

О СПЕКТРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ НОСИТЕЛЕЙ В ПСЕВДОЩЕЛЕВОМ СОСТОЯНИИ

А. М. Белемук, А. Ф. Барабанов*

*Институт физики высоких давлений Российской академии наук
142190, Троицк, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 17 декабря 2015 г.

Рассматривается эволюция спектральной функции носителей для двумерной решетки Кондо в зависимости от параметров модели. Получено самосогласованное решение для спектральной функции в рамках формализма неприводимых функций Грина. В режиме малого допирования в поведении спектральной функции наблюдается подавление спектрального веса носителей в низкочастотной области, характерное для псевдощелевого состояния.

DOI: 10.7868/S0044451016090121

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных вопросов теории высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) остается проблема описания перехода из диэлектрического антиферромагнитного (АФМ) состояния в сверхпроводящее состояние при допировании [1, 2]. Эксперименты по фотоэмиссии с угловым разрешением (ARPES) демонстрируют необычно широкий пик спектра фотоэмиссии в недопированном диэлектрическом состоянии около $\mathbf{k} = (\pi/2, \pi/2)$, из которого развиваются хорошо определенные квазичастичные возбуждения при переходе в режим оптимального допирования [3, 4]. С уменьшением корреляционной длины спектральный вес квазичастичных возбуждений перемещается из высокоэнергетической некогерентной части спектральной функции в низкоэнергетический когерентный (квазичастичный) пик.

Также спектры фотоэмиссии демонстрирует необычный характер квазичастичной зоны [5]. В нормальном состоянии в режиме малого и промежуточного допирования в спектре квазичастичных возбуждений имеется псевдощель, которая проявляется себя в уменьшении спектральной плотности носителей $A(\mathbf{k}, \omega)$ при частотах, отвечающих химическому потенциалу μ . Это приводит к подавлению плотности электронных состояний на уровне Ферми E_F . В псевдощелевом режиме плотность состояний

максимальна для состояний с ферми-импульсами близкими к нодальному направлению $(0, 0) - (\pi, \pi)$ зоны Бриллюэна (ЗБ) и сильно уменьшается вблизи антинодальной области $(\pi, 0)$, где ширина псевдощели принимает наибольшее значение [6–9]. При этом возникает арочная (ark-type) ферми-поверхность (ФП) [5, 10, 11]. Для купратов с дырочным допированием псевдощель открывается при некоторой температуре T^* (температура кроссовера), которая монотонно возрастает с уменьшением допирования [12].

Механизм формирования псевдощели исследовался с помощью квантового метода Монте-Карло [13], а также в рамках различных вариантов модели Хаббарда и tJ -модели, см., например, [14–21]. При этом остаются сложности при попытках единого описания пределов малого и оптимального допирования. Используются феноменологические формы спиновой восприимчивости, которые рассматриваются как входной параметр теории.

В настоящей работе механизм формирования псевдощели рассматривается в рамках гамильтониана регулярной решетки Кондо. В отличие от модели Хаббарда носители и спиновая подсистема разделены в нулевом приближении по их обменному взаимодействию $\hat{H}_J$. Такая модель наиболее близка к спин-фермионному прототипу модели Эмери [22, 23]. Ранее эта модель исследовалась нами в рамках проекционного метода для спинового полярона [24], который позволяет сразу учесть существенную часть $\hat{H}_J$ взаимодействия. Также рассматривалось рассеяния полярона в приближении, в котором не

* E-mail: abarab@bk.ru

учитывались вклады от рассеяния на двух спиновых волнах и не проводилась процедура самосогласования при отыскании спектральной функции $A(\mathbf{k}, \omega)$ [25, 26]. В настоящей работе мы учитываем эти вклады и проводим процедуру самосогласования при решении интегрального уравнения для спектральной функции на основе метода неприводимых функций Грина (ФГ). Оказывается, что процедура самосогласования существенно меняет $A(\mathbf{k}, \omega)$ в области частот близких к уровню Ферми ($\omega = 0$). Это, в свою очередь, приводит к формированию псевдощели.

Остановимся на вопросе о возможности рассматривания волн зарядовой плотности (ВЗП) в рамках настоящего подхода. Проблема описания ВЗП в последнее время часто поднимается при обсуждении псевдощели (см., например, [27, 28] и ссылки в этих работах). В настоящее время считается, что если отвлечься от беспорядка в CuO_2 -плоскости, вносимого случайным расположением Sr/Ba -доноров, то к ВЗП могут приводить несоизмеримые спиновые корреляции в системе локализованных спинов [28]. К подобным корреляциям в рамках двумерной фрустрированной модели Гейзенберга $S = 1/2$ может приводить наличие АФМ-обмена с третьими ближайшими соседями J_3 [29–31]. При этом структурный фактор имеет острый пик вблизи нескольких несоизмеримых «управляющих» точек $\mathbf{q}_l$, вблизи которых спектр спиновых возбуждений $\omega_{\mathbf{q}}$ имеет минимум (отвлекаясь от точки $\mathbf{q} = 0$). Более того, в рамках J_1 – J_2 – J_3 -модели возможен аналог двухконденсатного состояния, когда локальные минимумы $\omega_{\mathbf{q}}$ находятся одновременно в двух соизмеримых точках: АФМ-точке (π, π) и страйп-точке $(\pi, 0)$ [31]. В настоящей работе мы не рассматриваем динамической спиновой восприимчивости $\chi(\mathbf{q}, \omega)$, отвечающей J_1 – J_2 – J_3 -модели, и ограничиваемся самосогласованным спектром вида $\omega_{\mathbf{q}}^2 \approx (1 - \gamma_g(\mathbf{q}))(\Delta^2 + \lambda(\mathbf{q}))$ (см. ниже), который не содержит несоизмеримых «управляющих» точек.

