

ЭКСТРАОРДИНАРНОЕ ПРОХОЖДЕНИЕ СВЕТА ЧЕРЕЗ МЕТАЛЛИЧЕСКУЮ ПЛЕНКУ, ПЕРФОРИРОВАННУЮ РЕШЕТКОЙ СУБВОЛНОВЫХ ОТВЕРСТИЙ

А. А. Зябловский^{a,b}, А. А. Павлов^a, В. В. Климов^{a,d,e}, А. А. Пухов^{a,b,c},*

А. В. Дорофеев^{a,b,c}, А. П. Виноградов^{a,b,c}, А. А. Лисянский^{f,g}

^a *Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова
127055, Москва, Россия*

^b *Московский физико-технический институт (государственный университет)
141700, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

^c *Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

^d *Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

^e *Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
115409, Москва, Россия*

^f *Department of Physics, Queens College of the City University of New York
11367, New York, USA*

^g *The Graduate Center of the City University of New York
10016, New York, USA*

Поступила в редакцию 21 января 2017 г.

Показано, что в зависимости от частоты падающей волны и геометрии системы при экстраординарном прохождении света через металлическую пленку, перфорированную решеткой субволновых отверстий, доминирует один из трех механизмов: либо наличие «окна прозрачности» у металла, либо возбуждение резонанса Фабри–Перо коллективной моды, образованной гибридизацией эванесцентных мод отверстий и поверхностных плазмонов, либо возбуждение плазмона на задней границе пленки. Возбуждение плазмонного резонанса на передней границе металлической пленки не дает существенного вклада в коэффициент прохождения, хотя дает вклад в коэффициент отражения.

DOI: 10.7868/S0044451017080016

1. ВВЕДЕНИЕ

В 1998 году Т. Эббесен с соавторами [1, 2] экспериментально обнаружили эффект экстраординарного прохождения (ЭОП) света через металлическую пленку, перфорированную периодической решеткой субволновых отверстий. Экстраординарным прохождением назвали потому, что коэффициент прохождения, нормированный на площадь отверстий, ведет себя немонотонным образом в зависимости от

частоты и на отдельных частотах превышает единицу. Данный факт привлек внимание к задаче о прохождении света через периодическую решетку отверстий в металлической пленке [3–5], так как немонотонную зависимость коэффициента прохождения от длины волны не удается объяснить при рассмотрении прохождения света через субволновые отверстия в бесконечно тонком идеально проводящем экране [6–8]. Действительно, согласно теории Бете [6] коэффициент прохождения через круглое субволновое отверстие в бесконечно тонком идеально проводящем экране, нормированный на площадь отверстия, пропорционален $(d/\lambda)^4$, где d — диаметр отверстия и λ — длина волны. Если считать, что ко-

* E-mail: zyablovskiy@mail.ru

эффицент прохождения через каждое отверстие в решетке не зависит от наличия других отверстий, то суммарный коэффициент прохождения оказывается много меньше единицы и монотонно убывает при увеличении длины волны падающего излучения.

В случае пленки конечной толщины коэффициент прохождения также пропорционален $(d/\lambda)^4 \exp(-h \operatorname{Im} q)$, где h — толщина пленки, q — волновой вектор моды в отверстии (см. экспериментальные [9, 10] и теоретические [11] работы). Максимум коэффициента прохождения наблюдается, только если размер отверстия становится сравнимым с длиной волны, когда мода отверстия становится распространяющейся [12–14]. Максимум прохождения в этом случае связан с возбуждением резонанса Фабри–Перо в единичном отверстии. При субволновых размерах отверстия наблюдается лишь монотонное уменьшение коэффициента прохождения при увеличении длины волны падающего излучения [15].

Для объяснения эффекта ЭОП через субволновые отверстия в литературе предлагались различные механизмы [16–20]. Качественные соображения о природе явления были даны в работе [1], где ЭОП связывалось с возбуждением поверхностных плазмонов либо на передней, либо на задней границе металлической пленки. Такое объяснение базировалось на обнаруженных в [1] экспериментальных фактах. Во-первых, было найдено, что максимумы коэффициента прохождения не наблюдаются в случае пленки из германия [1]. Поскольку в диапазоне измерений германий обладает положительной диэлектрической проницаемостью¹⁾, был сделан вывод о важности плазмонных свойств материала пленки. Во-вторых, было экспериментально показано, что длины волн, на которых наблюдаются максимумы коэффициента прохождения, линейно зависят от периода решетки. В-третьих, было показано, что положение максимумов коэффициента прохождения зависит от угла падения. При изменении угла падения изменяется интенсивность максимумов, максимумы могут расщепляться на два, а их положение может смещаться по длине волны. Так, если при нормальном падении наблюдается один максимум коэффициента прохождения, то при отклонении направления падения от нормали происходит расщепление максимума на два.

Все перечисленные экспериментальные особенности Эббесену удалось объяснить, предположив,

что максимумы коэффициента прохождения возникают из-за возбуждения поверхностных плазмонов. Условие возбуждения поверхностного плазмонного резонанса можно записать в виде

$$\mathbf{k}_{sp}(\omega) = \mathbf{k}_L(n, m) = \mathbf{k}_\tau + n\mathbf{G}_x + m\mathbf{G}_y, \quad (1)$$

где $\mathbf{k}_{sp}(\omega)$ — волновой вектор поверхностного плазмона, \mathbf{k}_τ — тангенциальная компонента волнового вектора падающей волны, $\mathbf{G}_{x,y} = (2\pi/L_{x,y})\mathbf{e}_{x,y}$ — векторы обратной решетки, $\mathbf{e}_{x,y}$ — единичные векторы вдоль соответствующих осей, n, m — целые числа, $\mathbf{k}_L(n, m)$ — вектор, удовлетворяющий условию Лауэ. Если пренебречь дисперсией материалов, то $|\mathbf{k}_{sp}|$ обратно пропорционален длине падающей волны, и длины волн, при которых выполняется условие (1), линейно масштабируются при изменении периода решетки $L_{x,y}$.

При нормальном падении света $\mathbf{k}_\tau = 0$, для пар чисел (n, m) и $(-n, -m)$ частоты, при которых выполняется условие (1), совпадают, и наблюдается вырождение. При падении под углом $\mathbf{k}_\tau \neq 0$ имеем $|\mathbf{k}_L(n, m)| \neq |\mathbf{k}_L(-n, -m)|$, и это вырождение снимается. В результате при отклонении угла падения от нормали максимумы коэффициента прохождения, связанные с возбуждением поверхностных плазмонов, расщепляются на два.

Хотя эти качественные рассуждения указывают на важность возбуждения плазмонов, количественные расхождения выходят за рамки точности эксперимента [1]. Более того, каким образом возбуждение плазмонов связано с эффектом ЭОП, остается непонятым.

Возможный механизм ЭОП, дающий количественное согласие в ряде случаев, был предложен в работе [17] (см. также [20, 21]), где было показано, что максимумы коэффициента прохождения связаны с возбуждением резонансов Фабри–Перо коллективной моды, распространяющейся по всем отверстиям одновременно. Условие возбуждения резонанса Фабри–Перо записывалось в виде

$$r^2 \exp(2iqh) = 1, \quad (2)$$

где r — коэффициент отражения коллективной моды от внутренней границы пленки, q — комплексное волновое число коллективной моды в отверстиях. Необычность этого резонанса связана с тем, что в субволновых отверстиях собственная мода является не распространяющейся, а эванесцентной ($|\exp(2iqh)| \ll 1$). Для выполнения условия (2) необходимо, чтобы коэффициент отражения был много больше единицы, что возможно в случае падения

¹⁾ Измерение коэффициента прохождения в работе [1] проводилось в диапазоне от 200 нм до 2 мкм.

эванесцентной волны. В работе [17] было показано, что максимум коэффициента отражения наблюдается, когда выполняется условие возбуждения поверхностного плазмона (1). По этой причине ЭОП из-за возбуждения резонансов Фабри – Перо наблюдается на частотах, близких к частоте возбуждения поверхностных плазмонов.

Теория ЭОП, развитая в работе [17], предсказывает положение лишь части максимумов коэффициента прохождения [1]. Для объяснения остальных максимумов коэффициента прохождения необходимо привлекать дополнительные механизмы.

В данной работе мы показываем, что для объяснения всех случаев ЭОП через металлическую пленку, перфорированную двумерным массивом субволновых отверстий, необходимо учитывать три различных механизма. Во-первых, это возбуждение резонанса Фабри – Перо в отверстиях [17], во-вторых, возбуждение плазмонного резонанса на задней границе металлической пленки, в-третьих, наличие «окна прозрачности» у металла [22]. Кроме того, мы показываем, что возбуждение плазмонного резонанса на передней границе металлической пленки не дает вклада в коэффициент прохождения, хотя дает вклад в коэффициент отражения. Мы показываем, что максимумы коэффициента прохождения, связанные с возбуждением резонанса Фабри – Перо в отверстиях, убывают с увеличением толщины пленки медленнее, чем самая слабо затухающая мода изолированного отверстия.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОПИСАНИЕ ИССЛЕДУЕМОЙ СИСТЕМЫ

Для того чтобы выявить механизмы возникновения ЭОП, рассмотрим задачу о нормальном падении плоской электромагнитной волны с частотой ω на металлическую пленку толщиной h , перфорированную решеткой цилиндрических отверстий с круглым сечением диаметром d . Пусть отверстия располагаются в узлах прямоугольной решетки, грани которой совмещены с осями x и y . Периоды решетки вдоль осей x и y одинаковы, $L_x = L_y = L$ (рис.1).

Металлическая пленка окружена с двух сторон диэлектриками с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 . Падение происходит со стороны первого диэлектрика. Диэлектрическую проницаемость пленки металла обозначим ε_M ²⁾. Ось z направим

²⁾ При расчетах будем считать, что пленка изготовлена из золота, диэлектрическая проницаемость которого взята из работы [22].

