

ПЕРЕНОС ПРИМЕСИ ВО ФРАКТАЛЬНЫХ СРЕДАХ В ПРИСУТСТВИИ ДЕГРАДИРУЮЩЕГО ДИФФУЗИОННОГО БАРЬЕРА

*П. С. Кондратенко, К. В. Леонов**

*Институт проблем безопасного развития атомной энергетики Российской академии наук
115191, Москва, Россия*

*Московский физико-технический институт (государственный университет)
141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 28 февраля 2017 г.

Проанализированы режимы переноса и асимптотики концентрации примеси в случайно-неоднородной фрактальной среде в случае, когда источник примеси окружен слабопроницаемым барьером, испытывающим процесс деградации. Систематика режимов переноса зависит от соотношения между временем выхода примеси из барьера, t_0 , и временем начала разрушения, t_* . При $t_0 < t_*$ процессы разрушения не играют роли. В обратном случае, когда $t_0 > t_*$, на временах $t < t_*$ результаты формально сводятся к задаче со стационарным барьером. Характеристики режимов при $t_* < t < t_0$ зависят от сценария, по которому происходит разрушение барьера. При экспоненциально быстром сценарии интервал $t_* < t < t_0$ оказывается очень узким, и тогда режим переноса, идущий на временах $t < t_*$, практически скачкообразно переходит в режим задачи без барьера. При медленном степенном сценарии в продолжительном интервале времени $t_* < t < t_0$ перенос идет в новом режиме, который по сравнению с задачей со стационарным барьером является более быстрым, но медленным по отношению к задаче без барьера. Асимптотика концентрации на больших расстояниях от источника на временах $t < t_0$ является двухступенчатой, а при $t > t_0$ — одноступенчатой. Более далекая ступень при $t < t_0$ и единственная при $t > t_0$ совпадают с асимптотикой в задаче без барьера.

DOI: 10.7868/S0044451017080168

1. ВВЕДЕНИЕ

Уже давно известно, что в сильнонеоднородных средах процессы переноса примеси не всегда описываются классическими закономерностями [1, 2]. В сравнении с классической диффузией могут наблюдаться режимы более быстрые (супердиффузия) и более медленные (субдиффузия). В неклассических моделях источник примеси обычно либо занимает усредненное по неоднородностям среды положение, либо локализован в сильнопроницаемой подсистеме [3].

Интерес, в том числе и с точки зрения практических приложений, представляют ситуации, когда источник отделен от основной среды диффузионным (слабопроницаемым) барьером, который имеет тен-

денцию к деградации со временем. Применительно к задаче захоронения отработавшего ядерного топлива известно, что времена полураспада некоторых изотопов могут составлять десятки тысяч лет и более. Однако сам барьер начнет разрушаться раньше, что может привести к выходу примеси в геологическую среду. Поэтому процесс деградации барьера необходимо учитывать при оценке захоронения радиоактивных отходов.

В работе [4] рассмотрены режимы переноса и асимптотики концентрации примеси в случайно-неоднородной фрактальной среде в условиях, когда источник примеси окружен слабопроницаемым диффузионным барьером с постоянным коэффициентом диффузии.

В настоящей работе рассмотрена более общая, «динамическая», задача с учетом зависимости коэффициента диффузии барьера от времени. Основная среда, в которой локализован барьер, представляет собой нерегулярную (случайную) систему трещин,

* E-mail: lk333@list.ru, konstantin.leonov@phystech.edu

обладающую фрактальными свойствами. Механизмом переноса в ней является адвекция.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 описана постановка задачи и представлены основные соотношения. Раздел 3 посвящен выводу эффективной мощности источника и ее поведению в зависимости от времени. В разд. 4 получены выражения для основных характеристик распределения концентрации примеси в основной области ее локализации. Раздел 5 посвящен анализу режимов переноса с учетом скорости деградации барьера. В разд. 6 изложен вывод асимптотических профилей концентрации на далеких расстояниях от источника. В разд. 7 подведены итоги.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

На рис. 1 схематически изображена пространственная область, по которой происходит перенос примеси.

