

ПЕРЕНОС ШИРОКОПОЛОСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОПТИЧЕСКИ ПЛОТНОМ ГАЗЕ В ПРИСУТСТВИИ РАДИОЧАСТОТНОГО ПОЛЯ

*К. А. Баранцев**, *А. Н. Литвинов*, *Е. Н. Попов*

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
195251, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 15 января 2016 г.

Проведено обобщение теории переноса флуктуирующего двухчастотного излучения оптического диапазона в газе трехуровневых атомов при наличии радиочастотного излучения, формирующего замкнутый контур возбуждения. Теория базируется на квантовых кинетических уравнениях для атомной матрицы плотности, решаемых совместно с волновыми уравнениями для классических электромагнитных полей. После усреднения по ансамблю флуктуаций излучения проводится переход к уравнениям для атомно-полевых корреляционных функций и уравнениям переноса спектральной плотности полей.

DOI: 10.7868/S004445101707001X

1. ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие бихроматического лазерного излучения с щелочными атомами представляет собой важную задачу атомной спектроскопии. В таких системах может возникать явление когерентного пленения населенностей (КПН) [1, 2]. Суть явления КПН заключается в исчезновении населенности верхнего уровня при возбуждении квантовой системы сильным когерентным двухчастотным лазерным полем (образующим Λ -схему). Другими словами, система переходит в состояние, в котором она перестает взаимодействовать с падающим на него излучением. Это проявляется как увеличение пропускания в спектре поглощения системы, причем ширина окна прозрачности может быть на несколько порядков уже естественной ширины возбужденного уровня в атоме. Такая особенность эффекта КПН позволила ему найти широкое применение в квантовых стандартах частоты нового поколения [3], оптических магнитометрах [4, 5], спектроскопических устройствах высокого разрешения [6, 7].

При определенных условиях возбуждения принято говорить о родственном эффекту КПН явлении — эффекте электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) [8, 9]. ЭИП представляет собой,

по сути, появление квантовой интерференции и, как следствие, возникновение области прозрачности для слабого пробного поля в оптически плотной среде при наличии сильного контрольного поля. Пробное поле может быть как постоянным по амплитуде, так и импульсным. Явление ЭИП широко используется при создании устройств записи и хранения квантовой информации [10–12], а также при разработке лазеров без инверсии [13–16].

Современные работы по исследованию эффектов КПН и ЭИП показывают, что физика процессов, возникающих при наличии квантовой интерференции, является не до конца изученной, о чем свидетельствует интерес к этому вопросу широкого круга исследователей, а также обнаружение новых эффектов. Так, из недавних работ можно отметить теоретическое предсказание возможности появления псевдорезонанса в поле сонаправленных волн [17]. В работах [18, 19] представлено экспериментальное подтверждение этих результатов в атомах ^{87}Rb . Исследование зависимости амплитуд резонанса ЭИП от направления внешнего магнитного поля в конфигурации линейно-поляризованного двухчастотного лазерного излучения изучено в работе [20]. В работе [21] исследованы общие принципы работы атомных векторных магнитометров на основе резонансов ЭИП в поле двух разнонаправленных волн. Обнаружение в натрии узкой линии резонанса когерентного пленения населенностей описано в работе [22]. Использование зонной накачки,

* E-mail: kostmann@yandex.ru

как выяснилось, также может приводить к проявлению новых особенностей эффекта КПП, а именно — к сужению линии резонанса [23–25]. Отдельно можно выделить работы по исследованию эффекта КПП при импульсной (рамзеевской) схеме накачки. В работе [26] теоретически и экспериментально исследованы световые сдвиги в атомах ^{133}Cs в условиях возбуждения КПП резонанса методом Рамзея. Форма линии темного резонанса и вызванный светом индуцированный сдвиг этого резонанса при накачке излучением с периодической модуляцией фазы теоретически изучены в работе [27]. В работе [28] исследовано распространение двухчастотного флуктуирующего лазерного излучения в ячейке с буферным газом и обнаружено искажение формы спектра при прохождении через ячейку. Таким образом, можно видеть, что имеет место большой интерес к явлениям КПП и ЭИП.

Работы [17–28] посвящены исследованию взаимодействия атома с двухчастотным лазерным полем. В то же время наличие дополнительного радиочастотного поля в Λ -схеме позволяет образовать замкнутый контур возбуждения (так называемая Δ -схема). В этом случае важным параметром системы является алгебраическая сумма фаз между действующими полями. Варьирование этой результирующей фазы между полями может приводить к возникновению или полному разрушению эффекта КПП [29–31]. Такая особенность управления окном пропускания вызвала определенный интерес исследователей. В работе [32] была теоретически исследована возможность управления монохроматичными непрерывными лазерными полями в условиях эффекта ЭИП в случае замкнутого контура возбуждения. В работе [33] было проведено экспериментальное подтверждение разрушения и восстановления состояния ЭИП посредством изменения относительной фазы возбуждающих полей. В работе [34] исследовалось поглощение излучения в газовой ячейке для систем с замкнутым контуром возбуждения в случае четырех оптических импульсных полей. Фазочувствительную зависимость КПП предложено использовать в качестве оптического разделителя в работе [35]. Исследованию свойств коэффициента поглощения и показателя преломления в замкнутой схеме возбуждения посвящены работы [36–40]. В работах [37, 38] показано, что при наличии замыкающего радиочастотного поля в Λ -схеме может возникать область с отрицательным показателем преломления. Наличие квазипериодической структуры показателя преломления продемонстрировано в работе [40]. Возникновение резонансного триплета каждой ком-

поненты электромагнитного поля, которые формируют резонанс ЭИП, исследовано в работе [41].

Однако стоит отметить, что в работах [36–40] рассматривалось монохроматическое лазерное излучение, при этом атомы, на которые воздействовало лазерное излучение, предполагались стоячими. В то же время важным обстоятельством является одновременный учет конечной ширины спектра лазерного излучения и движения активных атомов, а также влияние буферного газа, который, как правило, вводится в ячейку с атомами для увеличения времени когерентного взаимодействия атомов с полем. Это, в частности, приводит к снижению негативно влияющего однородного уширения на форму линии резонанса КПП (ЭИП).

Настоящая работа посвящена исследованию взаимодействия двухчастотного оптического флуктуирующего излучения с щелочными атомами при наличии радиочастотного поля, образующего замкнутую схему возбуждения. Предполагается, что атомы щелочного металла находятся в газовой ячейке при комнатной температуре, также в ячейке находится буферный газ. В работе построена теория переноса излучения в такой среде, базирующаяся на квантовых кинетических уравнениях для атомной матрицы плотности, решаемых совместно с волновыми уравнениями для классических электромагнитных полей.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

2.1. Квантовые кинетические уравнения для атомной матрицы плотности

Рассмотрим взаимодействие квазирезонансного лазерного излучения с атомным газом (рабочими атомами) в газовой ячейке при температурах $30^\circ\text{--}70^\circ\text{C}$. Схема энергетических уровней рабочих атомов представляет собой трехуровневую Λ -схему. На переходах $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ и $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ действуют квазирезонансные поля оптического диапазона с несущими частотами ω_1 и ω_2 , а на переходе $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ действует поле радиочастотного диапазона с несущей частотой ω_3 , образуя замкнутый контур возбуждения (рис. 1, так называемая Δ -схема), причем интересен случай, когда несущие частоты этих полей подчиняются условию

$$\omega_1 = \omega_2 + \omega_3, \quad (1)$$

потому что их относительная фаза при этом не изменяется во времени. Как показано в работе [31], в такой схеме возбуждения оптические свойства газа

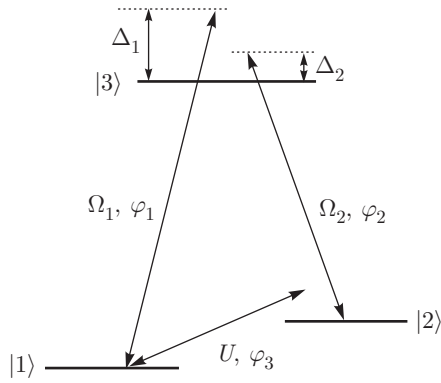


Рис. 1. Схема энергетических уровней атома и действующие на него электромагнитные поля оптического диапазона с частотами Раби Ω_1, Ω_2 и фазами φ_1, φ_2 , и поле радиочастотного диапазона с частотой Раби U и фазой φ_3 , $\Delta_{1,2}$ — отстройки оптических полей от соответствующих переходов

будут существенно зависеть от относительной фазы $\Phi_0 = \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3$, где φ_j — начальные фазы полей.

