

О НОВОМ СЦЕНАРИИ НАСЫЩЕНИЯ НИЗКОПОРОВОЙ ДВУХПЛАЗМОННОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ РАСПАДНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНЫ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ МАГНИТНЫХ ЛОВУШЕК

*Е. З. Гусаков**, *А. Ю. Попов***, *М. А. Ирзак****

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 27 апреля 2016 г.

Проанализирован наиболее вероятный сценарий насыщения низкочастотной двухплазменной параметрической распадной неустойчивости электронной циклотронной волны необыкновенной поляризации. В рамках этого сценария в результате развития первичной неустойчивости возбуждаются два верхнегибридных плазмона на частотах, близких к половине частоты волны накачки, запертые в радиальном направлении в окрестности локального максимума профиля плотности плазмы. Насыщение первичной неустойчивости происходит в результате распада дочерних верхнегибридных волн на вторичные ионные бернштейновские волны и верхнегибридные волны, также радиально запертые в окрестности локального максимума профиля плотности плазмы.

DOI: 10.7868/S0044451016100187

1. ВВЕДЕНИЕ

Анализ нелинейной электродинамики плазмы, которая включает теорию параметрических распадных неустойчивостей, был начат в 1960-е гг. с развития теории в модели однородной плазмы [1]. В 1970-е гг. было показано [2, 3], что пространственная неоднородность плазмы может оказывать сильное стабилизирующее влияние на распадные неустойчивости. Приложение этой теории к волнам электронного циклотронного диапазона частот, выполненное в 1980-е и 1990-е гг. [4, 5] в предположении монотонных профилей плотности плазмы и магнитного поля, предсказывало крайне высокий порог возникновения параметрических распадных неустойчивостей по мощности накачки, который существенно, на несколько порядков, превышал мощность гиротронов, используемых для электронно-циклотронного (ЭЦ) нагрева. Причиной столь высоких порогов возбуждения параметрических неустойчивостей, согласно результатам анализа [4, 5], служат боль-

шие конвективные потери дочерних волн из области параметрического распада в направлении неоднородности плазмы и магнитного поля. Согласно устоявшимся представлениям, основанным на результатах работ [4, 5], возбуждение параметрических неустойчивостей волны накачки при дополнительном ЭЦ-нагреве возможно только в случае, если в эксперименте для нагрева электронов используется линейная трансформация необыкновенных волн в окрестности верхнего гибридного резонанса (ВГР) [6–11].

Таким образом, еще десять лет тому назад не вызывало сомнений, что распространение ЭЦ-волн и их поглощение в плазме хорошо описываются в рамках линейной теории и являются детально предсказуемыми. Вместе с тем за последнее десятилетие накопилось значительное число не укладывающихся в простую линейную картину наблюдений, сделанных в экспериментах по ЭЦ-нагреву необыкновенной волной на второй гармонике резонанса, когда в плазме не выполнялись условия ВГР для волны накачки. В первую очередь к ним относится эффект аномального рассеяния назад греющего излучения, обнаруженный сначала на токамаке TEXTOR [12–14], а затем на токамаке ASDEX-UG [15, 16]. Аномальное рассеяние было зафиксирова-

* E-mail: Evgeniy.Gusakov@mail.ioffe.ru

** E-mail: a.popov@mail.ioffe.ru

*** E-mail: izzak@mail.ioffe.ru

но также на стеллараторе LHD [17]. Другим аномальным эффектом является ускорение ионов, которое наблюдалось при ЭЦ-нагреве необыкновенной волной на второй гармонике резонанса различными диагностическими методами на установках TCV [18] и TJ-II [19]. Третьим эффектом, не вписывающимся в общепринятую картину, является дефицит вкладываемой мощности и нелокальный перенос энергии, наблюдаемые на токамаке T-10 [20] и в некоторых других экспериментах по ЭЦ-нагреву. Все эти явления были отмечены в присутствии немонотонного профиля плотности плазмы, причиной формирования которого в каждом конкретном случае служили различные физические механизмы. Можно указать по меньшей мере два таких механизма — особенности удержания плазмы в магнитном острове и аномальные потоки плазмы из области мощного ЭЦ-нагрева. Развитые ранее теоретические модели [4, 5], краеугольным элементом которых являлось предположение о монотонности профиля плотности плазмы, оказались не способны объяснить эти, на первый взгляд, парадоксальные результаты, полученные на различных установках при немонотонном профиле плотности. Развитие за последние пять лет теории параметрических неустойчивостей продемонстрировало принципиальную возможность низкочастотных параметрических распадных неустойчивостей при ЭЦ-нагреве в присутствии немонотонного профиля плотности плазмы и при учете полоидальной неоднородности магнитного поля [21–27]. Тем не менее, построенные теоретические модели не смогли даже качественно описать детали наблюдавшихся аномальных эффектов. Предсказанные быстрые неустойчивости оказались конвективными, в то время как абсолютные неустойчивости, экспоненциально возрастающие во времени, развивались за времена, сравнимые с характерными временами МГД и дрейфовых процессов.

Вместе с тем предложенная недавно авторами настоящей работы модель низкочастотного двухплазмонного распада волны накачки [28, 29] показала принципиальную возможность как возбуждения рассеянной назад необыкновенной волны, так и ускорения ионов в результате вторичных нелинейных процессов, которые сопровождают первичный параметрический распад волны накачки, имеющий другую природу [30]. Экспериментальное указание на присутствие такого первичного параметрического процесса может быть найдено в работе [14]. В ней продемонстрировано, что наиболее интенсивное аномальное отражение имеет место тогда, когда зна-

чение частоты ВГР в магнитном острове в токамаке TEXTOR слегка превосходит половину частоты волны накачки. В этих условиях возможен низкочастотный параметрический распад необыкновенной ЭЦ-волны на два верхнегибридных (ВГ) плазмона с близкими частотами, которые заперты в окрестности локального максимума профиля плотности в радиальном направлении. Первая, но не во всем адекватная экспериментальным условиям, попытка оценки уровня насыщения этой неустойчивости была сделана в работе [31] в предположении о большой ширине пучка накачки. В этой работе в качестве механизма насыщения неустойчивости рассматривался каскад распадов радиально локализованных ВГ-плазмонов на радиально локализованные вторичные ВГ-плазмоны и нижнегибридные (НГ) плазмоны. Ключевым элементом рассмотренного сценария являлась радиальная локализация вторичных волн, — высокочастотной в окрестности локального максимума профиля плотности плазмы, низкочастотной в окрестности минимума профиля плотности плазмы, соседствующего с локальным максимумом, — которая приводила к полному подавлению потери ими энергии из области распада в направлении неоднородности и значительному снижению порога возбуждения каскадного процесса. Однако в реальных экспериментальных условиях размеры пучка накачки таковы, что нелинейно возбуждаемые НГ-волны имеют широкий спектр по продольным волновым числам. Надо отметить, что поведение дисперсионной кривой НГ-волны критическим образом зависит от вариации величины продольного волнового числа, что делает невозможным для большинства из них выполнение распадных условий для радиальных проекций волновых векторов и, следовательно, должно повышать порог развития неустойчивости. Кроме того, не при всех значениях продольного волнового числа возможно запертие НГ-волн, что исключает их низкочастотное возбуждение.

В настоящей работе исследован новый более универсальный и соответствующий эксперименту [14] сценарий насыщения низкочастотной двухплазмонной параметрической неустойчивости необыкновенной волны в неоднородной плазме. Рассмотрена нелинейная стадия этой неустойчивости, сопровождающаяся распадом первичных ВГ-плазмонов на вторичные радиально запертые ВГ-плазмоны и ионную бернштейновскую (ИБ) волну. В рассматриваемом экспериментальном случае неоднородной накачки насыщение экспоненциального роста первичной неустойчивости и выход на стационарный ре-

жим в области раскачки неустойчивости происходят при учете уже первого каскада вторичных распадов обоих первичных ВГ-плазмонов. В работе численно решаются уравнения, описывающие вторичную неустойчивость дочерних ВГ-волн и, как результат, насыщение двухплазменной неустойчивости необыкновенной волны накачки. Получены асимптотические аналитические выражения, которые адекватно описывают закон возрастания первичных и вторичных дочерних волн до момента насыщения, и оценки для уровня насыщения числа дочерних плазмонов. Численно определена мощность, которую волна накачки теряет в результате развития неустойчивости.

