

# КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА МЕТАЛЛИЧЕСКОГО СЕРОВОДОРОДА ПРИ ДАВЛЕНИИ 225 ГПа

*H. A. Кудряшов, A. A. Кутуков, E. A. Mazur\**

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 июня 2016 г.

Теория Элиашберга, обобщенная для электрон-фононных систем с непостоянной плотностью электронных состояний, а также с учетом частотного поведения перенормировки массы электрона и химического потенциала, используется для изучения  $T_c$  в фазе SH<sub>3</sub> сероводорода под давлением. Рассматривается фононный вклад в аномальную электронную функцию Грина. Учитывается спаривание в пределах полной ширины электронной зоны, а не только в узком слое у поверхности Ферми. Частотная и температурная зависимости комплексной перенормировки массы  $\text{Re } Z(\omega)$ , плотность состояний  $N(\varepsilon)$ , перенормированная за счет электрон-фононных взаимодействий, спектральная функция электрон-фононного взаимодействия, полученные расчетным путем, используются для расчета электронной аномальной функции Грина. Получено решение обобщенного уравнения Элиашберга с переменной плотностью электронных состояний. Получена зависимость действительной и мнимой частей параметра порядка в фазе SH<sub>3</sub> от частоты. В результате решения системы уравнений Элиашберга определено значение  $T_c \approx 177$  К в фазе SH<sub>3</sub> сероводорода при давлении  $P = 225$  ГПа.

DOI: 10.7868/S0044451016120000

## 1. ТЕОРИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ ДЛЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ЗОНЫ С НЕПОСТОЯННОЙ ПЛОТНОСТЬЮ ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ

Целью настоящей работы является исследование поведения сверхпроводящего параметра порядка и  $T_c$  в веществах с сильным электрон-фононным (ЭФ) взаимодействием, позволяющее провести количественный расчет и предсказание сверхпроводящих свойств и  $T_c$  в различных фазах сероводорода [1, 2], а также в высокотемпературных материалах с ЭФ-механизмом сверхпроводимости, которые могут быть открыты в ближайшее время. Будем учитывать все особенности частотного поведения спектральной функции ЭФ-взаимодействия, характер изменения плотности электронных состояний  $N_0(\omega)$ , а также свойства вещества, в котором устанавливается сверхпроводящее состояние. Для этой цели в настоящей работе дополнительно разработан пересмотренный вариант [3, 4] теории Мигдала–Элиашберга [5–20] для ЭФ-системы при ненул-

левой температуре  $T \neq 0$  в представлении Намбу, учитывающий непостоянство в пределах зоны плотности электронных состояний  $N_0(\varepsilon)$ , частотную и температурную зависимости комплексной перенормировки массы  $\text{Re } Z(\omega, T)$ ,  $\text{Im } Z(\omega, T)$ , комплексную величину, обычно именуемую перенормировкой химического потенциала  $\text{Re } \chi(\omega, T)$ ,  $\text{Im } \chi(\omega, T)$ , спектральную функцию ЭФ-взаимодействия, полученную расчетным путем, а также эффекты, вытекающие из электрон-дырочной неэквивалентности и конечности ширины зоны. В работе [21] было показано, что в случае сильной ЭФ-связи реконструкция действительной  $\text{Re } \Sigma$  и мнимой  $\text{Im } \Sigma$  частей собственно-энергетической части (СЧ) в материалах с переменной плотностью электронных состояний не ограничена областью частот  $\omega$  порядка предельной фононной частоты  $\omega_D$ , а распространяется на область гораздо большего диапазона частот,  $\omega \gg \omega_D$ . В результате ЭФ-взаимодействие модифицирует СЧ функции Грина, включая ее аномальную часть, на значительном энергетическом расстоянии от поверхности Ферми в единицах дебаевских фононных частот, а отнюдь не только в окрестности поверхности Ферми  $\mu - \omega_D < \omega < \mu + \omega_D$ .

Учитывая указанное выше, будем рассматривать ЭФ-систему с гамильтонианом, который вклю-

\* E-mail: EAMazur@mephi.ru

чает электронную компоненту  $\hat{H}_e$ , ионную компоненту  $\hat{H}_i$  и компоненту, отвечающую электрон-ионному взаимодействию в гармоническом приближении  $\hat{H}_{e-i}$ , так что

$$\hat{H} = \hat{H}_e + \hat{H}_i + \hat{H}_{e-i} - \mu \hat{N}.$$

Здесь введены следующие обозначения:  $\mu$  — химический потенциал,  $\hat{N}$  — оператор числа электронов в системе. Матричная функция Грина электронов  $\hat{G}$  в представлении Намбу определяется выражением

$$\hat{G}(x, x') = -\langle T\Psi(x)\Psi^+(x') \rangle,$$

где обычные операторы рождения и уничтожения электронов фигурируют в качестве операторов Намбу. СЧ запаздывающей электронной функции Грина ( $\Phi\Gamma$ ) в дискретном наборе частотных точек

$$\omega_m = (2m+1)\pi T, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

на мнимой оси может быть записана в виде

$$\hat{\Sigma}(i\omega_m) = i\omega_m [1 - Z(\mathbf{p}, \omega_m)] \hat{\tau}_0 + \chi(\mathbf{p}, \omega_m) \hat{\tau}_3.$$

Под  $\chi(\xi, \omega)$  будет пониматься функция, обычно имеемая ренормализацией химического потенциала ЭФ-взаимодействием. Значение величины  $\chi(\mathbf{p}, \omega_m)$ , действительная часть которой после аналитического продолжения определяет частотно-зависящий сдвиг химического потенциала, дается следующей формулой:

$$\chi(\mathbf{p}, \omega_m) = \frac{1}{2} [\Sigma(\mathbf{p}, \omega_m) + \Sigma(\mathbf{p}, -\omega_m)].$$

Значение величины  $Z(\mathbf{p}, \omega_m)$ , действительная часть которой после аналитического продолжения задает перенормировку массы электрона, а мнимая часть — затухание электрона, определяется формулой

$$i\omega_m [1 - Z(\mathbf{p}, \omega_m)] = \frac{1}{2} [\Sigma(\mathbf{p}, \omega_m) - \Sigma(\mathbf{p}, -\omega_m)].$$

