

ВЛИЯНИЕ ИНДУКТИВНОЙ И ЕМКОСТНОЙ СВЯЗЕЙ НА ВОЛЬТ-АМПЕРНУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СИСТЕМЫ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ

И. Р. Рахмонов^{a,b}, Ю. М. Шукринов^{a,c}, П. Х. Атанасова^d,
Е. В. Земляная^{a,c}, М. В. Башакин^{a,c}*

^a *Объединенный институт ядерных исследований
141980, Дубна, Московская обл., Россия*

^b *Физико-технический институт им. С. У. Умарова АН РТ
734063, Душанбе, Таджикистан*

^c *Государственный университет «Дубна»
141980, Дубна, Московская обл., Россия*

^d *Пловдивский университет «Паисий Хилендарски»
4003, Пловдив, Болгария*

Поступила в редакцию 23 мая 2016 г.

Исследована вольт-амперная характеристика системы длинных джозефсоновских переходов с учетом индуктивной и емкостной связей. Представлены зависимость средней производной разности фаз по времени от величины базового тока и пространственно-временные зависимости разности фаз и магнитного поля в каждом переходе. Показана возможность ветвления вольт-амперной характеристики в области ступеньки нулевого поля, связанная с различным числом флюксонов в отдельных джозефсоновских переходах. Проведено сравнение вольт-амперной характеристики системы джозефсоновских переходов со случаем одного перехода и показано, что обнаруженное ветвление обусловлено наличием связи между переходами. Рассчитана интенсивность электромагнитного излучения, обусловленная движением флюксонов, и исследовано влияние связи между переходами на мощность излучения.

DOI: 10.7868/S0044451017010138

1. ВВЕДЕНИЕ

Анизотропные высокотемпературные сверхпроводники, такие как $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, образуют систему связанных джозефсоновских переходов (ДП), в которой наблюдается внутренний эффект Джозефсона [1]. Такая система является одним из перспективных объектов сверхпроводящей электроники [2,3]. Широкие возможности для различных применений представляет когерентное электромагнитное излучение из данной системы в терагерцевой области частот [4]. В настоящее время ведется интенсивный поиск новых возможностей для увеличения его мощности, которая по последним данным [5]

составляет около 600 мкВт на частоте 0.5 ТГц при использовании нескольких последовательно соединенных стеков.

Большинство физических процессов, происходящих внутри ДП, проявляется на ее вольт-амперной характеристике (ВАХ). В качестве примеров можно привести появление ступеньки Шапиро на ВАХ, свидетельствующее о захвате джозефсоновской частоты внешним излучением, а также ступенек нулевого поля [6–13], которые обусловлены наличием флюксонов в длинном ДП. В случае системы связанных переходов джозефсоновские осцилляции возбуждают продольную плазменную волну (ППВ) [14] в результате параметрического резонанса. Резонанс приводит к увеличению амплитуды осцилляций электрического заряда в сверхпроводящих слоях [14,15]. Эти процессы также проявляются

* E-mail: rahmonov@theor.jinr.ru, ilhom-tj@inbox.ru

на ВАХ системы в виде точки излома, где происходит переключение ВАХ с верхней ветви на внутреннюю. Наиболее интенсивное когерентное излучение соответствует именно этой области ВАХ [3]. Таким образом, многие физические свойства системы ДП могут быть изучены посредством исследования и анализа структуры ее ВАХ.

Основной причиной ветвления ВАХ является переключение отдельных ДП системы между состояниями с вращающейся (R-состояние) и осциллирующей (O-состояние) фазами [16, 17]. Рассмотрение таких переключений было проведено лишь в случае системы коротких ДП, длина L которых меньше джозефсоновской глубины проникновения λ_J . Большинство же экспериментальных результатов связано с длинными ДП, в которых $L > \lambda_J$. Известно, что в случае одиночного длинного ДП в отсутствие внешнего магнитного поля на ВАХ наблюдаются ступеньки нулевого поля [6–13]. При этом возникает вопрос: связано ли ветвление ВАХ системы длинных ДП только с переключениями или есть и другие причины этому? Поскольку речь будет идти, в основном, о длинных ДП, в дальнейшем изложении слово «длинный» опускается.

Для описания системы ДП Сакаем, Бодиним и Педерсеном [18] была предложена модель, учитывающая индуктивную связь между ДП. Емкостная связь в предложенной модели не учитывалась. Обобщение модели на случай обоих типов связи между ДП было проведено Мачидой и Сакаем [19]. В работе [20] учитывался также диффузионный ток [17], важность которого подчеркивалась в ряде работ [21–23]. Подробное исследование ВАХ в рамках такой обобщенной модели до настоящего времени не проводилось. Не исследовалось также влияние индуктивной связи на интенсивность электромагнитного излучения, соответствующего различным областям ВАХ.

В настоящей работе в рамках обобщенной модели, учитывающей как индуктивную, так и емкостную связь, а также диффузионный ток, проведено подробное исследование ВАХ и пространственно-временных зависимостей магнитного поля во всех ДП. Исследованы причины, приводящие к ветвлению ВАХ в системе длинных ДП. Показано, что ветвление также может наблюдаться из-за разного числа флюксонов в отдельных ДП. Рассчитана мощность электромагнитного излучения и анализируются причины наблюдаемого роста интенсивности излучения в определенных интервалах базового тока.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Теоретическая модель связанных ДП подробно рассмотрена в работе [19, 20]. В этом разделе кратко приводится модельная система уравнений, которая описывает динамику связанных ДП. Рассмотрим систему с $N + 1$ сверхпроводящими слоями и с промежуточными диэлектрическими. Схематический вид такой слоистой структуры представлен на рис. 1а. Ось x выбрана вдоль длины L ДП, ось y — вдоль ширины W и ось z перпендикулярна слоям. К этой системе приложен внешний ток, однородный вдоль оси x и направленный перпендикулярно слоям (z -направление). Сверхпроводящие слои с номерами l и $l - 1$ образуют l -й ДП ($l = 1, \dots, N$), схема которого показана на рис. 1б. Сверхпроводящий слой с номером l описывается параметром порядка $\Delta_l = |\Delta| \exp(i\theta_l)$, где θ_l — фаза параметра порядка и $|\Delta|$ — его амплитуда. Состояние l -го ДП определяется калибровочно инвариантной разностью фаз

$$\varphi_l = \theta_l - \theta_{l-1} - \frac{2e}{\hbar c} \int_{z_{l-1}}^{z_l} A_z dz,$$