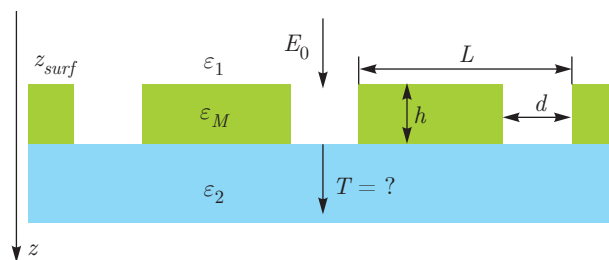


Рис. 1. Схематическое изображение пленки, перфорированной отверстиями

перпендикулярно поверхности пленки. Границу металлической пленки и первого диэлектрика совместим с плоскостью $z = 0$. В этом случае граница металлической пленки и второго диэлектрика будет лежать в плоскости $z = h$.

3. ЗАДАЧА О ПРОХОЖДЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ МЕТАЛЛИЧЕСКУЮ ПЛЕНКУ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ БЕЗ ОТВЕРСТИЙ

Заметим, что немонотонная зависимость коэффициента прохождения от частоты наблюдается даже в случае прохождения света через сплошную металлическую пленку. Рассмотрим эту задачу более подробно. Пусть на систему по нормали падает электромагнитная волна с частотой ω . Коэффициент прохождения через металлическую пленку дается выражением [23]

$$t(\omega) = \frac{t_{1M}t_{M2} \exp(ik_{zM}h)}{1 - r_{M1}r_{M2} \exp(2ik_{zM}h)}. \quad (3)$$

Здесь r_{M1}, r_{M2} — коэффициенты отражения от границы металл – первый диэлектрик и металл – второй диэлектрик; t_{1M}, t_{M2} — коэффициенты прохождения через границу металл – первый диэлектрик и второй диэлектрик – металл; $k_{zM} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_M}$ — нормальная компонента волнового вектора в металле, $k_{z1} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_1}$ и $k_{z2} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_2}$ — нормальные компоненты волнового вектора в первом и втором диэлектрике, $k_0 = \omega/c$.

Коэффициент прохождения (3) имеет максимум при длине волны падающего света $\lambda \approx 500$ нм (рис. 2a). Его появление связано с тем, что при длине волны $\lambda \approx 500$ нм в золоте существует «окно прозрачности», когда мнимая часть нормальной компоненты волнового числа $\text{Im } k_{zM}$ имеет минимум (рис. 3a), из-за чего экспонента в числителе (3) имеет максимум.

Мнимая часть нормальной компоненты волнового числа $\text{Im } k_{zM} = k_0 \text{Im } \sqrt{\varepsilon_M}$ не зависит от геомет-

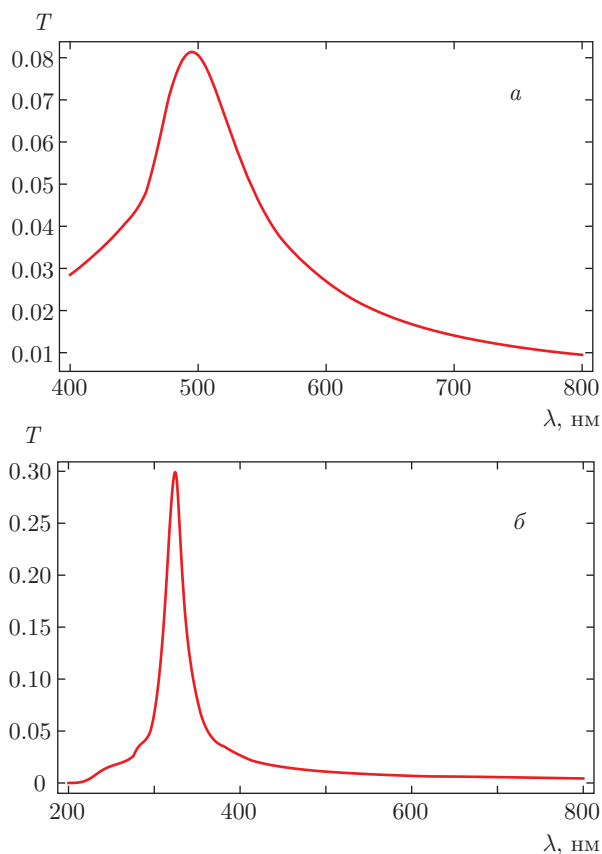


Рис. 2. Зависимости коэффициента прохождения через золотую (а) и серебряную (б) пленку без отверстий от длины волны при нормальном падении

рии системы и определяется исключительно диэлектрической проницаемостью золота (рис. 3б). Резкое изменение действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости золота при длине волны $\lambda \approx 500$ нм связано с тем, что при $\lambda < 500$ нм в золоте важную роль начинают играть межзонные переходы.

В случае нормального падения света на серебряную пленку максимум коэффициента прохождения наблюдается при длине волны $\lambda \approx 300$ нм (рис. 2б). Его происхождение объясняется теми же причинами (рис. 3в,г).

Для рассмотрения задачи об ЭОП через металлическую пленку, перфорированную решеткой отверстий, необходимо определить собственные моды такой пленки. Рассмотрим бесконечное пространство, заполненное золотом и перфорированное периодической решеткой бесконечно длинных цилиндров круглого сечения. Тогда электрическое и магнитное поля периодичны с периодом решетки:

$$\mathbf{E}(x, y) = \mathbf{E}(x + Ln, y + Lm),$$

$$\mathbf{H}(x, y) = \mathbf{H}(x + Ln, y + Lm),$$

где n, m — целые числа, L — период решетки.

4. СОБСТВЕННЫЕ МОДЫ КРУГЛОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОТВЕРСТИЯ В СПЛОШНОМ МЕТАЛЛЕ

Начнем с выражений для полей собственных мод и собственных волновых векторов одиночного отверстия [24, 25], которые нам понадобятся ниже. В случае одиночного отверстия задача является цилиндрически-симметричной, поэтому электрическое и магнитное поля удобно записать в цилиндрических координатах: $\mathbf{E}(r, \varphi, z)$ и $\mathbf{H}(r, \varphi, z)$, где r — расстояние от центра отверстия, φ — угол поворота в плоскости xy .

Дисперсионное уравнение, описывающее моды цилиндра диаметром d с диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ_1, μ_1 , расположенного в среде с диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ_M, μ_M [24, 25], имеет вид

$$\left(\frac{\mu_M}{k_M d} \frac{J'_n(k_M d)}{J_n(k_M d)} - \frac{\mu_1}{k_1 d} \frac{H'_n(k_1 d)}{H_n(k_1 d)} \right) \times \left(\frac{\epsilon_M}{k_M d} \frac{J'_n(k_M d)}{J_n(k_M d)} - \frac{\epsilon_1}{k_1 d} \frac{H'_n(k_1 d)}{H_n(k_1 d)} \right) = n^2 \frac{q_z^2}{k_0^2} \left(\frac{1}{k_M^2 d^2} - \frac{1}{k_1^2 d^2} \right)^2. \quad (4)$$

Здесь n — натуральное число или нуль, J_n, H_n — функции Бесселя и Ханкеля n -го порядка, J'_n, H'_n — их производные, d — диаметр моды отверстия, $k_M = \sqrt{\epsilon_M \mu_M k_0^2 - q_z^2}$, $k_1 = \sqrt{\epsilon_1 \mu_1 k_0^2 - q_z^2}$, q_z — волновой вектор моды отверстия.

Для собственной моды отверстия, имеющей номер n , все компоненты электрического и магнитного полей пропорциональны множителю

$$\exp(-i\omega t + iq_z z + i n \theta). \quad (5)$$

При каждом значении n существует бесконечное счетное множество решений уравнения (4), которые могут быть пронумерованы дополнительным индексом m [24, 25].

Собственные моды отверстия разделяются на ТМ- и ТЕ-моды. При $n = 0$ такое разделение очевидно. Решения уравнения

$$\frac{\mu_M}{k_M d} \frac{J'_0(k_M d)}{J_0(k_M d)} - \frac{\mu_1}{k_1 d} \frac{H'_0(k_1 d)}{H_0(k_1 d)} = 0 \quad (6)$$

являются ТЕ-модами, а решения уравнения

$$\frac{\epsilon_M}{k_M d} \frac{J'_0(k_M d)}{J_0(k_M d)} - \frac{\epsilon_1}{k_1 d} \frac{H'_0(k_1 d)}{H_0(k_1 d)} = 0 \quad (7)$$