2. ПЕРВИЧНАЯ ДВУХПЛАЗМОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ВОЛНЫ НАКАЧКИ НЕОБЫКНОВЕННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Рассмотрим пучок необыкновенных волн, который распространяется перпендикулярно магнитному полю $\mathbf{H} \parallel \mathbf{e}_z$ в экваториальной плоскости в направлении градиента плотности плазмы (вдоль оси \mathbf{e}_x):

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}(\omega_0, x) \left[\frac{E_0(y, z)}{2} \sqrt{\frac{\omega_0}{ck_0(x)}} \times \exp \left(i \int^x k_0(x') dx' - i\omega_0 t \right) + \text{с.с.} \right], \quad (1)$$

где с.с. обозначает член, получающийся из первого после комплексного сопряжения. Здесь

$$\mathbf{e}(\omega_0, x) = -i \frac{g(\omega_0, x)}{\varepsilon(\omega_0, x)} \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y$$

— вектор поляризации, который для условий экспериментов на токамаке TEXTOR направлен преимущественно вдоль оси $\mathbf{e}_y = \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x$, т. е. $\mathbf{e}(\omega_0, x) \approx \mathbf{e}_y$,

$$E_0(y, z) = \sqrt{\frac{8\pi}{c} \frac{P_0}{\pi w^2}} \exp \left(-\frac{y^2 + z^2}{2w^2} \right)$$

— амплитуда волны, P_0 — мощность пучка, w — радиус пучка,

$$k_0(x) = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon^2(\omega_0, x) - g^2(\omega_0, x)}{\varepsilon(\omega_0, x)}}$$

— радиальная компонента волнового вектора,

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}, \quad g(\omega) = \frac{|\omega_{ce}|}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}$$

— поперечные к магнитному полю компоненты «холодного» тензора диэлектрической проницаемости плазмы на частоте ω_0 . Приведем также явный вид продольной компоненты «холодного» тензора диэлектрической проницаемости плазмы $\eta(\omega) = 1 - \omega_{pe}^2/\omega^2$, который потребуется в дальнейшем.

Система дифференциальных уравнений, которые описывают распад мощной необыкновенной волны на две дочерние электростатические ВГ-волны на частотах ω_1 и $\omega_2 = \omega_0 - \omega_1$ может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \hat{D}(x, \omega_1)\phi_1(\mathbf{r}) &= 4\pi\rho_1(\mathbf{r}), \\ \hat{D}(x, \omega_2)\phi_2(\mathbf{r}) &= 4\pi\rho_2(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (2)$$

где дифференциальный оператор в левых частях уравнений записывается как

$$\begin{aligned} \hat{D}(x, \omega_{1,2}) &= l_{T1,2}^2 \hat{q}_\perp^4 + \varepsilon \hat{q}_\perp^2 - \frac{\omega_{1,2}^2}{c^2} (\varepsilon^2 - g^2) + \eta \hat{q}_z^2, \\ \hat{q}_\perp^2 &= - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right), \quad \hat{q}_z^2 = - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (3)$$

и

$$l_{T1,2}^2 = \frac{3}{2} \frac{v_{te}^2}{4\omega_{ce}^2 - \omega_{1,2}^2}.$$

В случае квазипоперечного, преимущественно радиального, распространения дочерних ВГ-волн, $q_{1,2x} \gg q_{1,2y}$, нелинейные плотности электрического заряда $\rho_{1,2}$ в правых частях уравнений (2), описывающие нелинейное возбуждение ВГ-плазмонов быстрой необыкновенной волной, могут быть рассчитаны в гидродинамическом приближении и представлены в виде [28, 29]

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4\pi} \frac{3}{2H} \frac{\omega_{pe}^2 |\omega_{ce}|^2 \omega_0 ck_0}{(\omega_0^2 - \omega_{ce}^2)(\omega_1^2 - \omega_{ce}^2)(\omega_2^2 - \omega_{ce}^2)} \times \\ &\times q_{x1} q_{x2} \begin{pmatrix} E_0 \phi_2 \\ E_0^* \phi_1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

Следуя методу, развитому в работе [32], на первом шаге мы пренебрежем нелинейной накачкой ($\rho_1, \rho_2 = 0$) в правых частях уравнений (2). В окрестности максимума профиля плотности и поверхности ВГР будем искать такие решения однородных уравнений $\hat{D}\phi_{1,2} = 0$, которые описывают две ВГ-волны, распространяющиеся поперек магнитного поля и локализованные в радиальном направлении:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{C_1}{2} \exp(iq_y y - i\omega_1 t) \varphi_1(x) + \text{с.с.}, \\ \phi_2 &= \frac{C_2}{2} \exp(iq_y y + i\omega_2 t) \varphi_2(x) + \text{с.с.} \end{aligned} \quad (5)$$

В выражении (5) $\omega_2 = \omega_0 - \omega_1$, $C_{1,2} = \text{const}$ и

$$\varphi_j(x) = \frac{1}{\sqrt{L_j^+(x)}} \exp\left(i \int_{x_{ji}^*}^x q_{jx}^+ d\xi - i \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{\sqrt{L_j^-(x)}} \exp\left(i \int_{x_{ji}^*}^x q_{jx}^- d\xi + i \frac{\pi}{4}\right), \quad (6)$$

$$L_j^\pm(x) = |D_{jq}(q_{jx}^\pm(x))| \int_{x_{ji}^*}^{x_{jr}^*} d\xi \times \left(\frac{1}{|D_{jq}(q_{jx}^+(\xi))|} + \frac{1}{|D_{jq}(q_{jx}^-(\xi))|} \right), \quad j = 1, 2,$$

— собственные функции, описывающие не взаимодействующие радиально запертые ВГ-волны, которые распространяются в противоположных направлениях вдоль оси e_y с $q_z = 0$. В формулах (6) введены следующие обозначения:

$$q_{1,2x}^\pm(x) = \frac{1}{l_{T1,2}} \left\{ -\frac{\varepsilon(x)}{2} \mp \left[\frac{\varepsilon(x)^2}{4} + \frac{\omega_{1,2}^2}{4c^2} (\varepsilon(x)^2 - g(x)^2) l_{T1,2}^2 - q_y^2 l_{T1,2}^2 \right]^{1/2} \right\} \gg q_y \quad (7)$$

— значение волнового вектора, которое является решением локального дисперсионного уравнения ВГ-волны [33]:

$$D_{UH}(\omega_{1,2}) = l_{T1,2}^2 (q_x^2 + q_y^2) + \varepsilon(\omega_{1,2}) (q_x^2 + q_y^2) - \frac{\omega_{1,2}^2}{c^2} (\varepsilon(\omega_{1,2})^2 - g(\omega_{1,2})^2) + \eta(\omega_{1,2}) q_z^2 = 0. \quad (8)$$

Отметим, что предэкспоненциальные множители $|D_{jq}(q_{jx}^+(x))|^{-1/2}$ и $|D_{jq}(q_{jx}^-(x))|^{-1/2}$ в выражении для потенциала (6), где

$$D_{jq}(q_{jx}^\pm(x)) = \frac{\partial D_j}{\partial q_x} \Big|_{\omega=\omega_j, q_x=q_{jx}^\pm(x)} = 2q_{jx}^\pm(x) (2l_{Tj}^2 (q_{jx}^\pm(x)^2 + q_y^2) + \varepsilon(x)),$$

$$D_j = D_{UH}(\omega_j), \quad j = 1, 2,$$

обеспечивают сохранение потока энергии электростатических ВГ-волн в направлении неоднородности, а нормировка выбрана таким образом, чтобы $\int |\varphi_j(x)|^2 dx = 1$. Выражение (7) вдалеке от ВГР описывает «теплую» (+) и «холодную» (−)

«ветки» дисперсионной кривой ВГ-волны. Как было показано в работах [28, 29], одновременная радиальная локализация двух ВГ-волн в окрестности локального максимума профиля ВГ-частоты $\omega_{uh}(x) = (\omega_{ce}^2(x) + \omega_{pe}^2(x))^{1/2}$ и магнитной поверхности, на которой верхнегибридная частота $\omega_{uh} = (\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2)^{1/2}$ примерно равна половине частоты волны накачки $\omega_0/2$, возможна, если их частоты $\omega_1 = \omega_1(m, n)$, $\omega_2(m, n) = \omega_0 - \omega_1(m, n)$ и полоидальные волновые числа $q_y = q_y(m, n)$ удовлетворяют условиям квантования:

$$\int_{x_{1l}^*}^{x_{1r}^*} q_{1x}^+(\omega_1, q_y, \xi) d\xi + \int_{x_{1r}^*}^{x_{1l}^*} q_{1x}^-(\omega_1, q_y, \xi) d\xi = 2\pi \left(m + \frac{1}{2} \right),$$

$$\int_{x_{2l}^*}^{x_{2r}^*} q_{2x}^+(\omega_0 - \omega_1, q_y, \xi) d\xi + \int_{x_{2r}^*}^{x_{2l}^*} q_{2x}^-(\omega_0 - \omega_1, q_y, \xi) d\xi = 2\pi \left(n + \frac{1}{2} \right).$$