После аналитического продолжения величин  $Z(\mathbf{p}, i\omega_m)$  и  $\chi(\mathbf{p}, \omega_m)$  на область комплексной переменной  $\omega$  функции  $\text{Re } Z(\mathbf{p}, \omega)$  и  $\text{Re } \chi(\mathbf{p}, \omega)$  становятся четными и комплексными для всех значений частоты  $\omega$ , включая значения частоты на действительной оси, за исключением дискретного набора точек на мнимой оси

$$\omega_m = (2m+1)\pi T.$$

После выполнения аналитического продолжения

$$i\omega_p \rightarrow \omega + i\delta$$

фононный вклад в СЧ-часть электронной  $\Phi\Gamma$   $\hat{g}_R$  выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}^{ph}(\xi, \omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \int_{-\mu}^{\infty} d\xi' \frac{N_0(\xi')}{N_0(0)} K^{ph}(z', \omega) \hat{\tau}_3 \times \\ \times \text{Im } \hat{g}_R(\xi', z') \hat{\tau}_3. \end{aligned} \quad (1)$$

Кулоновский вклад в собственно-энергетическую часть  $\hat{\Sigma}(\xi, \omega)$  запаздывающей электронной функции  $\hat{g}_R$  имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}^c(\xi, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \text{th} \frac{z'}{2T} \int_{-\mu}^{\infty} d\xi' \frac{N_0(\xi')}{N_0(0)} V_c(\xi, \xi') \hat{\tau}_3 \times \\ \times \text{Im } \hat{g}_R(\xi', z') \hat{\tau}_3, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $V_c(\xi, \xi')$  — матричный элемент кулоновского взаимодействия.

Будем использовать в дальнейшем технику решения уравнений Элиашберга для реальных частот. Такая техника позволит нам контролировать в процессе вычислений частотное поведение  $\text{Re } Z(\omega)$ ,  $\text{Im } Z(\omega)$ ,  $\text{Re } \Sigma(\omega)$ ,  $\text{Im } \Sigma(\omega)$ ,  $\text{Re } \chi(\omega)$  и  $\text{Im } \chi(\omega)$ . В формулах (1), (2) введены матрицы Паули  $\hat{\tau}_i$ ,  $\hat{g}_R$  — запаздывающая электронная  $\Phi\Gamma$ ,  $\alpha^2 F$  — спектральная функция ЭФ-взаимодействия,  $N_0(\xi)$  представляет собой «голую» (не перенормированную ЭФ-взаимодействием) переменную плотность электронных состояний, определяемую следующим выражением:

$$\int_{S(\xi)} \frac{d^2 \mathbf{p}'}{\nu_{\xi \mathbf{p}'}} d\xi = \int_{S(\xi)} N_0(\xi) d\xi$$

при энергии голых электронов  $\xi$ , отсчитываемой от уровня Ферми с импульсом  $\mathbf{p}$ . Не предполагается, что импульсы электронов лежат на поверхности Ферми. Будем пренебречь в формуле (1) зависимостью  $\alpha^2 F$  от переменных  $\xi, \xi'$ :  $\alpha^2(\xi', \xi, z)F(\xi', \xi, z) \approx \approx \alpha^2(z)F(z)$ . Заменим  $Z(\mathbf{p}', \omega)$  величиной  $Z(\omega)$ , соответствующей постоянной энергии  $\xi$  в направлении, определяемом углом  $\varphi$ . Усредним выражение (1) по углу  $\varphi$  направления импульса. При переходе от интегрирования  $\int_{-\infty}^{\infty} dz'$  к интегрированию  $\int_0^{\infty} dz'$  учтем четность  $\text{Re } Z(z')$ , а также свойство  $\varphi(-z') = \varphi^*(-z')$  [14] параметра порядка. Из формул (1), (2) с учетом стандартного выражения для запаздывающей  $\Phi\Gamma$   $\hat{g}_R(\xi', z')$  получаем уравнения для действительной  $\text{Re } \varphi(\omega)$  и мнимой  $\text{Im } \varphi(\omega)$  частей аномальной части СЧ  $\Phi\Gamma$   $\varphi(\omega)$  в виде следующей системы двух уравнений (3), (4):

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \varphi(\omega) = & -\frac{1}{\pi} P \int_0^\infty dz' [K^{ph}(z', \omega) - K^{ph}(-z', \omega)] \times \\ & \times \int_{-\mu}^\infty d\xi' \frac{N_0(\xi')}{N_0(0)} \times \\ & \times \operatorname{Im} \frac{\varphi(z')}{[Z(z')(z')]^2 - \varphi^2(z') - (\xi' + \chi(z'))^2} - \\ & - \frac{\mu^*}{\pi(1 - \mu^* \ln(\omega_c/\omega_D))} \int_0^{\omega_c} dz' \operatorname{th} \frac{z'}{2T} \int_{-\mu}^\infty d\xi' \frac{N_0(\xi')}{N_0(0)} \times \\ & \times \operatorname{Im} \frac{\varphi(z')}{Z^2(z') z'^2 - \varphi^2(z') - (\xi' + \chi(z'))^2}, \quad (3) \end{aligned}$$

где в формуле (3) первое слагаемое описывает роль ЭФ-взаимодействия, а второе — кулоновский вклад, имеющий стандартный вид [14]. Кулоновский псевдопотенциал электронов в металлическом сероводороде  $\mu^* \approx 0.1$  выражается через усредненный кулоновский матричный элемент  $V_c$  стандартным образом:

$$\mu^* = V_c N_0(0) / (1 + V_c N_0(0) \ln(E_F/\omega_D)),$$

$$\omega_D \ll \omega_c \ll E_F,$$

$\omega_c$  — энергетический диапазон эффективности кулоновского взаимодействия;