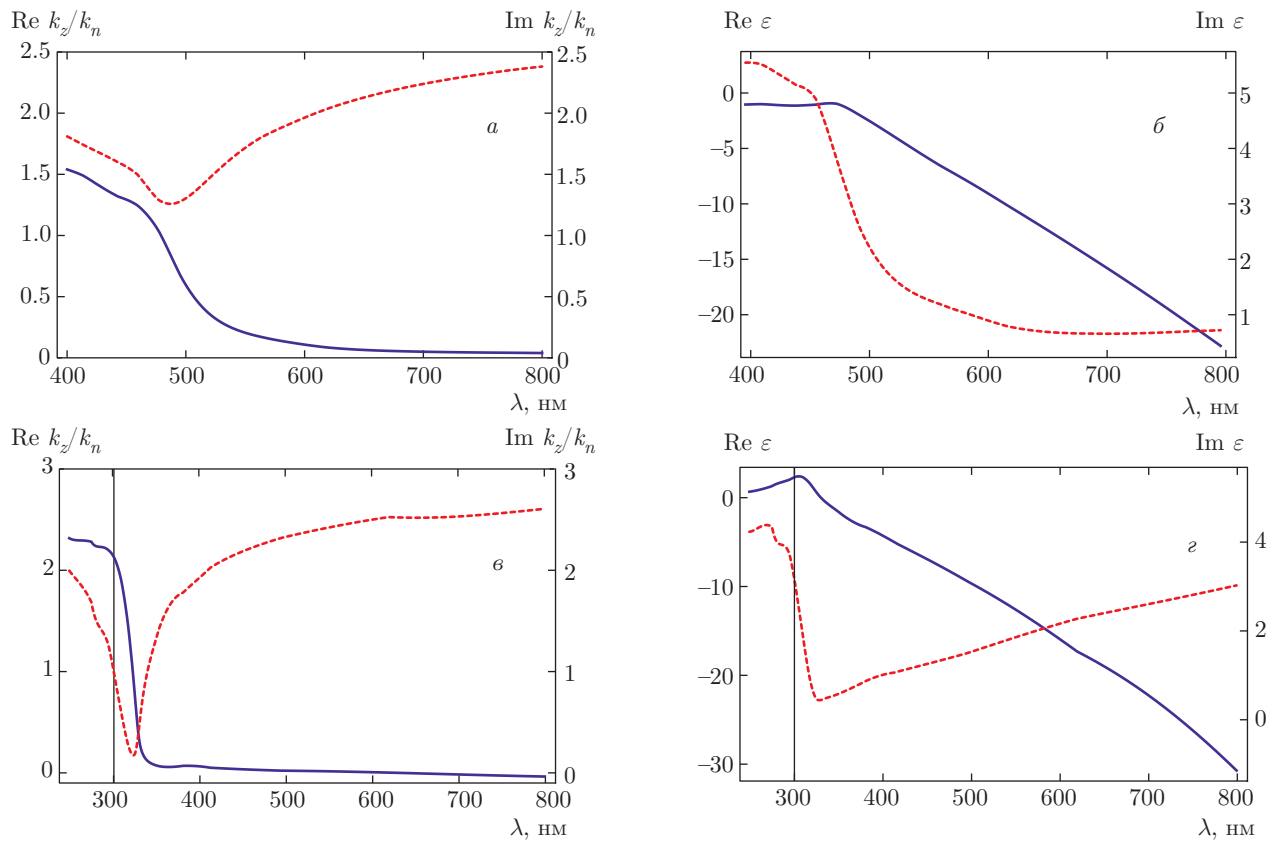


Рис. 3. Действительная (сплошные линии) и мнимая (штриховые линии) части нормальной компоненты волнового вектора в золоте (а) и серебре (в) в зависимости от длины волны. Действительная (сплошные линии) и мнимая (штриховые линии) части диэлектрической проницаемости золота (б) и серебра (з) в зависимости от длины волны. $k_n = 2\pi/400 \text{ nm}^{-1}$

Таблица. Волновые числа собственных ТЕ-мод одиночного отверстия

$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$
$q_{nz} \approx (0.05 + 3.3i)k_n$	$q_{nz} \approx (0.023 + 1.4i)k_n$	$q_{nz} \approx (0.0337 + 2.69i)k_n$

являются ТМ-модами. При всех остальных значениях n строгое разделение на ТЕ и ТМ невозможно.

Рассмотрим случай, когда $\epsilon_1 = 1, \mu_1 = 1, \mu_M = 1$, а ϵ_M — диэлектрическая проницаемость золота. Для отверстия диаметром $d = 150 \text{ nm}$ при длине волны $\lambda = 645 \text{ nm}$ волновые числа моды отверстия q_z при разных n приведены в таблице.

В модах с $n = 0$ электрическое и магнитное поля не зависят от угла, поэтому такие моды при нормальном падении плоской электромагнитной волны на отверстие не возбуждаются [26].

Наименьшую мнимую часть волнового вектора $\text{Im } q_z$ имеет ТЕ-мода с $n = 1$ (ТЕ₁₁). Кроме того, как показано в книге [26], при нормальном падении

плоской волны на цилиндрический волновод, стенки которого изготовлены из идеального проводника, возбуждается только ТЕ₁₁-мода. Поэтому в первом приближении можно ограничиться рассмотрением только ТЕ₁₁-моды³⁾. Зависимость $\text{Im } q_z$ для такой моды от длины волны показана на рис. 4.

На рис. 4б видно, что при $\lambda \approx 500 \text{ nm}$ наблюдается минимум $\text{Im } q_z$. Как и в случае пленки без отверстий, данный минимум связан с «окном прозрачно-

³⁾ Моды с $n \neq 1$ возбуждаются благодаря тому, что моды периодической системы не совпадают с модами одиночного отверстия. Однако в случае, когда расстояние между отверстиями много больше толщины скин-слоя, этим различием можно пренебречь.

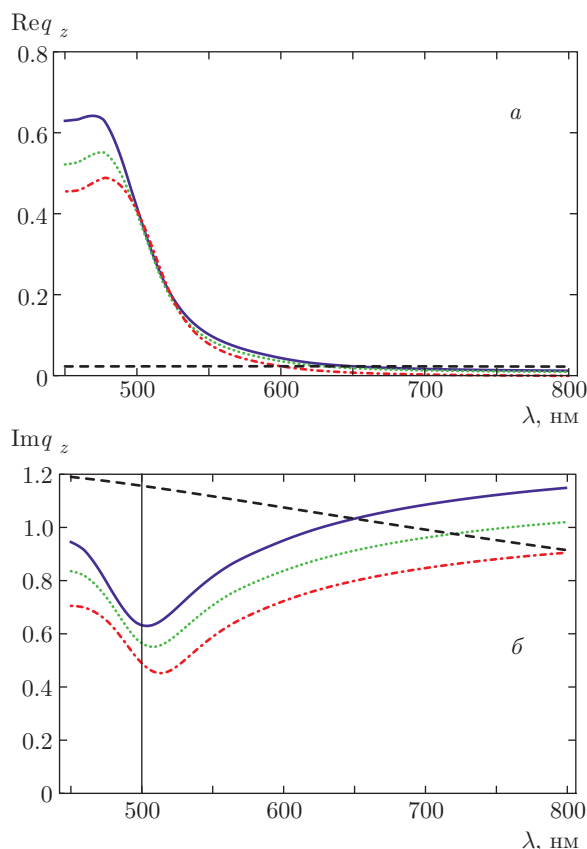


Рис. 4. Зависимости $Re q_z$ (а) и $Im q_z$ (б) от длины волны для TE_{11} -моды (в единицах $k_n = 2\pi/645 \text{ nm}^{-1}$). Диаметр отверстия 100 нм (сплошные линии), 125 нм (пунктирные линии), 150 нм (штрихпунктирные линии). Диаметр отверстия 100 нм и диэлектрическая проницаемость материала пленки не зависит от частоты и равна диэлектрической проницаемости золота при $\lambda = 645 \text{ нм}$ (штриховые линии)

сти» золота (рис. 3б,з). При уменьшении длины волны от 800 нм до 500 нм модуль действительной части диэлектрической проницаемости золота уменьшается (рис. 3б) и вблизи 500 нм достигает максимума. Уменьшение модуля действительной части диэлектрической проницаемости $|Re \epsilon_M|$ приводит к увеличению глубины проникновения поля в металл. В результате увеличивается эффективный размер отверстия, что приводит к уменьшению $Im q_z$. При длинах волн больших 500 нм действительная часть диэлектрической проницаемости золота $Re \epsilon_M$ практически не изменяется, а мнимая часть диэлектрической проницаемости $Im \epsilon_M$ резко увеличивается (рис. 3б). Увеличение мнимой части диэлектрической проницаемости приводит к увеличению потерь и, как следствие, к увеличению $Im q_z$.

Таким образом, на величину $Im q_z$ влияют два фактора. Уменьшение модуля действительной части

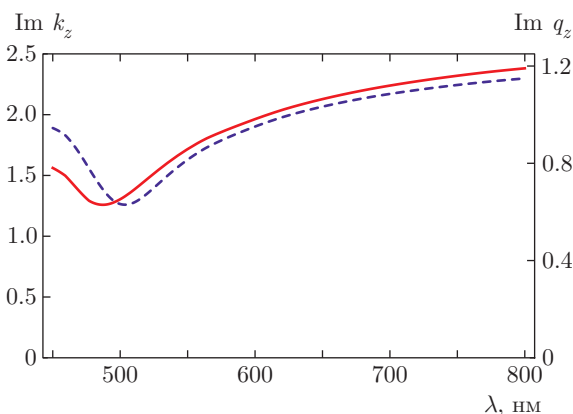


Рис. 5. Зависимости $Im k_z$ (сплошная линия) и $Im q_z$ в отверстии диаметром 100 нм (штриховая линия) от длины волны. $k_n = 2\pi/645 \text{ nm}^{-1}$

диэлектрической проницаемости приводит к уменьшению $Im k_z$, а увеличение мнимой части диэлектрической проницаемости приводит к увеличению $Im k_z$. Для золота при $\lambda > 500 \text{ нм}$ доминирует первый фактор, а при $\lambda < 500 \text{ нм}$ — второй. В результате при $\lambda \approx 500 \text{ нм}$ в точке, где влияние этих двух факторов сравнивается, возникает минимум $Im q_z$.

Заметим, что и минимум мнимой части нормальной компоненты волнового вектора в золоте $Im k_z$, и минимум мнимой части волнового вектора в отверстии $Im q_z$ наблюдаются при длинах волн, близких к «окну прозрачности» золота. Однако в точности их положения не совпадают (рис. 5). Это связано с тем, что $Im k_z$ зависит только от диэлектрической проницаемости металла, а $Im q_z$ определяется из формулы (4) и зависит как от диэлектрической проницаемости металла, так и от диэлектрической проницаемости материала, заполняющего отверстие, диаметра отверстия, номера моды и т. д.

При падении света на металлическую пленку, перфорированную периодической решеткой отверстий, электромагнитные волны могут проходить как через отверстия, так и непосредственно через металл. Поэтому в случае, когда интенсивности волн, прошедших через отверстия и через металл, близки, в спектре коэффициента прохождения наблюдается сразу два (или более) максимума при длинах волн, близких к «окну прозрачности» золота.