Две пары координат (x_{1l}^*, x_{1r}^*) и (x_{2l}^*, x_{2r}^*) в резонансных условиях являются решениями уравнений $D_{1q}(x_{1l,r}^*) = 0$, $D_{2q}(x_{2l,r}^*) = 0$ и отвечают точкам поворота ВГ-волн в радиальном направлении. На рис. 1 для одного из экспериментов на токамаке TEXTOR ($T_e = 500$ эВ, $\omega_0 = 140$ ГГц, $R_0 = 175$ см, $2\omega_{ce}(x_{ECR}) = \omega_0$, $x_{ECR} = -28$ см — положение ЭЦ-резонанса) изображены радиальный профиль плотности плазмы, измеренный в эксперименте [34, 35], и дисперсионные кривые $q_{1x}^\pm = q_{1x}^\pm(m, \omega_1, q_y, x)$ и $q_{2x}^\pm = q_{2x}^\pm(n, \omega_0 - \omega_1, q_y, x)$ двух ВГ-плазмонов с полоидальным $q_y^{m,n} = 0.2$ см^{−1} и тороидальным $q_z = 0$ волновыми числами и частотами $\omega_1^{m,n}/2\pi = 70$ ГГц, $(\omega_0 - \omega_1^{m,n})/2\pi = 70$ ГГц, что соответствует радиальным модам $m = 6$ и $n = 6$. Штриховая линия соответствует дисперсионной кривой первой дочерней ВГ-волны, смещенной вниз на величину радиального волнового вектора необыкновенной волны $q_{1x} - k_0$; сплошная линия — дисперсионная кривая второй дочерней ВГ-волны. В точках $x_{d1,2}$, где сплошная и штриховая линии пересекаются, выполнены распадные резонансные условия

$$k_0(x_{d1,2}) - q_{1x}(x_{d1,2}) + q_{2x}(x_{d1,2}) = 0.$$

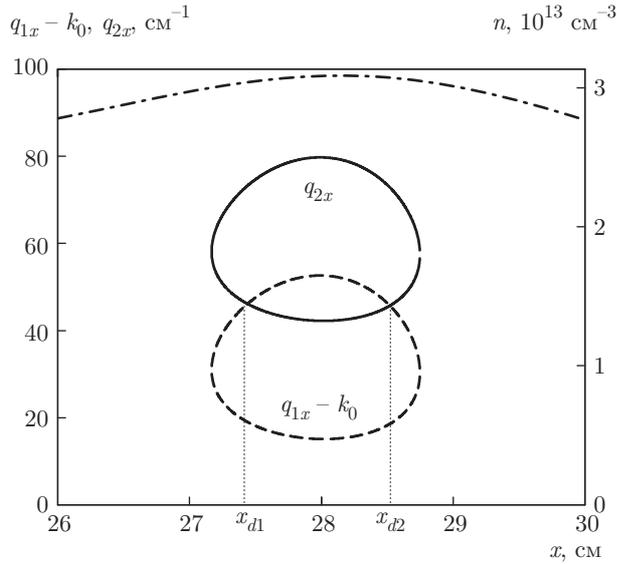


Рис. 1. Левая и нижняя оси — дисперсионные кривые первой ВГ-волны (сдвинута вниз на величину волнового вектора волны накачки), $q_{1x} - k_0$ ($\omega_1^{m,n}/2\pi = 70$ ГГц, штриховая линия) и второй ВГ-волны q_{2x} ($(\omega_0 - \omega_1^{m,n})/2\pi = 70$ ГГц, сплошная линия). Правая и нижняя оси — профиль плотности (штрихпунктирная линия) в присутствии магнитного острова [34, 35] ($T_e = 500$ эВ, $\omega_0/2\pi = 140$ ГГц, $2\omega_{ce}(x_{ECR}) = \omega_0$, $x_{ECR} = -28$ см, $H_0 = 2.1$ Т, $|q_y^{m,n}| = 0.2$ см $^{-1}$, $q_z = 0$, $m, n = 6$)

Итак, решения (6) описывают потенциалы ВГ-волн, запертых в радиальном направлении в окрестности максимума профиля плотности и ВГР. На следующем шаге процедуры описания параметрического распада мы учтем, что в присутствии волны накачки (1) амплитуды ВГ-волн перестают быть постоянными: $C_{1,2} \rightarrow C_{1,2}(y, z)$. Подставим (5) и (6) в систему уравнений (2), умножим первое и второе уравнения соответственно на ϕ_1^* и ϕ_2^* , выполним интегрирование по радиальной координате x и, используя нормировку амплитуд дочерних ВГ-волн и волны накачки на число плазмонов и фотонов согласно выражениям

$$a_0 = E_0 \sqrt{\frac{1}{8\pi\omega_0}}, \quad a_{1,2} = C_{1,2} \sqrt{\frac{\langle D_{1,2\omega} \rangle}{16\pi}}, \quad (9)$$

где $D_{1,2\omega} = \partial D_{UH}/\partial \omega_{1,2}$, получим систему уравнений [28, 29]

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_1}{\partial t} + u_{1y} \frac{\partial a_1}{\partial y} - i\Lambda_{1z} \frac{\partial^2 a_1}{\partial z^2} &= \nu_0 a_0(y, z) a_2, \\ \frac{\partial a_2}{\partial t} - u_{2y} \frac{\partial a_2}{\partial y} + i\Lambda_{2z} \frac{\partial^2 a_2}{\partial z^2} &= \nu_0^* a_0^*(y, z) a_1. \end{aligned} \quad (10)$$

В системе (10) мы ввели следующие обозначения:

$$u_{1y} = \left\langle \frac{\partial D_1}{\partial q_y} \right\rangle \frac{1}{\langle D_{1\omega} \rangle}, \quad u_{2y} = \left\langle \frac{\partial D_2}{\partial q_y} \right\rangle \frac{1}{\langle D_{2\omega} \rangle}$$

— усредненные по области радиальной локализации плазмонов групповые скорости, описывающие их конвективные потери в полоидальном направлении,

$$\Lambda_{1z} = \left\langle \frac{\partial^2 D_1}{2\partial q_z^2} \right\rangle \frac{1}{\langle D_{1\omega} \rangle}, \quad \Lambda_{2z} = \left\langle \frac{\partial^2 D_2}{2\partial q_z^2} \right\rangle \frac{1}{\langle D_{2\omega} \rangle}$$

— усредненные коэффициенты, описывающие «дифракционные» потери соответствующих плазмонов в направлении z . Процедура усреднения, представляющая собой вычисление матричного элемента, определена следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle f(q_{jx}) \rangle &= \int_{x_{ji}^*}^{x_{jr}^*} dx \varphi_j^*(x) f \left(-i \frac{\partial}{\partial x} \right) \varphi_j(x) = \\ &= \int_{x_{ji}^*}^{x_{jr}^*} dx \left(\frac{f(q_{jx})|_{q_{jx}^+(x)}}{|L_j^+(x)|} + \frac{f(q_{jx})|_{q_{jx}^-(x)}}{|L_j^-(x)|} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Кроме того, нелинейный матричный элемент с учетом близости параметров в двух точках распада имеет вид

$$\begin{aligned} \nu_0 &= \frac{2\pi\omega_0^2 l_r}{\omega_{pe}^2(x_{max})} \frac{\sqrt{\omega_0}}{H} \frac{q_{1x}^+(x_{d1})q_{2x}^-(x_{d1})}{\sqrt{\langle D_{1\omega} \rangle \langle D_{2\omega} \rangle}} \times \\ &\times \frac{\exp \left(i\Psi(X_d) - i\frac{\pi}{4} \right)}{\sqrt{|L_1^+(x_{d1})||L_2^-(x_{d1})|}} \cos \left(\Psi(x_{d1}) - \Psi(X_d) - \frac{\pi}{4} \right), \end{aligned}$$

где

$$\Psi(s) = \int_{x_{2l}^*}^s q_{2x}^- dx + \int_{X_d}^s k_0 dx - \int_{x_{1l}^*}^s q_{1x}^+ dx,$$

$x_{d1,2}$ — координаты двух точек, в которых выполнены распадные резонансные условия $k_0(x_{d1,2}) - q_{1x}^+(x_{d1,2}) + q_{2x}^-(x_{d1,2}) = 0$, $X_d = (x_{d1} + x_{d2})/2$,

$$l_{rj} = \left| \frac{\partial (k_0(x) - q_{1x}^+(x) + q_{2x}^-(x))}{\partial x} \right|_{x=x_{dj}}^{-1/2}$$

— размер соответствующего резонансного слоя ($j = 1, 2$), параметрический распад волны накачки в котором возможен. В силу близости параметров в двух точках распада $l_r = l_{r1} \approx l_{r2}$.