где e — электрический заряд электрона, \hbar — постоянная Планка, c — скорость света в вакууме и A_z — векторный потенциал барьера.

В рассматриваемом случае предполагается, что ширина ДП намного меньше джозефсоновской глубины проникновения магнитного поля ($W \ll \lambda_J$).

В рамках этой модели соотношение Джозефсона обобщается и записывается в виде

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = D_c V_l + s_c V_{l+1} + s_c V_{l-1}, \quad (1)$$

где $D_c = 1 + (2\lambda_e/d_I) \operatorname{cth}(d_s/\lambda_e)$ — эффективная электрическая толщина ДП, нормированная на толщину диэлектрического слоя d_I , $s_c = -\lambda_e/[d_I \operatorname{sh}(d_s/\lambda_e)]$ — параметр емкостной связи, V_l — напряжение в l -м ДП, d_s — толщина сверхпроводящего слоя. Поскольку d_s/λ_e мало, при разложении $\operatorname{cth}(d_s/\lambda_e)$ и $\operatorname{sh}(d_s/\lambda_e)$ в ряд Тейлора можно написать выражение для эффективной электрической толщины ДП и параметра емкостной связи соответственно в виде $D_c = 1 + 2\lambda_e^2/(d_I d_s)$ и $s_c = -\lambda_e^2/(d_I d_s)$. При этом мы учитываем прямую связь между D_c и s_c : $D_c = 1 - 2s_c$.

Производная по координате от разности фаз в l -м ДП пропорциональна магнитным полям в l -м и соседних $(l + 1) = M$ и $(l - 1) = M$ ДП:

$$\frac{\hbar c}{2e d_\ell} \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} = B_l + S B_{l+1} + S B_{l-1}, \quad (2)$$

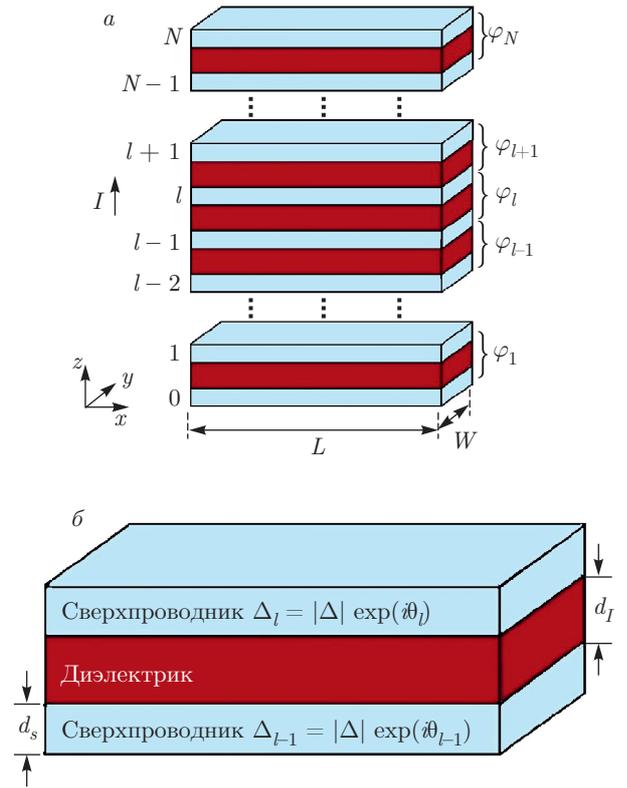


Рис. 1. а) Схематический вид системы длинных джозефсоновских переходов. Ось x выбрана вдоль длины L ДП, ось y вдоль ширины W и ось z перпендикулярна слоям. б) Схема l -го джозефсоновского перехода, d_s — толщина сверхпроводящего слоя, d_I — толщина диэлектрика

где $S = s_{\mathcal{L}}/D_{\mathcal{L}}$ — параметр индуктивной связи, $s_{\mathcal{L}} = -\lambda_L/\text{sh}(d_s/\lambda_L)$, $D_{\mathcal{L}} = d_I + 2\lambda_L \text{cth}(d_s/\lambda_L)$ — эффективная магнитная толщина, λ_L — лондоновская глубина проникновения. Параметр индуктивной связи S принимает значения в интервале $(-0.5, 0]$.