Заметим, что распределение поля моды единичного отверстия в металлической пленке отличается от распределения поля в одном из отверстий для моды решетки отверстий, изображенной на рис. 1. Однако в дальнейшем мы ограничимся практически важным случаем, когда диаметр отверстия $d =$

= 100–150 нм и $L = 400$ –600 нм. В этом случае поле, туннелирующее из одного отверстия в соседнее отверстие, в $e^8 \approx 3000$ раз меньше, чем поле на самом отверстии⁴). Поэтому с хорошей точностью можно считать, что моды единичного отверстия совпадают с модами в периодической решетке отверстий.

5. ПРОХОЖДЕНИЕ СВЕТА ЧЕРЕЗ МЕТАЛЛИЧЕСКУЮ ПЛЕНКУ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ, ПЕРФОРИРОВАННУЮ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКОЙ ОТВЕРСТИЙ

В разд. 3 мы показали, что коэффициент прохождения через металлическую пленку без отверстий для ТМ-поляризованной волны имеет резкие максимумы, связанные с «окнами прозрачности» реальных металлов. Перейдем теперь к рассмотрению задачи о прохождении электромагнитной волны через металлическую пленку, перфорированную решеткой отверстий.

5.1. Откуда берутся максимумы коэффициента прохождения

При нормальном падении плоской электромагнитной волны на металлическую пленку, перфорированную периодической решеткой отверстий, отраженные и прошедшие через пленку волны можно разложить в ряд Фурье по плоским волнам с волновыми векторами

$$\mathbf{k}_{nm} = \frac{2\pi}{L} n\mathbf{e}_x + \frac{2\pi}{L} m\mathbf{e}_y. \quad (8)$$

Здесь \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y — единичные векторы вдоль осей x и y , n и m — целые числа. Для того чтобы найти амплитуду таких гармоник, нам необходимо определить токи на задней границе⁵).

При падении плоской электромагнитной волны на металлическую пленку, перфорированную периодической решеткой отверстий, происходит возбуждение собственных мод такой пленки. Ранее мы вычислили собственные моды одиночного отверстия в сплошном металле. В случае, когда расстояние между соседними отверстиями много больше толщины скин-слоя, поле из одного отверстия практически не

проникает в соседние, и собственные моды периодической решетки отверстий можно считать объединением мод отдельных отверстий. Другими словами, распределение поля $\mathbf{E}_{AH}(x, y, z)$ в собственных модах периодической решетки отверстий можно представить в виде суммы

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{AH}(x, y, z) &\approx \\ &\approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{SH}(x + Ln, y + Lm, z), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\mathbf{E}_{SH}(x, y, z)$ — распределение поля в собственной моде одиночного отверстия. В выражении (9) мы учли, что падение плоской волны происходит по нормали, из-за чего разность фаз между полями на разных отверстиях равна нулю.

Помимо мод, которые получаются объединением собственных мод отдельных отверстий (9), собственными модами периодической решетки отверстий являются также моды, аналогичные плоским волнам в металлической пленке без отверстий.

Для того чтобы решить задачу об ЭОП, необходимо найти амплитуды всех этих собственных мод, возбуждаемых падающей нормально плоской волной. Для их нахождения необходимо использовать условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей.

Если амплитуды собственных мод на передней границе металлической пленки равны $t_N^{(1)}$, то амплитуды собственных мод на задней границе металлической пленки будут равны $t_N^{(1)} \exp(iq_N h)$, где q_N — волновой вектор N -моды отверстия. Здесь и далее индекс « N » обозначает сразу два индекса (n, m) , нумерующие собственные моды отверстия (см. разд. 4). В предыдущем разделе было показано, что собственные моды отверстия имеют разные декременты затухания. В случае, когда одна из мод затухает гораздо медленнее, чем все остальные (в нашем случае это TE_{11} -мода), можно считать, что амплитуда этой моды равна $t_1^{(1)} \exp(iq_1 h)$, а амплитудами всех остальных мод можно пренебречь. Такое приближение неприменимо, если коэффициент $t_K^{(1)}$ для какой-либо моды с номером K окажется много больше, чем коэффициент $t_1^{(1)}$. В дальнейшем мы покажем, что в нашей системе описанное приближение применимо. Здесь же напомним, что в случае одиночного отверстия падающая по нормали плоская электромагнитная волна возбуждает только TE_{11} -моду (см. предыдущий раздел). В случае решетки отверстий из-за нарушения цилиндрической симметрии могут возбуждаться моды с

⁴) Минимальное расстояние между границами отверстий в этом случае составляет 250 нм, а толщина скин-слоя в золотой пленке — приблизительно 30 нм.

⁵) На практике нам достаточно знать амплитуды только тех плоских волн, которые не являются эванесцентными.

$n \neq 1$, однако при достаточно большом расстоянии между отверстиями их амплитуды будут малы. Это оправдывает сделанное нами приближение.

Падающая на заднюю границу металлической пленки мода с амплитудой $t_N^{(1)} \exp(iq_N h)$ частично отражается с коэффициентом $r_N^{(2)}$, а частично проходит в диэлектрик. Отраженная волна вновь будет суммой всех собственных мод системы с амплитудами $t_N^{(1)} r_{NM}^{(2)} \exp(iq_N h)$, где M — номер отраженной моды. При распространении от задней границы металлической пленки к передней границе амплитуды собственных мод будут уменьшаться, и на передней границе окажутся равными $t_N^{(1)} r_{NM}^{(2)} \exp(i(q_N + q_M)h)$. Считая, что декремент затухания TE_{11} -моды самый маленький, мы можем вновь считать, что амплитуды всех остальных мод на передней границе равны нулю. TE_{11} -мода частично отражается на передней границе обратно с коэффициентом $r_N^{(1)}$, а частично проходит в диэлектрик над пленкой. Повторяя эти рассуждения для отраженной волны, получим в итоге формулу для амплитуды волны t_{nm} с волновым вектором \mathbf{k}_{nm} , вышедшей из пленки на ее задней границе:

$$t_{nm} = \frac{t_N^{(1)} t_{Nnm}^{(2)} \exp(iq_N h)}{1 - r_N^{(1)} r_N^{(2)} \exp(2iq_N h)}. \quad (10)$$

Здесь $t_N^{(1)}$ — амплитуда N -моды на передней границе металлической пленки, возбуждаемой падающей плоской волной единичной амплитуды, $t_{Nnm}^{(2)}$ — амплитуда плоской волны с волновым вектором \mathbf{k}_{nm} на задней границе металлической пленки, возбуждаемой падающей N -модой единичной амплитуды, $r_N^{(1)}$ и $r_N^{(2)}$ — коэффициенты отражения N -моды от передней и задней границ металлической пленки.

Важно подчеркнуть, что при расчете коэффициентов отражения ($r_N^{(1)}$ и $r_N^{(2)}$) и прохождения ($t_N^{(1)}$ и $t_N^{(2)}$) мы учитываем все собственные моды металлической пленки, перфорированной решеткой отверстий. Однако при этом считаем, что при распространении от одной границы металлической пленки до другой амплитуды всех собственных мод за исключением TE_{11} -моды уменьшаются до нуля.

Максимумы коэффициента прохождения (10) могут наблюдаться в следующих случаях:

1) если q_N имеет локальный минимум на определенной частоте. В реальных системах минимумы q_N возникают из-за наличия «окна прозрачности» у металлов (см. предыдущий раздел);

2) если коэффициенты $t_N^{(1)}$ или $t_N^{(2)}$ имеют максимумы по частоте;

3) если знаменатель выражения (10) обращается в нуль:

$$r_N^{(1)} r_N^{(2)} \exp(2iq_N h) = 1. \quad (11)$$

Данное условие можно представить в виде двух условий для амплитуды и фазы

$$\exp(-2h \operatorname{Im} q_N) = \frac{1}{|r_N^{(1)}| |r_N^{(2)}|}, \quad (12)$$

$$\arg(r_N^{(1)} r_N^{(2)}) - 2h \operatorname{Re} q_N = 2\pi j, \quad (13)$$

где j — целое число. Из таблицы видно, что при толщине пленки $h = 100$ нм набег фазы при прохождении сквозь отверстие моды с $n = 1$ равен $h \operatorname{Re} q_N \approx 0.023$ рад. Таким образом, для моды с $n = 1$ условие (13) выполняется, когда $\arg(r_N^{(1)} r_N^{(2)}) \approx 2\pi j^6$. Такая мода является «нулевым» резонансом Фабри–Перо, когда на длине отверстия укладывается нулевое число длин волн.

Для того чтобы определить частоты, на которых наблюдаются максимумы коэффициента прохождения, возникающие из-за резонансов в отверстиях, необходимо вычислить коэффициенты отражения моды отверстия от его границы раздела с диэлектриком.

5.2. Вычисление коэффициента $t_N^{(1)}$

Рассмотрим задачу о падении плоской волны единичной амплитуды на металлическую пленку бесконечной толщины, перфорированную периодической решеткой отверстий. Для того чтобы найти коэффициент $t_N^{(1)}$, запишем условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей отдельно для каждой фурье-гармоники. Из условий непрерывности для тангенциальной компоненты магнитного поля следует, что

$$H_0(x, y) + H^r(x, y) = H^t(x, y), \quad (14)$$

где $H_0(x, y)$, $H^r(x, y)$ — тангенциальные компоненты падающего и отраженного магнитных полей, а $H^t(x, y)$ — тангенциальная компонента прошедшего в пленку магнитного поля. Последнее слагаемое можно представить в виде разложения по собственным модам системы:

$$H^t(x, y) = \sum_N t_N^{(1)} H^{(N)}(x, y). \quad (15)$$

⁶⁾ Аналогично и для мод с $n = 0$ и $n = 2$.

Здесь $H^{(N)}(x, y)$ — распределение поля в N -й собственной моде системы, $t_N^{(1)}$ — коэффициенты разложения.