Система уравнений (10) описывает нелинейную связь между необыкновенной волной накачки и двумя запертыми в радиальном направлении плазмонами при наличии потерь дочерних волн из области взаимодействия, которые описываются пространственными производными в левой части уравнений. В работе [29] было показано, что при конечном размере пучка необыкновенной волны и достаточно большой ее амплитуде потери энергии дочерних волн не компенсируют их накачку в области сильного поля и параметрическая неустойчивость может начать носить абсолютный характер, когда нарастающие волны как бы «плениются» в этой области и экспоненциально растут во времени. При распаде волны накачки, при котором возбуждаются ВГ-волны, дисперсионные кривые которых приведены на рис. 1, конвективные потери энергии обоих плазмонов в полоидальном направлении значительно меньше потерь их энергии в тороидальном направлении. В этом случае инкремент параметрической двухплазменной неустойчивости необыкновенной волны может быть найден в явном виде [29]:

$$2\gamma = 2\sqrt{|\nu_0|^2 |a_0(0, 0)|^2 - \left(\frac{\pi(2\zeta + 1)}{2w}\right)^4 \Lambda_z^2}, \quad (12)$$

где ζ — номер тороидальной моды. Для возбуждаемых ВГ-плазмонов, один из которых соответствует радиальной моде $m = 6$ и фундаментальной тороидальной моде, а другой — радиальной моде $n = 6$ и также фундаментальной тороидальной моде, инкремент равен $2\gamma \approx 10^7 \text{ с}^{-1}$ при мощности накачки $P_0 = 600 \text{ кВт}$. При такой величине инкремента неустойчивости тепловые флуктуации на ВГ-частоте испытывают значительный рост до уровня насыщения, который определяется вторичными нелинейными эффектами.

3. НАСЫЩЕНИЕ ПЕРВИЧНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КАСКАДОМ РАСПАДОВ ДОЧЕРНИХ ВЕРХНЕГИБРИДНЫХ ВОЛН

Рассмотрим насыщение двухплазменной параметрической неустойчивости необыкновенной волны каскадом распадов дочерних ВГ-волн на вторичные ВГ- и ИБ-волны. Ранее, в работе [31], нами был проанализирован сценарий насыщения первичной двухплазменной неустойчивости каскадом распадов радиально локализованных первичных ВГ-плазмонов на радиально локализованные вторичные ВГ-плазмоны и ИГ-плазмоны в предположении

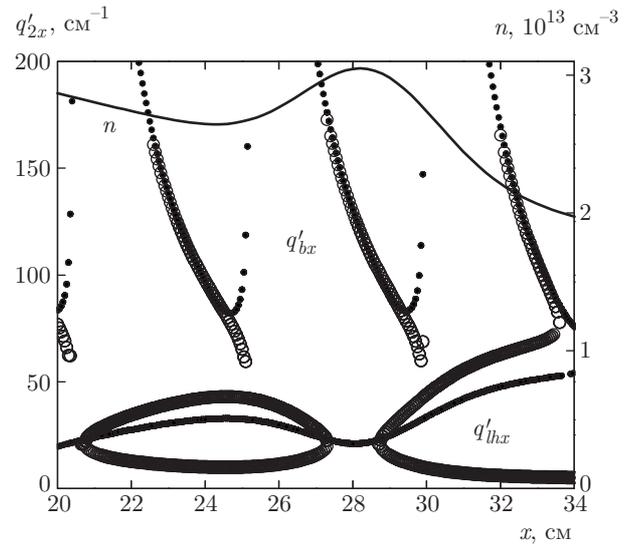


Рис. 2. Левая и нижняя оси — решение дисперсионного уравнения $D_{IB} = 0$, светлые символы — $q'_{bz} = 0.05 \text{ см}^{-1}$, черные символы — $q'_{bz} = 0.5 \text{ см}^{-1}$ ($\omega_2/2\pi = 0.6 \text{ ГГц}$). Правая и нижняя оси — профиль плотности (сплошная жирная линия) в присутствии магнитного острова [34, 35]

о большой ширине пучка накачки. В случае сравнительно узкой области локализации нелинейно возбуждаемых первичных дочерних волн на магнитной поверхности, что, как правило, реализуется для условий экспериментов на токамаке TEXTOR, где наблюдалось аномальное рассеяние волны накачки, генерируемые вторичные низкочастотные волны имеют широкий спектр по продольным волновым векторам $\Delta q_z \propto 1/w$. В этом случае ИГ-колебания, поведение которых является очень чувствительным к значению продольного волнового вектора, не могут удовлетворить распадным условиям по радиальному волновому числу и обеспечить эффективное нелинейное взаимодействие с первичными и вторичными ВГ-волнами. Значительная часть спектра ИГ-волн при этом оказывается незапертой в плазме, что исключает возбуждение самой низкочастотной неустойчивости. В этих условиях роль низкочастотного сателлита вторичных ВГ-волн может играть ИБ-волна, для которой значение продольного волнового числа не играет критической роли при описании распространения. На рис. 2 показаны дисперсионные кривые для низкочастотных электростатических колебаний для двух значений q'_{bz} . Видно, что поведение дисперсионных кривых нижегибридных волн (q'_{ihx}), для которых должны выполняться резонансные распадные условия, критическим образом зависит от вариации величины продольного волно-

вого числа. Вместе с тем на этом же рисунке можно видеть, что поведение дисперсионных кривых ИБ-волн (q'_{bx}) слабо зависит от вариации продольного волнового числа, что делает возможным даже в случае узких пучков накачки обеспечить выполнение распадных условий и эффективную нелинейную связь между первичными и вторичными колебаниями для всего возбуждаемого спектра по продольным волновым числам. Следует отметить, что при этом, в отличие от случая, рассмотренного в работе [31], низкочастотная ИБ-волна не может быть локализована той плавной немонотонностью профиля плотности, которая наблюдалась в обсуждаемых экспериментах [34, 35]. Это обстоятельство делает необходимым использование при анализе насыщения неустойчивости математического формализма, отличного от использованного в [31].

Итак, рассмотрим сначала систему уравнений, описывающих распад одной из дочерних ВГ-волн с заданной амплитудой ϕ_1 на ВГ- и ИБ-волны:

$$\begin{aligned} \hat{D}(\mathbf{r}, \omega'_1)\phi'_1(\mathbf{r}) &= 4\pi\rho'_1(\mathbf{r}), \\ \hat{D}(\mathbf{r}, \omega'_b)\phi'_b(\mathbf{r}) &= 4\pi\rho'_b(\mathbf{r}), \end{aligned} \tag{13}$$

где дифференциальный оператор $\hat{D}(x, \omega'_1)$ в первом уравнении системы, описывающем потенциал вторичной ВГ-волны ϕ'_1 , определен согласно выражению (3). В слабонеоднородной плазме интегральный оператор $\hat{D}(x, \omega'_b)$ во втором уравнении системы (13), описывающем потенциал ИБ-волны ϕ'_b , может быть представлен в виде [26]

$$\begin{aligned} \hat{D}(\mathbf{r}, \omega'_b)\phi'_b(\mathbf{r}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{r}' d\mathbf{q}'_b}{(2\pi)^3} D_{IB} \left(\mathbf{q}'_b, \frac{\mathbf{r}+\mathbf{r}'}{2}, \omega'_b \right) \times \\ &\times \exp [i\mathbf{q}'_b \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] \phi'_b(\mathbf{r}'), \end{aligned}$$

где $D_{IB} = q'^2_b + \chi_e(\omega'_b) + \chi_i(\omega'_b)$ — локальная дисперсионная функция ИБ-волны, χ_e и χ_i — электронная и ионная восприимчивости, явные выражения для которых можно найти в книге [33]. Нелинейные плотности заряда, описывающие нелинейную связь первичной ВГ-волны, вторичной ВГ-волны и низкочастотной ИБ-волны, могут быть представлены в виде [31]