В ячейку, помимо рабочих атомов, введен буферный газ, не взаимодействующий с излучением, концентрация которого на 6–7 порядков выше концентрации рабочих атомов. При этом длина свободного пробега рабочих атомов становится много меньше размеров ячейки и частота столкновений со стенками резко снижается. Это значительно уменьшает скорость деполаризации (разрушения недиагональных элементов матрицы плотности) рабочих атомов на стенках. В данной работе в качестве буферного газа взят азот N_2 . При столкновении возбужденного рабочего атома с молекулой N_2 с большой вероятностью происходит тушение возбуждения рабочего атома. При этом энергия уходит на колебательно-вращательное движение атомов N в молекуле азота. Подобное тушение позволяет пренебречь флуоресцентным излучением.

Будем описывать состояние атомов матрицей плотности в представлении Вигнера $\hat{\sigma}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$, где \mathbf{p} и \mathbf{r} — импульс и координата атома в лабораторной системе отсчета. Концентрация щелочных атомов n_a предполагается такой, что на длину волны λ оптического излучения приходится в среднем меньше одного атома (параметр $n_a \lambda^3 < 1$), что позволяет использовать одноатомную матрицу плотности и не учитывать кооперативные многоатомные эффекты [42–44]. Квантовое кинетическое уравнение для матрицы плотности имеет вид [45]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m_a} \nabla \right) \hat{\sigma}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\sigma}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)] + \mathcal{R}\{\hat{\sigma}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)\} + \mathcal{S}\{\hat{\sigma}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)\}, \quad (2)$$

где m_a — масса рабочего атома, \mathcal{R} и \mathcal{S} — супероператоры релаксации и столкновений. Гамильтониан может быть представлен в виде суммы $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$, где \hat{H}_0 — оператор внутренней энергии атома в отсутствие излучения, а \hat{V} — оператор взаимодействия излучения с атомом, который в дипольном приближении может быть записан в виде

$$\hat{V} = \hbar \Omega_1 \exp\{-i[\omega_1 t - k_1 z + \varphi_1]\} |3\rangle\langle 1| + \hbar \Omega_2 \exp\{-i[\omega_2 t - k_2 z + \varphi_2]\} |3\rangle\langle 2| + \hbar U \exp\{-i[\omega_3 t + \varphi_3]\} |2\rangle\langle 1| + \text{H.c.}, \quad (3)$$

где поля оптического диапазона сонаправлены и распространяются вдоль оси z , $\Omega_j(z, t) = -d_{3j} E_j^0(z, t)/\hbar$ — частоты Раби полей оптического диапазона, d_{ab} — матричный элемент оператора дипольного момента, E_j^0 — комплексные амплитуды полей. Их зависимость от времени t обусловлена амплитудными и фазовыми флуктуациями, $U(z) = -\mu_{21} H^0(z)/\hbar$ — частота Раби поля радиочастотного диапазона, действующего на магнито-дипольном переходе, μ_{21} — матричный элемент оператора магнито-дипольного момента, H^0 — комплексная амплитуда магнитного поля радиочастотной волны. Радиочастотное поле полагается монохроматическим и может быть как бегущей волной, так и стоячей волной, находящейся в резонаторе. Положим отсутствие зависимости от координат его частоты Раби $U(z) = \text{const}$. В выражении (3) мы намеренно выделили фазы полей φ_j , полагая частоты Раби при $z = t = 0$ вещественными. Естественно полагать, что при фазовых флуктуациях полей значения $\varphi_{1,2}$ будут играть роль только в коротком временном промежутке сразу после $t = 0$, а потом система «забудет» о начальных фазах. Однако это не так при скоррелированности фазовых флуктуаций, поскольку разность фаз $\varphi_1 - \varphi_2$, а значит и Φ_0 , могут при этом оставаться неизменными.

В приближении плоского фронта волны и малой пристеночной релаксации можно свести задачу к одномерной, в которой оптические поля и матрица плотности атомов изменяются только вдоль оси z . Матрица плотности в силу доплеровского сдвига частоты будет существенно зависеть только от проекции скорости атома на направление луча лазера. На основе сказанного выше можно положить $\hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = \hat{\rho}(v, z, t)$, где $v = p_z/m_a$ — проекция скорости атома на ось z .

Подставляя явный вид гамильтониана (3) в квантовое кинетическое уравнение (2) для матрицы плотности, проведем следующую замену переменных:

$$\begin{aligned}\sigma_{12}(v, z, t) &= \rho_{12}(v, z, t)e^{i(\omega_3 t + \varphi_3)}, \\ \sigma_{j3}(v, z, t) &= \rho_{j3}(v, z, t)e^{i(\omega_j t - k_j z + \varphi_j)}, \quad j = 1, 2, \quad (4) \\ \sigma_{nn}(v, z, t) &= \rho_{nn}(v, z, t), \quad n = 1, 2, 3.\end{aligned}$$

В приближении вращающейся волны, после подстановки столкновительных членов в модели сильных столкновений [45] и с учетом (1) система уравнений для матрицы плотности в точке z в момент времени t выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial z}\right)\rho_{11}(v) &= iU\rho_{12}(v) - iU^*\rho_{21}(v) + \\ &+ i\Omega_1\rho_{13}(v) - i\Omega_1^*\rho_{31}(v) + \gamma_{13}\rho_{33}(v) - \nu\rho_{11}(v) + \\ &+ M(v)\left\{\nu^{gg}\int\rho_{11}(v')dv' + \nu^{gg'}\int\rho_{22}(v')dv' + \right. \\ &\quad \left. + \nu^{31}\int\rho_{33}(v')dv'\right\}, \quad (5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial z}\right)\rho_{22}(v) &= iU^*\rho_{21}(v) - iU\rho_{12}(v) + \\ &+ i\Omega_2\rho_{23}(v) - i\Omega_2^*\rho_{32}(v) + \gamma_{23}\rho_{33}(v) - \nu\rho_{22}(v) + \\ &+ M(v)\left\{\nu^{gg}\int\rho_{22}(v')dv' + \nu^{gg'}\int\rho_{11}(v')dv' + \right. \\ &\quad \left. + \nu^{32}\int\rho_{33}(v')dv'\right\}, \quad (6)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial z}\right)\rho_{33}(v) &= i\Omega_1^*\rho_{31}(v) - i\Omega_1\rho_{13}(v) - \\ &- i\Omega_2\rho_{23}(v) + i\Omega_2^*\rho_{32}(v) - \gamma\rho_{33}(v) - \nu\rho_{33}(v) + \\ &+ M(v)\nu^{ee}\int\rho_{33}(v')dv', \quad (7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial z}\right)\rho_{12}(v) &= [i(\Delta_2 - \Delta_1) - \Gamma'_{12}]\rho_{12}(v) + \\ &+ iU^*[\rho_{11}(v) - \rho_{22}(v)] + i\Omega_2e^{i(\Phi_0 - qz)}\rho_{13}(v) - \\ &- i\Omega_1^*e^{i(\Phi_0 - qz)}\rho_{32}(v) + M(v)\nu_{rf}\int\rho_{12}(v')dv', \quad (8)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial z}\right)\rho_{31}(v) &= [i(\Delta_1 - k_1v) - \Gamma'_{13}]\rho_{31}(v) - \\ &- i\Omega_1[\rho_{11}(v) - \rho_{33}(v)] - i\Omega_2e^{i(\Phi_0 - qz)}\rho_{21}(v) + \\ &+ iUe^{i(\Phi_0 - qz)}\rho_{32}(v), \quad (9)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial z}\right)\rho_{32}(v) &= [i(\Delta_2 - k_2v) - \Gamma'_{23}]\rho_{32}(v) - \\ &- i\Omega_2[\rho_{22}(v) - \rho_{33}(v)] - i\Omega_1e^{-i(\Phi_0 - qz)}\rho_{12}(v) + \\ &+ iU^*e^{-i(\Phi_0 - qz)}\rho_{31}(v). \quad (10)\end{aligned}$$

Для краткости в аргументах частот Раби и элементов матрицы плотности опускается зависимость от координаты z и времени t . Здесь $\Gamma'_{mn} = \Gamma_{mn} + \nu$ — модифицированные за счет столкновений скорости распада когерентностей, Γ_{mn} — скорости распада когерентностей изолированного атома, $\gamma = \gamma_{13} + \gamma_{23}$ — скорость распада возбужденного состояния изолированного атома, где γ_{mn} — скорость распада по каналу m – n , ν — полная частота столкновений атома, ν^{eg} — частота столкновений, при которых происходит переход из возбужденного состояния в основное, $\nu^{gg'}$ — частота столкновений, при которых происходит переход между подуровнями основного мультиплета, ν^{gg} , ν^{ee} — частоты столкновений, при которых не происходит переходов между уровнями, а только меняется скорость атома. Индекс g пробегает нижние уровни, индекс e соответствует возбужденному уровню, ν_{rf} — частота столкновений, при которых сохраняется радиочастотная когерентность, $q = k_1 - k_2 \approx \omega_3/c$ — разностное волновое число, $M(v) = (\sqrt{\pi}v_t)^{-1} \exp(-v^2/v_t^2)$ — распределение Максвелла по проекции скорости, $v_t = \sqrt{2k_B T/m_a}$ — наиболее вероятная скорость, T — температура, k_B — постоянная Больцмана.