2. МОДЕЛЬ

Гамильтониан модели имеет вид $\hat{H} = \hat{H}_t + \hat{H}_J + \hat{H}_I$, где

$$\begin{aligned}\hat{H}_t &= \sum_{\mathbf{R}, \mathbf{r}} t_{\mathbf{r}} a_{\mathbf{R}+\mathbf{r}}^\dagger a_{\mathbf{R}}, \\ \hat{H}_J &= J \sum_{\mathbf{R}} a_{\mathbf{R}\gamma}^\dagger S_{\mathbf{R}}^\alpha \sigma_{\gamma\gamma'}^\alpha a_{\mathbf{R}\gamma'}, \\ \hat{H}_I &= \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{R}, \mathbf{R}'} I_{\mathbf{R}-\mathbf{R}'} \mathbf{S}_{\mathbf{R}} \mathbf{S}_{\mathbf{R}'},\end{aligned}\quad (1)$$

Операторы $a_{\mathbf{R}\gamma}^\dagger$ и $a_{\mathbf{R}\gamma}$ — операторы рождения и уничтожения дырки со спином γ на узле $\mathbf{R}$; $\mathbf{S}_{\mathbf{R}}$ — операторы локализованных спинов $S = 1/2$ на узле $\mathbf{R}$.

Слагаемое $\hat{H}_t$ описывает перескоки ферми-носителей (дырок) между первыми ($\mathbf{r} = \mathbf{g}$), вторыми ($\mathbf{r} = \mathbf{d}$) и третьими ($\mathbf{r} = 2\mathbf{g}$) ближайшими соседями с амплитудами t_g , t_d и t_{2g} . Слагаемое $\hat{H}_t$ формирует затравочную зону «голых» носителей в приближении сильной связи,

$$\hat{H}_t = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger a_{\mathbf{k}\sigma},$$

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = 4(t_g \gamma_g(\mathbf{k}) + t_d \gamma_d(\mathbf{k}) + t_{2g} \gamma_{2g}(\mathbf{k})),$$

где введены гармоники квадратной симметрии

$$\gamma_g(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}(\cos k_x + \cos k_y), \quad \gamma_d(\mathbf{k}) = \cos k_x \cos k_y,$$

$$\gamma_{2g}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}(\cos 2k_x + \cos 2k_y).$$

Слагаемое $\hat{H}_J$ описывает АФМ-обмен носителей с локализованными спинами, J — параметр спин-дырочного взаимодействия, $\hat{\sigma}^\alpha$ — матрицы Паули (по дважды повторяющимся спиновым индексам подразумевается суммирование). В фурье-представлении

$$\hat{H}_J = \frac{1}{\sqrt{N}} J \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \sigma_1}^\dagger S_{\mathbf{q}}^\alpha \hat{\sigma}_{\sigma_1 \sigma_2}^\alpha a_{\mathbf{k}\sigma_2}$$

описывает рассеяние «голой» дырки из состояния $\mathbf{k}$ в состояние $\mathbf{k} + \mathbf{q}$ с одновременным возбуждением спиновой волны $S_{\mathbf{q}}^\alpha$.

Слагаемое $\hat{H}_I$ отвечает антиферромагнитному обменному взаимодействию локализованных спинов. Обменный интеграл $I_{\mathbf{R}-\mathbf{R}'}$ предполагается отличным от нуля для первых (I_1) и вторых (I_2) ближайших соседей. Обменные константы удобно выразить через параметр фрустрации $0 \leq p \leq 1$, $I_1 = (1 - p)I$ и $I_2 = pI$. Параметр фрустрации можно рассматривать как аналог концентрации дырок x . Движение дырки вызывает разрушение магнитного порядка, что можно также связать с наличием фрустрации в спиновой подсистеме (см. ниже).

2.1. Спиновая подсистема

Теория динамической спиновой восприимчивости $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ для гамильтониана Гейзенберга для спина $S = 1/2$ разработана как для моделей, предполагающих существование двухподрешеточного состояния (неелевский антиферромагнетик) [32, 33], так