Таким образом, система уравнений для разностей фаз $\varphi_l = \varphi_l(x, t)$ и напряжений $V_l = V_l(x, t)$ во всех ДП стека, которая определяет фазовую динамику системы, записывается в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = D_c V_l + s_c V_{l+1} + s_c V_{l-1}, \\ \frac{\partial V_l}{\partial t} = \sum_{n=1}^N \left(\mathcal{L}_{l,n}^{-1} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} \right) - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} + I, \end{cases} \quad (3)$$

где $l = 1, \dots, N$, $x \in (0, L)$, $t \geq 0$, \mathcal{L} — матрица индуктивной связи:

$$\mathcal{L} = \begin{pmatrix} 1 & S & 0 & \dots & S \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & S & 1 & S & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S & \dots & 0 & S & 1 \end{pmatrix}.$$

В системе уравнений (3) время нормировано на плазменную частоту ДП $\omega_p = \sqrt{8\pi d_I e j_c / (\hbar \epsilon)}$, напряжение — на $V_0 = \hbar \omega_p / (2e)$, координата x — на джозефсоновскую глубину проникновения $\lambda_J = \sqrt{\hbar c^2 / (8\pi e j_c D_{\mathcal{L}})}$, ток — на критический ток j_c и $\beta = \sigma V_0 / (d_I j_c)$ — параметр диссипации. Граничные условия в направлении x задаются внешним магнитным полем, т.е. $(\hbar c) / (2e D_{\mathcal{L}}) \partial \varphi_l / \partial x|_{x=0,L} = B_{ext}$, а в направлении z используется периодическое условие: при $l = N$ имеем $\varphi_{l+1} = \varphi_1$, $V_{l+1} = V_1$; при $l = 1$ имеем $\varphi_{l-1} = \varphi_N$, $V_{l-1} = V_N$.

Электромагнитное излучение из системы вычисляется по методу, предложенному в работе [25]. В этом подходе для отдельного ДП вводится импеданс излучения Z , связывающего локальную переменную часть электрического поля E_{ac} и магнитного поля H_{ac} на краях ДП:

$$Z = E_{ac} / H_{ac}.$$

Мощность излучения определяется выражением

$$P = V_{ac}^2 / R_Z,$$

где $V_{ac} = d_I E_{ac}$ и $R_Z = (d_I / W) Z$, W — ширина ДП.

При расчете интенсивности когерентного излучения, обусловленного движением флюксонов, граничные условия формулируются с учетом когерентного излучения и имеют следующий вид:

$$\frac{d\varphi}{dx}(t, x = 0, L) = B_{ext} \pm \frac{E_{ac}(t, x = 0, L)}{Z}.$$

Переменная часть обезразмеренного электрического поля на краях ДП определяется выражением

$$E_{ac}(t, x = 0, L) = V(t, x = 0, L) - \langle V \rangle_x(t),$$

где $\langle V \rangle_x(t)$ — усредненное напряжение по координате при фиксированном значении времени. При вычислении мощности излучения из системы необходимо учитывать потери тока, которые вычисляются как

$$\Delta I_{rad}(t, x = 0, L) = E_{ac}(t, x = 0, L) / Z.$$

3. МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В системе уравнений (3) производная второго порядка по координате x аппроксимируется с помощью трехточечных конечно-разностных формул на дискретной сетке с равномерным шагом Δx . Полученная система дифференциальных уравнений относительно значений φ_l и V_l в узлах дискретной сетки по x решается методом Рунге – Кутты четвертого порядка. Для ускорения расчетов используется параллельная версия соответствующей компьютерной программы [24].

Для вычисления ВАХ проводится усреднение $V_l(x, t)$ по координате и по времени. Для этого на каждом шаге по времени проводятся интегрирование напряжения по координате методом Симпсона и усреднение

$$\bar{V}_l(t) = \frac{1}{L} \int_0^L V_l(x, t) dx.$$

Далее напряжение усредняется по времени с использованием формулы

$$V_l = 1/(T_{max} - T_{min}) \int_{T_{min}}^{T_{max}} \bar{V}_l(t) dt$$

и затем суммируется по всем ДП. Для интегрирования по времени используется метод прямоугольников. Величина внутреннего магнитного поля B_l в ДП определяется через производную разности фаз по координате

$$\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} = B_l + SB_{l+1} + SB_{l-1} \quad (4)$$

и нормируется на $B_0 = \hbar c / (2eD_\varepsilon \lambda_J)$.

В настоящей работе расчеты проведены для стека с 10 ДП при $\beta = 0.2$. При расчетах ток увеличивается от минимального значения $I = 0.01$ до максимального $I_{max} = 1.1$ и затем уменьшается до нуля. К базовому току добавляется шум [26] с амплитудой $\delta I = \pm 10^{-8}$. Шаг по координате равен $\Delta x = 0.1$. Временной домен для усреднения составляет 200 единиц с параметром дискретизации $\Delta t = \Delta x / 5$. Шаг по току равен 0.005, а в интервале $[0.2 \div 0.9]$ он составляет 0.0001.