Из уравнений (8)–(10) следует, что относительная фаза $\Phi(z) = \Phi_0 - qz$ между полями изменяется при перемещении вдоль оси z с характерным масштабом радиочастотной длины волны $\lambda_{rf} = 2\pi/q$. Если рассматривать в качестве радиочастотного перехода $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ сверхтонкий переход основного состояния атома ^{87}Rb , для него $\lambda_{rf} = 4.4$ см, что сравнимо с размерами газовой ячейки.

При отсутствии радиочастотного поля ($U = 0$, $\Phi(z) = 0$) система уравнений (5)–(10) переходит в систему, выведенную в работе [28].

Рассмотрим в системе уравнений (5)–(10) дрейфовое слагаемое $v\partial\rho_{ab}(v)/\partial z$. Как уже говорилось, в ячейку помимо рабочих атомов с концентрацией n_a введен буферный газ с концентрацией n_{buf} , причем $n_a \ll n_{buf}$, что делает длину свободного пробега l рабочего атома много меньше размеров ячейки, поэтому перемещение рабочих атомов с определенной матрицей плотности в объеме ячейки, вызванное пространственными градиентами, имеет диффузионный характер. Причиной градиентов матрицы плотности в ячейке являются пристеночная релаксация и изменение характеристик излучения вдоль

среды за счет поглощения и преломления. Оценим влияние диффузии на итоговое распределение матрицы плотности в ячейке. Если домножить дрейфовое слагаемое для населенности $\rho_{gg}(v)$ на концентрацию рабочих атомов и проинтегрировать по скоростям, то под знаком производной возникнет поток j_{gg} атомов, находящихся на уровне $|g\rangle$. Поток можем заменить согласно первому закону Фика через градиент концентрации:

$$\int_{-\infty}^{\infty} n_a v \frac{\partial \rho_{gg}(v, z, t)}{\partial z} dv = \frac{\partial j_{gg}(z, t)}{\partial z} = -D \frac{\partial^2 n_{gg}(z, t)}{\partial z^2}, \quad (11)$$

где n_{gg} — концентрация атомов на уровне $|g\rangle$, D — коэффициент диффузии. Длина свободного пробега атома при концентрации буферного газа $n_{buf} \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ составляет $l \approx 1/(n_{buf} \pi (r_{buf} + r_a)^2) \sim 10^{-3} \text{ см}$ для пары рубидий–азот. Тогда коэффициент диффузии имеет порядок величины $D = lv_t/3 \sim 10 \text{ см}^2/\text{с}$ при температуре 60°C . Как было сказано, градиент матрицы плотности может иметь место в пристеночной области: атом в когерентном состоянии, прорелаксировав на стенке, может продиффундировать некое расстояние перед тем, как излучение снова переведет его в когерентное состояние (на это понадобится время порядка обратной частоты Раби Ω^{-1}). Образуется пристеночный слой с пониженной атомной когерентностью. Толщина этого слоя $\sqrt{D\Omega^{-1}} \sim 10^{-3} \text{ см}$ для частоты Раби $\Omega = 10^6 \text{ с}^{-1}$ при рассматриваемых размерах ячейки порядка 1 см. Иными словами, при данных параметрах атомы всегда успевают перейти в равновесное с полем состояние и эффектом диффузионного перемешивания можно пренебречь. Таким образом, далее мы приравниваем нулю производную по координате в левых частях уравнений (5)–(10).

Система уравнений (5)–(10) описывает динамику матрицы плотности газа в ячейке с буферным газом во флуктуирующем электромагнитном поле. Ясно, что элементы матрицы плотности $\rho_{ab}(v, z, t)$ также будут случайными функциями времени. Решение этой системы уравнений будет содержать информацию о распределении атомов как по энергетическим уровням, так и по скоростям, поскольку равновесное распределение Максвелла может быть существенно изменено электромагнитным полем. Но нахождение матрицы плотности из этой системы уравнений крайне затруднительно ввиду ее интегрального и одновременно стохастического характера. Более того, нас интересуют средние значения матрицы плотно-

сти, а не мгновенные. Поэтому в дальнейшем мы перейдем к усредненной по ансамблю флуктуаций электромагнитного поля системе уравнений, которая будет содержать корреляционные функции поля.

2.2. Переход к уравнениям для средних значений матрицы плотности и спектральному представлению лазерных полей

Как было сказано в предыдущем разделе, нам необходимо перейти к уравнениям для матрицы плотности, усредненным по ансамблю флуктуаций полей оптического диапазона. При усреднении уравнений (5)–(10) в правых частях возникнут средние произведения вида $\langle \Omega_n^*(t) \rho_{3m}(t) \rangle$, для нахождения которых нужно подставить в них выражения для оптических когерентностей. Чтобы выразить из уравнений (9) и (10) оптические когерентности, нужно будет решить неоднородную систему дифференциальных уравнений. Уравнения (9) и (10) могут быть записаны в матричном виде следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\rho}(v, t) = \mathcal{A} \boldsymbol{\rho}(v, t) + \mathbf{b}(v, t). \quad (12)$$

Здесь введены обозначения:

$$\boldsymbol{\rho}(v, t) = \begin{pmatrix} \rho_{31}(v, t) \\ \rho_{32}(v, t) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} i\Delta_1(v) - \Gamma'_{13} & iUe^{i\Phi} \\ iU^*e^{-i\Phi} & i\Delta_2(v) - \Gamma'_{23} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}(v, t) &= \\ &= \begin{pmatrix} -i\Omega_1(t) [\rho_{11} - \rho_{33}](v, t) - i\Omega_2(t) e^{i\Phi} \rho_{21}(v, t) \\ -i\Omega_2(t) [\rho_{22} - \rho_{33}](v, t) - i\Omega_1(t) e^{-i\Phi} \rho_{12}(v, t) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} A(v, t) \\ B(v, t) \end{pmatrix}, \quad (15) \end{aligned}$$

где $\Delta_j(v) = \Delta_j - k_j v$ — отстройка j -го поля от перехода атомов скоростной группы v . Уравнение (12) представляет собой линейную неоднородную систему дифференциальных уравнений первого порядка относительно вектора $\boldsymbol{\rho}$. Решая уравнение на собственные значения, получим два собственных числа матрицы \mathcal{A} :

$$\lambda_{\pm}(v) = -\Gamma_{opt} + \frac{i}{2} \left(\Delta_1(v) + \Delta_2(v) \pm \sqrt{(\Delta_1(v) - \Delta_2(v))^2 + 4|U|^2} \right), \quad (16)$$

где положено, что скорости распада оптических когерентностей примерно равны: $\Gamma'_{13} \approx \Gamma'_{23} = \Gamma_{opt}$. Собственные векторы матрицы \mathcal{A} определены с точностью до множителя. Выберем два собственных вектора, отвечающих различным собственным числам, в следующем виде:

$$\mathbf{f}_+(v) = \begin{pmatrix} 1 \\ c_+(v) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_-(v) = \begin{pmatrix} c_-(v) \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где

$$c_+(v) = \frac{-iU^*e^{-i\Phi}}{i\Delta_2(v) - \Gamma_{opt} - \lambda_+(v)}, \quad (18)$$

$$c_-(v) = \frac{-iUe^{i\Phi}}{i\Delta_1(v) - \Gamma_{opt} - \lambda_-(v)}.$$

Нетрудно показать, что $\mathbf{f}_-^* \cdot \mathbf{f}_+ = 0$, т.е. собственные векторы ортогональны. Будем искать решение системы (12) в виде разложения по собственным векторам:

$$\boldsymbol{\rho}(v, t) = a_1(t)e^{\lambda_-(v)t}\mathbf{f}_-(v) + a_2(t)e^{\lambda_+(v)t}\mathbf{f}_+(v). \quad (19)$$