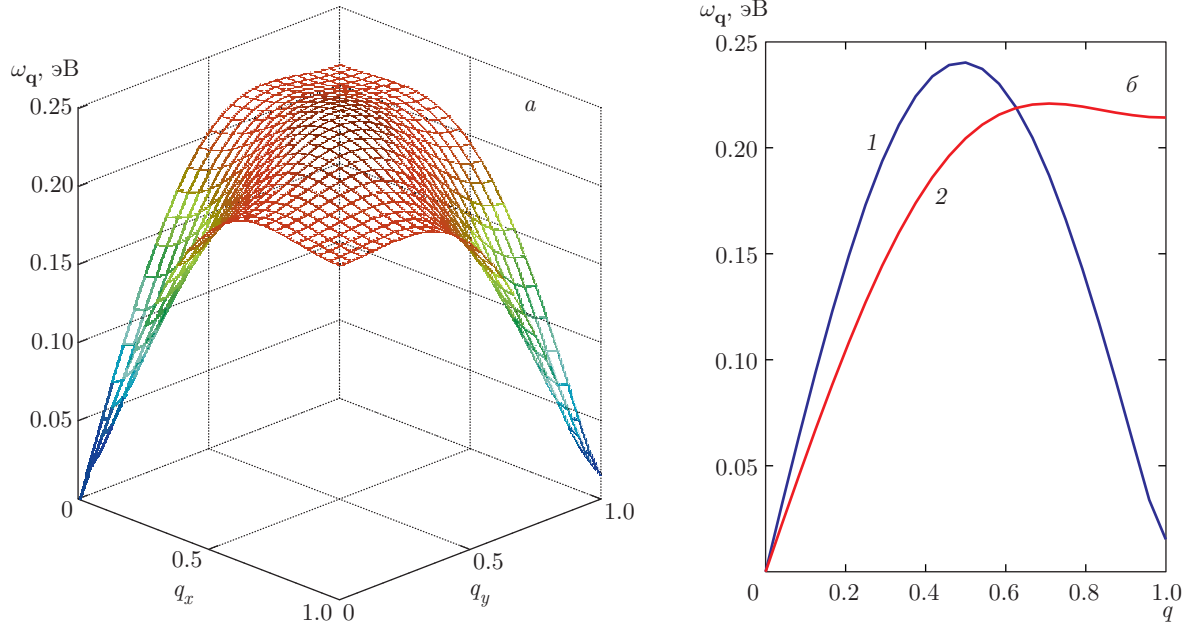


Рис. 1. а) Спектр спиновых возбуждений $\omega_{\mathbf{q}}$ для $T = 0.1I$, $p = 0.1$ в первом квадранте зоны Бриллюэна; б) спектр спиновых возбуждений вдоль направлений $(0, 0) - (\pi, \pi)$ (кривая 1) и $(0, 0) - (\pi, 0)$ (кривая 2)

и для моделей, постулирующих состояние спиновой жидкости [34–36]. Ниже мы используем подход, основанный на самосогласованном сферически-симметричном приближении [37–39]. В этом приближении выражение для спиновой восприимчивости имеет вид

$$\chi(\mathbf{q}, \omega) = -\langle \langle S_{\mathbf{q}}^{\alpha} | S_{-\mathbf{q}}^{\alpha} \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon} = \frac{-F_{\mathbf{q}}}{\omega^2 - \omega_{\mathbf{q}}^2 - R(\mathbf{q}, \omega)}. \quad (2)$$

В сферически-симметричном приближении спиновая система находится в состоянии спиновой жидкости, среднее значение любой проекции спина на любом узле есть нуль, $\langle S_{\mathbf{R}}^{\alpha} \rangle = 0$. Возбуждения над основным состоянием, спиновые волны, описываются действием оператора

$$S_{\mathbf{q}}^{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{R}} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}} S_{\mathbf{R}}^{\alpha}$$

на основное состояние. Спектр состоит из трех вырожденных ветвей, отвечающих энергии возбуждения $\omega_{\mathbf{q}}$. Функция $F_{\mathbf{q}}$ и спектр $\omega_{\mathbf{q}}$ выражаются через спин-спиновые корреляционные функции

$$C_r = \langle S_{\mathbf{R}}^{\alpha} S_{\mathbf{R}+\mathbf{r}}^{\alpha} \rangle,$$

$\mathbf{r} = \mathbf{g}, \mathbf{d}, 2\mathbf{g}, \mathbf{d} + \mathbf{g}$ — векторы первых, вторых, третьих и четвертых ближайших соседей для узла $\mathbf{R}$. Комплексная аналитическая функция $R(\mathbf{q}, \omega)$ пред-

ставляет собой трехузельную неприводимую запаздывающую ФГ, описывающую распад спиновой волны на три спиновых возбуждения [39]. Действительная часть $R(\mathbf{q}, \omega)$ определяет перенормировку спинового спектра, мнимая часть описывает затухание спиновых волн из-за этого распада. В простейшем приближении, пренебрегая перенормировкой, получим выражение $R(\mathbf{q}, \omega) = -i\gamma\omega$, где γ — параметр затухания [21, 40, 41].

Характерный вид спинового спектра $\omega_{\mathbf{q}}$ для температуры $T = 0.1I$ (при значении обменного интеграла $I = 0.12$ эВ это приблизительно соответствует температуре $T = 140$ К) и параметра фрустрации $p = 0.1$ показан на рис. 1. Аналитически, форма спектра имеет следующий вид:

$$\omega_{\mathbf{q}}^2 \approx (1 - \gamma_g(\mathbf{q}))(\Delta^2 + \lambda(\mathbf{q})),$$

где $\lambda(\mathbf{q})$ — некоторая функция, обращающаяся в нуль на АФМ-векторе, $\lambda(\mathbf{Q}) = 0$. Такая форма напоминает вид спектра для двухподрешоточного антиферромагнетика. Однако имеется существенное отличие, спектр содержит спиновую щель $\Delta = \omega_{\mathbf{Q}}$ на АФМ-векторе $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$. Для выбранного значения параметров энергия возбуждений в точках $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ и $\mathbf{X} = (\pi, 0)$ равна $\omega_{\mathbf{Q}} = 180$ К и $\omega_{\mathbf{X}} = 2490$ К, спиновая корреляционная длина $\xi \approx 11$.

Остановимся на взаимосвязи допирования и фрустрации. Эта взаимосвязь, впервые предложен-

ная в работе [42], основана на похожем поведении магнитной корреляционной длины в зависимости от x и p . А именно, как увеличение параметра допирования x , так и параметра фрустрации p , ведет к значительному уменьшению длины спиновых корреляций. Кластерные расчеты указывают на достаточно большое значение параметра фрустрации $p > 0.05$ даже для недопированного La_2CuO_4 [43].