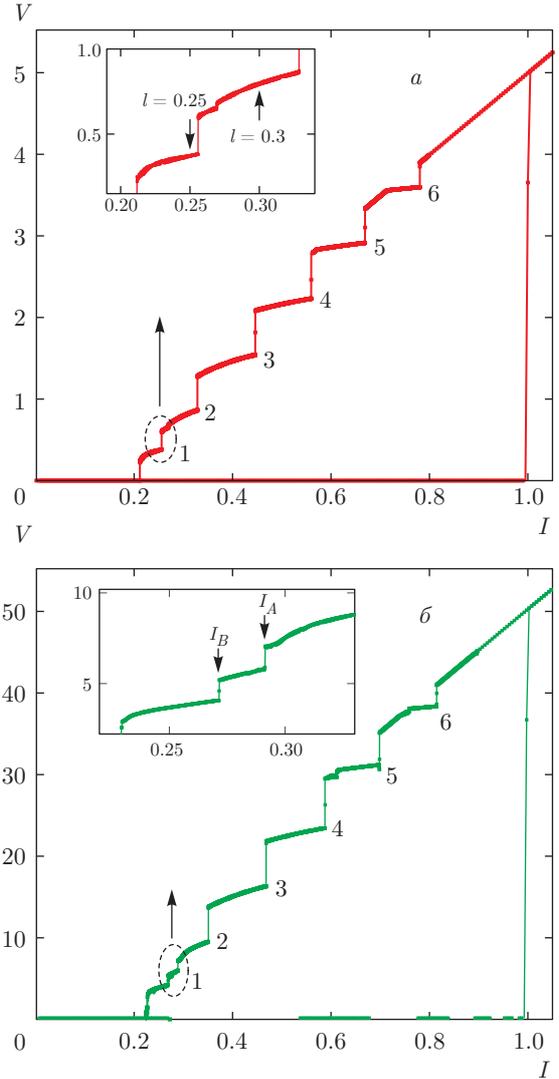


Рис. 2. а) ВАХ одиночного ДП; б) ВАХ системы с $N = 10$ ДП с параметром индуктивной связи $S = -0.05$ и емкостной связи $s_c = -0.05$. Обе ВАХ рассчитаны при $\beta = 0.2$, $L = 10$

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

4.1. Ветвление вольт-амперной характеристики

Для выделения эффектов, обусловленных связью между ДП, рассмотрим вначале систему невзаимодействующих ДП, а затем систему со связью. Случай системы невзаимодействующих ДП равносильно рассмотрению одиночного ДП.

На рис. 2 приведены однопетлевые ВАХ для одиночного ДП (а) и для стека ДП (б). Сначала обсудим ВАХ одиночного ДП. При уменьшении базового тока в гистерезисной области наблюдаются

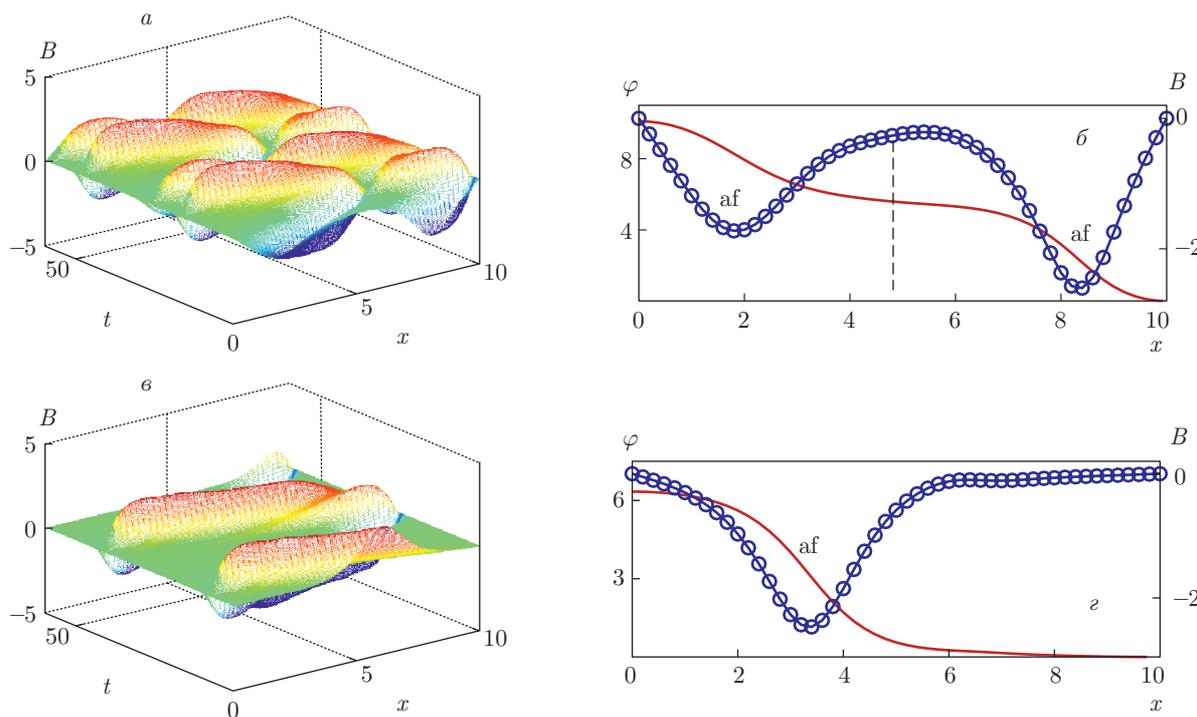


Рис. 3. а) Пространственно-временная зависимость магнитного поля в одиночном ДП при $I = 0.30$, $L = 10$; б) распределение разности фаз и магнитного поля в одиночном ДП вдоль оси x при $I = 0.3$ при фиксированном времени $t = 32$; в) то же, что и в случае а, но при $I = 0.25$; г) то же, что и в случае б, но при $I = 0.25$ и $t = 15.92$

шесть ступенек нулевого поля, происхождение которых связано с образованием в ДП флюксонных состояний. Каждая ступенька соответствует состоянию с определенным числом флюксонов. На этом рисунке цифры указывают количество образовавшихся флюксонов, соответствующих данной ступеньке. Ступеньки нулевого поля и причины их появления обсуждались в работах [7–11].

