов внутри ячейки;

$$H_C^{e-ph} = \lambda \sum_f \sum_{l \neq l'} \left[ (b_{f,l}^\dagger + b_{f,l}) + (b_{f,l'}^\dagger + b_{f,l'}) \right] \times a_{f,l,\sigma}^\dagger a_{f,l',\sigma}$$

и

$$H_C^{ph-ph} = -\frac{\omega_0}{4} \sum_f \sum_{l \neq l'} b_{f,l}^\dagger b_{f,l'} - \frac{\omega_0}{4} \sum_f (b_{f,1} b_{f,2} + b_{f,1}^\dagger b_{f,2}^\dagger)$$

— внутриячеечные части соответственно электрон-фононного и фонон-фононного взаимодействий;

$$H_{CC}^e = \sum_{\langle fg \rangle, \sigma} \sum_{l \neq l'} t_{fg}^{ll'} a_{f,l,\sigma}^\dagger a_{g,l',\sigma}$$

описывает межкластерный перескок электронов;  $H_{CC}^{e-ph}$  и  $H_{CC}^{ph-ph}$  — межъячеечные части соответственно электрон-фононного и фонон-фононного взаимодействия. Индекс « $f$ » нумерует положение ячейки в новой сверхрешетке, а  $l = 1, 2$  — положение атома в ячейке.

Одноэлектронные и фононные операторы уничтожения и рождения в ячейке  $f$  с проекцией спина  $\sigma$  могут быть выражены через линейную комбинацию  $X$ -операторов — квазифермиевских для электронов:

$$a_{f,\sigma} = \sum_{pq} |p\rangle \langle p | a_{f,\sigma} | q\rangle \langle q| = \sum_{pq} \gamma_\sigma(pq) X_f^{pq},$$

$$a_{f,\sigma}^\dagger = \sum_m \gamma_\sigma^*(pq) X_f^{\dagger pq}$$

и квазифермиевские для фононов:

$$b_f = \sum_{pp'} |p\rangle \langle p | b_f | p'\rangle \langle p'| = \sum_{pp'} \gamma(pp') X_f^{pp'},$$

$$b_f^\dagger = \sum_{pp'} \gamma^*(pp') X_f^{\dagger pp'},$$

где  $|p\rangle$  и  $|q\rangle$  — собственные многоэлектронные и многофононные состояния внутриячеечной части гамильтониана (4)  $H_C |p\rangle = E_p |p\rangle$  с различным числом электронов  $N_e = 1, 2, 3$ . Другими словами, поскольку число различных корневых векторов ( $pq$ )



конечно, можно их пронумеровать и каждому вектору поставить в соответствие его номер  $m$ , тогда

$$a_{f,\sigma} = \sum_m \gamma_\sigma(m) X_f^m, \quad a_{f,\sigma}^\dagger = \sum_m \gamma_\sigma^*(m) X_f^{\dagger m}.$$

Для  $N_e = 1$  набор собственных волновых функций  $|p\rangle_i$ , двукратно вырожденных по проекции спина  $\sigma$ , можно представить в виде

$$|p\rangle_i = \sum_{n_{ph}=0}^{N_{ph}^{max}} \sum_l c_l^i(n_{ph}) |a_{l,\sigma}\rangle |n_{ph}\rangle,$$

где

$$|n_{ph}\rangle = \frac{1}{\sqrt{n_{ph}!}} (b^\dagger)^{n_{ph}} |0, 0, \dots, 0\rangle$$

и

$$|a_{l,\sigma}\rangle = a_{l,\sigma}^\dagger |0\rangle,$$

а  $N_{ph}^{max}$  — величина отсечки по числу фононов, начиная с которой при  $n_{ph} > N_{ph}^{max}$  и заданной величине ЭФВ перестает меняться энергия

$$E_p^0(N_{ph}^{max} + 1) \approx E_p^0(N_{ph}^{max})$$

основного состояния  $|p\rangle_0$  и весовые коэффициенты

$$c_l^0(N_{ph}^{max} + 1) \approx c_l^0(N_{ph}^{max})$$

(при рассмотрении различных температурных эффектов необходимо отслеживать неизменность энергии  $E_p^i$  ближайших возбужденных состояний  $|p\rangle_i$  и весовых коэффициентов  $c_l^i(N_{ph}^{max} + 1) \approx c_l^i(N_{ph}^{max})$ ). Другими словами,  $N_{ph}^{max}$  определяет число фононов, которое необходимо учесть при данной величине ЭФВ, чтобы сформировалась «фононная шуба» электрона и образовался полярон. Для  $N_e = 2$  собственные состояния можно представить с учетом принципа Паули в виде линейной комбинации

$$|p\rangle_i = \sum_{n_{ph}=0}^{N_{ph}^{max}} \sum_{l,l',\sigma,\sigma'} c_{l',\sigma\sigma'}^i(n_{ph}) |a_{l,\sigma} a_{l',\sigma'}\rangle |n_{ph}\rangle,$$

где

$$|a_{l,\sigma} a_{l',\sigma'}\rangle = a_{l,\sigma}^\dagger a_{l',\sigma'}^\dagger |0\rangle.$$

Максимальное число электронов в кластере  $N_e^{max} = 4$ , поэтому для  $N_e = 3$  волновая функция в дырочном представлении имеет вид аналогичный виду для  $N_e = 1$ .