Отметим, что полной эквивалентности между допированием и фрустрацией нет. Например, допированная t - J -модель и фрустрированная J_1 - J_2 -модель дают различные результаты для динамического спин-спинового структурного фактора для спектра рамановского рассеяния [44]. Тем не менее численные расчеты на конечной решетке указывают на эквивалентность указанных моделей, если мы интересуемся статическими спин-спиновыми корреляционными функциями [45]. Напомним, что в принятом нами подходе [40, 41] спектр $\omega_{\mathbf{q}}$ выражается именно через вычисленные самосогласованным образом статические спин-спиновые корреляционные функции $C_r = \langle S_{\mathbf{R}}^{\alpha} S_{\mathbf{R}+\mathbf{r}}^{\alpha} \rangle$. Кроме того, принятая модель взаимосвязи допирования и фрустрации позволила недавно [46] в рамках спин-фермионной модели воспроизвести тонкие особенности эволюции ферми-поверхности $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ в нодальном направлении [47] при изменении уровня допирования x . Более подробно соответствие между допированием и фрустрацией обсуждается в работе [48].

2.2. Спиновый полярон

При значениях параметра внутриузельного обмена $J > t_{\mathbf{r}}$ гамильтониан $\hat{H}_J$ отвечает сильному взаимодействию. Поэтому для описания зарядовых возбуждений помимо оператора рождения дырки $a_{\mathbf{R},\sigma}^{\dagger}$ следует рассмотреть операторы, учитывающие связывание дырки со спином узла $\mathbf{R}$. Один из таких операторов естественно получается при коммутировании оператора $a_{\mathbf{R},\sigma}^{\dagger}$ с гамильтонианом $\hat{H}_J$ и имеет вид $b_{\mathbf{R}\sigma}^{\dagger} = S_{\mathbf{R}}^{\alpha} \hat{\sigma}_{\sigma\sigma'}^{\alpha} a_{\mathbf{R}\sigma'}$. Оператор $b_{\mathbf{R}\sigma}^{\dagger}$ описывает рождение локального спинового полярона (на узле $\mathbf{R}$). Комбинация $\alpha_{\mathbf{R}\sigma}^{\dagger} = (a_{\mathbf{R}\sigma}^{\dagger}/2 - b_{\mathbf{R}\sigma}^{\dagger})/\sqrt{2}$ является аналогом синглетного состояния одноузельного кластера [49, 50], которое отстоит по энергии от триплетного состояния на величину $(-2J)$.

Очевидно, что следующим шагом в расширении базиса спин-дырочных возбуждений будут операторы, получающиеся при коммутировании $b_{\mathbf{R}\sigma}^{\dagger}$ со слагаемыми H_t , H_J и H_I . При этом возникает набор базисных спин-дырочных состояний, «запутывающих» состояние дырки на узле $\mathbf{R}$ и состояние спи-

нов на соседних узлах. Такие состояния можно интерпретировать как спиновые поляроны промежуточного радиуса. Рассматривая набор функций Грина для получившихся базисных возбуждений в фурье-представлении можно, используя проекционный метод Цванцига – Мори, определить спектр квазичастичных возбуждений [51–53]. При таком подходе ФГ дырки в импульсном представлении имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle \langle a_{\mathbf{k}} | a_{\mathbf{k}}^{\dagger} \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon} &= \sum_s \frac{Z_{\mathbf{k}}^{(s)}}{\omega - E_{\mathbf{k}}^{(s)} + i\varepsilon}, \\ a_{\mathbf{k}} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{R}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}} a_{\mathbf{R}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Функции $E_{\mathbf{k}}^{(s)}$ определяют зоны спинового полярона, где s — номер зоны. Некогерентная часть дырочной спектральной функции представляется в виде суммы конечного набора δ -функций:

$$A_h(\mathbf{k}, \omega) = \sum_s Z_{\mathbf{k}}^{(s)} \delta(\omega - E_{\mathbf{k}}^{(s)})$$

с весовыми множителями $Z_{\mathbf{k}}^{(s)}$, учитывающими вклад s -й поляронной зоны в дырочную спектральную функцию. Функции вычетов $Z_{\mathbf{k}}^{(s)}$ удовлетворяют правилу сумм $\sum_s Z_{\mathbf{k}}^{(s)} = 1$ и определяют число голых дырок при заданном значении химического потенциала μ и температуры:

$$n_h = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \langle n_{\mathbf{k}\sigma} \rangle = \sum_{\mathbf{k}, \sigma, s} \frac{Z_{\mathbf{k}}^{(s)}}{e^{(E_{\mathbf{k}}^{(s)} - \mu)/T} + 1}. \quad (4)$$

При работе с неприводимой функцией Грина используем базис двух локальных спин-поляронных операторов:

$$\begin{aligned} \varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(1)} &= a_{\mathbf{R}\sigma}, \quad \varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{3/4}} b_{\mathbf{R}\sigma}, \\ \langle \{ \varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(i)}, \varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(j)+} \} \rangle &= \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотрим предел малого допирования, при котором число дырок, приходящихся на один узел, очень мало:

$$\sum_{\sigma} \langle n_{\mathbf{R}\sigma} \rangle = n_h \lesssim 0.1.$$

Поэтому в уравнениях для ФГ опустим члены, пропорциональные плотности числа частиц $a_{\mathbf{R}\sigma}^{\dagger} a_{\mathbf{R}\sigma}$. Можно видеть, что в рамках выбранного базиса взаимодействие $\hat{H}_J$ учтено точно.