Подставляя (19) в (12) и пользуясь равенством $\mathcal{A}\mathbf{f}_\pm = \lambda_\pm\mathbf{f}_\pm$, найдем неизвестные коэффициенты $a_1(t)$ и $a_2(t)$. В итоге получим следующие выражения для оптических когерентностей:

$$\rho_{31}(v, t) = \frac{1}{1 - c_-(v)c_+(v)} \int_{-\infty}^t dt' e^{\lambda_+(v)(t-t')} \times$$

$$\times \{A(v, t') - B(v, t')c_-(v)\} + \frac{c_-(v)}{1 - c_-(v)c_+(v)} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^t dt' e^{\lambda_-(v)(t-t')} \{B(v, t') - A(v, t')c_+(v)\}, \quad (20)$$

$$\rho_{32}(v, t) = \frac{1}{1 - c_-(v)c_+(v)} \int_{-\infty}^t dt' e^{\lambda_-(v)(t-t')} \times$$

$$\times \{B(v, t') - A(v, t')c_+(v)\} + \frac{c_+(v)}{1 - c_-(v)c_+(v)} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^t dt' e^{\lambda_+(v)(t-t')} \{A(v, t') - B(v, t')c_-(v)\}, \quad (21)$$

где $A(v, t)$ и $B(v, t)$ — свободные члены в правой части системы (12). Когда радиочастотное поле равно нулю, имеем $c_\pm(v) = 0$, и в правых частях выражений (20), (21) «выживает» только одно слагаемое, соответствующее выражению через квадратуры оптических когерентностей напрямую из уравнений (9), (10).

Для нахождения искомого среднего произведения $\langle \Omega_n^*(t)\rho_{3m}(t) \rangle$ запишем следующий коррелятор:

$$\int_{-\infty}^t dt' e^{\lambda_\eta(v)(t-t')} \langle \Omega_n^*(t)A(v, t') \rangle =$$

$$= \int_{-\infty}^t dt' e^{\lambda_\eta(v)(t-t')} \times$$

$$\times \{ -i \langle \Omega_n^*(t)\Omega_1(t') [\rho_{11} - \rho_{33}] (v, t') \rangle -$$

$$- i \langle \Omega_n^*(t)\Omega_2(t') \rho_{21}(v, t') \rangle e^{i\Phi} \}, \quad (22)$$

где $n = 1, 2$; $\eta = \pm$. Проведем «расщепление» тройных корреляторов, полагая, что состояние атомной системы в момент времени t' не влияет на состояние поля в последующие моменты t в той же точке пространства [46]. Далее, поскольку поля стационарны, заменим по теореме Винера – Хинчина парные корреляторы поля через фурье-преобразование спектральной плотности $J_{nm}(\omega)$:

$$\langle \Omega_n^*(t)\Omega_m(t')\rho_{hj}(v, t') \rangle =$$

$$= \langle \Omega_n^*(t)\Omega_m(t') \rangle \langle \rho_{hj}(v, t') \rangle =$$

$$= \langle \rho_{hj}(v, t') \rangle \int_{-\infty}^{\infty} J_{nm}(\omega) e^{i\omega(t-t')} d\omega. \quad (23)$$

Тогда выражение (22) после интегрирования по t' примет вид

$$\int_{-\infty}^t dt' e^{\lambda_\eta(v)(t-t')} \langle \Omega_n^*(t)A(v, t') \rangle =$$

$$= iW_{n1}(\lambda_\eta, v) [\langle \rho_{11}(v) \rangle - \langle \rho_{33}(v) \rangle] +$$

$$+ iW_{n2}(\lambda_\eta, v) \langle \rho_{21}(v) \rangle e^{i\Phi}, \quad (24)$$

где

$$W_{nm}(\lambda_\eta, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_{nm}(\omega) d\omega}{\lambda_\eta(v) + i\omega}$$

— известные функции. Аналогично запишем второй коррелятор:

$$\int_{-\infty}^t dt' e^{\lambda_\eta(v)(t-t')} \langle \Omega_n^*(t)B(v, t') \rangle =$$

$$= iW_{n2}(\lambda_\eta, v) [\langle \rho_{22}(v) \rangle - \langle \rho_{33}(v) \rangle] +$$

$$+ iW_{n1}(\lambda_\eta, v) \langle \rho_{12}(v) \rangle e^{-i\Phi}. \quad (25)$$

Тогда искомые средние произведения после подстановки в них оптических когерентностей (20), (21) и с использованием (24), (25) примут вид

$$\begin{aligned}
\langle \Omega_n^*(t) \rho_{31}(v, t) \rangle &= \\
&= \frac{i}{1 - c_-(v)c_+(v)} \left\{ [\langle \rho_{11}(v) \rangle - \langle \rho_{33}(v) \rangle] \times \right. \\
&\times [W_{n1}(\lambda_+, v) - c_-(v)c_+(v)W_{n1}(\lambda_-, v)] + \\
&+ \langle \rho_{21}(v) \rangle e^{i\Phi} [W_{n2}(\lambda_+, v) - c_-(v)c_+(v)W_{n2}(\lambda_-, v)] \left. \right\} + \\
&+ \frac{ic_-(v)}{1 - c_-(v)c_+(v)} \left\{ [\langle \rho_{22}(v) \rangle - \langle \rho_{33}(v) \rangle] \times \right. \\
&\times [W_{n2}(\lambda_-, v) - W_{n2}(\lambda_+, v)] + \\
&+ \langle \rho_{12}(v) \rangle e^{-i\Phi} [W_{n1}(\lambda_-, v) - W_{n1}(\lambda_+, v)] \left. \right\}, \quad (26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \Omega_n^*(t) \rho_{32}(v, t) \rangle &= \\
&= \frac{i}{1 - c_-(v)c_+(v)} \left\{ [\langle \rho_{22}(v) \rangle - \langle \rho_{33}(v) \rangle] \times \right. \\
&\times [W_{n2}(\lambda_-, v) - c_-(v)c_+(v)W_{n2}(\lambda_+, v)] + \\
&+ \langle \rho_{12}(v) \rangle e^{-i\Phi} [W_{n1}(\lambda_-, v) - c_-(v)c_+(v)W_{n1}(\lambda_+, v)] \left. \right\} + \\
&+ \frac{ic_+(v)}{1 - c_-(v)c_+(v)} \left\{ [\langle \rho_{11}(v) \rangle - \langle \rho_{33}(v) \rangle] \times \right. \\
&\times [W_{n1}(\lambda_+, v) - W_{n1}(\lambda_-, v)] + \\
&+ \langle \rho_{21}(v) \rangle e^{i\Phi} [W_{n2}(\lambda_+, v) - W_{n2}(\lambda_-, v)] \left. \right\}, \\
&n = 1, 2. \quad (27)
\end{aligned}$$

Для того чтобы избавиться от интегрального характера уравнений (5)–(10), нужно проинтегрировать их по скоростям атомов. Рассмотрим, как преобразуются выражения (26), (27) после такого интегрирования. Здесь от скорости зависят не только функции $W_{nm}(\lambda_\eta, v)$ и элементы матрицы плотности $\langle \rho_{ab}(v) \rangle$, но и коэффициенты $c_\eta(v)$, так как в них входят собственные числа $\lambda_\eta(v)$. Последние, в свою очередь, зависят от скорости через доплеровские отстройки $\Delta_j(v) = \Delta_j - k_j v$. Подставим в выражение для $W_{nm}(\lambda_\eta, v)$ явный вид собственных чисел (16):

$$\begin{aligned}
W_{nm}(\lambda_\pm, v) &= \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} i \frac{J_{nm}(\omega) d\omega}{[2\omega + \Delta - Qv \pm \sqrt{(\delta - qv)^2 + 4|U|^2}] / 2 - \Gamma_{opt}}, \quad (28)
\end{aligned}$$

где $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$ — сумма однофотонных отстроек, $\delta = \Delta_1 - \Delta_2$ — двухфотонная отстройка, $Q = k_1 + k_2$ — суммарное волновое число, $q = k_1 - k_2$ — радиочастотное волновое число. Видно, что зависимость выражения (28) от скорости обусловлена в основном слагаемым Qv в квадратных скобках знаменателя. Вкладом в эту зависимость слагаемого qv

под корнем можно пренебречь ввиду соотношения $Q \gg q$. Далее, подставив в выражения для $c_\eta(v)$ собственные числа (16), получим

$$\begin{aligned}
c_+(v) &= \frac{2U^* e^{-i\Phi}}{\delta - qv + \sqrt{(\delta - qv)^2 + 4|U|^2}} \Big|_{q \ll Q} \approx \\
&\approx \text{const}(v). \quad (29)
\end{aligned}$$

Здесь важно отметить, что когда $\delta = v = 0$, при стремлении радиочастотного поля к нулю выражение (29) стремится к конечному пределу. Аналогично получим:

$$c_-(v) = -c_+^*(v) \approx \text{const}(v). \quad (30)$$

Таким образом, при интегрировании (26), (27) по скорости необходимо оставить под знаком интеграла только функции $W_{nm}(\lambda_\eta, v)$ и элементы матрицы плотности $\langle \rho_{ab}(v) \rangle$.