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \rho'_1 \\ \rho'_b \end{pmatrix} &= \frac{\omega_{pe}^2 |\omega_{ce}|}{4\pi H} \frac{cq_{1x}q'_{1x}q'_{bx}\omega_1\omega'_1\omega'_b}{(\omega_1^2 - \omega_{ce}^2)(\omega'^2_1 - \omega_{ce}^2)(\omega'^2_b - \omega_{ce}^2)} \times \\ &\times \left[\frac{q_{1x}}{\omega_1} + \frac{q'_{1x}}{\omega'_1} - \frac{q'_{bx}}{\omega'_b} \right] \begin{pmatrix} \phi^*_1\phi'_b \\ \phi_1\phi'_1 \end{pmatrix} \approx \\ &\approx \frac{\omega_1\omega'_1}{\omega_{pe}^2 |\omega_{ce}|} \frac{cq_{1x}q'_{1x}q'^2_{bx}}{4\pi H} \begin{pmatrix} \phi^*_1\phi'_b \\ \phi_1\phi'_1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Как и в случае первичной неустойчивости, анализ вторичной неустойчивости проведем, используя процедуру теории возмущений [32]. На первом шаге этой процедуры мы пренебрежем нелинейной накачкой и будем искать решение однородных уравнений $\hat{D}(\mathbf{r}, \omega'_1)\phi'_1(\mathbf{r}) = 0$ и $\hat{D}(\mathbf{r}, \omega'_b)\phi'_b(\mathbf{r}) = 0$ в виде

$$\begin{aligned} \phi'_1(\mathbf{r}, t) &= \frac{C'_1}{2} \phi'_1(x) \exp(iq_y m_n y - i\omega'^p_1 t) + \text{c.c.}, \\ \phi'_b(\mathbf{r}, t) &= \frac{C'_b}{2\sqrt{D'_{bq}}(x)} \times \\ &\times \exp \left(i \int^x q'_{bx}(x') dx' + i\omega'^p_b t \right) + \text{c.c.} \end{aligned} \tag{14}$$

Собственная функция $\phi'_1(x)$ в первой строке выражения (14) определена согласно выражению (6) и описывает радиально запертую ВГ-волну. Собственная частота этой ВГ-волны ω'^p_1 удовлетворяет условию квантования:

$$\int_{x'_{1l}^*}^{x'_{1r}^*} q'^+_{1x}(\omega'^p_1, \xi) d\xi + \int_{x'_{1r}^*}^{x'_{1l}^*} q'^-_{1x}(\omega'^p_1, \xi) d\xi = \pi(2p+1),$$

где координаты x'_{1l}^*, x'_{1r}^* являются решениями уравнения $D'_{1q}(\omega'^p_1, x'_{1l,r}^*) = 0$ и отвечают точкам поворота вторичной ВГ-волны в радиальном направлении. Локальный волновой вектор ИБ-волны является решением дисперсионного уравнения $D_{IB} = 0$. Предэкспоненциальный множитель, содержащий в знаменателе выражение $D'_{bq} = \partial D_{IB} / \partial q'_{bx}$, обеспечивает сохранение потока энергии и $C'_{1,b} = \text{const}$.

На втором шаге учтем нелинейное взаимодействие ВГ- и ИБ-волн в присутствии первичной ВГ-волны, амплитуда которой является фиксированной. В этом случае амплитуды $C'_{1,b}$ перестают быть постоянными: $C'_1 \rightarrow C'_1(y, z)$, $C'_b \rightarrow C'_b(\mathbf{r})$. Возможность этого нелинейного взаимодействия проиллюстрирована на рис. 3, где символами показана дисперсионная кривая вторичной низкочастотной ИБ-волны ($q'_{bx} = q'_{bx}(x)$, $q'_{bz} = 0$, $\omega'_b/2\pi = 0.6$ ГГц) и сплошными линиями — сумма волновых векторов первичной и вторичной ВГ-волн $q_{1x} + q'_{1x}$, $\omega_1/2\pi = 70$ ГГц, $\omega'_1/2\pi = 69.4$ ГГц. Можно видеть, что,

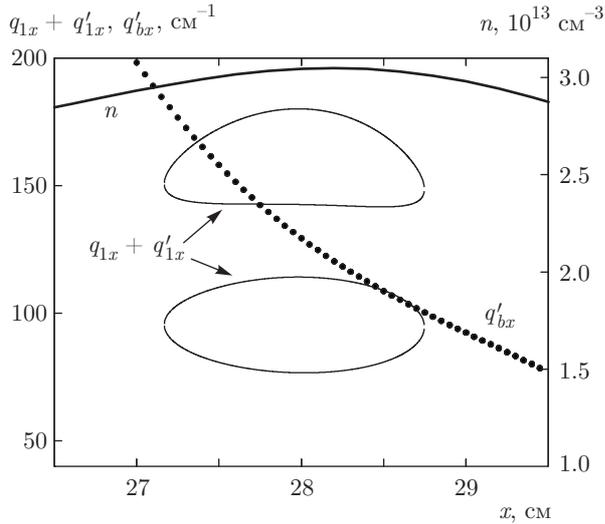


Рис. 3. Левая и нижняя оси — дисперсионная кривая вторичной ИБ-волны q'_{bx} (символы) и сумма волновых векторов первичной и вторичной ВГ-волн $q_{1x} + q'_{1x}$ (сплошная линия). Правая и нижняя оси — профиль плотности (сплошная жирная линия) [34, 35]

во-первых, для этих волн удовлетворяются распадные условия и, во-вторых, возбуждаемая ИБ-волна покидает область взаимодействия вдоль координаты x . Для выбранных параметров именно эти конвективные потери энергии ИБ-волной в радиальном направлении являются доминирующими. Уравнение, описывающее изменение амплитуды ИБ-волны $C'_b(\mathbf{r})$, можно получить из второго уравнения системы (13), используя процедуру «укорачивания»:

$$iD'_{bq}(x) \frac{\partial}{\partial x} C'_b = 8\pi\rho'_b \sqrt{D'_{bq}(x)} \times \exp\left(-i \int^x q'_{bx}(x') dx' - i\omega'_b t\right). \quad (15)$$

Далее, проинтегрируем уравнение (15), подставим выражение для потенциала ИБ-волны (14) с амплитудой $C'_b(\mathbf{r})$ в правую часть первого уравнения системы (13), которое умножим на функцию ϕ_1^* и проинтегрируем по координате x . Используя нормировку $C'_1 = a'_1/\sqrt{\langle D'_{1\omega} \rangle}/(16\pi)$, где $|a'_1|^2$ — число вторичных ВГ-плазмонов и $D'_{1\omega} = \partial D_{UH}/\partial \omega'_1$, получим уравнение для амплитуды вторичной ВГ-волны, локализованной в радиальном направлении:

$$\frac{\partial a'_1}{\partial t} + u'_{1y} \frac{\partial a'_1}{\partial y} + i\Lambda'_{1z} \frac{\partial^2 a'_1}{\partial z^2} = \nu_1 |a_1|^2 a'_1. \quad (16)$$

Здесь амплитуда a_1 определена выражением (9),

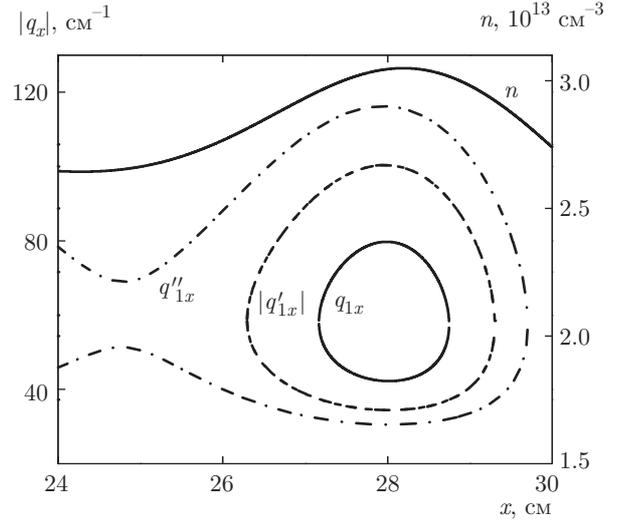


Рис. 4. Левая и нижняя оси — дисперсионные кривые ВГ-волн, частоты которых смещены друг относительно друга на частоту вторичной низкочастотной ИБ-волны ($\omega'_2/2\pi = 0.6$ ГГц). Правая и нижняя оси — профиль плотности (сплошная жирная линия) [34, 35]

$$u'_{1y} = \left\langle \frac{\partial D_{UH}}{\partial q_{1y}} \Big|_{q_{1y}=q_y^{m,n}} \right\rangle \frac{1}{\langle D'_{1\omega} \rangle}, \quad (17)$$

$$\Lambda'_{1z} = \left\langle \frac{\partial^2 D_{UH}(\omega'_1)}{2\partial q_{1z}^2} \right\rangle \frac{1}{\langle D'_{1\omega} \rangle}$$