Вид спектра спинового полярона с двумя базисными моментами представлен на рис. 2. Нижняя

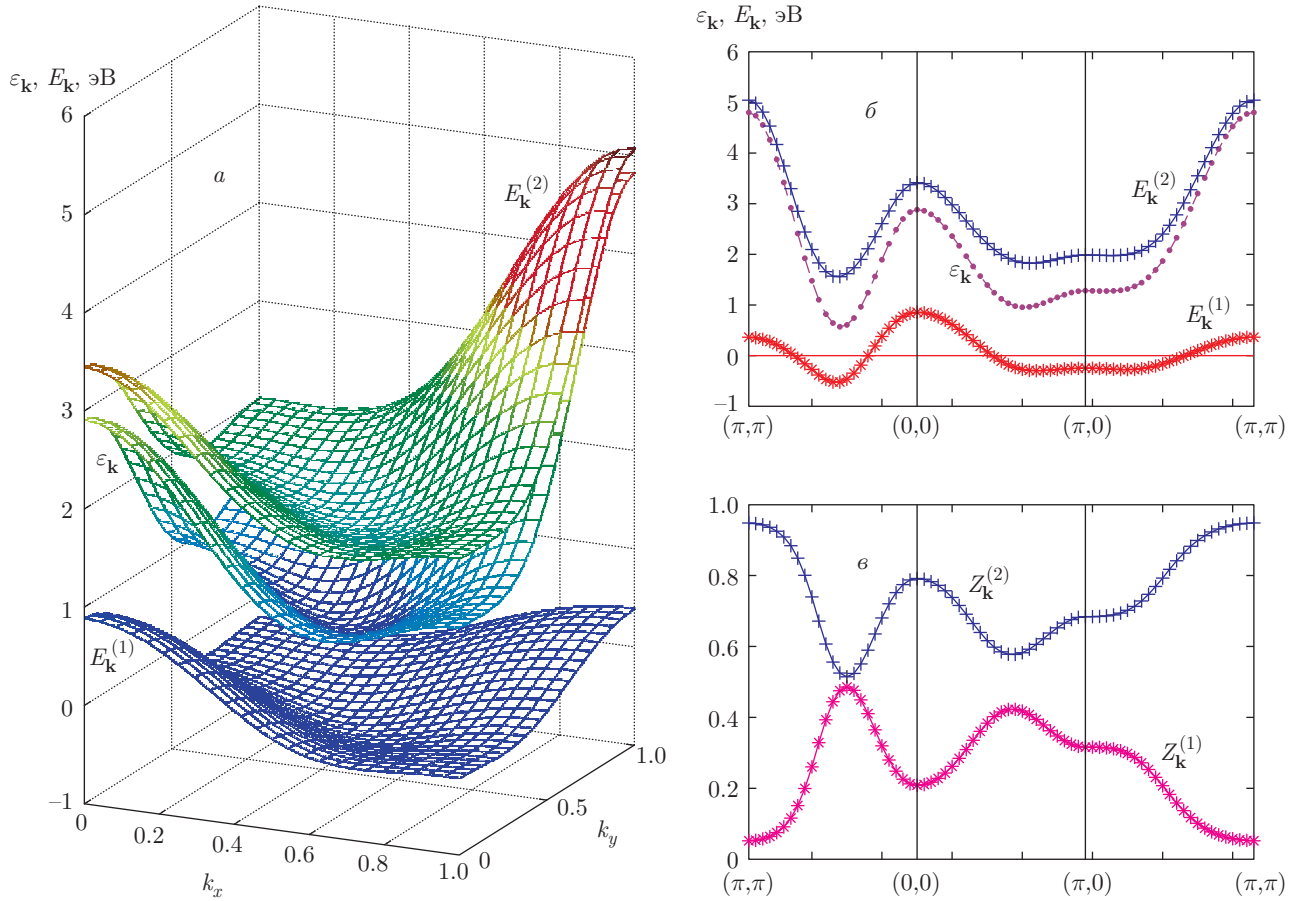


Рис. 2. Спектр голых дырок $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ и две зоны спинного полярона $E_{\mathbf{k}}^{(1)}$ и $E_{\mathbf{k}}^{(2)}$ в первом квадранте зоны Бриллюэна (а) и вдоль направлений зоны Бриллюэна (б); функции вычетов в нижней $Z_{\mathbf{k}}^{(1)}$ и верхней $Z_{\mathbf{k}}^{(2)}$ зонах спинного полярона вдоль направлений зоны Бриллюэна (в). Энергии отсчитываются относительно некоторого выбранного значения химического потенциала

$E_{\mathbf{k}}^{(1)}$ и верхняя $E_{\mathbf{k}}^{(2)}$ поляронные зоны являются аналогами двух хаббардовских подзон [15], однако, в отличие от последних, поляронные зоны уже учитывают часть взаимодействия $\hat{H}_J$. Уже в этом простейшем подходе возникает характерная перестройка спектральной плотности носителей [53]: происходит значительное сужение нижней поляронной зоны по сравнению с зоной голых дырок и значительное перераспределение веса носителей по зоне Бриллюэна, что и приводит к арочному типу ФП.

2.3. Формализм неприводимых ФГ

Для выхода за рамки проекционного метода используем метод неприводимых функций Грина [54–56] (подробно демонстрация метода изложена, например, в работе [15] для модели Хаббарда и в работе [39] для модели Гейзенберга). В базисе двух

локальных спин-поляронных операторов (5) функцию Грина дырки $\langle\langle a_{\mathbf{k}} | a_{\mathbf{k}}^\dagger \rangle\rangle_{\omega+i\varepsilon}$, можно представить в виде

$$\langle\langle a_{\mathbf{k}} | a_{\mathbf{k}}^\dagger \rangle\rangle_{\omega+i\varepsilon} = \frac{\omega - H_{22} - \Sigma(\mathbf{k}, \omega)}{(\omega - H_{11})(\omega - H_{22} - \Sigma(\mathbf{k}, \omega)) - H_{12}H_{21}}. \quad (6)$$