Разложив $H^{(N)}(x, y)$, $H_0(x, y)$, $H^r(x, y)$ в ряд Фурье, перейдем от уравнения (14) к уравнению

$$\begin{aligned} & \sum_{n,m} \delta_{0n} \delta_{0m} \exp\left(i \frac{2\pi x}{L} n + i \frac{2\pi y}{L} m\right) + \\ & + \sum_{n,m} h_{nm}^r \exp\left(i \frac{2\pi x}{L} n + i \frac{2\pi y}{L} m\right) = \\ & = \sum_N t_N^{(1)} \sum_{n,m} h_{nm}^{(N)} \exp\left(i \frac{2\pi x}{L} n + i \frac{2\pi y}{L} m\right). \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь h_{nm}^r и $h_{nm}^{(N)}$ — коэффициенты разложения в ряд Фурье полей $H^r(x, y)$ и $H^{(N)}(x, y)$. Меняя порядок суммирования в правой части (16) и учитывая, что равенство должно выполняться при любых значениях x и y , получаем условие непрерывности отдельно для каждой фурье-гармоники:

$$\delta_{0n} \delta_{0m} + h_{nm}^r = \sum_N t_N^{(1)} h_{nm}^{(N)}. \quad (17)$$

Аналогично можно получить уравнение непрерывности для каждой фурье-гармоники тангенциальной компоненты электрического поля:

$$\delta_{0n} \delta_{0m} + e_{nm}^r = \sum_N t_N^{(1)} e_{nm}^{(N)}. \quad (18)$$

Используя уравнения (17), (18), можно определить коэффициенты разложения по собственным модам системы $t_N^{(1)}$ для поля, прошедшего через границу металлической пленки. Для этого нам необходимо выразить фурье-гармоники электрического поля e_{nm}^r , $e_{nm}^{(N)}$ через фурье-гармоники магнитного поля, что позволяет получить замкнутую систему уравнений для коэффициентов $t_N^{(1)}$.

Каждая фурье-гармоника магнитного поля $\mathbf{h}_{nm}^{(N)}$ перпендикулярна волновому вектору $\mathbf{k}_{nm}^{(N)}$ и соответствующей фурье-гармонике электрической индукции $\mathbf{d}_{nm}^{(N)}$, а электрическая индукция перпендикулярна волновому вектору [27]:

$$\mathbf{k}_{n,m}^{(N)} \times \mathbf{h}_{nm}^{(N)} = -\frac{\omega}{c} \mathbf{d}_{nm}^{(N)}, \quad (19)$$

где

$$\mathbf{k}_{n,m}^{(N)} = \left(\frac{2\pi}{L} n, \frac{2\pi}{L} m, q_N \right).$$

Из уравнения (19) следует, что тангенциальные компоненты электрической индукции и магнитного поля связаны соотношением

$$d_{nm}^{(N)} = -\frac{q_N}{\omega/c} h_{nm}^{(N)}. \quad (20)$$

Для того чтобы выразить уравнения непрерывности для электрического поля через компоненты магнитного поля, воспользуемся уравнением, связывающим электрическую индукцию с электрическим полем:

$$\mathbf{d}_{nm}^{(N)} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \varepsilon_{ij} \mathbf{e}_{n-j, m-l}^{(N)}, \quad (21)$$

где ε_{ij} — коэффициенты разложения диэлектрической проницаемости в ряд Фурье. Из уравнения (21) выразим тангенциальную компоненту электрического поля через тангенциальную компоненту электрической индукции:

$$e_{nm}^{(N)} = \hat{\varepsilon}^{-1} d_{nm}^{(N)}, \quad (22)$$

где $\hat{\varepsilon}^{-1}$ — тензор, обратный к тензору диэлектрической проницаемости,

$$\hat{\varepsilon} \mathbf{e}_{n,m}^{(N)} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \varepsilon_{ij} \mathbf{e}_{n-j, m-l}^{(N)}.$$

Используя уравнения (20) и (22), переписываем уравнение непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля (18) через тангенциальные компоненты магнитного поля:

$$\frac{k_z}{\varepsilon_1} (\delta_{0n} \delta_{0m} - h_{nm}^r) = \hat{\varepsilon}^{-1} \sum_N q_N h_{nm}^{(N)} t_N^{(1)}. \quad (23)$$

Здесь $h_{nm}^{(N)}$ — коэффициенты фурье-разложения для N -моды, h_{nm}^r — тангенциальная компонента магнитного поля в отраженной волне с волновым вектором (8), а $k_z = \sqrt{\varepsilon_{1,2} k_0^2 - k_{nm}^2}$ — нормальная компонента волнового вектора в диэлектрике, q_N — волновой вектор N -моды.

Уравнения (17) и (23) образуют замкнутую систему уравнений для коэффициентов $t_N^{(1)}$. В дальнейшем при вычислении коэффициентов $t_N^{(1)}$ будем учитывать конечное число фурье-гармоник и конечное число собственных мод системы. Для того чтобы система уравнений для коэффициентов $t_N^{(1)}$ была определена, будем учитывать столько фурье-гармоник, сколько учитываем собственных мод системы.

Заметим, что уравнения (16)–(23) не учитывают возбуждение волн с поляризацией, отличной от поляризации падающей волны. В случае нормального падения плоской волны на одиночное отверстие волны с такой поляризацией не возбуждаются вследствие цилиндрической симметрии задачи.

При нормальном падении плоской волны на пленку, перфорированную периодической решеткой отверстий круглого сечения, поляризация сохраняется, если поляризация падающей волны направлена вдоль одного из векторов этой решетки. В общем же случае поляризации отраженной и прошедшей волн могут отличаться от поляризации падающей волны. Изменение поляризации происходит из-за того, что собственные моды системы отличаются от мод одиночного отверстия и не обладают цилиндрической симметрией.

В данной работе мы рассматриваем случай, когда расстояние между отверстиями много больше толщины скин-слоя и поля в разных отверстиях слабо влияют друг на друга. Поэтому поляризации отраженной и прошедшей волн слабо отличаются (или не отличаются вовсе) от поляризации падающей волны.

5.3. Вычисление коэффициентов $t_N^{(2)}$, $r_N^{(1)}$ и $r_N^{(2)}$

При падении N -моды на границу раздела «отверстие в металле – диэлектрик» отраженное поле является суммой всех мод системы с коэффициентами r_{NM} . Для того чтобы найти коэффициенты r_{NM} (нас в первую очередь интересует коэффициент $r_N = r_{NN}$), запишем для каждой фурье-гармоники условия непрерывности на границе тангенциальных компонент электрического и магнитного полей для ТМ-моды

$$h_{nm}^{(N)} + \sum_M r_{NM} h_{nm}^{(M)} = h_{nm}^t, \quad (24)$$

$$\hat{\varepsilon}^{-1} \left(q_N h_{nm}^{(N)} - \sum_M q_M r_{NM} h_{nm}^{(M)} \right) = \frac{k_z}{\varepsilon_{1,2}} h_{nm}^t, \quad (25)$$

где $k_z = \sqrt{\varepsilon_{1,2} k_0^2 - k_{nm}^2}$ – нормальная компонента волнового вектора в диэлектрике, q_N – волновой вектор N -моды, $h_{nm}^{(M)}$ – коэффициенты фурье-разложения для M -моды, h_{nm}^t – амплитуда волны в диэлектрике с тангенциальной компонентой волнового вектора (8).

Решая систему уравнений (24), (25), получаем значения коэффициентов r_{NM} , из которых необходимые нам коэффициенты $r_N^{(1)}$ (или $r_N^{(2)}$) равны r_{NN} . Коэффициент $t_N^{(2)}$ также находится из системы (24), (25) и равен h_{nm}^t .

6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИН ВОЛН МАКСИМУМОВ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОХОЖДЕНИЯ В СЛУЧАЕ МАЛОГО ДИАМЕТРА ОТВЕРСТИЯ

6.1. Предел отверстий бесконечно малого диаметра

Зная волновые числа собственных мод системы q_N и коэффициенты $t_N^{(1)}$, $t_N^{(2)}$, $r_N^{(1)}$, $r_N^{(2)}$, можно найти амплитуду волны t_{nm} с волновым вектором \mathbf{k}_{nm} на задней границе металлической пленки (10). Однако системы уравнений (17), (23) и (24), (25) представляют собой бесконечные системы линейных уравнений и не допускают аналитического решения.

Для того чтобы получить аналитические выражения для коэффициентов $t_N^{(1)}$, $t_N^{(2)}$, $r_N^{(1)}$, $r_N^{(2)}$, рассмотрим предел отверстия бесконечно малого диаметра ($k_0 d \rightarrow 0$). В этом случае волновые числа всех мод становятся одинаковыми⁷⁾ и матрица $\hat{\varepsilon}^{-1}$ становится диагональной с элементами на диагонали равными ε_M^{-1} , что позволяет перейти от систем уравнений (17), (23) и (24), (25) к двум системам уравнений:

$$\delta_{n0} \delta_{m0} + h_{nm}^r = h_{nm}^{tr}, \quad (26)$$

$$\frac{k_z^{nm}}{\varepsilon_{1,2}} (\delta_{n0} \delta_{m0} - h_{nm}^r) = \frac{q}{\varepsilon_M} h_{nm}^{tr} \quad (27)$$

и

$$h_{nm}^{(N)} + h_{nm}^{ref} = h_{nm}^t, \quad (28)$$

$$\frac{q}{\varepsilon_M} (h_{nm}^{(N)} - h_{nm}^{ref}) = \frac{k_z^{nm}}{\varepsilon_{1,2}} h_{nm}^t. \quad (29)$$