Источник примеси S задан начальным распределением концентрации

$$c(\mathbf{r}, t)|_{t=0} = N_0\delta(\mathbf{r}), \tag{1}$$

где N_0 — число частиц примеси при $t = 0$. Источник S окружен ближней зоной N (диффузионным барьером), которая заполнена слабопроницаемой средой. Перенос в ней происходит в режиме классической диффузии с коэффициентом $D = D(t)$, зависимость которого от времени учитывает деграда-

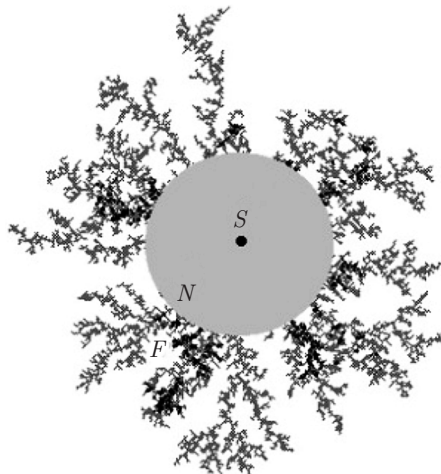


Рис. 1. Геометрия задачи: S — источник примеси; N — ближняя зона (барьер); F — дальняя зона

цию барьера. Соответственно, концентрация примеси внутри барьера удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D(t)\Delta c. \tag{2}$$

Распространение примеси в дальней зоне F происходит за счет адвекции по неупорядоченной системе трещин с фрактальной геометрией. Считаем, что граница между зонами соответствует сфере радиуса R . Поскольку механизм переноса в дальней зоне существенно более быстрый по сравнению с ближней зоной, при решении задачи (2) воспользуемся нулевым граничным условием:

$$c(\mathbf{r}, t)|_{r=R} = 0. \tag{3}$$

Концентрация $c(\mathbf{r}, t)$ частиц в дальней зоне удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}c) = Q(t)\delta(\mathbf{r}). \tag{4}$$

Здесь $Q(t)$ — эффективная мощность источника, $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ — скорость адвекции, являющаяся случайной функцией координат, с нулевым средним значением $\langle \mathbf{v}(\mathbf{r}) \rangle = 0$. Символ $\langle \dots \rangle$ обозначает усреднение по ансамблю реализаций. Поле скоростей удовлетворяет условию несжимаемости

$$\text{div} \mathbf{v} = 0. \tag{5}$$

Поскольку система трещин фрактальная, корреляции скорости являются дальнодействующими, поэтому парная корреляционная функция имеет вид

$$K_{ij}^{(2)}(\mathbf{r}) \equiv \langle v_i(\mathbf{r}_1)v_j(\mathbf{r}_2) \rangle \sim V^2(a/|\mathbf{r}|)^{2h}, \tag{6}$$

$|\mathbf{r}| \gg a,$

где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, a — нижняя граница фрактальности, V^2 — характерное значение функции $K_{ij}^{(2)}(\mathbf{r})$ при $|\mathbf{r}| \leq a$, $h > 0$ — масштабная размерность скорости $\mathbf{v}(\mathbf{r})$. Функция (6) масштабнo-инвариантна и удовлетворяет соотношению

$$K_{ij}^{(2)}(\lambda\mathbf{r}) = \lambda^{-2h}K_{ij}^{(2)}(\mathbf{r}), \tag{7}$$

где λ — любое безразмерное положительное число. Аналогичными свойствами обладают и корреляционные функции высших порядков.

С учетом линейности уравнения (4) среднюю по ансамблю реализаций концентрацию примеси можно представить в виде

$$\langle c(\mathbf{r}, t) \rangle = \int_0^t dt' Q(t-t') G(\mathbf{r}, t'), \tag{8}$$

где $G(\mathbf{r}, t)$ — функция Грина в задаче о безбарьерном прототипе (в отсутствие диффузионного барьера). Она определена в модели изотропной случайной адвекции, исследованной в работе [5]. В силу свойства сохранения полного числа частиц, присущего модели случайной адвекции, справедливо равенство

$$\int d^3r G(\mathbf{r}, t) = 1. \quad (9)$$

Функция Грина на далеких расстояниях имеет следующую асимптотику:

$$G(\mathbf{r}, t) \propto \exp[-\Phi_*(r, t)], \quad r \gg R_*(t), \quad (10)$$

$$\Phi_*(r, t) \simeq \left(\frac{r}{R_*(t)}\right)^{1/(1-\gamma)}. \quad (11)$$

Здесь $R_*(t)$ с точностью до коэффициента порядка единицы соответствует размеру основной области локализации примеси, $R_*(t)$, определяемому вторым моментом функции Грина:

$$\int d^3r G(\mathbf{r}, t) \mathbf{r}^2 = R_*^2(t), \quad (12)$$

$$R_*(t) \sim \left(a^{(1-\gamma)/\gamma} V t\right)^\gamma.$$

Показатель степени γ в выражении для $R_*(t)$ определяет режим переноса в задаче без барьера. Этот показатель связан с масштабной размерностью скорости адвекции таким образом, что $\gamma = (1+h)^{-1} > 1/2$ при $h < 1$ и реализуется режим супердиффузии, а при $h > 1$ имеем $\gamma = 1/2$ и перенос идет в режиме классической диффузии.

В качестве характеристик режимов переноса задачи с барьером удобно выбрать полное число частиц примеси в дальней зоне (активных частиц),

$$N(t) = \int d^3r \langle c(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (13)$$

и размер $R(t)$ основной области локализации,

$$R^2(t) = N^{-1}(t) \int d^3r \langle c(\mathbf{r}, t) \rangle \mathbf{r}^2. \quad (14)$$

Еще одной важной характеристикой является асимптотика концентрации на далеких расстояниях от источника:

$$\langle c(\mathbf{r}, t) \rangle \propto \exp[-\Phi(r, t)], \quad r \gg R(t). \quad (15)$$

Задача данной работы состоит в определении всех трех характеристик переноса примеси в присутствии деградирующего барьера.

3. ЭФФЕКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ ИСТОЧНИКА

Поток частиц через границу диффузионного барьера в систему трещин определяет эффективную мощность источника для задачи о переносе примеси по основной области. Эта величина в соответствии с законом Фика определяется выражением

$$Q(t) = -4\pi R^2 D(t) \left. \frac{\partial c(r, t)}{\partial r} \right|_{r=R}. \quad (16)$$

Вместо времени введем безразмерную переменную

$$u(t) = 4R^{-2} \int_0^t D(\tau) d\tau. \quad (17)$$

Тогда задача о диффузии внутри барьера принимает форму

$$\left(\frac{\partial}{\partial u} - \frac{R^2}{4} \Delta\right) c = 0; \quad (18)$$

$$c|_{u=0} = N_0 \delta(\mathbf{r}), \quad c|_{r=R} = 0.$$

Ее решение, полученное на основе преобразования Лапласа, имеет вид

$$c(r, t) = \int_{b-i\infty}^{b+i\infty} \frac{ds}{2\pi i} c_s(r) e^{su(t)}, \quad \text{Re } b > 0, \quad (19)$$

где

$$c_s(r) = \frac{N_0}{\pi r R^2} \frac{\text{sh}[2\sqrt{s}(1-r/R)]}{\text{sh}(2\sqrt{s})} \quad (20)$$

— образ Лапласа концентрации как функции безразмерного времени $u(t)$, s — переменная Лапласа.

Выражение для мощности источника (16) с учетом равенств (17), (19) и (20) приобретает вид

$$Q(t) = N_0 \dot{u}(t) H(u(t)). \quad (21)$$

Здесь $\dot{u}(t) \equiv du/dt$, функция $H(u)$ определена равенством, которое вытекает из обратного преобразования Лапласа выражения (20):

$$H(u) = \int_{b-i\infty}^{b+i\infty} \frac{ds}{2\pi i} e^{su} \frac{2\sqrt{s}}{\text{sh}(2\sqrt{s})}, \quad \text{Re } b > 0. \quad (22)$$

Как следует из выражения (22), функция $H(u)$ удовлетворяет условию нормировки

$$\int_0^\infty du H(u) = 1 \quad (23)$$

и в предельных случаях имеет вид

$$H(u) \simeq \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{\pi}u^5} \exp\left(-\frac{1}{u}\right), & u \ll 1, \\ \frac{\pi^2}{2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4}u\right), & u \gg 1. \end{cases} \quad (24)$$

Соответственно, для эффективной мощности источника с учетом формул (17), (21) и (24) получаем

$$Q(t) \simeq N_0 \dot{u}(t) \begin{cases} \frac{4 \exp[-1/u(t)]}{\sqrt{\pi}u^5(t)}, & u(t) \ll 1, \\ \frac{\pi^2}{2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4}u(t)\right), & u(t) \gg 1. \end{cases} \quad (25)$$

В соответствии с равенствами (21) и (23) эффективная мощность источника удовлетворяет условию нормировки

$$\int_0^\infty dt Q(t) = N_0. \quad (26)$$

Заметим, что функция $u(t)$, условно говоря, определяет долю пути, которую прошла примесь по отношению к внешней границе барьера. В качестве характерного времени выхода примеси из барьера примем время t_0 , определяемое условием $u(t_0) \equiv 1$.