Здесь

$$H_{ij} = H_{ij}(\mathbf{k}) = \langle\langle [\varphi_{\mathbf{k}}^{(i)}, \hat{H}], \varphi_{\mathbf{k}}^{(j)\dagger} \rangle\rangle.$$

Явный вид матричных элементов следующий:

$$H_{11} = \varepsilon_{\mathbf{k}}, \quad H_{12} = J\sqrt{3/4}, \quad H_{21} = H_{12}, \quad (7)$$

$$H_{22} = \frac{16}{3}(C_g t_g \gamma_g + C_d t_d \gamma_d + C_{2g} t_{2g} \gamma_{2g}) - \frac{16}{3}(I_1 C_g + I_2 C_d) - J. \quad (8)$$

Собственно-энергетическая часть $\Sigma(\mathbf{k}, \omega)$ представляет собой неприводимую по операторам $\varphi^{(1)}$ и $\varphi^{(2)}$ функцию Грина вида

$$\Sigma(\mathbf{k}, \omega) = \langle \langle [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}] | [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}]^\dagger \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon}^{irr}.$$

Смысл неприводимости по $\varphi^{(1)}$ и $\varphi^{(2)}$ состоит в том, что если выражение в левой или правой обкладке ФГ содержит часть, линейно выражающуюся через $\varphi^{(1)}$ и $\varphi^{(2)}$, то такие слагаемые не дают вклада в $\Sigma(\mathbf{k}, \omega)$. Например, если

$$[\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}] = c_1 \varphi^{(1)} + c_2 \varphi^{(2)} + \hat{A},$$

то

$$\langle \langle [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}] | [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}]^\dagger \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon}^{irr} = \langle \langle \hat{A} | \hat{A}^\dagger \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon}^{irr}.$$

Далее, мы будем пользоваться этим свойством.

Остановимся подробнее на физическом смысле представления ФГ в виде (6). Если положить $\Sigma(\mathbf{k}, \omega) = 0$, то ФГ (6) совпадает с функцией Грина проекционного метода (3). Носителям $\varphi_{\mathbf{k}}^{(1)}$ и $\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}$ соответствуют зоны $H_{11}(\mathbf{k})$ и $H_{22}(\mathbf{k})$. Недиагональные элементы $H_{12}(\mathbf{k})$ описывают гибридизацию зон $H_{11}(\mathbf{k})$ и $H_{22}(\mathbf{k})$. ФГ (6) эффективно учитывает эту гибридизацию. Учет гибридизации ведет к расщеплению затравочной зоны голых дырок $H_{11}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}}$ и зоны $H_{22}(\mathbf{k})$. Новые квазичастичные возбуждения, отвечающие нижней и верхней зонам спинового полярона, $E_{\mathbf{k}}^{(1)}$ и $E_{\mathbf{k}}^{(2)}$, будут когерентной суперпозицией возбуждений $\varphi_{\mathbf{k}}^{(1)}$ и $\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}$. Очевидно, что учет $\Sigma(\mathbf{k}, \omega)$ должен привести к дальнейшему расщеплению зон $E_{\mathbf{k}}^{(1)}$ и $E_{\mathbf{k}}^{(2)}$ при таких $\mathbf{k}$, при которых функция $\Sigma(\mathbf{k}, \omega)$ велика.

Неприводимая ФГ

$$\Sigma(\mathbf{k}, \omega) = \langle \langle [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}] | [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}]^\dagger \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon}^{irr} = \Sigma^{(1)} + \Sigma^{(2)}$$

состоит из двух вкладов, проистекающих от коммутирования оператора $\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}$ с операторами $\hat{H}_t$ и $\hat{H}_J$. Отметим, что при коммутировании с $\hat{H}_J$ возникает оператор

$$d_{\mathbf{k}\gamma} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} S_{\mathbf{q}}^{\alpha} \sigma_{\gamma\gamma'}^{\alpha} b_{\mathbf{k}-\mathbf{q},\gamma'},$$

который можно представить в виде линейной суперпозиции

$$d_{\mathbf{k}\gamma} = \frac{3}{4} a_{\mathbf{k}\gamma} - b_{\mathbf{k}\gamma}.$$

Поэтому вклад от коммутирования с $\hat{H}_J$ в $\Sigma(\mathbf{k}, \omega)$ точно равен нулю. Также в сферически-симметричном приближении для спиновой подсистемы [38] равен нулю вклад от перекрестных членов вида

$$\langle \langle [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}_t] | [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}_J]^\dagger \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon}^{irr}.$$

Вклад $\Sigma^{(1)}$ проистекает от коммутирования с $\hat{H}_t$ и имеет вид

$$\Sigma^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) = \langle \langle [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}_t] | [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}_t]^\dagger \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon}^{irr} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \frac{4}{3} (\varepsilon_{\mathbf{q}} - \mu)^2 \langle \langle S_{\mathbf{q}}^{\alpha} a_{\mathbf{k}-\mathbf{q},\gamma} | S_{-\mathbf{q}}^{\alpha} a_{\mathbf{k}-\mathbf{q},\gamma}^\dagger \rangle \rangle_{\omega+\varepsilon}^{irr}. \quad (9)$$

Возникшую новую сложную ФГ

$$G_{sh}(\mathbf{k}, \omega) = \langle \langle S_{\mathbf{q}}^{\alpha} a_{\mathbf{k}-\mathbf{q},\gamma} | S_{-\mathbf{q}}^{\alpha} a_{\mathbf{k}-\mathbf{q},\gamma}^\dagger \rangle \rangle_{\omega+\varepsilon}^{irr}$$