Положим поля достаточно слабыми ($\Omega_{1,2}, U \ll \nu$). Тогда распределение тех элементов матрицы плотности по скоростям, которые не разрушаются при большом числе столкновений, можно считать максвелловским и положить

$$\begin{aligned}
\langle \rho_{nn}(v, z) \rangle &= M(v) \langle \rho_{nn}(z) \rangle, \quad n = 1, 2, \\
\langle \rho_{12}(v, z) \rangle &= M(v) \langle \rho_{12}(z) \rangle. \quad (31)
\end{aligned}$$

После этого интегрирование (26), (27) по скорости дает

$$\begin{aligned}
\langle \Omega_n^*(t) \rho_{31}(t) \rangle &= \frac{i}{1 - c_- c_+} \left\{ [\langle \rho_{11} \rangle - \langle \rho_{33} \rangle] \times \right. \\
&\times [W_{n1}(\lambda_+) - c_- c_+ W_{n1}(\lambda_-)] + \\
&+ \langle \rho_{21} \rangle e^{i\Phi} [W_{n2}(\lambda_+) - c_- c_+ W_{n2}(\lambda_-)] \left. \right\} + \\
&+ \frac{ic_-}{1 - c_- c_+} \left\{ [\langle \rho_{22} \rangle - \langle \rho_{33} \rangle] [W_{n2}(\lambda_-) - W_{n2}(\lambda_+)] + \right. \\
&+ \langle \rho_{12} \rangle e^{-i\Phi} [W_{n1}(\lambda_-) - W_{n1}(\lambda_+)] \left. \right\}, \quad (32)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \Omega_n^*(t) \rho_{32}(t) \rangle &= \frac{i}{1 - c_- c_+} \left\{ [\langle \rho_{22} \rangle - \langle \rho_{33} \rangle] \times \right. \\
&\times [W_{n2}(\lambda_-) - c_- c_+ W_{n2}(\lambda_+)] + \\
&+ \langle \rho_{12} \rangle e^{-i\Phi} [W_{n1}(\lambda_-) - c_- c_+ W_{n1}(\lambda_+)] \left. \right\} + \\
&+ \frac{ic_+}{1 - c_- c_+} \left\{ [\langle \rho_{11} \rangle - \langle \rho_{33} \rangle] [W_{n1}(\lambda_+) - W_{n1}(\lambda_-)] + \right. \\
&+ \langle \rho_{21} \rangle e^{i\Phi} [W_{n2}(\lambda_+) - W_{n2}(\lambda_-)] \left. \right\}, \quad n = 1, 2, \quad (33)
\end{aligned}$$

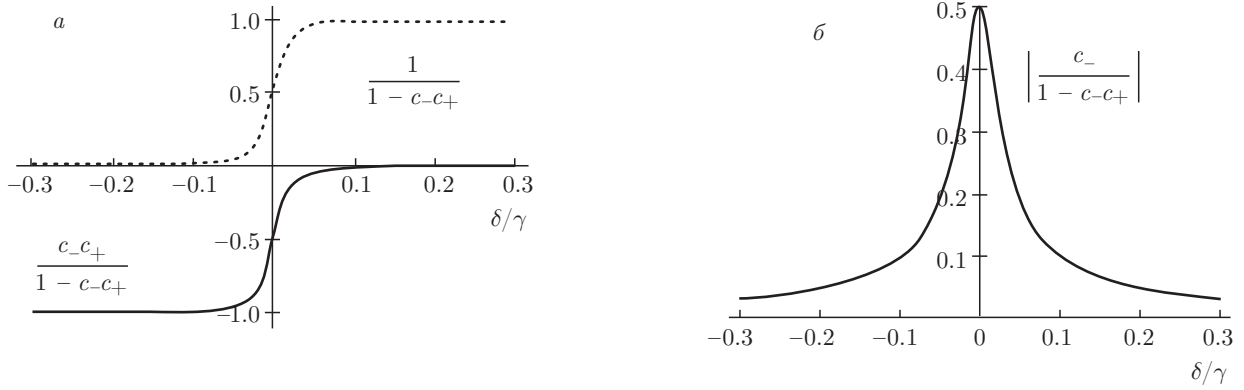


Рис. 2. Коэффициенты в выражениях (32) и (33) в зависимости от двухфотонной отстройки при $U = 0.01\gamma$

где функции $W_{nm}(\lambda_{\pm})$ имеют вид

$$W_{nm}(\lambda_{\pm}) = \int_{-\infty}^{\infty} J_{nm}(\omega) d\omega \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(v) dv}{i [2\omega + \Delta - Qv \pm \sqrt{\delta^2 + 4|U|^2}] / 2 - \Gamma_{opt}}. \quad (34)$$

Их вещественные части представляют собой интеграл перекрытия спектральной плотности излучения и линии поглощения газа, причем линия поглощения газа имеет отличие от контура Фойгта, связанное с наличием радиочастотного поля U . Действительно, на одну подобную функцию $W_{nm}(\delta)$ в отсутствие радиополя приходится пара функций $W_{nm}(\lambda_{\pm})$ в присутствии радиополя, сдвинутых по шкале отстроек на величины $\pm \sqrt{\delta^2 + 4|U|^2}$, что свидетельствует о расщеплении Аутлера–Таунса [47] линии поглощения газа на каждом из оптических переходах Λ -схемы. Эта пара функций входит в выражения (32) и (33) в виде разности с весовыми коэффициентами, определяемыми функциями c_{\pm} .

На рис. 2 показаны зависимости этих коэффициентов от двухфотонной отстройки. Первые два коэффициента, присутствующие в первых двух слагаемых выражений (32) и (33), представлены на рис. 2а. Видно, что при сканировании δ сначала определяющий вклад дает только одно слагаемое в разности функций $W_{nm}(\lambda_{\pm})$. Далее, при переходе нулевой двухфотонной отстройки, плавно начинает давать вклад второе слагаемое, и в конце сканирования оно дает определяющий вклад. Модуль третьего коэффициента, присутствующего в (32) и (33) при последних двух слагаемых, представлен на рис. 2б. Он представляет собой резонансную особенность при нулевой двухфотонной отстройке. Шири-

на резонанса, так же как и ширина «ступеньки» на рис. 2а, пропорциональна U .