4. РЕЖИМЫ ПЕРЕНОСА

Режимы переноса в дальней зоне устанавливаются зависимостями $N(t)$ и $R(t)$, которые были определены в разд. 2. После подстановки выражения (8) в равенство (13) с учетом (9) получаем

$$N(t) = \int_0^t dt' Q(t') = N_0 \int_0^{u(t)} du H(u). \quad (27)$$

С помощью предельных выражений (25) и равенства (27) находим число активных частиц на малых и больших временах:

$$N(t) \simeq N_0 \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{\pi}u(t)} \exp\left(-\frac{1}{u(t)}\right), & u(t) \ll 1, \\ 1 - 2 \exp\left(-\frac{\pi^2}{4}u(t)\right), & u(t) \gg 1. \end{cases} \quad (28)$$

Выражение для размера основной области локализации частиц примеси, в общем виде связывающее его с соответствующим размером для безбарьерного прототипа $R_*(t)$ и эффективной мощностью, получаем из равенства (14) с учетом (8) и (27):

$$R^2(t) = N^{-1}(t) \int_0^t dt' Q(t-t') R_*^2(t'). \quad (29)$$

На ранних стадиях, которые соответствуют $u(t) \ll 1$, интеграл в (29) будет набираться в окрестности нижнего предела. Поэтому допустимо воспользоваться выражением для $Q(t-t')$, которое получается из (25) разложением показателя экспоненты по переменной t' до первого порядка включительно:

$$Q(t-t') \approx Q(t) \exp\left(-\frac{t'}{t_{eff}(t)}\right), \quad (30)$$

$$t_{eff}(t) = \frac{u^2(t)}{\dot{u}(t)} \ll t. \quad (31)$$

В результате для $R(t)$ имеем следующую оценку:

$$R(t) \sim R_*(t_{eff}(t)), \quad u(t) \ll 1, \quad (32)$$

согласно которой $R(t) \ll R_*(t)$ на этих временах. Отметим, что в соответствии с выражением (30) величина $t_{eff}(t)$ имеет смысл эффективной продолжительности действия источника, отвечающего текущему времени t .

На поздних стадиях, когда $u(t) \gg 1$, согласно (28) имеем $N(t) \simeq N_0$. На этих временах интеграл в (29), как следует из асимптотического выражения для величины $Q(t)$, сходится в интервале $t-t' \sim t_0$. Поэтому с учетом выражений (12) и (25) для величины $R(t)$ получаем следующую оценку:

$$R(t) \sim R_*(t), \quad u(t) \gg 1. \quad (33)$$

Таким образом, на поздних стадиях, когда $u(t) \gg 1$, число активных частиц и размер основной области локализации соответствуют задаче без барьера (безбарьерному прототипу).

5. ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ДЕГРАДАЦИИ БАРЬЕРА НА РЕЖИМЫ ПЕРЕНОСА

С практической точки зрения вероятны два крайних сценария разрушения барьера: быстрый и медленный. Первый будем описывать экспоненциальной зависимостью коэффициента диффузии от времени:

$$D(t) = D_0 \left[1 + \exp \left(\frac{t - t_*}{t_d} \right) \right], \quad (34)$$

а второй — степенной зависимостью:

$$D(t) = D_0 \left[1 + \left(\frac{t}{t_*} \right)^\alpha \right]. \quad (35)$$

Здесь $t_d \ll t_*$, $\alpha > 0$, t_* — характерное время начала процесса деградации, t_d — характерная продолжительность быстрой деградации.

Систематика режимов переноса зависит от соотношения между временем t_* и временем t_0 выхода примеси из барьера, введенным в разд. 3 при помощи соотношения $u(t_0) \equiv 1$.