— усредненная групповая скорость и коэффициент дифракции, а процедура усреднения определена в (11),

$$\nu_1 = \frac{\pi}{16H^2} \frac{c^2 \omega_0^4}{\omega_{pe}^4 \omega_{ce}^2} \left[\frac{q_{1x} q'_{1x} q'^2_{bx}}{\sqrt{\langle D_{2\omega} \rangle} \langle D'_{1\omega} \rangle} \frac{1}{\sqrt{D'_{bq}}} \right]_{x'_d}^2 \times \int_{-\infty}^{\infty} dx \varphi_1(x) \varphi_1^*(x) \exp\left(i \int^x q'_{bx} dx'\right) \times \int_{-\infty}^x ds \varphi_1^*(s) \varphi_1(s) \exp\left(-i \int^s q'_{bx} dx'\right), \quad (18)$$

x'_d — положение точки, где выполнены распадные условия.

Каскад распадов может продолжаться при сравнительно небольшой амплитуде ВГ-волн до тех пор, пока «глубина» максимума позволяет смещенной вниз по частоте возбуждаемой вторичной ВГ-волне быть радиально локализованной. На рис. 4, где изображена координатная зависимость модуля радиального волнового числа дочерних ВГ-волн, возбуждаемых в результате каскада распадов, видно, что

уже при распаде вторичной ВГ-волны возбуждается ВГ-волна, которая не может быть локализована в окрестности максимума плотности плазмы. Порог возбуждения такой неустойчивости не может быть превзойден, что в результате ограничивает количество шагов вторичных распадов одним, по крайней мере, для того профиля плотности, который анализируется в настоящей работе. Надо отметить, что распасться может и вторая первичная дочерняя волна, с той только разницей, что в результате возбуждаются ВГ- и ИБ-волны, распространяющиеся в противоположную сторону по отношению к вторичным волнам (14), генерируемым в результате распада первой первичной волны:

$$\begin{aligned} \phi'_2(\mathbf{r}, t) &= \frac{B'_2}{2} \phi'_2(x) \exp(iq_y^{m,n}y + i\omega_2^k t) + \text{с.с.}, \\ \phi'_b(\mathbf{r}, t) &= \frac{B'_b}{2\sqrt{D'_{bq}(x)}} \times \\ &\times \exp\left(i \int q'_{bx}(x') dx' - i\omega_b^k t\right) + \text{с.с.} \end{aligned} \quad (19)$$

Собственная функция $\phi'_2(x)$ в выражении (19) определена согласно выражению (6) и описывает радиально запертую ВГ-волну. Собственная частота этой ВГ-волны ω_2^k удовлетворяет условию квантования:

$$\int_{x_{2l}^*}^{x_{2r}^*} q'_{2x}^+(\omega_2^k, \xi) d\xi + \int_{x_{2r}^*}^{x_{2l}^*} q'_{2x}^-(\omega_2^k, \xi) d\xi = \pi(2k + 1),$$

где координаты x_{2l}^* , x_{2r}^* являются решениями уравнения $D'_{2q}(\omega_2^k, x_{2l,r}^*) = 0$ и отвечают точкам поворота вторичной ВГ-волны в радиальном направлении. Аналогично, уравнение для амплитуды вторичной ВГ-волны, используя нормировку $B'_2 = a'_2/\sqrt{\langle D'_{2\omega} \rangle / (16\pi)}$, можно получить в виде

$$\frac{\partial a'_2}{\partial t} - u'_{1y} \frac{\partial a'_2}{\partial y} - i\Lambda'_{1z} \frac{\partial^2 a'_2}{\partial z^2} = \nu_2 |a_2|^2 a'_2, \quad (20)$$

где все коэффициенты определены согласно выражениям (17) и (18). Амплитуда обеих первичных волн не является постоянной, а может возрастать и убывать в результате первичного и вторичного распадов. Принимая во внимание эти эффекты, а также то, что для выбранных параметров конвективные потери всех дочерних волн существенно меньше потерь ими энергии вдоль магнитного поля, получим систему уравнений, описывающую каскад распадов, приводящий к насыщению первичной неустойчивости волны накачки. Первые четыре уравнения этой системы имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_1}{\partial t} - i\Lambda_{1z} \frac{\partial^2 a_1}{\partial z^2} &= \nu_0 a_0(y, z) a_2 - \nu_1 |a'_1|^2 a_1, \\ \frac{\partial a'_1}{\partial t} + i\Lambda'_{1z} \frac{\partial^2 a'_1}{\partial z^2} &= \nu_1 |a_1|^2 a'_1, \\ \frac{\partial a_2}{\partial t} + i\Lambda_{2z} \frac{\partial^2 a_2}{\partial z^2} &= \nu_0^* a_0^*(y, z) a_1 - \nu_2 |a'_2|^2 a_2, \\ \frac{\partial a'_2}{\partial t} - i\Lambda'_{2z} \frac{\partial^2 a'_2}{\partial z^2} &= \nu_2 |a_2|^2 a'_2. \end{aligned} \quad (21)$$

Первые члены в правых частях первого и третьего уравнений описывают первичную неустойчивость, вторые члены в правых частях первого и третьего уравнений и правые части второго и четвертого уравнений — вторичную неустойчивость. Вторые четыре уравнения этой системы получаются из уравнений (21) комплексным сопряжением последних. Начальное распределение первичных и вторичных дочерних плазмонов, которое определяется тепловыми флуктуациями, будем считать однородным:

$$\begin{aligned} \langle |a_{1,2}|^2 \rangle^{1/2} &= (\pi w^2)^{-1/2} \sqrt{\frac{T_e}{\omega_{1,2}}}, \\ \langle |a'_{1,2}|^2 \rangle^{1/2} &= (\pi w^2)^{-1/2} \sqrt{\frac{T_e}{\omega'_{1,2}}}, \end{aligned}$$

а все коэффициенты, входящие в систему уравнений, — константами. Граничные условия на границах одномерного бокса размером $2z_B$ выберем в виде

$$\begin{aligned} a_{1,2}(-z_B) &= a_{1,2}(z_B), \quad a^*_{1,2}(-z_B) = a^*_{1,2}(z_B), \\ a'_{1,2}(-z_B) &= a'_{1,2}(z_B), \quad a'^*_{1,2}(-z_B) = a'^*_{1,2}(z_B). \end{aligned}$$

Следует отметить, что периодические граничные условия, накладываемые при численном решении, никак не связаны с тороидальной геометрией токамака и используются для улучшения стабильности численной схемы. Таким образом, рассматриваемая нами модель является упрощенной и, строго говоря, применима только в окрестности пучка волны накачки. Она не учитывает, в частности, того обстоятельства, что, распространяясь внутри магнитного острова, ВГ-волна приближается к области ЭЦ-резонанса, где полностью поглощается. Из-за этого оказывается невозможным предсказываемое в рамках рассматриваемой модели нарушение установившегося стационарного состояния после возвращения вынесенной в результате дифракции энергии ВГ-волны обратно в область распада. С математической точки зрения в решаемой модельной задаче мы интересуемся лишь промежуточной асимптотической решения и в расчете выбираем размер бокса $2z_B$ так, чтобы раскачиваемые ВГ-волны не достигали

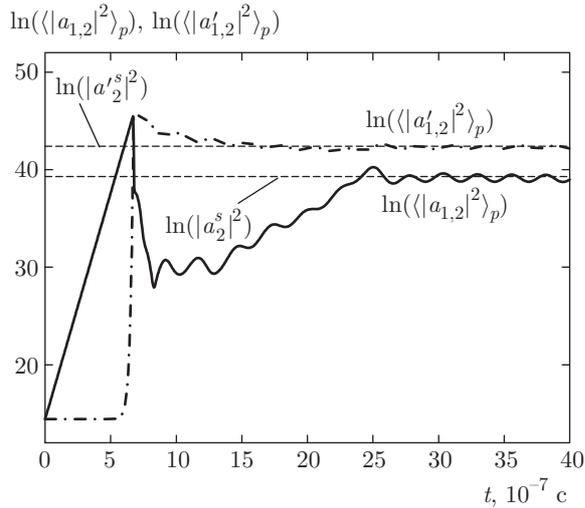


Рис. 5. Эволюция числа дочерних первичных $\langle |a_{1,2}(t)|^2 \rangle_p$ (сплошные линии, сливаются) и вторичных $\langle |a'_{1,2}(t)|^2 \rangle_p$ (штрихпунктирные линии, сливаются) плазмонов в «пятне» пучка. Горизонтальные пунктирные линии — оценки уровней насыщения (23) (нижняя линия) и (24) (верхняя линия)

его границ за характерные времена выхода решения на промежуточную асимптотику насыщения.