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \varphi(\omega) = & \frac{1}{2} \int_0^\infty dz' \left\{ \alpha^2(|\omega - z'|) F(|\omega - z'|) \times \right. \\ & \times \left[ \operatorname{cth} \frac{\omega - z'}{2T} + \operatorname{th} \frac{z'}{2T} \right] \operatorname{sign}(\omega - z') - \alpha^2(|\omega + z'|) \times \\ & \times F(|\omega + z'|) \left[ \operatorname{cth} \frac{\omega + z'}{2T} - \operatorname{th} \frac{z'}{2T} \right] \operatorname{sign}(\omega + z') \left. \right\} \times \\ & \times \int_{-\mu}^\infty d\xi' \frac{N_0(\xi')}{N_0(0)} \times \\ & \times \operatorname{Im} \frac{\varphi(z')}{[Z(z') z']^2 - \varphi^2(z') - (\xi' + \chi(z'))^2}, \quad (4) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} K^{ph}(z', \omega) = & \int_0^\infty dz \alpha^2(z) F(z) \frac{1}{2} \times \\ & \times \left\{ \frac{\operatorname{th}(z'/2T) + \operatorname{cth}(z/2T)}{z' + z - \omega} - \right. \\ & \left. - \frac{\operatorname{th}(z'/2T) - \operatorname{cth}(z/2T)}{z' - z - \omega} \right\}. \quad (5) \end{aligned}$$

В формулах (3), (4) мы ожидаем малый кулоновский вклад в параметр порядка с учетом малости кулоновского псевдопотенциала в сероводороде  $\mu^* \approx 0.1$  по сравнению со значительной константой  $\lambda \sim 2.21$  ЭФ-взаимодействия в фазе SH<sub>3</sub> сероводорода. Выражения и графики для нормальной части матрицы СЧ

$$\operatorname{Re} \Sigma(\omega) = \omega - \operatorname{Re} Z(\omega) \omega + \operatorname{Re} \chi(\omega),$$

$$\operatorname{Im} \Sigma(\omega) = -\operatorname{Im} Z(\omega) \omega + \operatorname{Im} \chi(\omega)$$

вблизи  $T_c$  были получены в работах [3, 4, 22, 24]. Прямым вычислением мнимой части получаем выражение, фигурирующее в (3), (4). Вблизи  $T_c$  произведение  $\operatorname{Re} \varphi(z') \operatorname{Im} \varphi(z')$  стремится к нулю при всех значениях аргумента  $z'$ . Пренебрегая зависимостью  $\operatorname{Re} \Sigma(\xi, \omega)$  и  $\operatorname{Im} \Sigma(\xi, \omega)$  от  $\xi$ , получаем в пренебрежении малыми величинами  $\operatorname{Im} Z(\omega)$ ,  $\operatorname{Re} \chi(\omega)$ ,  $\operatorname{Im} \chi(\omega)$  из (3), (4) существенное упрощение нелинейного по параметру порядка  $\varphi$  уравнения для действительной части комплексного аномального параметра порядка. В широкозонных материалах, таких как металлический сероводород, логарифмическое слагаемое в уравнениях в (3), (4) с хорошей точностью может быть положено равным нулю, так что система уравнений для параметра порядка в результате интегрирования в первом слагаемом по  $\xi$  с учетом свойств дельта-функции принимает вид

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \varphi(\omega) = & P \int_0^\infty dz' [K^{ph}(z', \omega) - K^{ph}(-z', \omega)] \frac{\operatorname{Re} \varphi(z')}{\sqrt{\operatorname{Re}^2 Z(z') z'^2 - \operatorname{Re} \varphi^2(z') + \operatorname{Im} \varphi^2(z')}} \times \\ & \times \frac{N_0(-|\operatorname{Re}^2 Z(z') z'^2 - \operatorname{Re} \varphi^2(z') + \operatorname{Im} \varphi^2(z')|^{1/2}) + N_0(|\operatorname{Re}^2 Z(z') z'^2 - \operatorname{Re} \varphi^2(z') + \operatorname{Im} \varphi^2(z')|^{1/2})}{2N_0(0)} - \\ & - \frac{\mu^*}{\pi(1 - \mu^* \ln(\omega_c/\omega_D))} \int_0^{\omega_c} dz' \operatorname{th} \frac{z'}{2T} \frac{\operatorname{Re} \varphi(z')}{\sqrt{\operatorname{Re}^2 Z(z') z'^2 - \operatorname{Re} \varphi^2(z') + \operatorname{Im} \varphi^2(z')}}, \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Im } \varphi(\omega) = & \frac{1}{2} \int_0^\infty dz' \left\{ \alpha^2(|\omega - z'|) F(|\omega - z'|) \times \right. \\
& \times \left[ \operatorname{cth} \frac{\omega - z'}{2T} + \operatorname{th} \frac{z'}{2T} \right] \operatorname{sign}(\omega - z') - \alpha^2(|\omega + z'|) \times \\
& \times F(|\omega + z'|) \left[ \operatorname{cth} \frac{\omega + z'}{2T} - \operatorname{th} \frac{z'}{2T} \right] \operatorname{sign}(\omega + z') \Big\} \times \\
& \times \frac{\pi \operatorname{Re} \varphi(z')}{\sqrt{\operatorname{Re}^2 Z(z') z'^2 - \operatorname{Re}^2 \varphi(z') + \operatorname{Im}^2 \varphi(z')}} \times \\
& \times \left[ \frac{N_0(-|\operatorname{Re}^2 Z(z') z'^2 - \operatorname{Re}^2 \varphi(z') + \operatorname{Im}^2 \varphi(z')|^{1/2})}{2N_0(0)} + \right. \\
& \left. + \frac{N_0(|\operatorname{Re}^2 Z(z') z'^2 - \operatorname{Re}^2 \varphi(z') + \operatorname{Im}^2 \varphi(z')|^{1/2})}{2N_0(0)} \right]. \quad (7)
\end{aligned}$$

Параметр порядка будем записывать в виде

$$\varphi(\omega) = \Delta(\omega)|Z(\omega)|,$$

$$|Z(z')| = (\operatorname{Re}^2 Z(z') + \operatorname{Im}^2 Z(z'))^{1/2},$$

интеграл по  $z'$  в (6), (7) берется в смысле главного значения, что отмечено символом  $P$ , при отрицательных  $z'$  величина  $-|\operatorname{Re}^2 Z(z') z'^2 - \operatorname{Re} \varphi^2(z') + \operatorname{Im} \varphi^2(z')|^{1/2}$  не может быть меньше, чем  $-\mu$ , так что интегрирование по  $z'$  при отрицательных  $z'$  обрывается при условии

$$|\operatorname{Re}^2 Z(z') z'^2 - \operatorname{Re} \varphi^2(z') + \operatorname{Im} \varphi^2(z')|^{1/2} = \mu.$$

При  $z'$  таких, что

$$|\operatorname{Re}^2 Z(z') z'^2 - \operatorname{Re} \varphi^2(z') + \operatorname{Im} \varphi^2(z')|^{1/2} < 0,$$

подынтегральная функция равна нулю.