При условии $t_0 \ll t_*$ вся примесь выходит за пределы барьера до того, как он начал разрушаться, и коэффициент диффузии в процессе вычислений характеристик переноса можно считать постоянным, $D(t) \simeq D_0$. Тогда все результаты сводятся к задаче о стационарном барьере, решенной в работе [4]. Естественно, что здесь скорость деградации не имеет значения.

Рассмотрим теперь случай обратного соотношения между характерными временами, который мы определим неравенством

$$u_* \ll 1, \\ u_* \equiv \frac{t_*}{t_0}, \quad \tilde{t}_0 = \frac{R^2}{4D_0}.$$

На сверхмалых временах, когда $t \ll t_*$, или $u \ll u_*$, число активных частиц определяется первой из формул (28), в которую следует подставить

$$u(t) = \frac{t}{t_0}, \quad t \ll t_*. \quad (36)$$

Размер основной области локализации дается выражением (32) с

$$t_{eff}(t) = \frac{t^2}{t_0}. \quad (37)$$

Обе характеристики режима переноса, $N(t)$ и $R(t)$, на временах $t \ll t_*$, таким образом, формально совпадают с теми, которые были получены в работе [4] для стационарного барьера. Однако в случае деградирующего барьера, в отличие от [4], не происходит плавного перехода непосредственно в режим безбарьерного прототипа при $t \sim t_*$.

Существенные отличия от результатов работы [4] при $u_* \ll 1$ возникают во временном интервале $u_* \ll u \ll 1$. С учетом выражений (17), (34) и (35) безразмерное время $u(t)$ и эффективное время (31) в

этом интервале связаны с реальным временем t соотношениями

$$u(t) \simeq u_* \frac{t_d}{t_*} \exp \left(\frac{t - t_*}{t_d} \right), \\ t_{eff}(t) \simeq u_* \frac{t_d^2}{t_*} \exp \left(\frac{t - t_*}{t_d} \right), \quad (38)$$

для быстрого процесса деградации и

$$u(t) \simeq \frac{u_*}{\alpha + 1} \left(\frac{t}{t_*} \right)^{\alpha + 1}, \\ t_{eff}(t) \simeq \frac{u_* t_*}{(\alpha + 1)^2} \left(\frac{t}{t_*} \right)^{\alpha + 2} \quad (39)$$

для медленного.

Рассмотрим характеристики режима переноса при $u_* \ll u \ll 1$ сначала для быстрого сценария деградации барьера. Из системы (28) и выражения (38) для числа активных частиц имеем

$$N(t) \propto N_0 \exp \left[-u_*^{-1} \frac{t_*}{t_d} \exp \left(-\frac{t - t_*}{t_d} \right) \right], \quad (40) \\ u_* \ll u \ll 1.$$

Размер основной области локализации активных частиц при быстром сценарии, как следует из соотношений (32) и (38), имеет оценку

$$R(t) \propto \left[u_* \frac{t_d^2}{t_*} \exp \left(\frac{t - t_*}{t_d} \right) \right]^\gamma, \quad (41) \\ u_* \ll u \ll 1.$$

Отметим, что, в соответствии с определением $u(t_0) = 1$, продолжительность интервала между началом деградации и характерным временем выхода примеси из барьера при быстром сценарии деградации равна

$$t_0 - t_* = t_d \ln \left(\frac{t_*}{u_* t_d} \right) \quad (42)$$

и, в силу неравенства $t_d \ll t_*$, оказывается значительно меньше продолжительности действия барьера в стационарном состоянии (до начала процесса деградации), $t_0 - t_* \ll t_*$.

При медленном сценарии деградации выражения для числа активных частиц и размера основной области их локализации с учетом соотношений (28), (32) и (39) принимают вид

$$N(t) \propto N_0 \exp \left[-\frac{\alpha + 1}{u_*} \left(\frac{t}{t_*} \right)^{\alpha + 1} \right], \quad (43) \\ t_* \ll t \ll t_0,$$