Здесь q – волновое число мод отверстия в случае, когда диаметр отверстия стремится к нулю, h_{nm}^{tr} – амплитуда магнитного поля в прошедшей волне для N -моды,

$$h_{nm}^{tr} = \sum_M t_M^{(1)} h_{nm}^{(N)} = S_{nmM} t_M^{(1)}, \quad (30)$$

и h_{nm}^{ref} – амплитуда магнитного поля в отраженной волне,

$$h_{nm}^{ref} = \sum_M r_{NM} h_{nm}^{(M)} = S_{nmM} r_{NM}, \quad (31)$$

где S_{nmM} – матрица, nmM -й элемент которой равен $h_{nm}^{(M)}$. Из уравнений (30), (31) следует, что

⁷⁾ Действительно, в пределе $k_0 d \rightarrow 0$ при $n \neq 0$ получаем $J'_n(k_0 d)/J_n(k_0 d) \rightarrow n/k_0 d$ и $H'_n(k_0 d)/H_n(k_0 d) \rightarrow -n/k_0 d$. В результате дисперсионное уравнение (4) перестает зависеть от номера моды n .

$$t_M^{(1)} = S_{nmM}^{-1} h_{nm}^{tr}, \quad (32)$$

$$r_{NM} = S_{nmM}^{-1} h_{nm}^{ref}. \quad (33)$$

Из системы уравнений (26), (27) следует, что

$$h_{nm}^{tr} = \frac{2\varepsilon_M k_z^{nm}}{\varepsilon_M k_z^{nm} + \varepsilon_{1,2} q} \delta_{n0} \delta_{m0}. \quad (34)$$

В свою очередь из системы уравнений (28), (29) следует, что

$$h_{nm}^{ref} = \frac{\varepsilon_{1,2} q - \varepsilon_M k_z^{nm}}{\varepsilon_{1,2} q + \varepsilon_M k_z^{nm}} h_{nm}^{(N)}. \quad (35)$$

Здесь $\varepsilon_M, \varepsilon_{1,2}$ — диэлектрические проницаемости среды металла и диэлектрика, индекс «1» соответствует отражению от передней границы пленки, а индекс «2» — от задней.

В результате получаем

$$t_M^{(1)} = \frac{2\varepsilon_M k_z^{nm}}{\varepsilon_M k_z^{nm} + \varepsilon_{1,2} q} S_{nmM}^{-1} \delta_{n0} \delta_{m0}, \quad (36)$$

$$r_{NM} = \frac{\varepsilon_{1,2} q - \varepsilon_M k_z^{nm}}{\varepsilon_{1,2} q + \varepsilon_M k_z^{nm}} S_{nmM}^{-1} h_{nm}^{(N)}. \quad (37)$$

Коэффициенты $t_M^{(1)}$ и r_{NM} имеют максимумы, когда выполняется резонансное условие

$$\varepsilon_{1,2} q + \varepsilon_M k_z^{nm} = 0. \quad (38)$$

Однако коэффициент $t_M^{(1)}$ отличен от нуля только при $n = m = 0$, когда $k_z^{00} = \omega/c$, из-за чего резонансное условие (38) никогда не выполняется для $t_M^{(1)}$. Коэффициенты r_{NM} отличны от нуля при произвольных n и m , и резонансное условие (38) может выполняться.

Для всех мод с $n \neq 0$ волновой вектор q при $k_0 d \rightarrow 0$ стремится к $k_0 \sqrt{\varepsilon_M}$. Поэтому условие (38) выполняется, когда тангенциальная компонента волнового вектора \mathbf{k}_{nm} (38) по модулю равна

$$|\mathbf{k}_{nm}| = k_{res} = \frac{\omega}{c} \operatorname{Re} \left[\sqrt{\frac{\varepsilon_{1,2}(\varepsilon_M - \varepsilon_{1,2})}{\varepsilon_M}} \right]. \quad (39)$$

Заметим, что при $|\varepsilon_M| \gg \varepsilon_{1,2}$ имеет место соотношение

$$k_{res} \approx k_{sp} = \frac{\omega}{c} \operatorname{Re} \left[\sqrt{\frac{\varepsilon_{1,2} \varepsilon_M}{\varepsilon_M + \varepsilon_{1,2}}} \right], \quad (40)$$

где k_{sp} — действительная часть волнового числа поверхностного плазмона на границе металл–диэлектрик. Другими словами, максимумы коэффициента

отражения r_{NM} наблюдаются, когда тангенциальная компонента волнового вектора падающей волны равна волновому вектору поверхностного плазмона.

Таким образом, коэффициенты отражения $r_N^{(1)}$, $r_N^{(2)}$ (т.е. r_{NN}) имеют максимумы, когда выполняется условие (39). В случае субволновых отверстий собственные моды являются эванесцентными, поэтому при увеличении толщины пленки $\exp(-2h \operatorname{Im} q_N) \rightarrow 0$. В этом случае резонансы Фабри–Перо в отверстиях могут наблюдаться, только когда $|r_N^{(1,2)}| \gg 1$ (см. амплитудное условие резонанса Фабри–Перо (12)). Поэтому в толстых пленках положение максимумов коэффициента прохождения определяется условием (39), которое при $|\varepsilon_M| \gg \varepsilon_{1,2}$ близко к условию возбуждения поверхностного плазмона на границе металл–диэлектрик.

Максимумы коэффициента прохождения (10) могут быть связаны не только с возбуждением резонансов Фабри–Перо в отверстиях. Они также могут быть связаны с максимумами $t_N^{(2)}$ (коэффициента возбуждения N -модой плоской волны с тангенциальной компонентой волнового вектора \mathbf{k}_{nm} на задней границе металлической пленки). В случае, когда диаметр отверстия $k_0 d \rightarrow 0$, коэффициент $t_N^{(2)}$ определяется из системы уравнений (28), (29):

$$t_N^{(2)} = \frac{2\varepsilon_M k_z}{\varepsilon_{1,2} q + \varepsilon_M k_z}. \quad (41)$$

Таким образом, положение максимумов $t_N^{(2)}$ совпадает с положением максимумов r_{NM} .

Коэффициент прохождения через металлическую пленку, перфорированную решеткой отверстий, t_{nm} прямо пропорционален $t_N^{(2)}$ (см. уравнение (10)), поэтому вне зависимости от толщины пленки положение максимумов коэффициента прохождения определяется условием (38). При $|\varepsilon_M| \gg \varepsilon_{1,2}$ это условие возбуждения поверхностного плазмона на границе металл–диэлектрик.

Заметим, однако, что условие (38) выполняется только для волн с тангенциальной компонентой волнового вектора $k_{res} > (\omega/c)\varepsilon_{1,2}$, из-за чего такие волны экспоненциально убывают при удалении от поверхности металлической пленки и не дают вклада в интенсивность прошедшего излучения.

В результате в пределе бесконечно малого диаметра отверстия $k_0 d \rightarrow 0$ максимумы интенсивности прошедшего излучения могут быть связаны только с резонансами Фабри–Перо в отверстиях в металлической пленке. Как будет показано ниже, при учете конечности диаметра отверстия максимумы интенсивности прошедшего излучения могут возникать не

только из-за возбуждения резонансов Фабри–Перо в отверстиях, но и из-за максимумов коэффициента $t_N^{(2)}$. Такие максимумы можно интерпретировать как возбуждение блоховских поверхностных плазмонов на задней границе металлической пленки. В то же время коэффициенты $t_N^{(1)}$ не имеют максимумов даже в случае отверстий конечного диаметра. Поэтому возбуждение блоховских поверхностных плазмонов на передней границе металлической пленки не приводит к возникновению максимумов в коэффициенте прохождения. Их влияние может проявляться в возникновении максимумов коэффициента отражения.

6.2. Случай отверстий конечного диаметра

Выше мы рассмотрели предельный случай малого диаметра отверстия ($k_0d \rightarrow 0$). В общем случае для нахождения коэффициентов r_{NM} , $t_N^{(2)}$ необходимо использовать систему уравнений (24), (25). Система уравнений (24), (25) бесконечна, из-за чего ее решение может быть найдено только приближенно. Для нахождения решения перейдем к конечной системе уравнений

$$h_{nm}^{(N)} + \sum_{M=0}^{M_{max}} r_{NM} h_{nm}^{(M)} + h_{nm}^{ref} = h_{nm}^t, \quad (42)$$

$$\hat{\varepsilon}^{-1} \left(q_N h_{nm}^{(N)} - \sum_{M=0}^{M_{max}} q_M r_{NM} h_{nm}^{(M)} - q h_{nm}^{ref} \right) = \frac{k_z}{\varepsilon_{1,2}} h_{nm}^t. \quad (43)$$

В уравнениях (42), (43), в отличие от (24), (25), сумма по M берется по конечному числу мод. Количество учитываемых мод M_{max} определяет точность, с которой находится решение системы уравнений (24), (25). Вклад от всех остальных мод учитывается в виде слагаемого

$$h_{nm}^{ref} = \sum_{M=M_{max}+1}^{\infty} r_{NM} h_{nm}^{(M)} \quad (44)$$

в уравнении (42) и слагаемого $-q h_{nm}^{ref}$ в уравнении (43), где $q = k_0 \sqrt{\varepsilon_M}$. Здесь мы учли, что при увеличении номера моды собственный волновой вектор моды q_M стремится к q . Поэтому мы можем свести бесконечное число мод с номерами $M > M_{max}$ к одной эффективной моде с волновым вектором q .