Таким образом, система уравнений для матрицы плотности после усреднения по флуктуациям полей и интегрирования по скорости имеет вид

$$0 = iU \langle \rho_{12} \rangle - iU^* \langle \rho_{21} \rangle + i \langle \Omega_1(t) \rho_{13}(t) \rangle - i \langle \Omega_1^*(t) \rho_{31}(t) \rangle + (\gamma_{13} + \nu^{31}) \langle \rho_{33} \rangle + \nu^{gg'} (\langle \rho_{22} \rangle - \langle \rho_{11} \rangle), \quad (35)$$

$$0 = iU^* \langle \rho_{21} \rangle - iU \langle \rho_{12} \rangle + i \langle \Omega_2(t) \rho_{23}(t) \rangle - i \langle \Omega_2^*(t) \rho_{32}(t) \rangle + (\gamma_{23} + \nu^{32}) \langle \rho_{33} \rangle + \nu^{gg'} (\langle \rho_{11} \rangle - \langle \rho_{22} \rangle), \quad (36)$$

$$0 = i \langle \Omega_1^*(t) \rho_{31}(t) \rangle - i \langle \Omega_1(t) \rho_{13}(t) \rangle - i \langle \Omega_2(t) \rho_{23}(t) \rangle + i \langle \Omega_2^*(t) \rho_{32}(t) \rangle - (\gamma + \nu^{eg}) \langle \rho_{33} \rangle, \quad (37)$$

$$0 = [i(\Delta_2 - \Delta_1) - \Gamma_{rf}] \langle \rho_{12} \rangle + iU^* (\langle \rho_{11} \rangle - \langle \rho_{22} \rangle) + i \langle \Omega_2(t) \rho_{13}(t) \rangle e^{i\Phi} - i \langle \Omega_1^*(t) \rho_{32}(t) \rangle e^{i\Phi}. \quad (38)$$

Средние произведения $\langle \Omega_n^*(t) \rho_{ab}(t) \rangle$ здесь подставляются из выражений (32), (33). Видно, что уравнение (37) получается из уравнений (35), (36) простым их сложением. Поэтому вместо уравнения (37), для того чтобы система перестала быть переопределенной, используется условие нормировки $\langle \rho_{33} \rangle = 1 - \langle \rho_{11} \rangle - \langle \rho_{22} \rangle$. Здесь $\Gamma_{rf} = \Gamma'_{12} - \nu_{rf}$.

2.3. Уравнения переноса спектральной плотности излучения

Волновые уравнения для медленноменяющихся комплексных амплитуд напряженности электричес-

кого поля могут быть записаны для частот Раби полей оптического диапазона в следующем виде [28]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right) \Omega_j(z, t) = -iq_j \rho_{3j}(z, t), \quad j = 1, 2, \quad (39)$$

где $q_j = 4\pi n_a |d_{j3}|^2 \omega_j / c\hbar$, c — скорость света в вакууме. Путем домножения уравнения (39) на $\Omega_n^*(z, t)$ и усреднения по ансамблю флуктуаций полей оптического диапазона получим уравнение переноса корреляционной функции в стационарном случае:

$$\frac{\partial}{\partial z} \langle \Omega_n^*(z, t) \Omega_m(z, t') \rangle = -i [q_m \langle \Omega_n^*(z, t) \rho_{3m}(z, t') \rangle - q_n \langle \Omega_m(z, t') \rho_{n3}(z, t) \rangle]. \quad (40)$$

Чтобы найти корреляторы в правой части (40), воспользуемся выражениями (32) и (33), которые были выведены для одновременных корреляторов $\langle \Omega_n^*(z, t) \rho_{3m}(z, t') \rangle$, $t = t'$. В случае различных временных аргументов в них нужно провести замену $W_{nm}(\lambda_{\pm}) \rightarrow W_{nm}(\lambda_{\pm}) e^{i\omega(t-t')}$. Тогда, приравнивая фурье-компоненты, получим уравнения переноса энергетических спектров оптических полей:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{11}(\omega, z)}{\partial z} = 2q_1 \operatorname{Im} \left(\frac{i}{1 - c_- c_+} \left\{ [\langle \rho_{11}(z) \rangle - \langle \rho_{33}(z) \rangle] [W_{11}(\lambda_+, \omega, z) - c_- c_+ W_{11}(\lambda_-, \omega, z)] + \right. \right. \\ \left. \left. + \langle \rho_{21}(z) \rangle e^{i\Phi(z)} [W_{12}(\lambda_+, \omega, z) - c_- c_+ W_{12}(\lambda_-, \omega, z)] \right\} + \frac{ic_-}{1 - c_- c_+} \times \right. \\ \left. \times \left\{ [\langle \rho_{22}(z) \rangle - \langle \rho_{33}(z) \rangle] [W_{12}(\lambda_-, \omega, z) - W_{12}(\lambda_+, \omega, z)] + \langle \rho_{12}(z) \rangle \times \right. \right. \\ \left. \left. \times e^{-i\Phi(z)} [W_{11}(\lambda_-, \omega, z) - W_{11}(\lambda_+, \omega, z)] \right\} \right), \quad (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{22}(\omega, z)}{\partial z} = 2q_2 \operatorname{Im} \left(\frac{i}{1 - c_- c_+} \left\{ [\langle \rho_{22}(z) \rangle - \langle \rho_{33}(z) \rangle] [W_{22}(\lambda_-, \omega, z) - c_- c_+ W_{22}(\lambda_+, \omega, z)] + \right. \right. \\ \left. \left. + \langle \rho_{12}(z) \rangle e^{-i\Phi(z)} [W_{21}(\lambda_-, \omega, z) - c_- c_+ W_{21}(\lambda_+, \omega, z)] \right\} + \frac{ic_+}{1 - c_- c_+} \times \right. \\ \left. \times \left\{ [\langle \rho_{11}(z) \rangle - \langle \rho_{33}(z) \rangle] [W_{21}(\lambda_+, \omega, z) - W_{21}(\lambda_-, \omega, z)] + \langle \rho_{21}(z) \rangle e^{i\Phi(z)} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times [W_{22}(\lambda_+, \omega, z) - W_{22}(\lambda_-, \omega, z)] \right\} \right), \quad (42) \end{aligned}$$

Уравнение переноса взаимного спектра:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{12}(\omega, z)}{\partial z} = -\frac{iq_2}{1 - c_- c_+} \left\{ i [\langle \rho_{22}(z) \rangle - \langle \rho_{33}(z) \rangle] [W_{12}(\lambda_-, \omega, z) - c_- c_+ W_{12}(\lambda_+, \omega, z)] + \right. \\ \left. + i \langle \rho_{12}(z) \rangle e^{-i\Phi(z)} [W_{11}(\lambda_-, \omega, z) - c_- c_+ W_{11}(\lambda_+, \omega, z)] \right\} - \frac{iq_2 c_+}{1 - c_- c_+} \times \\ \times \left\{ i [\langle \rho_{11}(z) \rangle - \langle \rho_{33}(z) \rangle] [W_{11}(\lambda_+, \omega, z) - W_{11}(\lambda_-, \omega, z)] + i \langle \rho_{21}(z) \rangle e^{i\Phi(z)} \times \right. \\ \left. \times [W_{12}(\lambda_+, \omega, z) - W_{12}(\lambda_-, \omega, z)] \right\} - \frac{iq_1}{1 - c_- c_+} \times \\ \times \left\{ i [\langle \rho_{11}(z) \rangle - \langle \rho_{33}(z) \rangle] [W_{21}^*(\lambda_+, \omega, z) - c_- c_+ W_{21}^*(\lambda_-, \omega, z)] + i \langle \rho_{12}(z) \rangle e^{-i\Phi(z)} \times \right. \\ \left. \times [W_{22}^*(\lambda_+, \omega, z) - c_- c_+ W_{22}^*(\lambda_-, \omega, z)] \right\} - \frac{iq_1 c_-^*}{1 - c_- c_+} \times \\ \times \left\{ i [\langle \rho_{22}(z) \rangle - \langle \rho_{33}(z) \rangle] [W_{22}^*(\lambda_-, \omega, z) - W_{22}^*(\lambda_+, \omega, z)] + i \langle \rho_{21}(z) \rangle e^{i\Phi(z)} \times \right. \\ \left. \times [W_{21}^*(\lambda_-, \omega, z) - W_{21}^*(\lambda_+, \omega, z)] \right\}. \quad (43) \end{aligned}$$

Здесь в правой части уравнений функции $W_{nm}(\lambda_{\pm}, \omega, z)$ имеют вид

$$W_{nm}(\lambda_{\pm}, \omega, z) = J_{nm}(\omega, z) \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(v) dv}{i [2\omega + \Delta - Qv \pm \sqrt{\delta^2 + 4|U|^2}] / 2 - \Gamma_{opt}}. \quad (44)$$

Они представляют собой подынтегральные функции в выражении (34) и имеют физический смысл «силы» взаимодействия фурье-компоненты с частотой ω с линией поглощения атомного газа в точке z .