Результаты численного моделирования системы уравнений (21) для мощности накачки $P_0 = 600$ кВт показаны на рис. 5, где приведены временные зависимости среднего числа дочерних плазмонов в пределах пучка. Процедура усреднения определена следующим образом:

$$\langle f \rangle_p = (\pi w^2)^{-1/2} \int_{-z_B}^{z_B} dz f(z) \exp\left(-\frac{z^2}{w^2}\right).$$

Можно видеть, что вначале наблюдается экспоненциальный рост числа первичных плазмонов, что показано в увеличенном масштабе на рис. 6, где изображен коэффициент усиления первичных ВГ-волн (штрихпунктирная линия) в пределах пучка накачки вместе с аналитическим выражением $2\gamma t$ (сплошная линия). Инкремент первичной неустойчивости 2γ дается выражением (12) для фундаментальной моды. Как только число первичных плазмонов становится большим настолько, что оказывается превзойденным порог вторичного распада, мы наблюдаем быстрый рост числа вторичных ВГ-плазмонов. Коэффициент усиления вторичной волны можно оценить следующим образом:

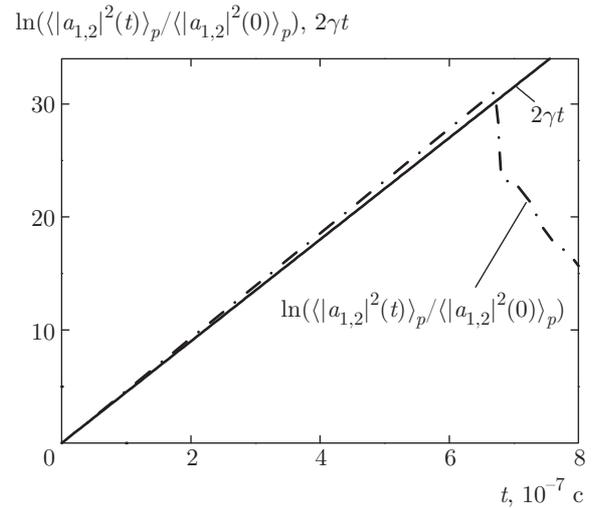


Рис. 6. Коэффициент усиления первичных волн. Штрихпунктирные линии (сливаются) — численное решение, сплошная линия — аналитическое выражение $2\gamma t$, где 2γ — инкремент (12) для фундаментальной моды $\zeta = 0$

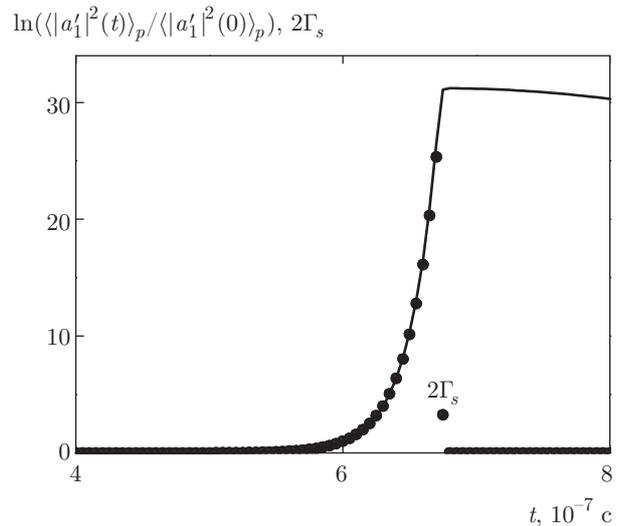


Рис. 7. Коэффициент усиления вторичных волн. Сплошная линия — численное решение, символы — асимптотическое выражение (22)

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{\langle |a'_1(t)|^2 \rangle_p}{\langle |a'_1(0)|^2 \rangle_p}\right) &= 2\Gamma_s(t) = \\ &= 2 \int_{-\infty}^t \gamma(t') dt' \approx \frac{|\nu_1|}{|\gamma|} \langle |a_1(t)|^2 \rangle_p. \end{aligned} \quad (22)$$

На рис. 7 приведено сравнение аналитического выражения (22) с данными, полученными в результате моделирования. Можно видеть разумное совпадение этих зависимостей. Из рис. 5 видно, что в

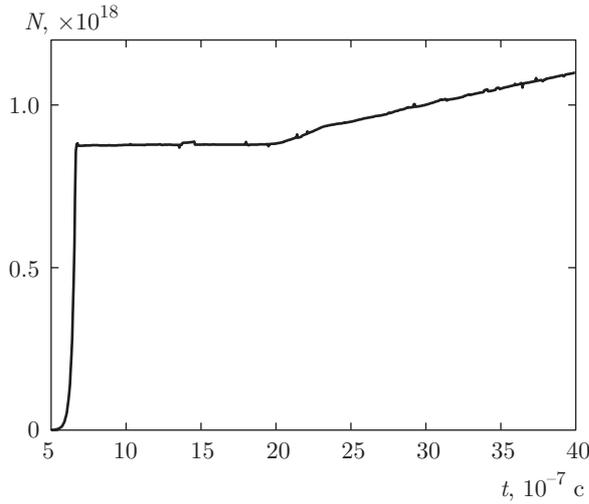


Рис. 8. Эволюция общего числа плазмонов N (25) в одномерном «боксе»

определенный момент количество вторичных плазмонов в пределах «пятна» пучка накачки возрастет настолько, что способно резко уменьшить число первичных плазмонов до значений, меньших пороговых для вторичной неустойчивости. При этом в свою очередь начинает уменьшаться число вторичных плазмонов и снова растет число первичных. В конечном счете, и то и другое принимает стационарное значение, которое можно оценить количественно исходя из следующих соображений. Число первичных плазмонов должно быть таким, чтобы компенсировать потери вторичных плазмонов из «пятна» пучка накачки в силу дифракции и вывести вторичную неустойчивость практически на порог возбуждения:

$$|a_{1,2}^s|^2 \approx \frac{1}{\tau'_{1,2} \nu_{1,2}}, \quad (23)$$

где $\tau'_{1,2} = \pi w^2 / \Lambda'_{1,2z}$. Соответственно количество вторичных плазмонов в насыщении должно быть таким, чтобы за счет нелинейной диссипации держать вблизи порога возбуждения первичную неустойчивость, т.е. $|\nu_0 a_0(y, z) a_2^s| \approx |\nu_1 |a_1^s|^2 a_1^s|$ и $|\nu_0^* a_0^*(y, z) a_1^s| \approx |\nu_2 |a_2^s|^2 a_2^s|$. В итоге получим

$$\begin{aligned} |a_1^s|^2 &\approx \frac{|a_0| |\nu_0|}{\sqrt{|\nu_1| |\nu_2|}} \sqrt{\frac{\Lambda'_{2z}}{\Lambda'_{1z}}}, \\ |a_2^s|^2 &\approx \frac{|a_0| |\nu_0|}{\sqrt{|\nu_1| |\nu_2|}} \sqrt{\frac{\Lambda'_{1z}}{\Lambda'_{2z}}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Найденные оценки уровней насыщения показаны на рис. 5 горизонтальными штриховыми линиями

и демонстрируют хорошее согласие с результатами численного расчета. На рис. 8 показано среднее значение числа всех дочерних плазмонов в одномерном боксе:

$$N = \langle |a_1(t)|^2 \rangle_V + \langle |a_2(t)|^2 \rangle_V + \langle |a_1'(t)|^2 \rangle_V + \langle |a_2'(t)|^2 \rangle_V. \quad (25)$$