Рассмотрим теперь ВАХ системы связанных ДП, которая приведена на рис. 2б. Данная характеристика рассчитана для 10 ДП длиной $L = 10$. Расчеты проведены для параметров индуктивной связи $S = -0.05$ и емкостной связи $D_c = 1.1$, $s_c = -0.05$, что соответствует слабой связи между ДП и дает возможность проследить детально влияние связи. Как и в случае одиночного ДП, ВАХ системы связанных ДП также демонстрирует гистерезис и шесть ступенек нулевого поля. В отличие от случая одиночного ДП, в интервале базового тока, соответствующем однофлюксонному и двухфлюксонному состояниям (данная область выделена штриховым эллипсом на обоих рисунках), наблюдается дополнительная ветвь. На вставке к рис. 2б в крупном масштабе показана область ВАХ, соответствующая

одной флюксонной и двухфлюксонной состояниям. При $I_A = 0.2915$ система переходит из состояния с двумя флюксонами в состояние, соответствующее дополнительной ветви, из которого она переключается в состояние с одним флюксонном при $I_B = 0.2717$. В случае одиночного ДП в указанной области не наблюдается ветвление ВАХ, о чем свидетельствует вставка к рис. 2а.

Для того чтобы понять причину ветвления, мы провели детальный анализ пространственно-временных зависимостей магнитного поля и разности фаз в различных точках ВАХ. Вначале обсудим динамику флюксонов в одиночном ДП. Нами рассчитаны пространственно-временные зависимости магнитного поля при значениях базового тока $I = 0.3$ и $I = 0.25$ (см. вставку к рис. 2а), соответствующих двухфлюксонному и однофлюксонному состояниям. Зависимость при $I = 0.3$, приведенная на рис. 3а, демонстрирует двухфлюксонное состояние вдоль оси x . Рисунок 3б показывает распределение разности фаз (точки) и магнитного поля (кружки) вдоль координаты x при фиксированном значении времени $t = 32$. Пространственно-временная зависимость магнитного поля в ДП при $I = 0.25$, пред-

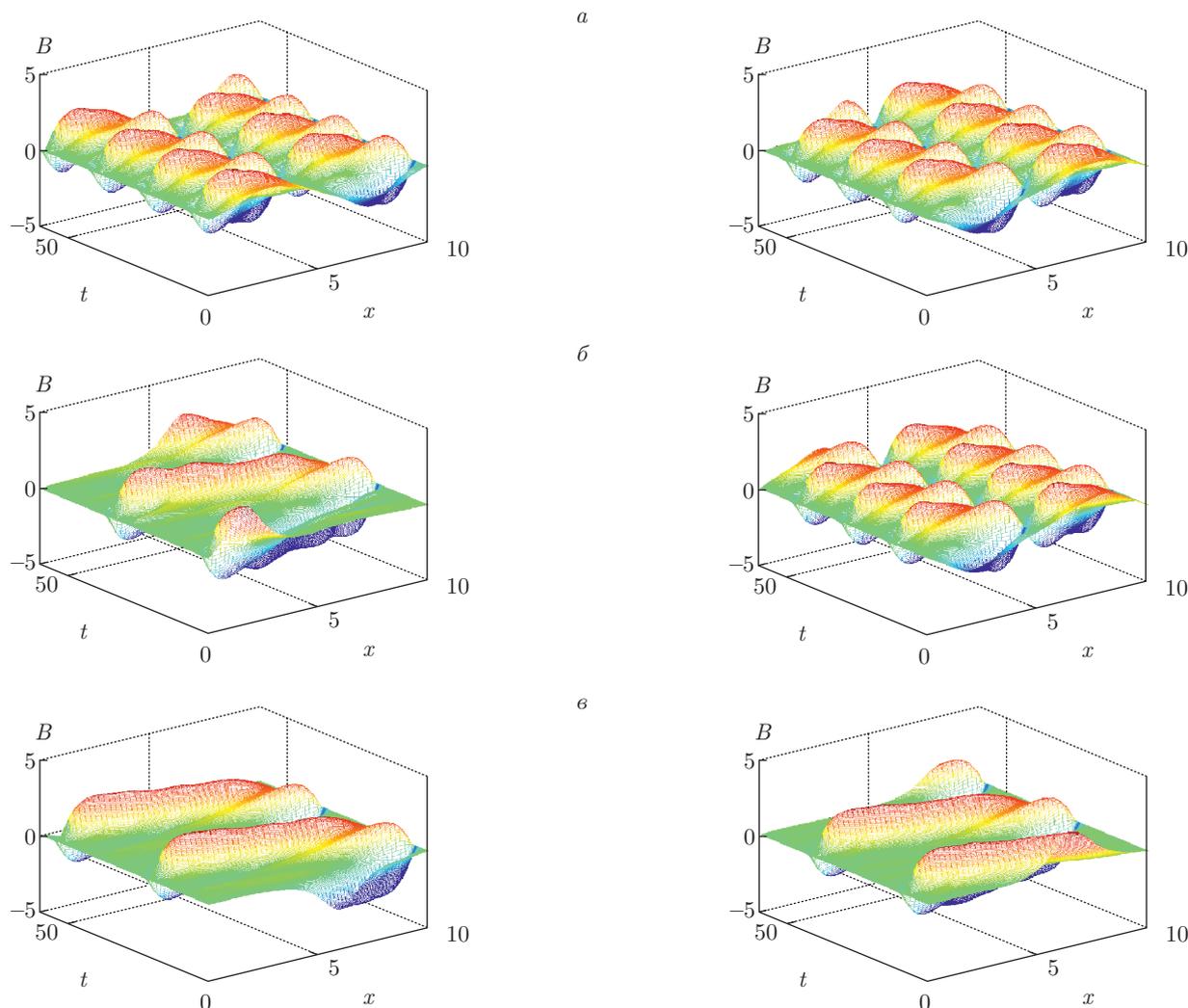


Рис. 4. Пространственно-временная зависимость магнитного поля в первом (слева) и втором (справа) ДП системы из 10 ДП при $I = 0.295$ (а), $I = 0.285$ (б), $I = 0.26$ (в)

ставленная на рис. 3в, соответствует периодическому движению одного флюксона. Распределения разности фаз и магнитного поля для этого значения тока при фиксированном значении времени $t = 15.92$, подтверждающие сделанный вывод, представлены на рис. 3г.