На рис. 2 в качестве примера представлен набор уровней энергии собственных состояний кластера с  $N_e = 1$  для трех возможных случаев:

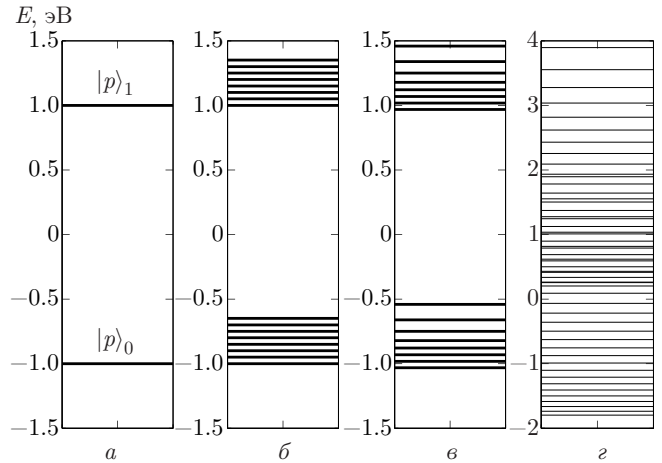


Рис. 2. Набор уровней энергии собственных состояний кластера с  $N_e = 1$  для  $n_{ph} = 0$  (а),  $n_{ph} = 7$ ,  $\lambda = 0$  (б), слабого ЭФВ  $n_{ph} = 7$ ,  $\lambda = 0.04$  (в) и сильного ЭФВ  $n_{ph} = 30$ ,  $\lambda = 0.2$  (з). Расчеты были выполнены для  $t = 1$  эВ,  $\omega_0 = 0.05$  эВ

1)  $n_{ph} = 0$ ; в отсутствие локальных колебаний имеются только два электронных состояния, двукратно вырожденных по проекции спина  $\sigma$ : основное

$$|p\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_{1,\sigma}^\dagger - a_{2,\sigma}^\dagger) |0\rangle$$

и возбужденное

$$|p\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_{1,\sigma}^\dagger + a_{2,\sigma}^\dagger) |0\rangle$$

(рис. 2а);

2)  $n_{ph} = 7$ ,  $\lambda = 0$ ; при наличии локальных колебаний, но в отсутствие ЭФВ имеется эквидистантный спектр для основного  $|p\rangle_0$  и возбужденного  $|p\rangle_1$  электронных состояний (рис. 2б);

3) случай слабого  $n_{ph} = 7$ ,  $\lambda = 0.02$  (рис. 2в) и сильного  $n_{ph} = 30$ ,  $\lambda = 0.4$  (рис. 2з) ЭФВ.

На рис. 3 приведена гистограмма распределения весового вклада

$$P_0 = \sum_l |c_l^0(n_{ph})|^2$$

базисных состояний  $|a_{l,\sigma}\rangle |n_{ph}\rangle$  с различным числом фононов в основное состояние  $|p\rangle_0$  для случаев 1) и 2) (а), слабого (б) и сильного (в) ЭФВ. Видно, что с ростом величины ЭФВ увеличивается вклад базисных состояний с большим числом фононов, а доля чисто электронных состояний, наоборот, уменьшается. Такое перераспределение веса приводит к тому, что фермиевские возбуждения между

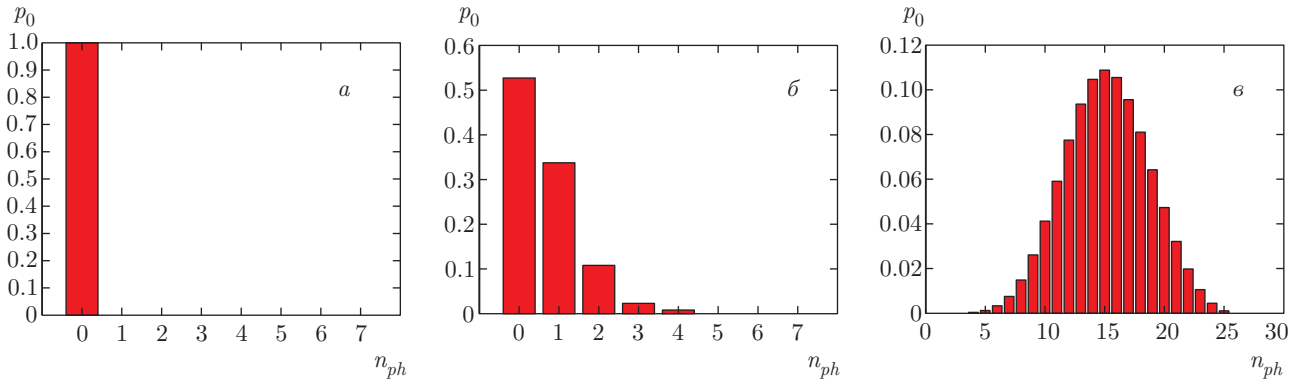


Рис. 3. Гистограмма распределения весового вклада базисных состояний с различным числом фононов в основное состояние кластера с числом электронов  $N_e = 1$  для случая  $n_{ph} = 0$  и  $n_{ph} = 7$ ,  $\lambda = 0$  (а), слабого  $n_{ph} = 7$ ,  $\lambda = 0.02$  (б) и сильного  $n_{ph} = 30$ ,  $\lambda = 0.4$  (в) ЭФВ. Расчеты были выполнены для  $t = 1$  эВ,  $\omega_0 = 0.05$  эВ