Система уравнений (42), (43) позволяет найти коэффициенты r_{NM} , $t_N^{(2)}$ с любой наперед заданной

точностью. Однако она сложна для аналитического рассмотрения. Чтобы найти аналитические выражения для положения максимумов коэффициентов r_{NM} , $t_N^{(2)}$, воспользуемся следующим приемом. Будем считать, что в максимуме r_{NM} можно положить

$$\sum_M r_{NM} h_{nm}^{(M)} \approx r_{NM'} h_{nm}^{(M)},$$

$$\sum_M q_M r_{NM} h_{nm}^{(M)} \approx q_M' r_{NM'} h_{nm}^{(M)}.$$

В результате получаем систему уравнений

$$h_{nm}^{(N)} + r_{NM} h_{nm}^{(M)} = h_{nm}^t, \quad (45)$$

$$\hat{\varepsilon}^{-1} \left(q_N h_{nm}^{(N)} - q_M r_{NM} h_{nm}^{(M)} \right) = \frac{k_z}{\varepsilon_{1,2}} h_{nm}^t. \quad (46)$$

Нас интересуют коэффициенты отражения моды от границы раздела «отверстие в металле–диэлектрик» $r_N^{(1)}$, $r_N^{(2)}$, которые совпадают с коэффициентами r_{NN} , поэтому ограничимся случаем, когда $N = M$. В этом случае

$$(1 + r_{NN}) h_{nm}^{(N)} = h_{nm}^t, \quad (47)$$

$$\hat{\varepsilon}^{-1} h_{nm}^{(N)} q_N (1 - r_{NN}) = \frac{k_z}{\varepsilon_{1,2}} h_{nm}^t. \quad (48)$$

При решении уравнений (47), (48) мы не можем полагать более, что тензор $\hat{\varepsilon}^{-1} \approx \varepsilon_M^{-1} \hat{I}$, где \hat{I} — единичная матрица. Действительно, в этом случае

$$\varepsilon_{00}^{-1} = \left(1 - \frac{\pi d^2}{4L^2} \right) \varepsilon_M^{-1} + \frac{\pi d^2}{4L^2} \varepsilon_H^{-1} \quad (49)$$

и

$$\varepsilon_{nm}^{-1} \sim \frac{\pi d^2}{4L^2} \varepsilon_H^{-1}, \quad (50)$$

где ε_H — диэлектрическая проницаемость в отверстии. Поэтому кажется, что в случае, когда $L^2 \gg d^2$, можно считать $\varepsilon_{00}^{-1} \approx \varepsilon_M^{-1}$ и $\varepsilon_{nm}^{-1} \approx 0$. Однако, как правило, $|\varepsilon_M| \gg \varepsilon_{1,2}$ и коэффициенты ε_{00}^{-1} и ε_{10}^{-1} , ε_{11}^{-1} , ... оказываются одного порядка величины. Например, в случае золотой металлической пленки, перфорированной периодической решеткой отверстий с диаметром $d = 100$ – 150 нм и периодом $L = 400$ – 600 нм,

$$\frac{\pi d^2}{4L^2} = 0.022 \div 0.11, \quad (51)$$

и

$$|\varepsilon_M \varepsilon_H^{-1}| \approx 10. \quad (52)$$

Следовательно, при $d \approx 150$ нм и $L \approx 400$ нм оказывается, что $|\varepsilon_{00}^{-1}| \approx |\varepsilon_{10}^{-1}| \approx |\varepsilon_{11}^{-1}|$. Поэтому в уравнениях (47), (48) помимо ε_{00}^{-1} необходимо учитывать коэффициенты $\varepsilon_{10}^{-1}, \varepsilon_{11}^{-1}, \dots$ ⁸⁾.

Для каждой пары значений n и m можно ввести эффективную диэлектрическую проницаемость по формуле

$$\varepsilon_{eff}(n, m) = \left(\frac{\sum_{i,j} \varepsilon_{ij}^{-1} h_{ij}^{(N)}}{h_{nm}^{(N)}} \right)^{-1}. \quad (53)$$

Используя эффективную диэлектрическую проницаемость, коэффициент отражения можно записать в виде

$$r_{NN} = \frac{\varepsilon_{1,2} q_N - \varepsilon_{eff} k_z}{\varepsilon_{1,2} q_N + \varepsilon_{eff} k_z}. \quad (54)$$

Коэффициент r_{NN} имеет максимум при резонансном условии

$$\varepsilon_{1,2} q_N + \varepsilon_{eff} k_z = 0. \quad (55)$$

Условие (55) выполняется, когда тангенциальная компонента волнового вектора \mathbf{k}_{nm} равна

$$|\mathbf{k}_{nm}| = k_{res} = \sqrt{\varepsilon_{1,2} \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\varepsilon_{1,2}^2}{\varepsilon_{eff}^2} q_N^2}. \quad (56)$$

Иными словами, максимумы коэффициента отражения r_{NN} наблюдаются при условии

$$k_{res} = \left| \frac{2\pi}{L_x} n \mathbf{e}_x + \frac{2\pi}{L_y} m \mathbf{e}_y \right|. \quad (57)$$

Из уравнения (57) следует, что положения максимумов коэффициента прохождения $t_N^{(2)}$ совпадают с положениями максимумов коэффициента отражения r_{NN} . В отличие от случая бесконечно малого диаметра отверстия, положения максимумов $t_N^{(2)}$ не зависят от n и m , а определяются положением максимума r_{NN} . В частности, максимум коэффициента прохождения наблюдается для волны с нулевой тангенциальной компонентой волнового вектора. Такая волна распространяется без затухания при удалении от задней границы металлической пленки и переносит энергию в направлении от пленки.

Таким образом, в случае отверстий конечной толщины максимумы интенсивности прошедшего

⁸⁾ В иной ситуации, когда $d < 100$ нм и $L > 600$ нм, $|\varepsilon_{00}^{-1}| \gg |\varepsilon_{10}^{-1}|$ и можно приближенно считать, что $\hat{\varepsilon}^{-1} \approx \varepsilon_M^{-1} \hat{I}$, где \hat{I} — единичная матрица.

излучения могут быть связаны как с возбуждением резонансов Фабри–Перо в отверстиях, так и с возбуждением блоховских плазмонных мод на задней границе металлической пленки.

7. СРАВНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕЗУЛЬТАТОВ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

7.1. Спектр коэффициента прохождения

Для проверки построенной теории сравним коэффициенты прохождения через металлическую пленку, перфорированную решеткой отверстий, полученные при помощи системы уравнений (47), (48), с результатами численного моделирования с помощью программы Comsol Multiphysics 5.2 (рис. 6).

Из рис. 6 видно, что построенная теория качественно верно описывает все существующие максимумы коэффициента прохождения. Более того, она достаточно хорошо предсказывает положение и амплитуду максимумов и минимумов коэффициента прохождения (рис. 6). Расхождение между аналитическими результатами и результатами численного моделирования связано с однододовостью приведенного рассмотрения (см. разд. 4.1).

7.2. Зависимость коэффициента прохождения от толщины пленки

В предыдущем разделе мы показали, что максимумы коэффициента прохождения могут возникать из-за возбуждения резонансов Фабри–Перо в отверстиях, из-за возбуждения блоховских плазмонных мод на задней границе металлической пленки и из-за существования «окна прозрачности» у металлов. Величины максимумов коэффициента прохождения, возникающих из-за возбуждения резонансов Фабри–Перо и из-за возбуждения блоховских плазмонных мод, по-разному зависят от толщины пленки.

Максимумы коэффициента прохождения, связанные с возбуждением блоховских плазмонных мод, пропорциональны $\exp(-h \operatorname{Im} q_N)$, где q_N — волновой вектор самой медленно убывающей собственной моды отверстия. В нашем случае это мода TE_{11} . В свою очередь максимумы коэффициента прохождения, связанные с возбуждением резонансов Фабри–Перо в отверстиях, пропорциональны

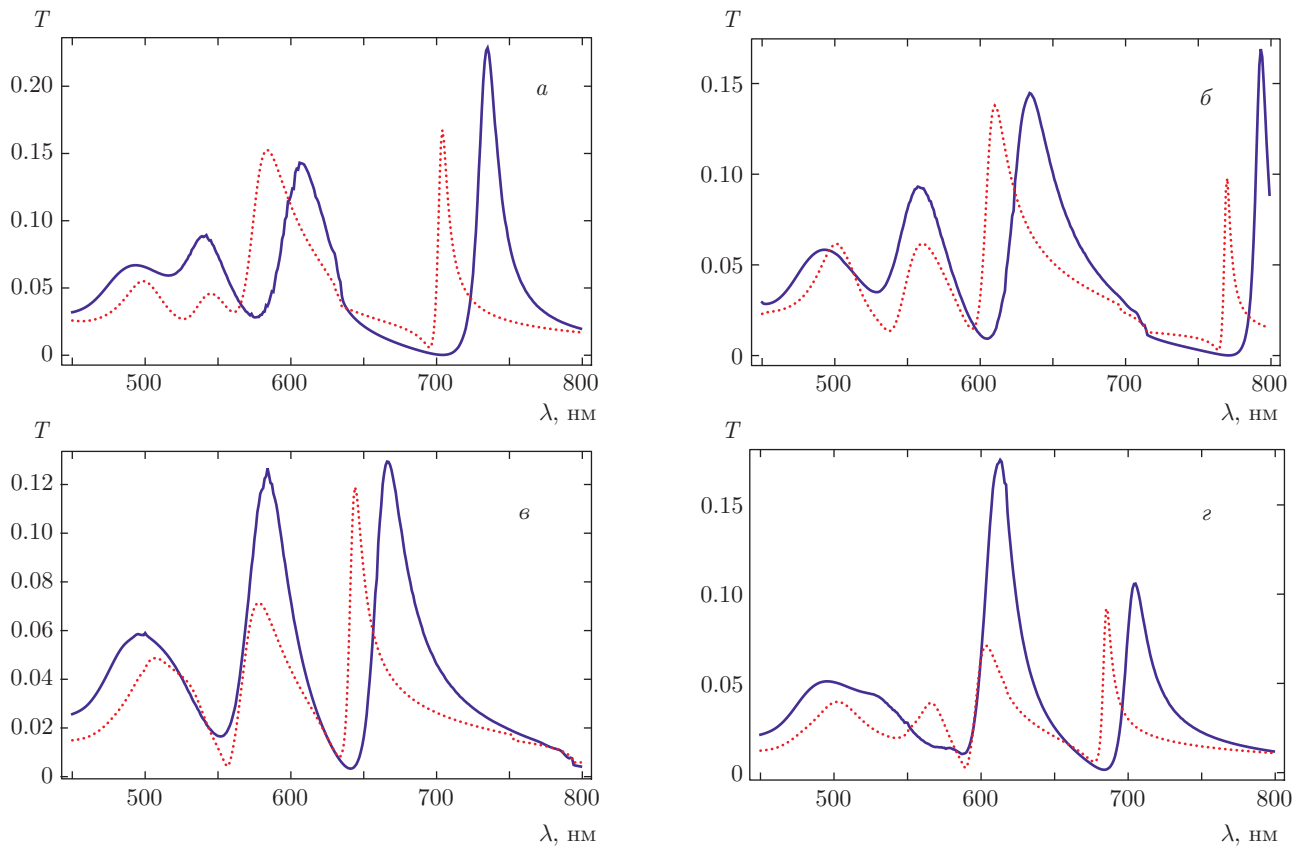


Рис. 6. Зависимости коэффициента прохождения от длины волны. Сплошные линии — результаты численного моделирования, пунктирные линии — результаты аналитических расчетов. Толщина пленки 100 нм, диаметр отверстия 150 нм, период решетки $L = 400$ нм (а), 450 нм (б), 500 нм (в), 550 нм (г)

$$\frac{\exp(-h \operatorname{Im} q_N)}{|1 - r_N^1 r_N^{(2)} \exp(2iq_N h)|} = \exp(-\gamma(h)h), \quad (58)$$