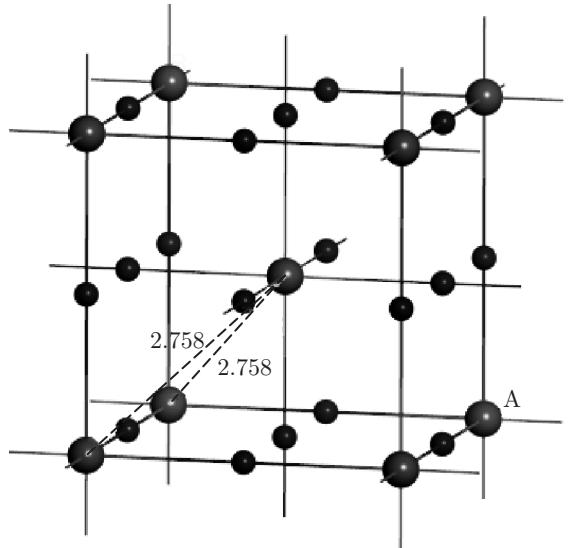
Корень будем полагать положительным,

$$\sqrt{\operatorname{Re}^2 Z(z') z'^2 - \operatorname{Re} \varphi^2(z') + \operatorname{Im} \varphi^2(z')} \geq 0,$$

при любом знаке  $z'$ . Предполагая постоянство голой плотности электронных состояний  $N_0(\omega)$ , можно перейти от системы уравнений (6), (7) к обычной системе уравнений Элиашберга [5–18, 20], в которой пренебрегается шириной электронной зоны, спариванием вне ферми-поверхности, непостоянством плотности электронных состояний и эффектами электрон-дырочной неэквивалентности.

## 2. ВЫСОКОЕ $T_c$ В СЕРОВОДОРОДЕ КАК СЛЕДСТВИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ В ЗОНЕ

В данной работе для определения  $T_c$  и характера поведения с частотой комплексного параметра порядка  $\varphi$  при различных температурах решались



**Рис. 1.** Исследуемая структура SH<sub>3</sub>. Атомы серы представлены большим размером. Приведен рисунок из работы [22]

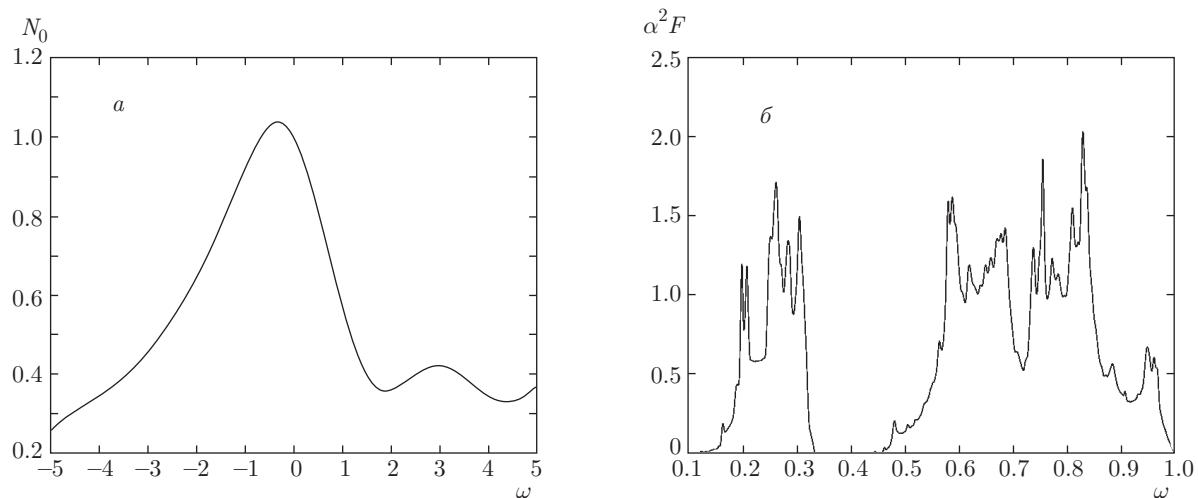
уравнения Элиашберга в виде нелинейной системы уравнений (6), (7) для комплексного параметра порядка  $\varphi$  в сероводороде в фазе SH<sub>3</sub> при давлении 225 ГПа с учетом переменного характера плотности электронных состояний  $N_0(\omega, T)$ . В (6), (7) учет кулоновского вклада в параметр порядка приводил к несущественному изменению частотного поведения параметра порядка и величины  $T_c$  в силу малости кулоновского псевдопотенциала  $\mu^* \approx 0.1$  в фазе SH<sub>3</sub> по сравнению со значительной константой ЭФ-взаимодействия  $\lambda \sim 2.273$  в данной фазе сероводорода.

Решение системы уравнений (6), (7) выполнено с помощью итерационного метода с учетом поведения спектральной функции ЭФ-взаимодействия (функции Элиашберга)  $\alpha^2 F(z)$  [22, 23] и голой плотности электронных состояний для SH<sub>3</sub>-фазы сероводорода при давлении  $P = 225$  ГПа (рис. 1, 2).

Поведение  $K^{ph}(z', \omega)$  — функции (4) для фазы SH<sub>3</sub> сероводорода — представлено на рис. 3.

Вычисления функциональных зависимостей  $\operatorname{Re} z(\omega, T)$ ,  $N_0(\omega, T)$  при различных температурах, содержащихся в выражениях (6), (7), были выполнены с использованием формализма, развитого в [3, 4, 22, 24]. Частотная зависимость перенормированной массового оператора  $\operatorname{Re} Z(\omega, T)$ ,  $\operatorname{Im} Z(\omega, T)$ , а также величина, которую условно можно назвать «ренормализацией комплексного химического потенциала»,  $\operatorname{Re} \chi(\omega)$ ,  $\operatorname{Im} \chi(\omega)$ , представлены на рис. 4.