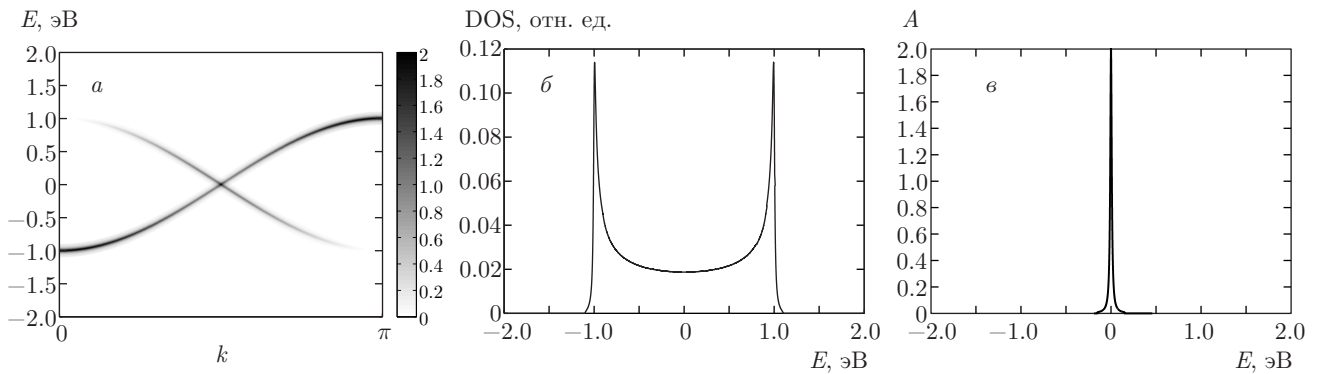


Рис. 4. Электронная структура (зонная структура, плотность состояний и спектральная плотность в точке с волновым вектором  $k = \pi/2$  на уровне химического потенциала) в отсутствие ЭФВ. Все расчеты были выполнены для следующих значений параметров:  $\lambda = 0$ ,  $t = 1$  эВ,  $\delta = 0.03$  эВ

многочастичными состояниями с числом электронов  $N_e$  и  $N_2 + 1(N_e - 1)$  (рис. 1) приобретают сателлитную структуру, так что удельный вес  $Z$  квазичастичного пика уменьшается, а удельный вклад некогерентного фона в полный спектральный вес, наоборот, увеличивается. Имеет место уширение с более сильным размытием по энергии квазичастичных пиков в спектрах ARPES.

Без учета межъячеечного электрон-фононного  $H_{CC}^{e-ph}$  и фонон-фононного  $H_{CC}^{ph-ph}$  взаимодействий в представлении  $X$ -операторов гамильтониан (3) имеет вид

$$H = \sum_{f,p} E_p X_f^{pp} + \sum_{f \neq g} \sum_{m,n} t_{fg}^{mn} X_f^{\dagger m} X_g^n, \quad (6)$$

где

$$t_{fg}^{mn} = \sum_{\sigma} t_{fg} \gamma_{\sigma}^*(m) \gamma_{\sigma}(n)$$

содержит интегралы межкластерных перескоков  $t_{fg}$ .

Для получения дисперсионных соотношений квазичастичных возбуждений мы используем метод уравнений движения для матричной функции Грина поляронов:

$$D_{mn}(k, \omega) = \left\langle \left\langle X_k^m \mid X_k^{\dagger n} \right\rangle \right\rangle,$$

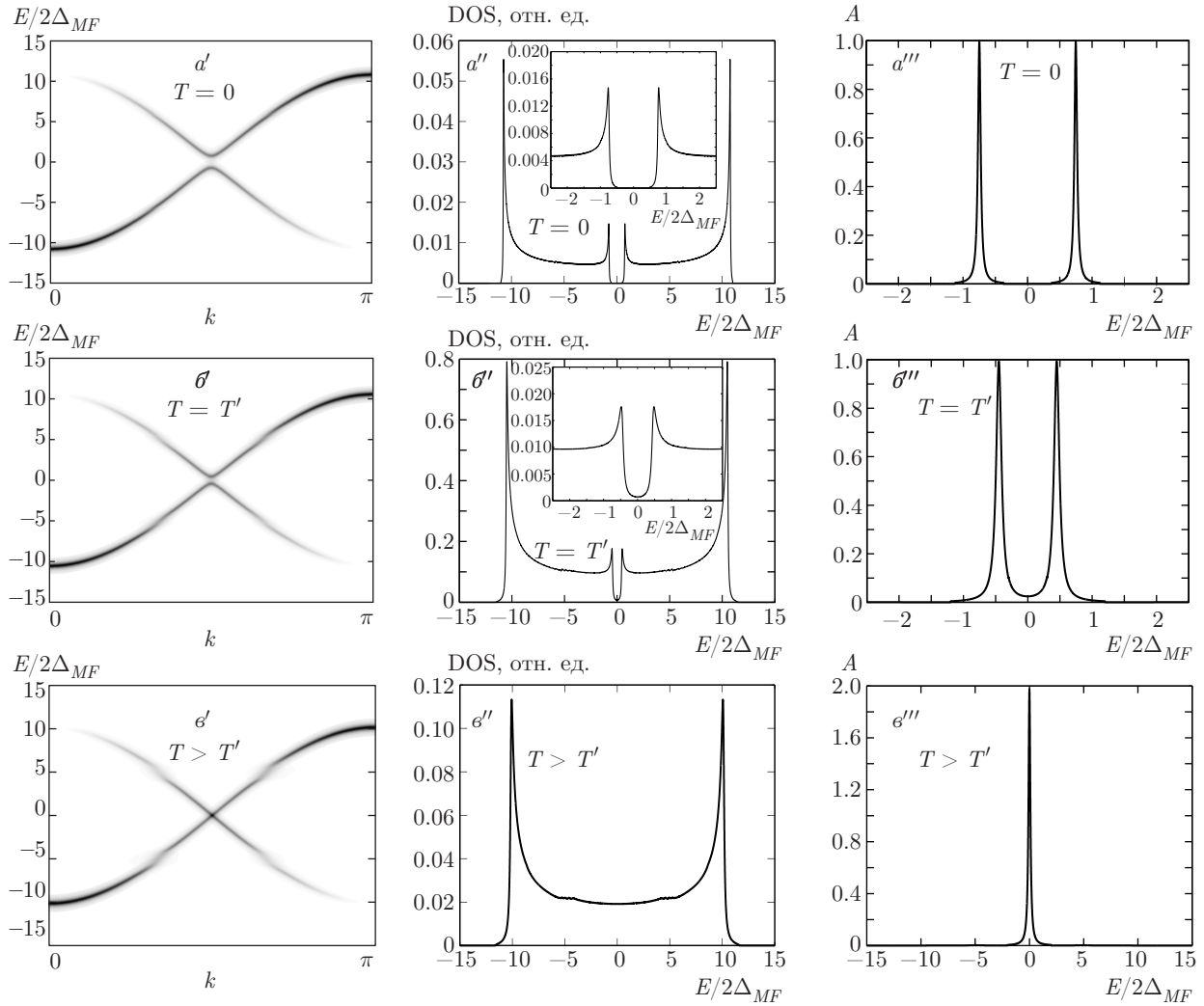
связанной с одноэлектронной функцией Грина

$$G_{\sigma}(k, \omega) = \left\langle \left\langle a_{k\sigma} \mid a_{k\sigma}^{\dagger} \right\rangle \right\rangle$$