Теперь обсудим динамику флюксонов в системе связанных ДП. Поскольку интересующее нас ветвление ВАХ наблюдается в интервале $[I_B, I_A]$, целесообразно проследить динамику флюксонов справа от точки I_A интервала $[I_B, I_A]$ и слева от точки I_B . Пространственно-временная зависимость магнитного поля при $I = 0.295 > I_A$ для первого и второго ДП системы представлена на рис. 4а. Она демонстрирует двухфлюксонное состояние. При этом зна-

чения тока остальные ДП системы также находятся в двухфлюксонном состоянии. Иная картина наблюдается на рис. 4б, где показаны пространственно-временные зависимости магнитного поля в первом и втором ДП при $I = 0.285$, т. е. внутри интервала $[I_B, I_A]$. Здесь мы видим, что первый ДП перешел в однофлюксонное состояние, в то время как второй ДП все еще остается в двухфлюксонном. Одно- и двухфлюксонные состояния чередуются в системе, т. е. нечетные ДП находятся в однофлюксонном состоянии, а четные — в двухфлюксонном. Именно это обстоятельство приводит к возникновению дополнительной ветви. При значении базового тока I_B все ДП переключаются в однофлюксонное состояние. Это видно на рис. 4в, который демонстрирует,

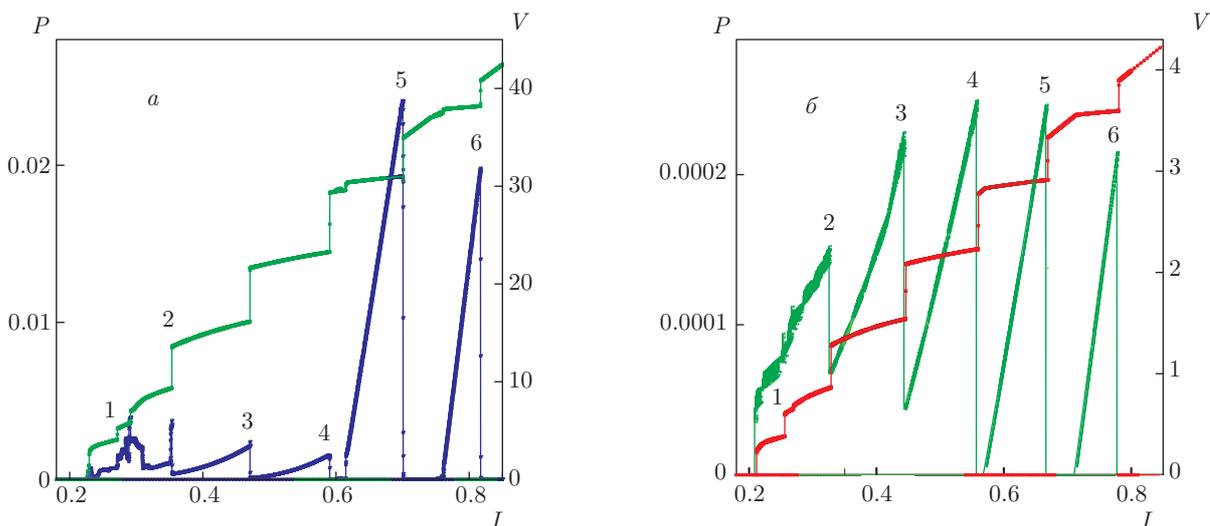


Рис. 5. а) Зависимость интенсивности излучения от величины базового тока вместе с ВАХ для системы 10 связанных ДП длиной $L = 10$ при $s_c = -0.05$, $D_c = 1.1$, $S = -0.05$ и $Z = 10^6$; б) то же, что и в случае а, но для одиночного ДП

что при $I = 0.26 < I_B$ и первый, и второй ДП находятся в однофлюксонном состоянии.

4.2. Электромагнитное излучение системы ДП

Для того чтобы оценить влияние связи на когерентное излучение, обусловленное движением флюксонов, мы рассчитали зависимость интенсивности излучения от базового тока для одиночного ДП и системы связанных ДП и провели сравнительный анализ этих двух случаев. При расчете интенсивности излучения импеданс излучения полагался $Z = 10^6$.

На рис. 5а представлена зависимость интенсивности излучения системы связанных ДП от величины базового тока вместе с ВАХ. На рисунке видны пики излучения, соответствующие областям ступенек нулевого поля. Интенсивность излучения имеет большее значение в областях ВАХ, соответствующих состояниям с большим числом флюксонов ($n = 5, 6$), по сравнению с остальными состояниями. При переходе из состояния с пятью флюксонами в состояние с четырьмя флюксонами интенсивность излучения падает примерно в 15 раз. Однако такое резкое изменение интенсивности излучения не наблюдается в случае одиночного ДП, для которого вышеприведенная зависимость показана на рис. 5б. Видно, что для одиночного перехода пики интенсивности излучения в этих областях ($n = 5, 6$) прибли-

зительно одинаковы, что свидетельствует о влиянии связи на интенсивность излучения.