тракуем в приближении связанных мод (mode coupling approximation). Для сложной корреляционной функции это приближение основано на факторизации следующего вида:

$$\langle S_{\mathbf{q}}^{\alpha}(t) a_{\mathbf{k}}(t) S_{-\mathbf{q}}^{\alpha} a_{\mathbf{k}}^\dagger \rangle \approx \langle S_{\mathbf{q}}^{\alpha}(t) S_{-\mathbf{q}}^{\alpha} \rangle \langle a_{\mathbf{k}}(t) a_{\mathbf{k}}^\dagger \rangle. \quad (10)$$

В результате спектральную интенсивность функции Грина $G_{sh}(\mathbf{k}, \omega)$ можно выразить в виде свертки мнимой части спиновой и дырочной восприимчивостей с весовой функцией, представляющей собой произведение бозе- и ферми-распределений [54–56],

$$J_{sh}(\omega) = \frac{(2\hbar)^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' n_B(\omega') n_F(\omega - \omega') \times \chi_s''(\omega') \chi_s''(\omega - \omega'), \quad (11)$$

$$n_B(\omega) = \frac{1}{e^{\hbar\omega/T} - 1}, \quad n_F(\omega) = \frac{1}{e^{\hbar\omega/T} + 1}. \quad (12)$$

Такая структура спектральной интенсивности эффективно учитывает неупругие процессы, связанные с рассеянием дырки на спиновых возбуждениях. Результат (11) еще можно упростить, если пренебречь затуханием спиновых возбуждений, т. е. пренебречь функцией $R(\mathbf{q}, \omega)$ в спиновой восприимчивости (2). Тогда выражение для спиновой восприимчивости принимает вид

$$\chi_s''(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\pi}{2} \frac{F_{\mathbf{q}}}{\hbar\omega_{\mathbf{q}}} [\delta(\hbar\omega - \hbar\omega_{\mathbf{q}}) - \delta(\hbar\omega + \hbar\omega_{\mathbf{q}})]. \quad (13)$$

Соответственно, спектральную интенсивность $J_{sh}(\omega)$ можно представить в виде

$$J_{sh}(\omega) = \hbar \frac{F_{\mathbf{q}}}{\hbar\omega_{\mathbf{q}}} \left[n_B(\omega_{\mathbf{q}}) n_F(\omega - \omega_{\mathbf{q}}) \chi_h''(\omega - \omega_{\mathbf{q}}) + [1 + n_B(\omega_{\mathbf{q}})] n_F(\omega + \omega_{\mathbf{q}}) \chi_h''(\omega + \omega_{\mathbf{q}}) \right]. \quad (14)$$

Используя уравнение (14) получаем следующий результат для $\Sigma^{(1)}$:

$$\Sigma^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \approx \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \int d\omega' A_h(\mathbf{q}, \omega') \frac{4}{3} (\varepsilon_{\mathbf{q}} - \mu)^2 \times \\ \times \frac{F_{\mathbf{q}}}{2\hbar\omega_{\mathbf{q}}} \left\{ \frac{g_{emm}(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \omega')}{\omega - \omega' - \omega_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + i\varepsilon} + \right. \\ \left. + \frac{g_{abs}(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \omega')}{\omega - \omega' + \omega_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + i\varepsilon} \right\}, \quad (15)$$

где введены обозначения

$$g_{emm}(\mathbf{q}, \omega') = 1 + n_B(\omega_{\mathbf{q}}) - n_F(\omega'),$$

$$g_{abs}(\mathbf{q}, \omega') = n_B(\omega_{\mathbf{q}}) + n_F(\omega').$$

Вклад $\Sigma^{(2)}$ проистекает от коммутирования с $\hat{H}_I$ и имеет вид

$$\Sigma^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) = \langle \langle [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}_I] | [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, \hat{H}_I]^{\dagger} \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon}^{irr} = \\ = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \frac{8}{3} I^2(\mathbf{q}) \langle \langle S_{\mathbf{q}}^{\alpha} \varphi_{\mathbf{k}-\mathbf{q}, \gamma'}^{(2)} | S_{-\mathbf{q}}^{\alpha} \varphi_{\mathbf{k}-\mathbf{q}, \gamma'}^{(2)\dagger} \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon}^{irr}. \quad (16)$$

Здесь $I(\mathbf{q})$ есть фурье-образ обменного взаимодействия,

$$I(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{R}} e^{i\mathbf{q}(\mathbf{R}-\mathbf{R}')} I(\mathbf{R}-\mathbf{R}') = 2I_1\gamma_g(\mathbf{q}) + 2I_2\gamma_d(\mathbf{q}).$$

В приближении связанных мод это слагаемое сводится к

$$\Sigma^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \approx \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \int d\omega' A_p(\mathbf{q}, \omega') \frac{8}{3} I^2(\mathbf{k} + \mathbf{q}) \times \\ \times \frac{F_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{2\hbar\omega_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} \left\{ \frac{g_{emm}(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \omega')}{\omega - \omega' - \omega_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + i\varepsilon} + \right. \\ \left. + \frac{g_{abs}(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \omega')}{\omega - \omega' + \omega_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + i\varepsilon} \right\}. \quad (17)$$

Эффективно функции $\Sigma^{(1)}$ и $\Sigma^{(2)}$ описывают рассеяние локального полярона $\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}$, проистекающее соответственно из-за прыжков дырки (вклад пропорциональный $\varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^2$) и рассеяния на двух спиновых волнах (вклад пропорциональный $\sim I^2(\mathbf{k} + \mathbf{q})$). Ранее при решении системы уравнений для спектральной функции мы учитывали только $\Sigma^{(1)}(\mathbf{k}, \omega)$ и ограничивались одной итерацией [25, 26].