соотношением

$$G_{\sigma}(k, \omega) = \sum_{m,n} \gamma_{\sigma}(m) \gamma_{\sigma}^*(n) D_{mn}(k, \omega).$$

Через фермиевскую одночастичную функцию Грина выражается спектральная плотность одночастичных возбуждений



**Рис. 5.** Электронная структура (зонная структура, плотность состояний и спектральная плотность в точке с волновым вектором  $k = \pi/2$  на уровне химического потенциала) в случае слабого ЭФВ, рассчитанная для трех значений температуры:  $T = 0$  (а),  $T = T'$  (б),  $T > T'$  (в). Все расчеты были выполнены для следующих значений параметров:  $\omega_0 = 0.05$  эВ,  $\lambda = 0.02$ ,  $t = 1$  эВ,  $\delta = (0.02-0.05)$  эВ

$$A_\sigma(k, \omega) = -\frac{1}{\pi} \sum_{mn} \gamma_\sigma(m) \gamma_\sigma^*(n) \times \\ \times \text{Im} D_{mn}(k, \omega + i\delta) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} G(k, \omega + i\delta)$$

и плотность одночастичных состояний для данной проекции спина ( $N_k$  — нормировочный множитель)

$$N_\sigma(\omega) = \frac{1}{N_k} \sum_k A_\sigma(k, \omega).$$

Для функции Грина  $\hat{D}$  может быть записано обобщенное уравнение Дайсона [42, 43]

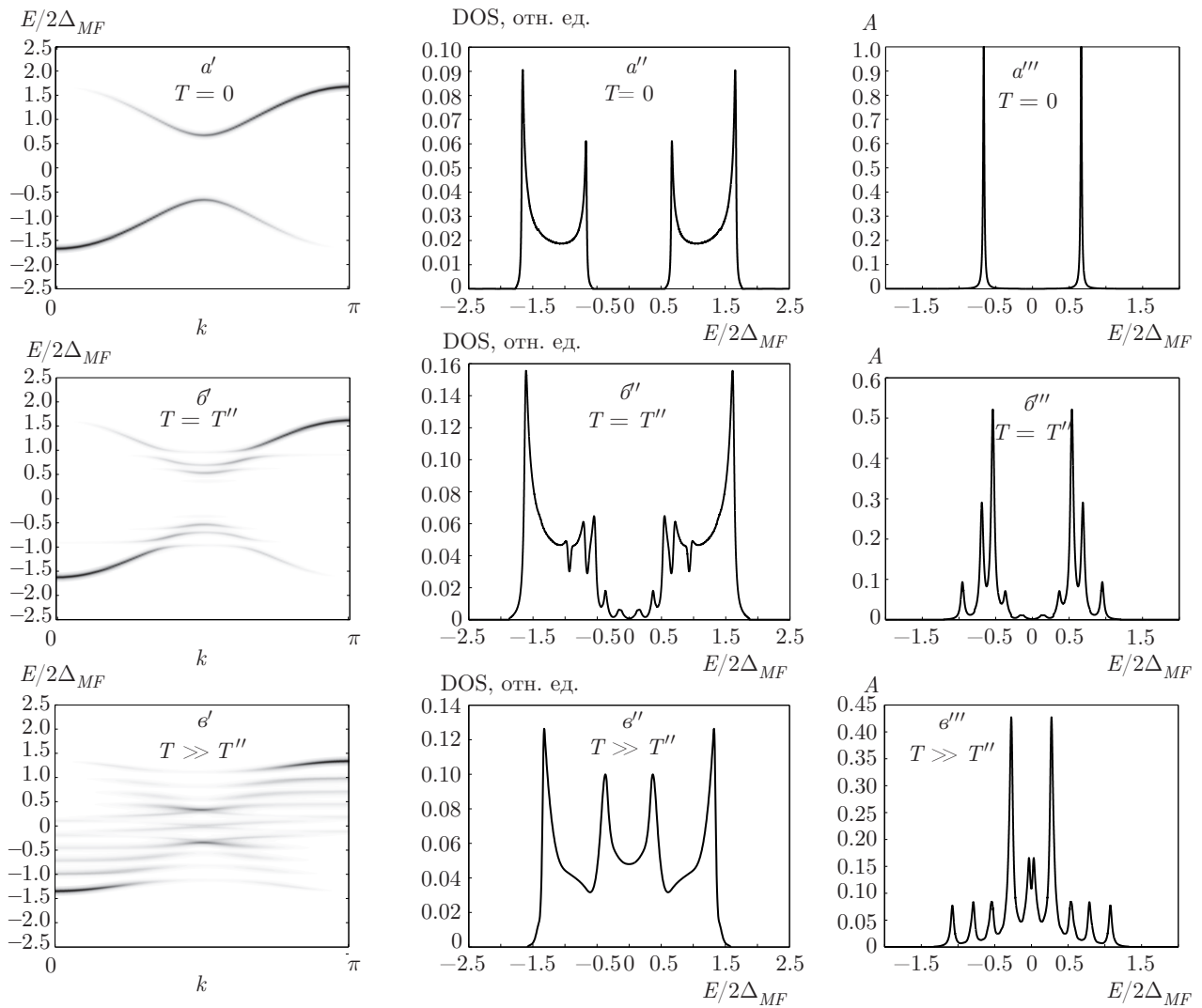
$$\hat{D}_k(\omega) = \left[ \hat{G}_0^{-1}(\omega) - \hat{P}_k(\omega) \left( \hat{t}_k + \hat{\Lambda}_k \right) + \hat{\Sigma}_k(\omega) \right] \times \\ \times \hat{P}_k(\omega). \quad (7)$$