Установлено, что процесс сходимости решения действительной части параметра порядка  $\operatorname{Re} \varphi(\omega)$



**Рис. 2.** *a)* Безразмерная «голая» полная плотность электронных состояний в сероводороде  $\text{SH}_3$  при давлении 225 ГПа [22]. Частота  $\omega$  выражена в безразмерных единицах (в долях максимальной частоты фононного спектра); *б)* спектральная функция электрон-фононного взаимодействия  $\alpha^2(\omega)F(\omega)$  в сероводороде  $\text{SH}_3$  при давлении 225 ГПа [18]

при решении системы уравнений (6), (7) происходит при числе итераций порядка нескольких десятков. При  $T = 180$  К и при  $T = 300$  К при увеличении числа итераций  $\text{Re } \varphi(\omega)$ , а также  $\text{Im } \varphi(\omega)$  стремятся к нулевым значениям, что говорит об отсутствии эффекта сверхпроводимости при такой температуре. При этом, однако, параметр порядка, уменьшающийся с ростом номера итерации, сохраняет структуру, характерную для сверхпроводящего состояния. Уравнения (6), (7) ниже температуры  $T_c$  имеют три решения:  $\text{Re } \varphi(\omega)$  и  $\text{Im } \varphi(\omega)$ ,  $-\text{Re } \varphi(\omega)$  и  $-\text{Im } \varphi(\omega)$ , а также в случае сверхпроводимости неустойчивое нулевое решение. При численном решении уравнений (6), (7) на действительной оси решение перед установлением на нулевое решение испытывает многократное перестроение из «отрицательного» в «положительное». Дополнительной сложностью в решении уравнений (6), (7) является численное интегрирование несобственных интегралов с расходящимися, фигурирующими в этих уравнениях. Поведение действительной части параметра порядка  $\text{Re } \varphi(\omega)$  и мнимой части параметра порядка  $\text{Im } \varphi(\omega)$  при  $T = 175, 180, 300$  К представлено на рис. 5–7. Решение для результирующего значения  $T_c = 177$  К здесь не представлено в силу стремящихся к нулю значений параметра порядка при такой температуре.

Мнимая часть  $\text{Im } \Delta(\omega)$  параметра порядка при малых частотах является отрицательной, а при значении безразмерной частоты равной 0.23 приобретает положительные значения. Таким образом,

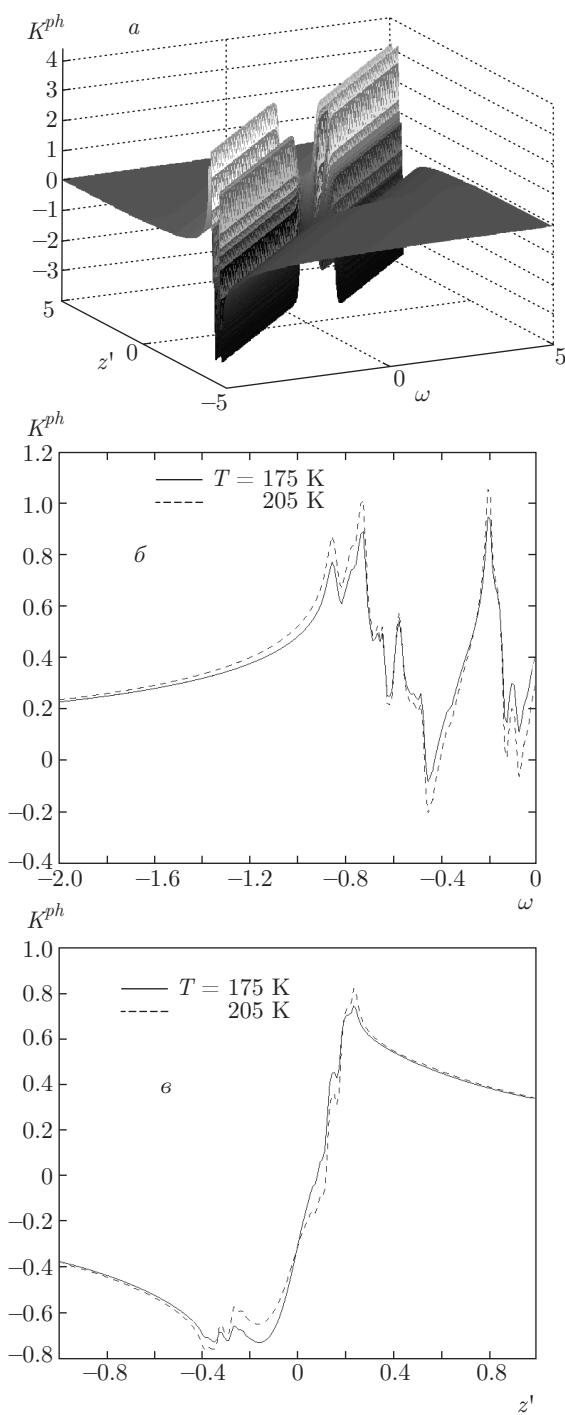
мы установили величину энергетической щели в фазе  $\text{SH}_3$  сероводорода, которая оказалась равной  $0.23 \cdot 0.234$  эВ, т. е. примерно 600 К. На рис. 6 показан процесс обращения в нуль с ростом номера итерации решения для комплексной величины  $\varphi(\omega)$  при температуре  $T = 180$  К, что свидетельствует о том, что  $T_c < 180$  К.

На рис. 7 показана зависимость от частоты при номере итерации 100 весьма малых величин  $\text{Re } \varphi(\omega)$ ,  $\text{Im } \varphi(\omega)$  при температуре  $T = 300$  К. На рис. 7 видно, что величины  $\text{Re } \varphi(\omega)$ ,  $\text{Im } \varphi(\omega)$ , уменьшаясь с ростом номера итерации, даже при  $T = 300$  К сохраняют функциональную зависимость, характерную для сверхпроводящего состояния в сероводороде. При этом в качестве начальных условий использовалось грубое приближение 1 для  $\text{Re } \varphi(\omega)$  и 0 для  $\text{Im } \varphi(\omega)$ , не привносящее в решение никакой функциональной зависимости от частоты  $\omega$ .

На рис. 8 показана зависимость установленвшегося решения от температуры при температурах ниже критической. Решения для параметра порядка с учетом кулоновского вклада и без учета кулоновского вклада очень мало отличаются друг от друга. В силу этого обстоятельства графики, сравнивающие эти два решения, мы здесь не приводим.