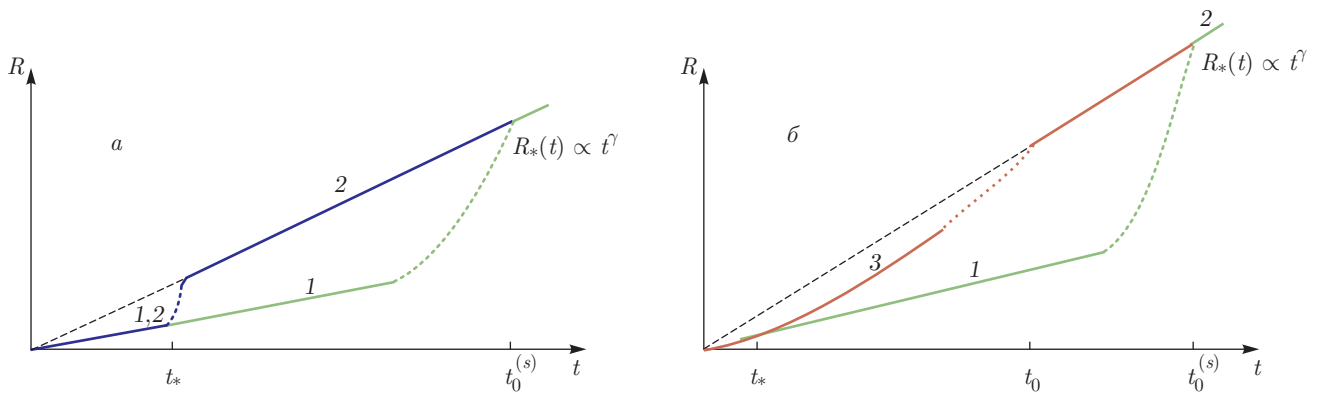


Рис. 2. (В цвете онлайн) Размер основной области локализации в зависимости от времени в случаях быстрой (а) и медленной (б) деградаций (схематически): 1 — стационарный барьер со временем диффузии $t_0^{(s)} \simeq R^2/4D_0$; 2 — барьер с быстрой деградацией, $t_* \approx t_0$; 3 — барьер с медленной деградацией, $t_0 \simeq t_*[(\alpha + 1)/u_*]^{1/(\alpha+1)} \gg t_*$ — выход частиц из барьера

$$R(t) \propto \left[\frac{u_* t_*}{(\alpha + 1)^2} \left(\frac{t}{t_*} \right)^{\alpha+2} \right]^\gamma, \quad (44)$$

$t_* \ll t \ll t_0.$

Подводя итог, отметим, что для быстрого сценария деградации, в силу экспоненциального роста коэффициента диффузии, временной интервал $t_* < t < t_0$ оказывается очень узким. Поэтому формулы (40), (41) на самом деле демонстрируют быстрый (почти скачкообразный) переход от квазистационарного режима при $t < t_*$ к режиму при $t > t_0$, в котором влияние барьера отсутствует. Напротив, для медленного сценария интервал $t_* \ll t \ll t_0$ оказывается продолжительным:

$$t_0 - t_* \simeq t_* \left(\frac{\alpha + 1}{u_*} \right)^{1/(\alpha+1)} \gg t_*.$$

В промежутке $t_* \ll t \ll t_0$, при медленном сценарии деградации, рост со временем числа активных частиц и размера области локализации происходит, естественно, быстрее, чем в случае стационарного барьера, в силу присутствия дополнительного множителя $(t/t_*)^\alpha$.

Смена режимов переноса примеси во времени с учетом скорости деградации схематически представлена на рис. 2.

6. АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ПРОФИЛИ КОНЦЕНТРАЦИИ

На ранних стадиях, когда $t \ll t_0$, оба множителя в подынтегральном выражении (8) при подстановке в него соотношений (10) и (25) являются

быстрыми функциями, причем первый из них, $Q(t - t')$, убывает с приближением переменной t' к верхнему пределу интегрирования $t' = t$ в (8), а второй, $G(r, t')$, — к нижнему пределу $t' = 0$. Поэтому подынтегральное выражение имеет резкий максимум, присутствие которого дает возможность воспользоваться методом перевала. Результат вычислений зависит от соотношения между производными по времени от величин $1/u(t)$ и $\Phi_*(r, t)$. Если первая из них будет больше второй, то перевальная точка по t' в (8) будет много меньше t , и для показателя экспоненты асимптотического выражения концентрации приходим к следующему выражению:

$$\Phi(r, t) \simeq \frac{1}{u(t)} + \left(\frac{\gamma}{1 - \gamma} \right)^{\gamma/(1-\gamma)} \frac{r}{R_*(t_{eff}(t))}, \quad (45)$$

$$\Phi_*(r, t) \frac{t_{eff}(t)}{t} \ll 1.$$

В противоположном случае, когда вторая из производных по времени от величин $1/u(t)$ и $\Phi_*(r, t)$ становится больше, перевальная точка по t' в (8) будет близка к t и асимптотический профиль принимает вид

$$\Phi(r, t) \simeq \Phi_*(r, t), \quad \Phi_*(r, t) \frac{t_{eff}(t)}{t} \gg 1. \quad (46)$$

Напомним, что функция $\Phi_*(r, t)$, определенная равенством (11), отвечает за асимптотический профиль концентрации на больших расстояниях в задаче о безбарьерном прототипе.