Здесь  $\hat{\Sigma}_k(\omega)$  и  $\hat{P}_k(\omega)$  — соответственно массовый и силовой операторы,  $\hat{G}_0(\omega)$  — локальный внутриячейный пропагатор,

$$\hat{t}_k^{mn} = \sum_\sigma \gamma_\sigma^*(m) \gamma_\sigma(n) t_k,$$

где  $t_k$  — фурье-образ межкластерного перескока.





**Рис. 6.** Электронная структура (зонная структура, плотность состояний и спектральная плотность в точке с волновым вектором  $k = \pi/2$  на уровне химического потенциала) в случае сильного ЭФВ, рассчитанная для трех значений температуры:  $T = 0$  (а),  $T = T''$  (б),  $T \gg T''$  (в). Все расчеты были выполнены для следующих значений параметров:  $\omega_0 = 0.05$  эВ,  $\lambda = 0.4$ ,  $t = 1$  эВ,  $\delta = (0.02-0.05)$  эВ

Сходство (6) с гамильтонианом модели Хаббарда в представлении  $X$ -операторов позволяет применить многие методы теории возмущений, известные для модели Хаббарда. В приближении Хаббард-I сохраняется структура точной функции Грина (7), но массовый оператор полагается равным нулю, а силовой оператор

$$\hat{P}_k^{mn}(\omega) = \delta_{mn} F_m,$$

где

$$F_m \equiv F(pq) = \langle X^{pp} \rangle + \langle X^{qq} \rangle$$

— фактор заполнения, названный в диаграммной технике для  $X$ -операторов концевым множителем

[44]. Из уравнения (7) получаем

$$\hat{D}_k^{-1} = \hat{D}_0^{-1} + \hat{t}_k.$$

Здесь

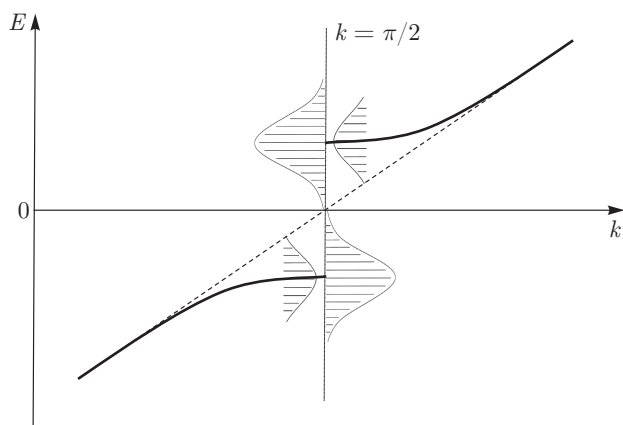
$$\hat{D}_0^{mn} = \delta_{mn} F_m / (\omega - \Omega_m),$$

где

$$\Omega_m \equiv \Omega(pq) = E_p - E_q.$$

Дисперсионная зависимость фермиевских квази-частиц определяется уравнением для полюсов матричной функции Грина  $\hat{D}_k$ :

$$\det \|\delta_{mn}(\omega - \Omega_m) / F_m - t^{mn}(k)\| = 0. \quad (8)$$

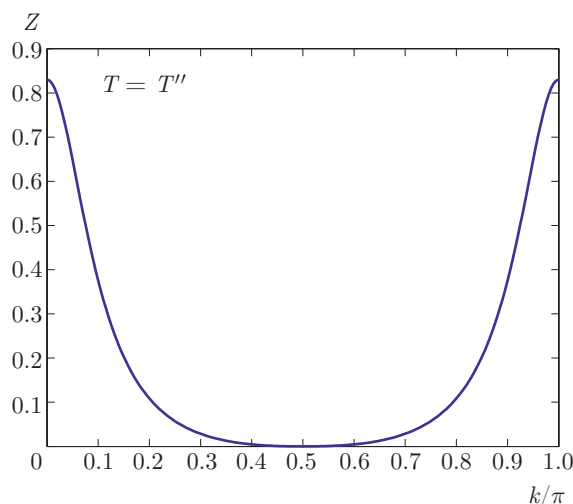


**Рис. 7.** Схематическая картина формирования псевдощелевого состояния в результате сильного ЭФВ. Штриховой линией показано положение когерентного квазичастичного пика. Сплошной линией показано положение максимума интенсивности спектра ARPES

Это уравнение близко по виду к дисперсионному уравнению метода сильной связи в одноэлектронной зонной теории, но отличается от него двумя обстоятельствами: во-первых, индексы  $m$  и  $n$  нумеруют не одноэлектронные орбитали, а одночастичные возбуждения в многоэлектронной и многофононной системе; во-вторых, эффективный интеграл перескока определяется произведением  $t^{mn}(k)$  и фактором заполнения  $F_m$ , зависящим от чисел заполнения начального и конечного состояний (рис. 1). В результате зонная структура квазичастиц зависит от температуры, в отличие от одноэлектронной зонной структуры.