### 3. ВЫВОДЫ

Анализируя представленные результаты и суммируя написанное ранее, можно сделать следующие выводы.



**Рис. 3.** а) Зависимость функции  $K^{ph}$  фазы металлического сероводорода  $\text{SH}_3$  от двух безразмерных параметров  $z'$  и  $\omega$  при температуре  $T = 175$  К; б, в) сравнительное поведение графиков  $K^{ph}(z', \omega)$  при  $T = 175$  К и  $T = 205$  К для фиксированного значения  $z' = 0.11$ , когда  $\omega$  изменяется на отрезке  $[-2; 0]$  (б) и фиксированного значения  $\omega = -0.08$ , когда  $z'$  изменяется на отрезке  $[-1; 1]$  (в)

1. Решены обобщенные уравнения Элиашберга с учетом переменного характера плотности электронных состояний для металлического сероводорода. Получено количественное совпадение  $T_c$  для фазы  $\text{SH}_3$  сероводорода с экспериментом. Установлена крайне медленная сходимость решения уравнений Элиашберга с ростом номера итерации.

2. Определена частотная зависимость, а также тонкая структура действительной части  $\text{Re } \varphi(\omega)$  и мнимой части  $\text{Im } \varphi(\omega)$  параметра порядка, отвечающие выбранной фазе  $\text{SH}_3$  сероводорода при температурах  $T = 175$  К,  $T = 180$  К,  $T = 300$  К. Найдено изменение функциональной зависимости параметра порядка от частоты в зависимости от температуры.

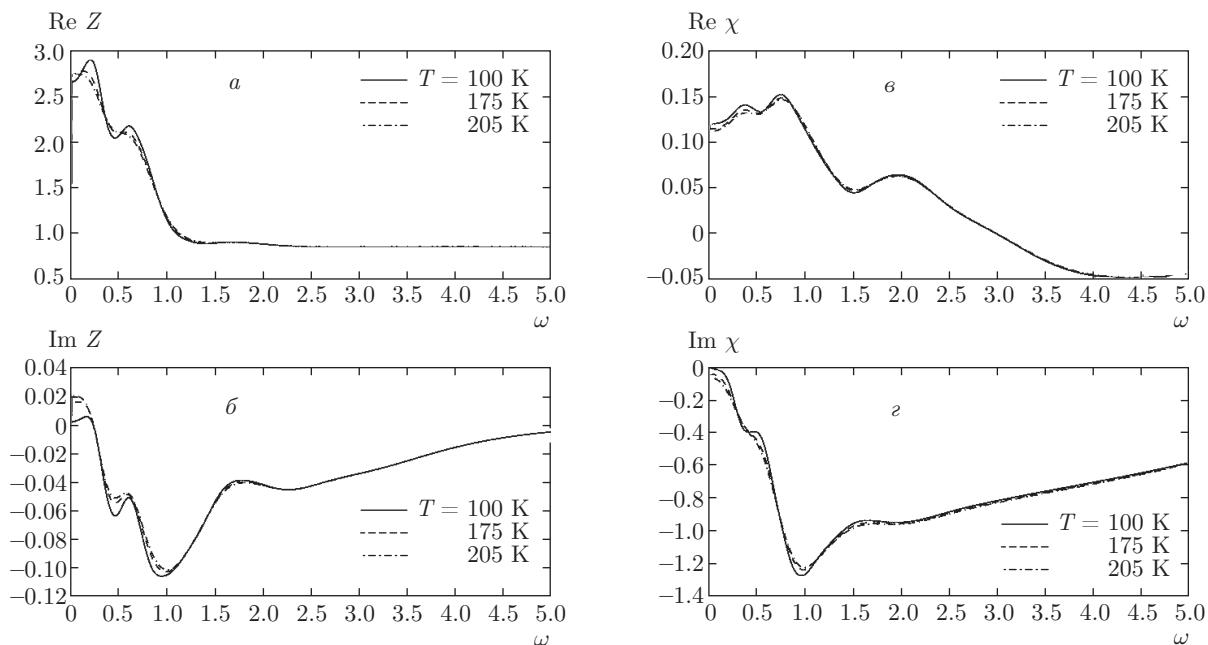
3. Найдена величина энергетической щели в фазе  $\text{SH}_3$  сероводорода, которая оказалась равной примерно 600 К.

4. Показано, что при температурах выше критической параметр порядка весьма медленно стремится к нулю с ростом номера итерации, сохраняя функциональное поведение от частоты, характерное для сверхпроводящего состояния.

5. Метод решения уравнений Элиашберга на наборе дискретных точек мнимой оси, сталкивающийся с проблемой сходимости решения при малом порядке дискретной матрицы, недостаточно точно воспроизводит зависимость параметра порядка от частоты при аналитическом продолжении решения для параметра порядка на действительную ось частот в сравнении с методом решения уравнений Элиашберга на действительной оси.

6. Все расчеты проводились из первых принципов. В работе не делалось никаких предположений и не использовалось никаких подгоночных параметров. Все исследование проведено на действительной оси, так чтобы можно было изучить частотное поведение параметра порядка без процедуры аналитического продолжения одновременно с расчетом  $T_c$ . Мы получили значение  $T_c \approx 177$  К, совпадающее с экспериментальным [2] значением в сероводороде при давлении 225 ГПа. При температуре  $180$  К  $> T_c$  и даже при комнатной температуре  $T = 300$  К, когда уравнения для параметра порядка приводят к крайне малым максимальным значениям параметра порядка  $\text{Re } \varphi, \text{Im } \varphi \sim 10^{-8}$  при сотой итерации, зависимость параметра порядка от частоты аналогична зависимости параметра порядка от частоты для сверхпроводящего состояния.