где $\gamma(h)$ — декремент убывания коэффициента прохождения. Из уравнения (58) следует, что

$$\gamma(h) = \operatorname{Im} q_N + \frac{1}{h} \ln \left(\left| 1 - r_N^1 r_N^{(2)} \exp(2iq_N h) \right| \right). \quad (59)$$

Вблизи резонанса Фабри–Перо

$$\left| 1 - r_N^1 r_N^{(2)} \exp(2iq_N h) \right| \ll 1$$

и, как следствие, $\gamma(h) < \operatorname{Im} q_N$.

Таким образом, максимумы коэффициента прохождения, связанные с возбуждением резонансов Фабри–Перо в отверстиях, убывают при увеличении толщины пленки медленнее, чем амплитуда самой медленно убывающей собственной моды отверстия ($\gamma(h) < \operatorname{Im} q_N$).

Результаты численного моделирования коэффициента прохождения через золотую пленку, perforированную решеткой отверстий, подтверждают,

что максимум коэффициента прохождения, связанный с возбуждением резонанса Фабри–Перо в отверстиях (при $\lambda \approx 650$ нм), убывает гораздо медленнее, чем все остальные максимумы (рис. 7а). Более того, данный максимум убывает при увеличении толщины пленки медленнее, чем амплитуда самой медленно убывающей собственной моды отверстия q_N (рис. 7б).

Разные зависимости амплитуд максимумов коэффициента прохождения, связанных с возбуждением резонанса Фабри–Перо и с возбуждением блоховских плазмонных мод на задней границе металлической пленки, от толщины пленки позволяют легко выявить механизм, приводящий к возникновению этого максимума.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существуют три различных механизма, приводящих к возникновению максимумов коэффициента

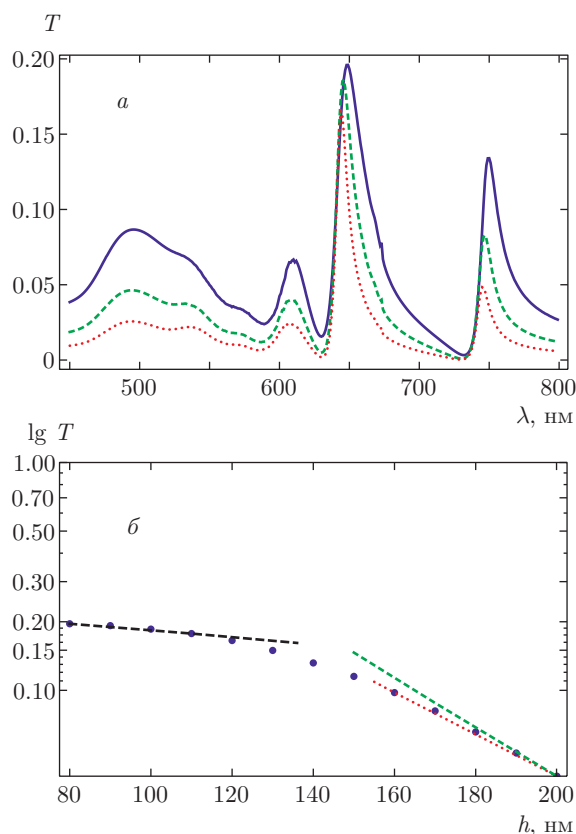


Рис. 7. (В цвете онлайн) *а*) Зависимости коэффициента прохождения от длины волны. Диаметр отверстия 150 нм, период решетки $L = 600$ нм, толщина пленки 80 нм (синяя сплошная линия), 100 нм (зеленая штриховая линия), 120 нм (красная пунктирная линия). *б*) Зависимость коэффициента прохождения от толщины пленки в максимуме при длине волны порядка 650 нм. Диаметр отверстия 150 нм, период решетки $L = 600$ нм. Зеленая кривая — декремент затухания самой медленно убывающей собственной моды отверстия, красная и черная кривые показывают реальный декремент затухания при толщине пленки в 100 нм и 180 нм

прохождения. Для каждого механизма существуют области параметров, в которых каждый из них доминирует.

Во-первых, максимумы коэффициента прохождения возникают в «окне прозрачности» у реальных металлов (золото, серебро и т. д.), т. е. на частоте, где наблюдается минимум поглощения. Амплитуда электромагнитной волны на задней границе металлической пленки равна сумме амплитуд электромагнитных волн, прошедших через отверстия в металлической пленке, и амплитуд электромагнитных волн, прошедших через металл. В случае, когда амплитуды волн, прошедших через отверстия и через металл, близки, в спектре коэффициента прохожде-

ния наблюдается сразу два (или более) максимума при длинах волн близких к «окну прозрачности» металла.

Во-вторых, максимумы коэффициента прохождения могут возникать из-за возбуждения резонанса Фабри–Перо в отверстиях в металлической пленке, который был описан в работе [17].

В-третьих, максимумы коэффициента прохождения могут возникать из-за возбуждения блоховских поверхностных плазмонных мод на задней границе металлической пленки.

В работе показано, что возбуждение плазмонных мод на передней границе металлической пленки не приводит к возникновению максимумов коэффициента прохождения.

Также в работе показано, что в пределе «толстой» пленки (толщина пленки $h > 100$ нм) максимумы коэффициента прохождения, связанные с возбуждением резонансов Фабри–Перо в отверстиях, наблюдаются на частотах, для которых выполняется условие возбуждения поверхностных резонансов на передней или задней границе металлической пленки.

Также мы показали, что амплитуды максимумов коэффициента прохождения, связанные с возбуждением резонанса Фабри–Перо в отверстиях, убывают с увеличением толщины пленки медленнее, чем самая слабо затухающая мода отверстия.

В. В. К. и А. А. П. благодарят РФФИ (гранты №№ 14-02-00290, 15-52-52006) за частичную финансовую поддержку данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. W. Ebbesen, H. J. Lezec, H. F. Ghaemi et al., *Nature* **391**, 667 (1998).
2. H. F. Ghaemi, T. Thio, D. E. Grupp et al., *Phys. Rev. B* **58**, 6779 (1998).
3. F. J. Garcia de Abajo, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 1267 (2007).
4. F. J. Garcia-Vidal, L. Martin-Moreno, T. W. Ebbesen et al., *Rev. Mod. Phys.* **82**, 729 (2010).
5. H. J. Lezec, A. Degiron, E. Devaux et al., *Science* **297**, 820 (2002).
6. H. A. Bethe, *Phys. Rev.* **66**, 163 (1944).
7. C. J. Bouwkamp, *Philips. Res. Rep.* **5**, 321 (1950).
8. C. J. Bouwkamp, *Philips. Res. Rep.* **5**, 401 (1950).

9. T. Thio, K. M. Pellerin, R. A. Linke et al., *Opt. Lett.* **26**, 1972 (2001).
10. T. Thio, H. J. Lezec, T. W. Ebbesen et al., *Nanotechnology* **13**, 429 (2002).
11. S.-H. Chang, S. K. Gray, and G. C. Schatz, *Opt. Express* **13**, 3150 (2005).
12. F. J. García-Vidal, E. Moreno, J. A. Porto et al., *Phys. Rev. Lett.* **95**, 103901 (2005).
13. A. J. L. Adam, J. M. Brok, M. A. Seo et al., *Opt. Express* **16**, 7407 (2008).
14. F. J. García-Vidal, L. Martín-Moreno, E. Moreno et al., *Phys. Rev. B* **74**, 153411 (2006).
15. S. B. Cohn, *Proc. IRE* **40**, 783 (1952).
16. J. A. Porto, F. J. García-Vidal, and J. B. Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2845 (1999).
17. L. Martín-Moreno, F. J. García-Vidal, H. J. Lezec et al., *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1114 (2001).
18. U. Schroter and D. Heitmann, *Phys. Rev. B* **58**, 419 (1998).
19. Z. Ruan and M. Qiu, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 233901 (2006).
20. E. Popov, M. Neviere, S. Enoch et al., *Phys. Rev. B* **62**, 16100 (2000).
21. Q. Cao and P. Lalanne, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 057403 (2002).
22. A. D. Rakic, A. B. Djuricic, and J. M. Elazar, *Appl. Opt.* **37**, 5271 (1998).
23. O. Airy, *Essex Papers*, Camden Society (1890).
24. C. A. Pfeiffer, E. N. Economou, and K. L. Ngai, *Phys. Rev. B* **10**, 3038 (1974).
25. J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill, New York (1941), p. 526.
26. Л. А. Вайнштейн, *Теория дифракции и метод факторизации*, Советское радио, Москва (1966), с. 155.
27. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Физматлит, Москва (2005), с. 458.