#### 4. ЗОННАЯ СТРУКТУРА ПОЛЯРОНОВ В РАМКАХ КЛАСТЕРНОЙ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ Р-ГТВ

Кластерная теория возмущений успешно используется для исследования модели Хаббарда [45, 46] и является точной в пределе электрон-электронного взаимодействия  $U = 0$  и  $U \rightarrow \infty$ . В нашем случае электронные корреляции не рассматриваются и реализуется как раз первый вариант, поэтому проблем, связанных с искусственным удвоением периода кристаллической решетки, не возникает. Это хорошо видно на рис. 4, где представлены результаты нашего кластерного расчета в отсутствие ЭФВ. При  $\lambda = 0$  гамильтониан (2) точно диагонализуется путем перехода в  $k$ -пространство. Электронная зонная структура имеет типично металлическое поведение и, как видно, в плотности состояний (рис. 4б) не воз-

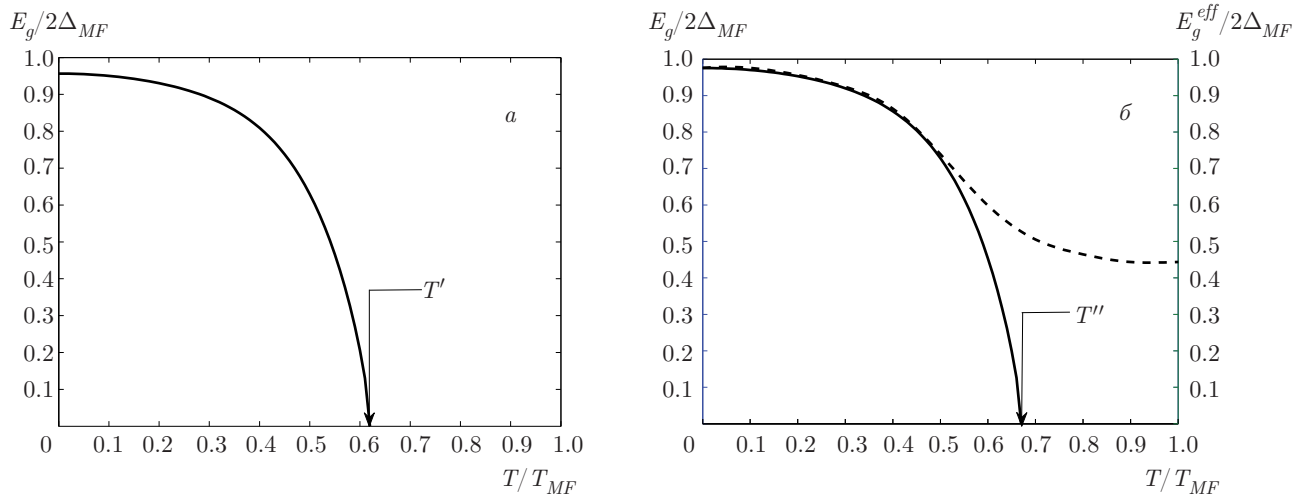


**Рис. 8.** Зависимость удельного веса  $Z$  квазичастичного пика от волнового вектора  $k$  в случае сильного ЭФВ. Расчеты были выполнены для следующих значений параметров:  $\omega_0 = 0.05$  эВ,  $\lambda = 0.4$ ,  $t = 1$  эВ

никает никаких провалов, связанных с искусственным удвоением периода одномерной цепочки атомов, а спектральная плотность  $A(k, \omega)$  в точке с волновым вектором  $k = \pi/2$  на уровне химического потенциала проявляется лоренцевским пиком (рис. 4в). Зонная структура не зависит от температуры.

Если в системе возникает дальний порядок (например, ВСП в антиферромагнетиках или ВЗП-типа), то в спектре элементарных возбуждений открывается (диэлектрическая) щель. Так, в нашем расчете при  $T = 0$  и  $\lambda \neq 0$  в энергетическом спектре открывается щель  $E_g = 2\Delta$  на уровне Ферми (рис. 5а, 6а). Система становится диэлектрической. Ширина щели определяется величиной ЭФВ. В спектральной плотности в случае слабого и сильного ЭФВ возникают два пика, соответствующих «боголюбовским» квазичастицам (рис. 5а''', 6а'''). Таким образом, независимо от величины ЭФВ основное состояние системы имеет качественно одинаковый вид — истинная диэлектрическая щель обусловлена дальним порядком ВЗП-типа.

Однако с ростом температуры для двух этих случаев наблюдается принципиально различное поведение. В случае слабого ЭФВ при  $T = T'$  происходит перекрытие спектрального веса двух пиков (рис. 5б'''), и при  $T > T'$  они сливаются в один лоренцевский пик (рис. 5в'''), характерный для нормального металла (ферми-жидкости), а в плотности состояний постепенно исчезает диэлектрическая щель (рис. 5б', 5в').



**Рис. 9.** Температурная зависимость величины диэлектрической щели  $E_g$  (сплошная линия) и эффективной щели  $E_g^{eff}$  (штриховая линия) для случая слабого (а) и сильного (б) ЭФВ;  $2\Delta_{MF}$  и  $T_{MF}$  — соответственно величина щели и температура перехода в теории среднего поля

Качественно другое изменение зонной структуры с ростом температуры можно наблюдать в случае сильного ЭФВ. На рис. 6б, 6в продемонстрирован основной поляронный эффект — расщепление зон на поляронные подзоны и формирование самих поляронов — возбуждений фермиевского типа в системе, являющихся проявлением гибридного состояния квазичастиц фермиевского типа и локальных многофононных франк-кондоновских резонансов [47, 48]. Из-за сильного ЭФВ происходит существенная перенормировка одночастичных возбуждений. Значительная часть спектрального веса перераспределяется между когерентным пиком квазичастичных возбуждений и расположенной ниже по энергии некогерентной частью спектра, обусловленной появлением вибронных сателлитов. При некоторой температуре  $T = T''$  наблюдается перекрытие спектрального веса двух пиков (рис. 6в''), но из-за сильного уменьшения спектрального веса когерентного квазичастичного пика происходит открытие так называемой скрытой поверхности Ферми. Поскольку в ARPES-экспериментах непосредственно измеряется произведение  $f(\omega)A(k, \omega)$ , где  $f(\omega) = [\exp(\omega/T) + 1]^{-1}$  — функция распределения Ферми, характерными особенностями спектров интенсивности ARPES сигнала для q1D-соединений с ВЗП является смещение максимума интенсивности спектра вглубь от уровня Ферми и его уширение с более сильным (гауссовым) размытием по энергии, чем для обычных квазичастиц в трехмерных металлах на уровне Ферми, для которых максимум описывается лоренцианом. Схематично эта ситуация пред-