7. Три фактора, критическим образом влияющие на  $T_c$  в ЭФ-системе, а именно, переменный характер плотности электронных состояний  $N_0(\varepsilon)$ , свойства конкретного вещества, зависящие от перенормиров-



**Рис. 4.** Реконструированные параметры зоны проводимости металлического сероводорода в фазе  $\text{SH}_3$  при различных температурах: *а* — действительная часть  $\text{Re } Z(\omega)$  перенормированной массы  $Z(\omega)$  электронной функции Грина электронов в фазе  $\text{SH}_3$  сероводорода, *б* — мнимая часть  $\text{Im } Z(\omega)$  перенормированной массы электрона в СЧ электронной функции Грина электронов, *в* — ренормализованная ЭФ-взаимодействием действительная часть перенормированной химического потенциала  $\text{Re } \chi(\omega)$  в сероводороде, *г* — ренормализованная ЭФ-взаимодействием мнимая часть перенормированной химического потенциала  $\text{Im } \chi(\omega)$  в сероводороде. Частота  $\omega$  (здесь и далее на рис. 5–8) выражена в безразмерных единицах (вдоль максимальной частоты фононного спектра, составляющей для данной фазы сероводорода 0.234 эВ). Результаты получены при  $P = 225$  ГПа

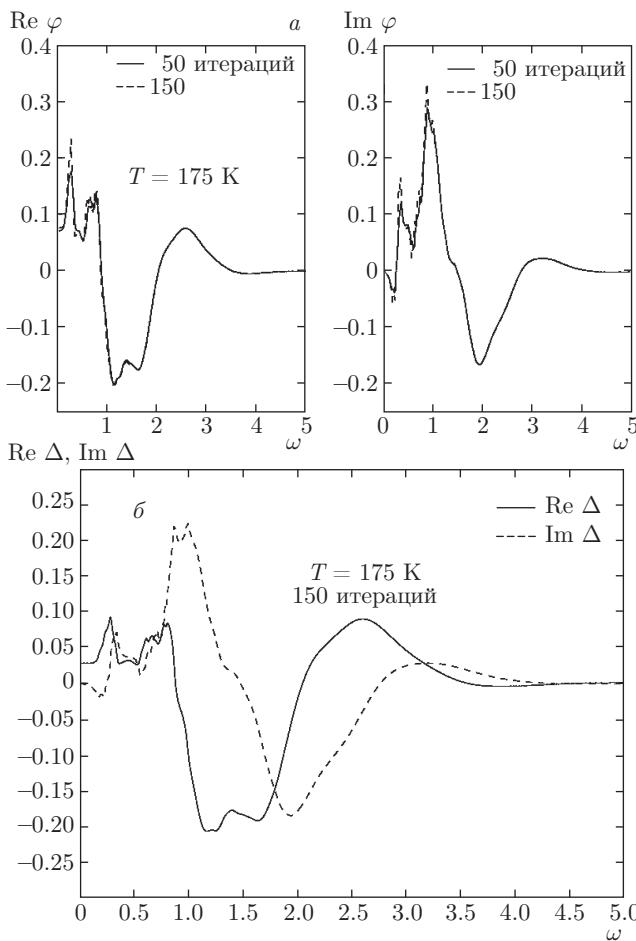
ки массы электронов  $\text{Re } Z(\omega)$ , затухания  $\text{Im } Z(\omega)$  носителей, действительной  $\text{Re } \chi(\omega)$  и мнимой  $\text{Im } \chi(\omega)$  составляющих перенормированной химической потенциала, а также вклады, пропорциональные  $\text{Im } \Delta(\omega)$  в уравнениях Элиашberга, не были учтены в формализме предыдущих работ [6–18, 20]. Неучет вкладов, пропорциональных  $\text{Im } \Delta(\omega)$ , приводил к нарушению соотношений Крамерса – Кронига для мнимой и действительной частей параметра порядка в уравнениях Элиашberга.

8. Для появления высокого значения  $T_c$  в ЭФ-системе критически важно учитывать переменный характер плотности электронных состояний в зоне проводимости. Учет непостоянства плотности электронных состояний в такой зоне приводит к возможности спаривания электронов во всем ферми-объеме, в отличие от обычно рассматриваемого спаривания в пределах слоя толщиной  $\omega_D$  у поверхности Ферми.

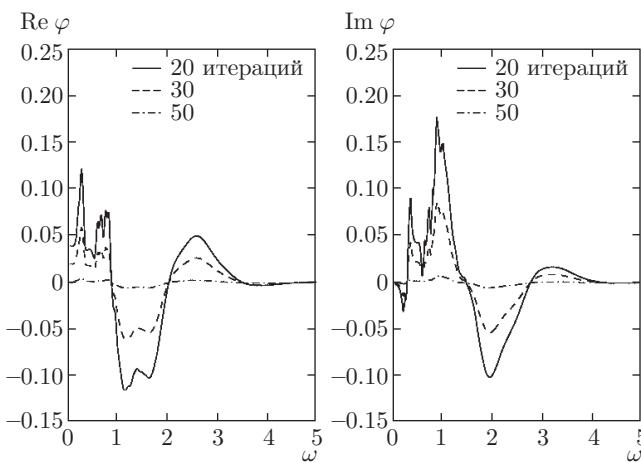
9. Учет кулоновского псевдопотенциала электронов в сероводороде приводит к несущественному уменьшению вычисляемого  $T_c$ . Из настоящего рассмотрения с учетом значительного значения сверхпроводящей щели 600 К и из сохранения

структурь решения для параметра порядка для температур, больших  $T_c$ , становится ясно, что ЭФ-система сероводорода даже при температурах выше критической находится в «квазисверхпроводящем» состоянии. Из этого следует, что значение  $T_c$  в ЭФ-системах может быть резко повышенено по сравнению с экспериментально определенным [1, 2] значением  $T_c$  в сероводороде путем изменения давления и подбора оптимального поведения  $\text{Re } Z(\omega)$ ,  $\text{Im } Z(\omega)$ ,  $\text{Re } \chi(\omega)$ ,  $\text{Im } \chi(\omega)$  наряду с оптимальным поведением плотности электронных состояний  $N_0(\varepsilon)$  при слабой электрон-дырочной неэквивалентности и при умеренном значении константы ЭФ-связи. Возможно, что высокотемпературная сверхпроводимость может быть достигнута при воздействии на ЭФ-систему, находящуюся в «квазисверхпроводящем» состоянии, каким-либо слабым возмущением, природу которого еще предстоит установить.