Для объяснения изменения интенсивности излучения при переходах между флюксонными состояниями $n = 5$ и $n = 4$ мы провели сравнительный анализ пространственно-временной зависимости разности фаз и магнитного поля в различных ДП системы. На рис. 6а показано распределение разности фаз и магнитного поля в первом и втором ДП системы при $I = 0.65$ и $t = 11.44$, т.е. в области ВАХ, соответствующей пятифлюксонному состоянию. При этом значении тока в остальных ДП системы также наблюдается пятифлюксонное состояние, поэтому мы ограничимся демонстрацией зависимостей только для двух соседних ДП. Как видно, в соседних ДП флюксоны находятся в фазе. Это обстоятельство приводит к усилению излучения из системы. Иная картина наблюдается при $I = 0.55$, т.е. в состоянии с четырьмя ($n = 4$) флюксонами. Для этого случая распределение разности фаз и магнитного поля для первого и второго ДП системы в фиксированный момент времени $t = 5.04$ показано на рис. 6б. Здесь также число флюксонов одинаково в соседних ДП. Отличие лишь в том, что в соседних ДП флюксоны находятся в противофазе. Это приводит к противоположному знаку электрического поля, что служит причиной ослабления амплитуды суммарного электрического поля. В результате интенсивность излучения уменьшается, поскольку она пропорциональна квадрату амплитуды электрического поля.

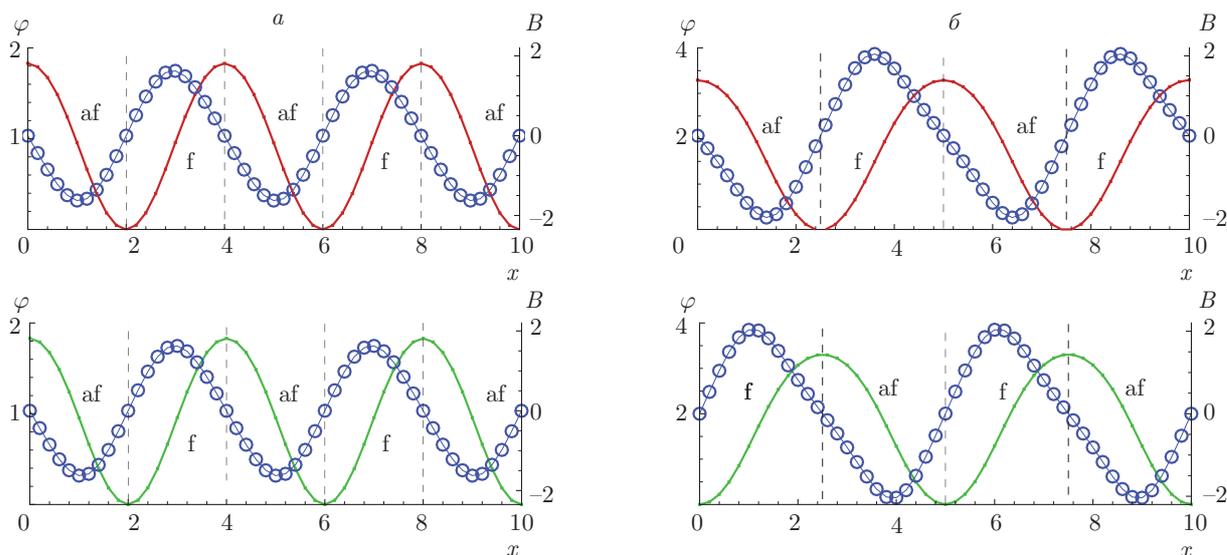


Рис. 6. а) Распределение разности фаз и магнитного поля в первом (сверху) и втором (снизу) ДП системы при фиксированном значении времени при $I = 0.65$ и $t = 11.44$; б) то же, что и в случае а, но при $I = 0.55$ и $t = 5.04$

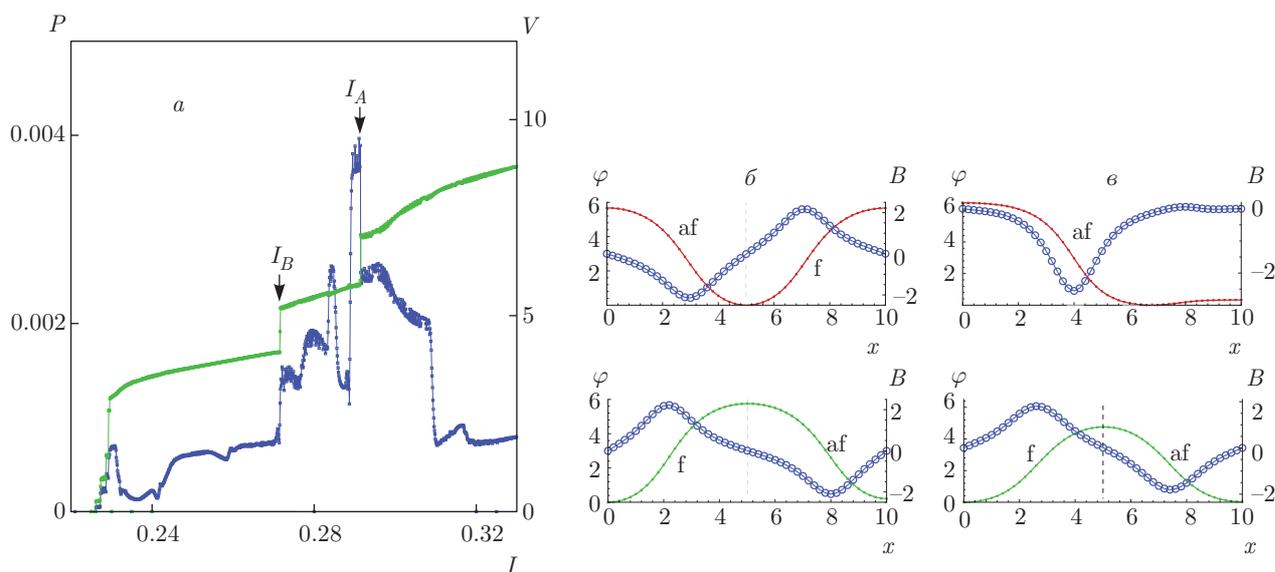


Рис. 7. а) Зависимость интенсивности излучения от величины базового тока вместе с ВАХ в области ветвления для системы 10 связанных ДП длиной $L = 10$ при $s_c = -0.05$, $D_c = 1.1$, $S = -0.05$; б) распределение разности фаз и магнитного поля в первом (сверху) и втором (снизу) ДП системы в фиксированный момент времени при $I = 0.295$ и $t = 12.44$; в) то же, что и в случае б, при $I = 0.285$ $t = 10.24$