Процедура усреднения определена следующим образом:

$$\langle f \rangle_V = (2z_B)^{-1} \int_{-z_B}^{z_B} dz f(z).$$

Видно, что при достижении насыщения числа дочерних плазмонов в «пятне» пучка накачки общее число плазмонов продолжает расти, что связано с дифракцией дочерних волн. Относительную величину мощности пучка накачки, передаваемую дочерним волнам, можно найти, используя результаты численного моделирования:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{P_0} &= \frac{1}{P_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-z_B}^{z_B} dz [\omega_1 |a_1(z, t)|^2 + \omega_2 |a_2(z, t)|^2 + \\ &+ \omega_1' |a_1'(z, t)|^2 + \omega_2' |a_2'(z, t)|^2] \approx \frac{z_B \omega_0}{P_0} \frac{\partial N}{\partial t}. \end{aligned} \quad (26)$$

Кроме того, для этой величины легко получить аналитическую оценку:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P_0}{P_0} &\approx \left[\frac{\omega_1' |a_1^s|^2}{\tau_1'} + \frac{\omega_2' |a_2^s|^2}{\tau_2'} \right] \frac{\pi w^2 l_r'}{P_0} = \\ &= |\nu_0| \sqrt{\frac{\Lambda'_{2z} \Lambda'_{1z}}{|\nu_1| |\nu_2|}} \frac{\omega_0 |a_0| l_r'}{P_0}, \end{aligned} \quad (27)$$

где l_r' — размер области радиальной локализации вторичных ВГ-плазмонов. Полученная оценка предсказывает следующую оценку зависимости $\Delta P/P_0$ от мощности накачки: $\Delta P/P_0 \propto 1/\sqrt{P_0}$. Данное предсказание подтверждается результатами численного моделирования. На рис. 9 изображены зависимости (26) и (27). Можно видеть, что результаты численного моделирования (черные символы) с хорошей точностью описываются зависимостью $1/\sqrt{P_0}$ (пунктирная линия) и близки к аналитической оценке (светлые символы). Можно ожидать, что порядка 8–10% вводимой мощности будет поглощаться аномально при мощности пучка порядка 600–750 кВт.

Отметим, что предложенная модель насыщения низкороговой двухплазменной неустойчивости необыкновенной волны может быть использована и при объяснении сложного дискретного спектра аномально рассеянной необыкновенной волны

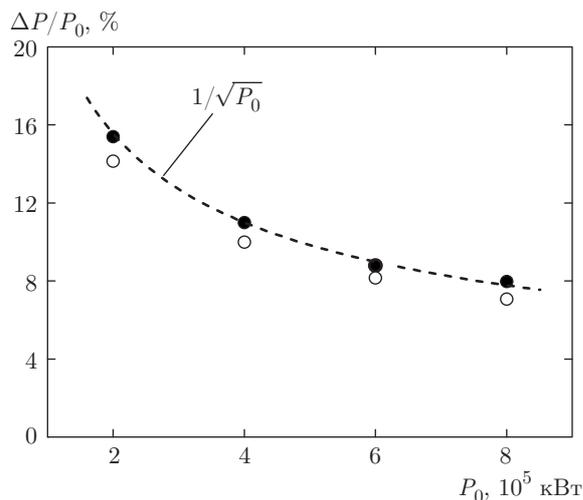


Рис. 9. Зависимость относительной величины мощности пучка накачки, передаваемой дочерним волнам, от мощности пучка. Черные символы — результат численного расчета (26), светлые символы — аналитическая зависимость (27). Пунктирная линия — зависимость $1/\sqrt{P_0}$

на токамаке TEXTOR [14]. Этот спектр может быть результатом взаимодействия различных дочерних ВГ-волн, частота которых смещена друг относительно друга на величину гармоник вторичной ИБ-волны. Данный механизм требует отдельного подробного рассмотрения.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен механизм насыщения низкочастотного параметрического распада ЭЦ-волны необыкновенной поляризации на два верхнегибридных плазмона. Получена и численно решена система уравнений, описывающих вторичную неустойчивость первичной ВГ-волны, которая, в свою очередь, влияет на эффективность первичного параметрического распада волны накачки. Получены асимптотические аналитические выражения, которые адекватно описывают закон возрастания амплитуд первичных и вторичных дочерних волн до момента насыщения, и оценки для уровня насыщения числа дочерних плазмонов.

В результате численно определена мощность, которую волна накачки теряет в результате развития неустойчивости, и получена зависимость этой величины от мощности волны накачки. Для мощности пучка порядка 600–750 кВт можно ожидать, что до 10 % процентов вводимой мощности будет поглощаться аномально за счет генерации ВГ-волн.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-12-10043).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Силин, *Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму*, Наука, Москва (1973).
2. M. N. Rosenbluth, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 565 (1972).
3. A. D. Piliya, *ЖЭТФ* **64**, 1237 (1973) [*Sov. Phys. JETP* **37**, 629 (1973)].
4. M. Porkolab and B. I. Cohen, *Nucl. Fusion* **28**, 239 (1988).
5. A. G. Litvak, A. M. Sergeev, E. V. Suvorov et al., *Phys. Fluids B* **5**, 4347 (1993).
6. F. S. McDermott, G. Bekefi, K. E. Hackett et al., *Phys. Fluids* **25**, 1488 (1982).
7. D. G. Bulyginsky, V. V. Dyachenko, M. A. Irzak et al., *Plasma Phys. Rep.* **2**, 138 (1986).
8. Г. М. Батанов и др., *Физика плазмы* **15**, 151 (1989).
9. H. P. Laqua, V. Erckmann, H. J. Hartfuß, and W7-AS Team ECRH Group, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3467 (1997).
10. V. Shevchenko, G. Cunningham, A. Gurchenko et al., *Fusion Sci. Technol.* **52**, 202 (2007).
11. E. Z. Gusakov and A. V. Surkov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **49**, 631 (2007).
12. J. W. Oosterbeek, A. Burger, E. Westerhof et al., *Rev. Sci. Instrum.* **79**, 093503 (2008).
13. E. Westerhof, S. Nielsen, J. W. Oosterbeek et al., *Phys. Rev. Lett.* **103**, 125001 (2009).
14. S. K. Nielsen, M. Salewski, E. Westerhof et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **55**, 115003 (2013).
15. V. Furtula et al., *Rev. Sci. Instrum.* **83**, 013507 (2012).
16. S. K. Nielsen et al., in *Proc. of 9th Workshop "Strong Microwaves and Terahertz Waves: Sources and Applications"*, Nizhny Novgorod, Russia (2014).
17. S. Kubo et al., *Rev. Sci. Instrum.* **81**, 10D535 (2010).
18. A. N. Karpushov, B. P. Duval, T. P. Goodman et al., in *Proc. of the 33rd EPS Conf. on Plasma Physics*, Rome, Italy, **30I**, 1.152 (2006).
19. D. Rapisarda, B. Zurro, V. Tribaldos et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **49**, 309 (2007).

20. V. F. Andreev et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **46**, 319 (2004).
21. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Письма в ЖЭТФ* **91**, 724 (2010).
22. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 115003 (2010).
23. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Nucl. Fusion* **51**, 073028 (2011).
24. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Письма в ЖЭТФ* **94**, 301 (2011).
25. A. Yu. Popov, E. Z. Gusakov, and A. N. Saveliev, *Письма в ЖЭТФ* **96**, 178 (2012).
26. E. Gusakov and A. Popov, *Europhys. Lett.* **99**, 15001 (2012).
27. E. Z. Gusakov, A. Yu. Popov, and A. N. Saveliev, *Plasma Phys. Control. Fusion* **56**, 015010 (2014).
28. А. Ю. Попов, Е. З. Гусаков, *ЖЭТФ* **147**, 165 (2015).
29. A. Yu. Popov and E. Z. Gusakov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **57**, 025022 (2015).
30. A. Yu. Popov, E. Z. Gusakov, A. N. Saveliev, and E. V. Sysoeva, in *Proc. of 25th IAEA Fusion Energy Conf. (FEC 2014)*, Saint-Petersburg, Russia (2014).
31. А. Ю. Попов, Е. З. Гусаков, *ЖЭТФ* **148**, 415 (2015).
32. E. Z. Gusakov and V. I. Fedorov, *Sov. J. Plasma Phys.* **5**, 463 (1979).
33. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин и др., *Электродинамика плазмы*, Наука, Москва (1974).
34. M. Yu. Kantor, *Plasma Phys. Control. Fusion* **51**, 055002 (2009).
35. M. Yu. Kantor, G. Bertschinger, P. Bohm et al., in *Proc. of the 36th EPS and Plasma Phys.*, Sofia, Bulgaria, 2009, **ECA** **33D**, 1.184 (2009).