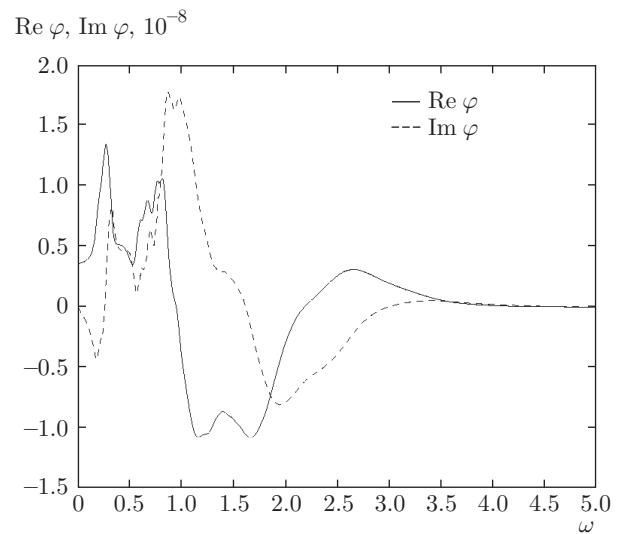
Авторы благодарят Ю. Кагана за глубокое и стимулирующее обсуждение данной работы. Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ (проект № 14-11-00258).



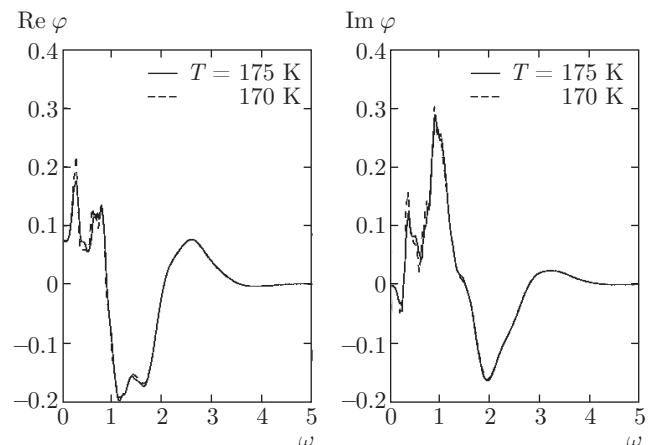
**Рис. 5.** Зависимость от частоты установившегося решения для действительной  $\text{Re } \varphi(\omega)$  и мнимой  $\text{Im } \varphi(\omega)$  частей (а); действительной  $\text{Re } \Delta(\omega)$  и мнимой  $\text{Im } \Delta(\omega)$  частей параметра порядка в фазе  $\text{SH}_3$  сероводорода при  $T = 175 \text{ K}$  при давлении  $P = 225 \text{ ГПа}$  (б)



**Рис. 6.** Зависимость от номера итерации решения для действительной  $\text{Re } \varphi(\omega)$  и мнимой  $\text{Im } \varphi(\omega)$  частей в фазе  $\text{SH}_3$  сероводорода при  $T = 180 \text{ K}$  и давлении  $P = 225 \text{ ГПа}$



**Рис. 7.** Зависимость от частоты решения при ста итерациях для действительной  $\text{Re } \varphi(\omega)$  и мнимой  $\text{Im } \varphi(\omega)$  частей в фазе  $\text{SH}_3$  сероводорода при  $T = 300 \text{ K}$  и давлении  $P = 225 \text{ ГПа}$



**Рис. 8.** Зависимость от температуры установившегося решения (50 итераций) для действительной  $\text{Re } \varphi(\omega)$  и мнимой  $\text{Im } \varphi(\omega)$  частей в фазе  $\text{SH}_3$  сероводорода при давлении  $P = 225 \text{ ГПа}$

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. P. Drozdov, M. I. Eremets, and I. A. Troyan, arXiv:1412.0460.
2. A. P. Drozdov, M. I. Eremets, I. A. Troyan, V. Ksenofontov, and S. I. Shylin, Nature **525**, 73 (2015).
3. E. A. Mazur and Yu. Kagan, J. Supercond. Novel Magnet. **26**, 1163 (2013).
4. E. A. Мазур, Ю. Каган, ЖЭТФ **148**, 275 (2015).

5. Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ **38**, 966 (1969).
6. Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ **39**, 1437 (1960).
7. P. B. Allen and R. C. Dynes, Phys. Rev. B **12**, 905 (1975).
8. W. L. McMillan, Phys. Rev. **167**, 331 (1968).
9. F. Marsiglio and J. P. Carbotte, Electron-phonon Superconductivity. In *Superconductivity, Volume 1: Conventional and Unconventional Superconductors*, ed. by K. H. Bennemann and J. B. Ketterson, pp. 73–162, Springer, Berlin–Heidelberg (2008).
10. S. Engelsberg and J. R. Schriffer, Phys. Rev. **131**, 993 (1963).
11. D. G. Scallapino, *Superconductivity*, ed. by R. D. Parks, Dekker, New York, Vol. 1 (1969).
12. Дж. Шриффер, *Теория сверхпроводимости*, Наука, Москва (1970).
13. A. Morel and P. W. Anderson, Phys. Rev. **125**, 1263 (1962).
14. С. В. Вонсовский, Ю. А. Изюмов, Э. З. Курмазев, *Сверхпроводимость переходных металлов*, их сплавов и соединений, Металлургия, Москва (1977).
15. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости, под ред. В. Л. Гинзбурга, Д. А. Киржница, Наука, Москва (1977).
16. D. J. Scalapino, J. R. Schrieffer, and J. W. Wilkins, Phys. Rev. **148**, 263 (1966).
17. А. Е. Каракозов, Е. Г. Максимов, С. А. Машков, ЖЭТФ **68**, 1937 (1975).
18. В. Н. Гребенев, Е. А. Мазур, ФНТ **13**, 478 (1987).
19. W. E. Pickett, Rev. Phys. Rev. B **26**, 1186 (1982).
20. F. Marsiglio, J. Low Temp. Phys. **87**, 659 (1992).
21. А. С. Александров, В. Н. Гребенев, Е. А. Мазур, Письма в ЖЭТФ **45**, 357 (1987).
22. Н. А. Кудряшов, А. А. Кутуков, Е. А. Мазур, ЖЭТФ **150**, 558 (2016).
23. Н. Н. Дегтяренко, Е. А. Мазур, ЖЭТФ **148**, 1215 (2015).
24. E. A. Mazur, Europhys. Lett. **90**, 47005 (2010).