Совместное решение системы уравнений (35)–(38) для матрицы плотности атомов с уравнениями переноса спектра полей (41)–(43) дает информацию о распределении энергетического и взаимного спектров излучения и состояния атомов в объеме ячейки. Во все уравнения входит относительная фаза Φ , что определяет зависимость от нее оптических свойств газа.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В этом разделе будет анализироваться решение системы уравнений (35)–(38) для усредненной по флуктуациям излучения и проинтегрированной по скоростям матрицы плотности $\langle \hat{\rho} \rangle$ атомов совместно

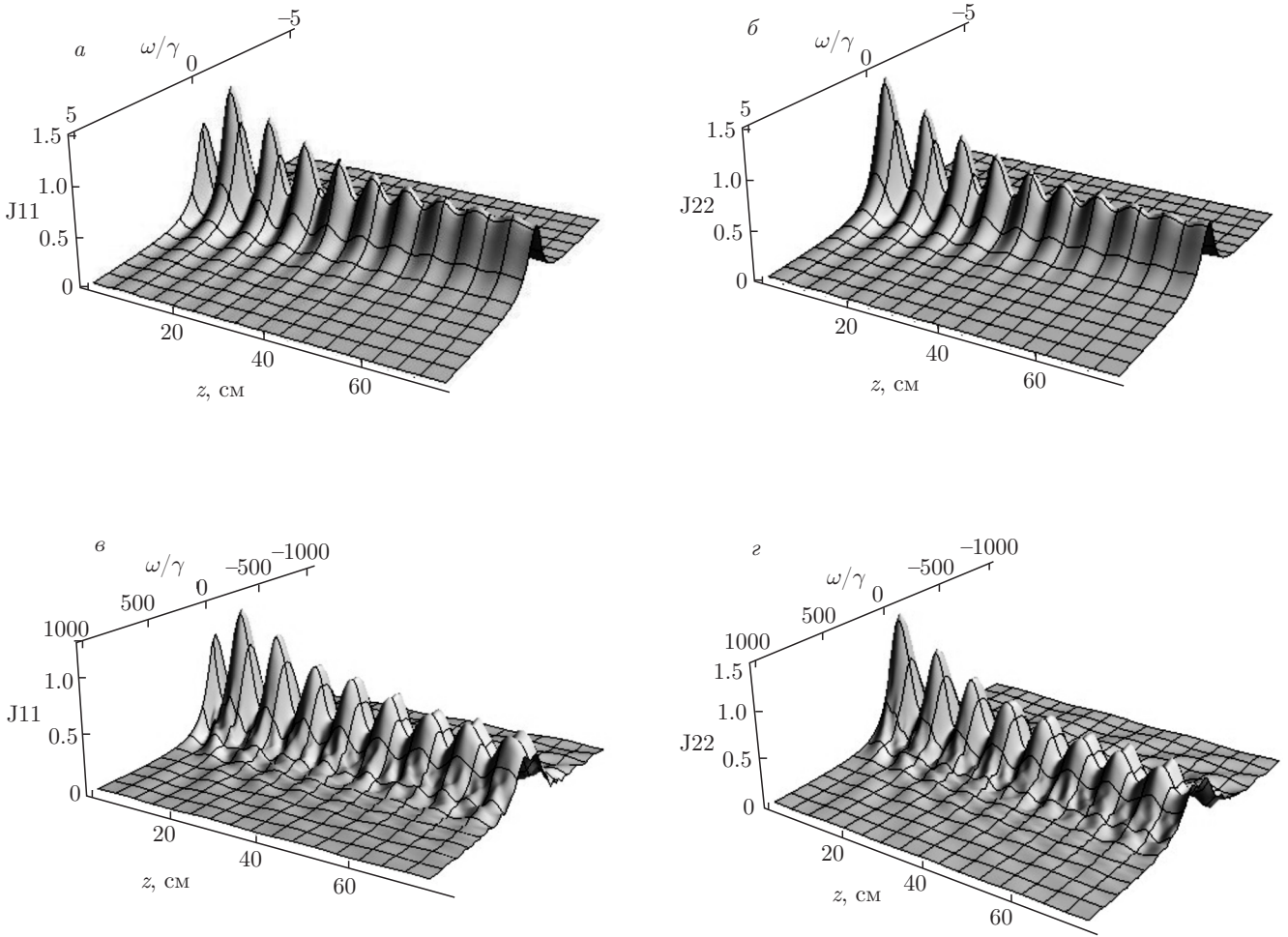


Рис. 3. Распространение энергетических спектров оптических полей вдоль координаты z для узкого спектра на входе ($\Gamma_L = 1\gamma$, $a, б$) и широкого спектра на входе ($\Gamma_L = 200\gamma$, $в, г$) по сравнению с шириной линии поглощения газа ($kv_t \approx 50\gamma$). Параметры: $\Phi_0 = \pi/4$, $\Omega_1(0) = \Omega_2(0) = 10^8 \text{ c}^{-1}$, $U = 5 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$, $n_a = 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$, $T = 55 \text{ }^\circ\text{C}$

с системой уравнений (41)–(43) для переноса спектральных плотностей излучения J_{mn} , выведенных в предыдущем разделе работы.

На рис. 3 представлены формы энергетических спектров J_{11} и J_{22} , определяемых выражением (23), для двух оптических полей с частотами Раби соответственно Ω_1 и Ω_2 в зависимости от координаты z вдоль распространения излучения для случая, когда ширина спектра много меньше ширины линии поглощения газа ($\Gamma_L \ll kv_t$, рис. 3а,б) и много больше ширины линии поглощения газа ($\Gamma_L \gg kv_t$, рис. 3в,г). Из рис. 3 следует, в первую очередь, что характерный период пространственных осцилляций интенсивности спектральных компонент возрос приблизительно на два порядка по сравнению со случаем холодных атомов [40]. Это объясняется тем, что атомы за счет движения имеют доплеров-

скую отстройку и, следовательно, вероятность вынужденного рамановского рассеяния на каждый фотон уменьшается. Поэтому значительная перекачка энергии из одной моды в другую достигается через большее расстояние.

В случае узкого спектра (рис. 3а,б) осцилляции спектра происходят без его искажения, зависимость от z для каждой спектральной компоненты повторяет эту зависимость для интегральной интенсивности. Для широкого спектра на входе (рис. 3в,г) при прохождении среды возникают его искажения в виде провала для больших z . Помимо этого, на «хвостах» спектра возникают высшие гармоники пространственных осцилляций спада интенсивности, связанные с тем, что дисперсионная кривая среды значительно изменяется от центра спектра к его краям и вызывает фазовые набег частотных

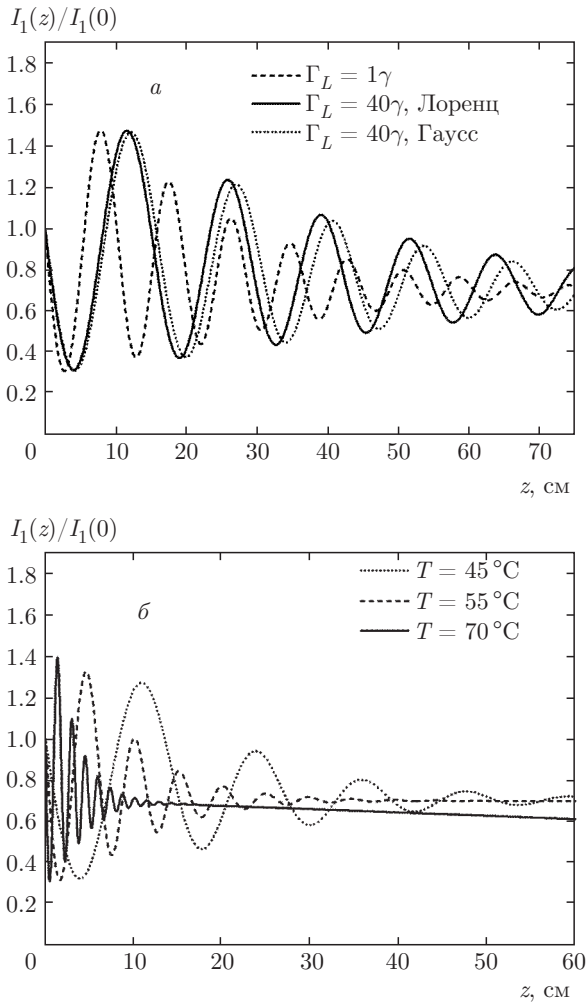


Рис. 4. Зависимость нормированной интенсивности частотной компоненты ω_1 от координаты z при изменении ширины и формы входного спектра (а) и температуры (б). Параметры: $\Phi_0 = \pi/4$, $\Omega_1(0) = \Omega_2(0) = 10^8 \text{ c}^{-1}$, $U = 5 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$, $T = 55^\circ\text{C}$ (а), $U = 8 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$ (б)

компонент, отличные от фазовых набегов в центре спектра.