Рисунок 7а демонстрирует зависимость мощности излучения от базового тока вместе с ВАХ в области дополнительной ветви (выделенный фрагмент на рис. 2б). Мы видим, что при переходе к дополнительной ветви ($I = I_A$) наблюдается скачок интенсивности излучения. Этот скачок также можно объяснить на основе анализа динамики флюксонов

справа и слева от точки I_A , т.е. до и после точки перехода к дополнительной ветви.

На рис. 7б показано распределение разности фаз справа от точки I_A при $I = 0.295$ и $t = 12.4$ в первом и втором ДП. Количество флюксонов в обоих переходах одинаково, и они находятся в противофазе. Как указывалось выше, такое состояние приводит

к уменьшению суммарного электрического поля и, следовательно, к уменьшению интенсивности излучения. Распределение разности фаз по координате в первом и втором ДП при $I = 0.285$ и $t = 10.24$ (см. рис. 7б), т. е. внутри интервала $[I_B, I_A]$, соответствующего дополнительной ветви ВАХ, указывает на то, что в первом ДП образуется один флюксон, а во втором два флюксона. Фазы флюксонов смещены друг относительно друга, но в отличие от случая (б) не находятся в противофазе. В результате получается большее суммарное электрическое поле по сравнению со случаем (б), что и объясняет наблюдаемый скачок интенсивности излучения в данной области.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение отметим, что различие в динамике флюксонов в отдельных переходах системы приводит к ветвлению ВАХ в области ступеньки нулевого поля и к скачкам интенсивности электромагнитного излучения в зависимости от флюксонных состояний в отдельных ДП стека. Мы полагаем, что полученные результаты могут быть использованы при анализе экспериментальных ВАХ. Отметим, что в данной работе исследовалось совокупное влияние индуктивной и емкостной связей на структуру ВАХ и интенсивностей излучения из системы ДП. Детальный анализ отдельных вкладов как индуктивной, так и емкостной связи является предметом отдельного рассмотрения.

Авторы признательны В. М. Краснову и А. Л. Панкратову за плодотворное обсуждение и ценные советы. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов №№ 15-29-01217, 15-51-61011, 16-52-45011, проекта НИ15-ФМИ-004 и Программы сотрудничества «ОИЯИ-Болгария».

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Kleiner, F. Steinmeyer, G. Kunkel, and P. Muller, Phys. Rev. Lett. **68**, 2394 (1992).
2. A. A. Yurgens, Supercond. Sci. Technol. **13**, R85 (2000).
3. T. M. Benseman, A. E. Koshelev et al., Phys. Rev. B **84**, 064523 (2011).
4. L. Ozyuzer et al., Science **318**, 1291 (2007).
5. U. Welp, K. Kadowaki, and R. Kleiner, Nature Photonics **7**, 702 (2013).
6. T. A. Fulton and R. C. Dynes, Sol. St. Comm. **12**, 57 (1972).
7. H. Kawamoto, Progr. Theor. Phys. **70**, 1171 (1983).
8. N. F. Pedersen and D. Welner, Phys. Rev. B **29**, 2551 (1984).
9. D. W. McLaughlin and A. C. Scott, Phys. Rev. A **18**, 1652 (1978).
10. S. Lin and X. Hu, Phys. Rev. Lett. **100**, 247006 (2008).
11. R. Kleiner, T. Gaber, and G. Hechtfischer, Phys. Rev. B **62**, 4086 (2000).
12. P. Barbara, R. Monaco, and A. V. Ustinov, J. Appl. Phys. **79**, 327 (1996).
13. I. R. Rahmonov, Yu. M. Shukrinov, E. V. Zemlyanaya, I. Sarhadov, and O. Andreeva, J. Phys.: Conf. Ser. **393**, 012020 (2012).
14. Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi, Phys. Rev. Lett. **98**, 157001 (2007).
15. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and M. Suzuki, Phys. Rev. B **78**, 134521 (2008).
16. H. Matsumoto, S. Sakamoto, F. Wajima et al., Phys. Rev. B **60**, 3666 (1999).
17. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and P. Seidel, Physica C **449**, 62 (2006); Conf. Ser. **393**, 012022 (2012).
18. S. Sakai, P. Bodin, and N. F. Pedersen, J. Appl. Phys. **73**, 2411 (1993).
19. M. Machida and S. Sakai, Phys. Rev. B **70**, 144520 (2004).
20. И. Р. Рахмонов, Ю. М. Шукринов, А. Ирие, Письма в ЖЭТФ **99**, 735 (2014).
21. A. Irie, Yu. M. Shukrinov, and G. Oya, J. Phys.: Conf. Ser. **129**, 012029 (2008).
22. Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов, ЖЭТФ **142**, 323 (2012).
23. Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов, Письма в ЖЭТФ **92**, 364 (2010).
24. I. R. Rahmonov et al., EPJ Web Conf. **108**, 02038 (2016).
25. V. M. Krasnov, Phys. Rev. B **82**, 134524 (2010).
26. A. Irie and G. Oya, Supercond. Sci. Technol. **20**, S18 (2007).