ставлена на рис. 7, а на рис. 8 приведена рассчитанная зависимость удельного веса  $Z$  квазичастичного пика от волнового вектора  $k$  в случае сильного ЭФВ при  $T = T''$ . Несмотря на то что система переходит в металлическое состояние при  $T > T''$ , в плотности состояний остается провал даже при высоких температурах  $T \gg T''$  (рис. 6в''). Все расчеты были намеренно выполнены в приближении Хаббард-I, чтобы исключить затухание квазичастичных возбуждений и размывание щели с ростом температуры.

На рис. 9 сплошной линией представлена температурная зависимость  $E_g/2\Delta_{MF}$ , где  $2\Delta_{MF}$  — величина щели в теории среднего поля как функция нормированной температуры  $T/T_{MF}$  для случаев слабого (а) и сильного (б) ЭФВ. Видно, что  $T'$  и  $T''$  меньше  $T_{MF}$ . Штриховой линией на рис. 9б изображено поведение эффективной щели  $E_g^{eff}/2\Delta_{MF}$ , определяемой на уровне плотности состояний, в  $e$  раз превышающей плотность состояний на уровне Ферми:  $\text{DOS}(E_g^{eff}/2) = e\text{DOS}(0)$ . Хорошо видно, что щель  $E_g^{eff}$  в спектре существует при сколь угодно большой температуре и выходит на постоянное значение, равное примерно  $E_g(0)/2$ , с ростом температуры. Такое поведение хорошо согласуется с результатами работы [49], где экспериментально была определена некая эффективная щель  $\Delta_{eff}$  в спектре  $\text{K}_{0.3}\text{MoO}_3$ , существующая при  $T > T_P$ .

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании приведенных расчетов и сравнения двух предельных случаев ЭФВ можно сделать вы-

вод о том, что независимо от величины электрон-фононного взаимодействия основное состояние квазиодномерных систем имеет качественно одинаковый вид — истинная диэлектрическая щель обусловлена дальним порядком ВЗП-типа. В квазиодномерных системах с сильным ЭФВ наряду с ВЗП-щелью, обуславливающей истинное диэлектрическое основное состояние, существует поляронная щель или щель поляронного происхождения, ответственная за их псевдощелевое поведение с ростом температуры.

Кроме q1D-соединений, псевдощелевые эффекты наблюдаются в манганитах с колоссальным магнитосопротивлением и ВТСП-купратах. Понимание природы этого явления в рамках поляронного подхода остается темой постоянных обсуждений [50–57]. В нашей работе приведен теоретический расчет, подтверждающий утверждения, сделанные выше.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 17-02-00826, 16-02-00507, 16-02-00098, 16-02-00273), Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности в рамках научных проектов №№ 16-42-243048, 16-42-240746, 16-43-240505, Совета по грантам Президента РФ (СП-1844.2016.1, НШ-7559.2016.2).

## ЛИТЕРАТУРА

1. I. Bloch, *Nature Phys.* **1**, 23 (2005).
2. E. Pazy and A. Vardi, *Phys. Rev. A* **72**, 033609 (2005).
3. U. Bissbort, D. Cocks, A. Negretti, Z. Idziaszek, T. Calarco, F. Schmidt-Kaler, W. Hofstetter, and R. Gerritsma, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 080501 (2013).
4. M. Bruderer, A. Klein, S. R. Clark, and D. Jaksch, *Phys. Rev. A* **76**, 011605(R) (2007).
5. C. Kohstall, M. Zaccanti, M. Jag, A. Trenkwalder, P. Massignan, G. M. Bruun, F. Schreck, and R. Grimm, *Nature* **485**, 615 (2012).
6. Л. Н. Булаевский, *УФН* **115**, 263 (1975).
7. R. E. Peierls, *Quantum Theory of Solids*, Oxford University Press (1955).
8. E. H. Lieb and F. Y. Wu, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 1445 (1968).
9. N. F. Mott and W. D. Twose, *Adv. Phys.* **10**, 107 (1961).
10. В. Л. Березинский, *ЖЭТФ* **65**, 1251 (1973).
11. В. Я. Покровский, С. Г. Зыбцев, М. В. Никитин, И. Г. Горлова, В. Ф. Насретдинова, С. В. Зайцев-Зотов, *УФН* **183**, 33 (2013).
12. С. В. Зайцев-Зотов, *УФН* **174**, 585 (2004).
13. M. Grioni, S. Pons, and E. Frantzeskakis, *J. Phys.: Condens. Matter* **21**, 023201 (2009).
14. L. Perfetti, S. Mitrovic, G. Margaritondo, M. Grioni, L. Forro, L. Degiorgi, and H. Hochst, *Phys. Rev. B* **66**, 075107 (2002).
15. L. Perfetti, H. Berger, A. Reggiani, L. Degiorgi, H. Hochst, J. Voit, G. Margaritondo, and M. Grioni, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 216404 (2001).
16. P. Monceau, *Adv. Phys.* **61**, 325 (2012).
17. Ф. Я. Надь, М. Е. Иткис, *Письма в ЖЭТФ* **63**, 246 (1996).
18. K. Kim, R. H. McKenzie, and J. W. Wilkins, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 4015 (1993).
19. S. Brown and A. Zettl, in: *Charge Density Waves in Solids, Modern Problems in Condensed Matter Science*, ed. by L. P. Gor'kov and G. Gruner, North Holland, Amsterdam (1989), Vol. 25, p. 223.
20. G. Gruner, *Density Waves in Solids*, Addison-Wesley (1994).
21. P. A. Lee, T. M. Rice, and P. W. Anderson, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 462 (1973).
22. R. Yusupov, T. Mertelj, V. V. Kabanov, S. Brazovskii, P. Kusar, J.-H. Chu, I. R. Fisher, and D. Mihailovic, *Nature Phys.* **6**, 681 (2010).
23. D. Mou, R. M. Konik, A. M. Tsvelik, I. Zaliznyak, and X. Zhou, *Phys. Rev. B* **89**, 201116(R) (2014).
24. C. Tournier-Colletta, L. Moreschini, G. Autes, S. Moser, A. Crepaldi, H. Berger, A. L. Walter, K. S. Kim, A. Bostwick, P. Monceau, E. Rotenberg, O. V. Yazyev, and M. Grioni, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 236401 (2013).
25. М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **66**, 1720 (1974).
26. М. В. Садовский, *ФТТ* **16**, 2504 (1974).
27. М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **77**, 2070 (1979).
28. J. Schmalian, D. Pines, and B. Stojkovic, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3839 (1998).
29. J. Schmalian, D. Pines, and B. Stojkovic, *Phys. Rev. B* **60**, 667 (1999).

30. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, ЖЭТФ **115**, 1765 (1999).
31. С. А. Бразовский, Письма в ЖЭТФ **28**, 656 (1978).
32. С. А. Бразовский, И. Е. Дзялошинский, С. П. Обухов, ЖЭТФ **72**, 1550 (1976).
33. И. Г. Ланг, Ю. А. Фирсов, ЖЭТФ **43**, 1843 (1963).
34. N. Prokof'ev and B. Svistunov, Phys. Rev. Lett. **81**, 2514 (1998).
35. A. Mishchenko, N. Prokof'ev, A. Sakamoto, and B. Svistunov, Phys. Rev. B **62**, 6317 (2000).
36. P. E. Kornilovitch, Phys. Rev. Lett. **81**, 5382 (1998).
37. A. S. Alexandrov, Phys. Rev. B **49**, 9915 (1994).
38. V. Cataudella, G. D. Filippis, and G. Iadonisi, Phys. Rev. B **62**, 1496 (2000).
39. E. Jeckelmann and S. R. White, Phys. Rev. B **57**, 6367 (1998).
40. S. G. Ovchinnikov, V. A. Gavrichkov, M. M. Korshunov, and E. I. Shneyder, in: *Theoretical Methods for Strongly Correlated Systems*, ed. by A. Avella and F. Mancini, Springer Series in Solid-State Sciences, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2012), Vol. 171, p. 143.
41. V. I. Anisimov, D. E. Kondakov, A. V. Kozhevnikov, I. A. Nekrasov, Z. V. Pchelkina, J. W. Allen, S.-K. Mo, H.-D. Kim, P. Metcalf, S. Suga, A. Sekiyama, G. Keller, I. Leonov, X. Ren, and D. Vollhardt, Phys. Rev. B **71**, 125119 (2005).
42. I. A. Makarov, E. I. Shneyder, P. A. Kozlov, and S. G. Ovchinnikov, Phys. Rev. B **92**, 155143 (2015).
43. S. G. Ovchinnikov and V. V. Val'kov, *Hubbard Operators in the Theory of Strongly Correlated Electrons*, Imperial College Press, London-Singapore (2004).
44. P. О. Зайцев, ЖЭТФ **70**, 1100 (1976).
45. D. Senechal, A.-M. Tremblay, and C. Bourbonnais, *Theoretical Methods for Strongly Correlated Electrons*, Springer (2004).
46. С. В. Николаев, С. Г. Овчинников, ЖЭТФ **138**, 717 (2010).
47. G. A. Sawatzky, Nature (London) **342**, 480 (1989).
48. G. D. Mahan, *Many Particle Physics*, Plenum Press, New York (1990).
49. D. C. Johnston, Phys. Rev. Lett. **52**, 2049 (1984).
50. D. S. Dessau, T. Saitoh, C.-H. Park, Z.-X. Shen, P. Villella, N. Hamada, Y. Moritomo, and Y. Tokura, Phys. Rev. Lett. **81**, 192 (1998).
51. N. Mannella, W. L. Yang, X. J. Zhou, H. Zheng, J. F. Mitchell, J. Zaanen, T. P. Devereaux, N. Nagaosa, Z. Hussain, and Z.-X. Shen, Lett. Natura **438**, 474 (2005).
52. D. S. Marshall, D. S. Dessau, A. G. Loeser, C.-H. Park, A. Y. Matsuura, J. N. Eckstein, I. Bozovic, P. Fournier, A. Kapitulnik, W. E. Spicer, and Z.-X. Shen, Phys. Rev. Lett. **76**, 4841 (1996).
53. A. G. Loeser, Z.-X. Shen, D. S. Dessau, D. S. Marshall, C. H. Park, P. Fournier, and A. Kapitulnik, Science **273**, 325 (1996).
54. H. Ding, T. Yokoya, J. C. Campuzano, T. Takahashi, M. Randeria, M. R. Norman, T. Mochiku, K. Kadowaki, and J. Giapintzakis, Nature (London) **382**, 51 (1996).
55. Udai Raj Singh, S. Chaudhuri, R. C. Budhani, and Anjan K. Gupta, J. Phys.: Condens. Matter **21**, 355001 (2009).
56. A. Bussmann-Holder, H. Keller, A. R. Bishop, A. Simon, K. A. Muller, J. Supercond. Novel Magnet. **21**, 353 (2008).
57. G. Sica, J. H. Samson, and A. S. Alexandrov, Europhys. Lett. **100**, 37005 (2012).