На рис. 4а показано, как меняется спад интенсивности

$$I_1(z) = \langle \Omega_1^*(z, t) \Omega_1(z, t) \rangle (\hbar^2 c) / (8\pi |d_{3j}|^2)$$

одной из оптических компонент при изменении ширины и формы спектра на входе. На данном графике при увеличении ширины спектра интегральная интенсивность на входе удерживается постоянной. Широкий спектр захватывает больше скоростных групп атомов, но на них приходится меньшая интенсивность, поэтому вероятность вынужденного рамановского рассеяния изменяется незначительно. Изменение происходит в меньшую сторону, так как

период осцилляций при этом возрастает. Для ширины спектра $\Gamma_L = 40\gamma$ и его лоренцевой формы на входе (сплошная кривая) интеграл перекрытия с контуром поглощения газа немного больше, чем для гауссовой формы (пунктир), поэтому периоды этих кривых различаются.

На рис. 4б показана зависимость пространственных осцилляций интенсивности от температуры ячейки. Увеличение температуры влияет на характеристики газа тройственным образом. В первую очередь возрастает концентрация насыщенных паров рабочих атомов. Поэтому с увеличением температуры распределение интенсивности вдоль оси z сжимается обратно пропорционально изменению коэффициентов $q_{1,2}$ в системе уравнений (41)–(43). Во-вторых, возрастает частота столкновений рабочих атомов между собой, со стенками ячейки и с буферными атомами, что увеличивает скорость разрушения радиочастотной когерентности. Это вызывает увеличение наклона линейного участка спада интенсивности, что видно на сплошной кривой. В-третьих, возрастает неоднородное доплеровское уширение линии. Последний фактор вызывает незначительное (в пределах изменения температуры на рис. 4б) уменьшение интеграла перекрытия спектрального контура излучения с линией поглощения газа, но по сравнению с влиянием первых двух факторов этим эффектом можно пренебречь.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе построена теория переноса спектральной плотности излучения при замкнутой схеме возбуждения в модели трехуровневой схемы атомных уровней (Δ -схема). Выведены уравнения (35)–(38) (при подстановке в них выражений (32), (33)) для матрицы плотности атомов в газовой ячейке с буферным газом при возбуждении трехкомпонентным излучением (два поля оптического диапазона и одно поле радиочастотного диапазона).

В случае оптически плотной среды система (35)–(38) должна решаться совместно с уравнениями переноса спектральной плотности (41)–(43) полей оптического диапазона. В этих уравнениях учитывается относительная фаза полей, изменение формы энергетических спектров и корреляции между компонентами при прохождении среды. При этом для радиочастотного поля среда полагается оптически тонкой.

Найдено, что в оптически плотной среде имеет место квазипериодическое изменение спектральной

плотности компонент излучения оптического диапазона, вызванное обменом энергией между этими компонентами при вынужденном рамановском рассеянии под действием радиочастотного поля при относительной фазе $\Phi_0 = \pi/4$. Показано, что период пространственных осцилляций интенсивности излучения зависит от интеграла перекрытия спектральной плотности излучения и линии поглощения и дисперсии среды.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 гг. (соглашение № 14.578.21.0211, уникальный идентификатор соглашения RFMEFI157816X0211)».

Авторы выражают благодарность И. М. Соколову и Н. В. Ларионову за полезные научные консультации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов и др., УФН **163**, 9 (1993).
2. E. Arimondo, in *Progress in optics*, ed. by E. Wolf, XXXV (1996), p. 257.
3. J. Vanier, Appl. Phys. B **81**, 421 (2005).
4. M. Stahler, R. Wynands, S. Knappe et al., Opt. Lett. **27**, 1472 (2002).
5. A. Akulshin, A. Celikov, and V. Velichansky, Opt. Comm. **84**, 139 (1991).
6. D. Peter, D. Schwindt, S. Knappe et al., Appl. Phys. Lett. **85**, 6409 (2004).
7. V. V. Yashchuk, J. Granwehr, D. F. Kimbal et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 160801 (2004).
8. М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, ЖЭТФ **68**, 728 (1989).
9. S. Harris, Physics Today **50**, 36 (1997).
10. M. D. Lukin, Rev. Mod. Phys. **75**, 457 (2003).
11. M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos, Rev. Mod. Phys. **77**, 633 (2005).
12. R. Zhang and X.-B. Wang, Phys. Rev. A **94**, 063856 (2016).
13. S. Harris, Phys. Rev. Lett. **62**, 1022 (1989).
14. A. Imamoglu and S. Harris, Opt. Lett. **14**, 1344 (1989).
15. О. А. Кочаровская, Я. И. Ханин, Письма в ЖЭТФ **48**, 581 (1988).
16. O. Kocharovskaya and P. Mandel, Phys. Rev. A **42**, 523 (1990).
17. S. A. Zibrov, Y. O. Dudin, V. L. Velichansky et al., in *Abstract Book of ICONO'05*, St. Petersburg (2005), p. ISK8.
18. С. А. Зибров, В. Л. Величанский, А. С. Зибров, А. В. Тайченачев, В. И. Юдин, Письма в ЖЭТФ **82**, 534 (2005).
19. S. A. Zibrov, I. Novikova, D. F. Phillips et al., Phys. Rev. A **81**, 013833 (2010).
20. K. Cox, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, I. Novikova, and E. E. Mikhailov, Phys. Rev. A **83**, 015801 (2011).
21. V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, Y. O. Dudin, V. L. Velichansky, A. S. Zibrov, and S. A. Zibrov, Phys. Rev. **82**, 033807 (2010).
22. S. Gozzini, L. Marmugi, A. Lucchesini et al., Phys. Rev. A **84** (2011).
23. Y. Xiao, I. Novikova, D. F. Phillips, and R. L. Walsworth, Phys. Rev. Lett. **96**, 043601 (2006).
24. E. Breschi, G. Kazakov, C. Schori et al., Phys. Rev. A **82**, 063810 (2010).
25. G. A. Kazakov, A. N. Litvinov, B. G. Matisov et al., J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **44**, 235401 (2011).
26. Y. Yano, W. Gao, S. Goka, and M. Kajita, Phys. Rev. A **90**, 013826 (2014).
27. V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, and M. Yu. Basaliev, Phys. Rev. A **93**, 013820 (2016).
28. К. А. Баранцев, Е. Н. Попов, А. Н. Литвинов, ЖЭТФ **148**, 869 (2015).
29. S. J. Buckle, S. M. Barnett, P. L. Knight et al., Optica Acta **33**, 1129 (1986).
30. D. V. Kosachiov, B. G. Matisov, Yu. V. Rozhdestvensky, Opt. Comm. **85**, 209 (1991).
31. D. V. Kosachiov, B. G. Matisov, Yu. V. Rozhdestvensky, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **25**, 2473 (1992).
32. B. Luo, H. Tang, and H. Guo, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **42**, 235505 (2009).

33. H. Li, V. A. Sautenkov, Yu. V. Rostovtsev et al., Phys. Rev. A **80**, 023820 (2009).
34. P. K. Jha, Yu. V. Rostovtsev, H. Li et al., Phys. Rev. A **83**, 033404 (2011).
35. J. Kou, R. G. Wan, Z. H. Kang et al., Phys. Rev. A **84**, 063807 (2011).
36. Z. Q. Zeng, F. T. Liu, Z. H. Gao, Y. P. Wang, Quantum Electronics **45**, 41 (2015).
37. A. Kalachev and O. Kocharovskaya, Phys. Rev. A **83**, 053849 (2011).
38. F. Bello, Phys. Rev. A **84**, 013803 (2011).
39. К. А. Баранцев, А. Н. Литвинов, Г. А. Казаков и др., КЭ **42**, 612 (2012).
40. К. А. Баранцев, А. Н. Литвинов, ЖЭТФ **145**, 653 (2014).
41. C. Basler, J. Grzesiak, and H. Helm, Phys. Rev. A **92**, 013809 (2015).
42. Y. A. Fofanov, A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov, and M. D. Havey, Phys. Rev. A **87**, 063839 (2013).
43. A. S. Kuraptsev and I. M. Sokolov, Phys. Rev. A **90**, 012511 (2014).
44. S. E. Skipetrov, I. M. Sokolov, Phys. Rev. Lett. **114**, 053902 (2015).
45. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Новосибирск: Наука (1979).
46. И. Е. Мазец, Б. Г. Матисов, ЖЭТФ **101**, 1 (1992).
47. S. H. Autler, C. H. Townes, Phys. Rev. **100**, 703 (1955).