Анализ показывает, что формула (46) справедлива и на самых поздних стадиях, когда $t \gg t_0$:

$$\Phi(r, t) \simeq \Phi_*(r, t), \quad t \gg t_0. \quad (47)$$

Подводя итог, отметим, что на временах, меньших характерного времени выхода примеси из барьера, $t < t_0$, асимптотика концентрации имеет двухступенчатую структуру. Ближняя ступень определяется формулой (45), а дальняя — (46). При этом дальняя ступень (46) совпадает с асимптотикой для безбарьерного прототипа. С ней также совпадает и одноступенчатая асимптотика концентрации на самых поздних стадиях $t > t_0$ (формула (47)).

Показатель экспоненты для ближней ступени асимптотики при $t < t_0$ находится в линейной зависимости от расстояния от источника r . Коэффициент при r , порядка $R_*^{-1}(t_{eff}(t))$, определяется режимом переноса, отвечающим текущему времени. Соответственно, указанный коэффициент зависит от того, в какой интервал времени попадает текущее время при $t < t_0$: $t \ll t_*$ или $t_* < t < t_0$.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы заключаются в следующем.

Проанализированы закономерности переноса примеси во фрактальной случайно-неоднородной среде при условии, что источник примеси окружен слабопроницаемым диффузионным барьером, испытывающим процесс дегградации.

Систематика режимов переноса и асимптотика концентрации на больших расстояниях от источника зависят от соотношения между характерными временами t_* и t_0 , где t_* — время начала дегградации, t_0 — время выхода примеси из барьера. При $t_0 < t_*$ указанные характеристики сводятся к уже известным результатам, полученным для стационарного барьера [4].

Различия возникают при обратном соотношении времен, $t_* < t_0$. На временах $t \ll t_*$ и режимы, и асимптотики с точностью до переобозначений сводятся, но только формально, к результатам на малых временах в задаче со стационарным барьером [4]. Поведение характеристик на временах $t > t_*$ зависит от сценария, по которому происходит дегградация

барьера. При быстром (экспоненциальном) разрушении интервал времени разрушения $t_* < t < t_0$ оказывается очень узким, и с ростом времени режим переноса, имеющий место при $t < t_*$, практически скачкообразно переходит в режим, свойственный безбарьерному прототипу (в задаче без барьера). При медленном (степенном) разрушении барьера интервал $t_* < t < t_0$ оказывается продолжительным, и здесь устанавливается режим переноса, медленный в сравнении с безбарьерным прототипом, но более быстрый в сравнении со случаем стационарного барьера.

На временах до выхода примеси из барьера, $t < t_0$, экспоненциально убывающая асимптотика концентрации в зависимости от расстояния от источника имеет двухступенчатую структуру. Ближняя ступень (умеренно большие расстояния) отвечает простой экспоненте. Коэффициент в показателе экспоненты обратно пропорционален размеру основной области локализации примеси на данный момент времени. Дальняя ступень асимптотики совпадает с той, которая имеет место в задаче без барьера. На поздних стадиях, когда $t > t_0$, асимптотика становится одноступенчатой и также совпадает с асимптотикой в задаче о безбарьерном прототипе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-08-05241-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. M. B. Isichenko, Rev. Mod. Phys. **64**, 961 (1992).
2. L. Bolshov, P. Kondratenko, K. Pruess, and V. Semenov, Vadose Zone J. **7**, 1181 (2008).
3. P. S. Kondratenko and L. V. Matveev, Phys. Rev. E **83**, 021106 (2011).
4. О. А. Дворецкая, П. С. Кондратенко, ЖЭТФ **143**, 799 (2013).
5. M. Dykhne, I. L. Dranikov, P. S. Kondratenko, and L. V. Matveev, Phys. Rev. E **72**, 061104 (2005).