В уравнения (15) и (17) вошли также спектральные функции дырки и локального полярона

$$A_h(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \langle \langle a_{\mathbf{k}} | a_{\mathbf{k}}^{\dagger} \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon}, \quad (18) \\ A_p(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \langle \langle \varphi_{\mathbf{k}}^{(2)} | \varphi_{\mathbf{k}}^{(2)\dagger} \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon}.$$

Система уравнений (6), (15), (17) и (18) составляет полную замкнутую систему интегральных уравнений. Решение этой системы проводилось итерационным методом. В качестве начального приближения использовались спектральные функции, отвечающие проекционному методу (3). По формулам (15) и (17) находились соответствующие $\Sigma^{(1)}$ и $\Sigma^{(2)}$. Результирующая $\Sigma = \Sigma^{(1)} + \Sigma^{(2)}$ использовалась для определения дырочной и поляронной ФГ:

$$\langle \langle a_{\mathbf{k}} | a_{\mathbf{k}}^{\dagger} \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon} = \\ = \frac{\omega - H_{22} - \Sigma(\mathbf{k}, \omega)}{(\omega - H_{11})(\omega - H_{22} - \Sigma(\mathbf{k}, \omega)) - H_{12}H_{21}}, \quad (19)$$

$$\langle \langle \varphi_{\mathbf{k}}^{(2)} | \varphi_{\mathbf{k}}^{(2)\dagger} \rangle \rangle_{\omega+i\varepsilon} = \\ = \frac{\omega - H_{11}}{(\omega - H_{11})(\omega - H_{22} - \Sigma(\mathbf{k}, \omega)) - H_{12}H_{21}}. \quad (20)$$

Далее, находились новые спектральные интенсивности по формулам (18). В результате получались спектральные интенсивности первого приближения. Далее весь процесс повторялся снова. При этом для достижения удовлетворительной сходимости требуется несколько итераций.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Ниже приняты следующие энергетические параметры модели в единицах $\tau = 0.4$ эВ: $t_g = -0.6$, $t_d = 0.8$, $t_{2g} = 0.6$, $J = 3$, $I = 0.3$ и $T = 0.1I$. При выбранных значениях перескоковых параметров t_g, t_d и t_{2g} дно зоны голый дырки формируется вблизи точки $0.45(\pi, \pi)$, т. е. дно зоны сдвинуто к точке $(0, 0)$ относительно АФМ ЗБ. Выбранные параметры перескоков близки к значениям параметров, принятых в работе [51]. В рамках проекционного метода [24] такой выбор приводит к результатам, которые воспроизводят спектральную функцию модели Эмери, полученную в рамках самосогласованного борновского приближения (SCBA) [52]. Подробное обоснование выборов параметров модели объяснено нами ранее [26]. Для спиновой подсистемы используется значение параметра фрустрации $p = 0.1$ и реалистическое для купратов значение обменного интеграла $I \approx 0.12$ эВ. При этом ширина щели в спиновом спектре $\Delta \approx 0.12I$, значения двухузельных корреляционных функций равны $C_g = -0.306$, $C_d = 0.158$, $C_{2g} = 0.126$, $C_{g+d} = -0.107$, $C_{2d} = 0.078$.

Рассмотрим поведение спектральных свойств квазичастиц при малом допировании. На рис. 3

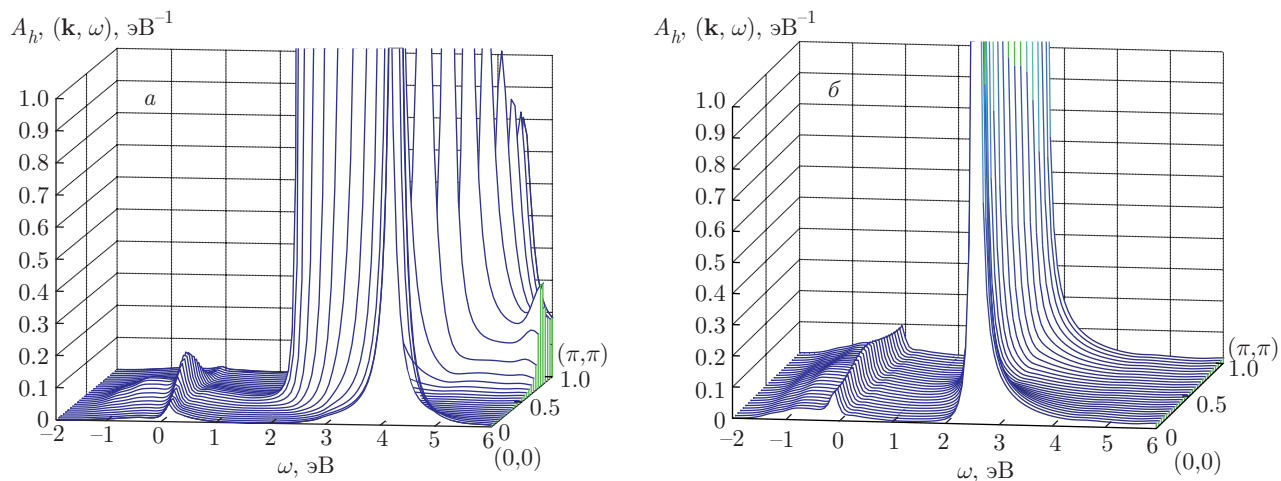


Рис. 3. Дырочная спектральная плотность $A(\mathbf{k}, \omega)$, отвечающая заполнению $n_h = 0.1$: a — вдоль направления $(0, 0) - (\pi, \pi)$ и b — вдоль направления $(\pi, 0) - (0, \pi)$

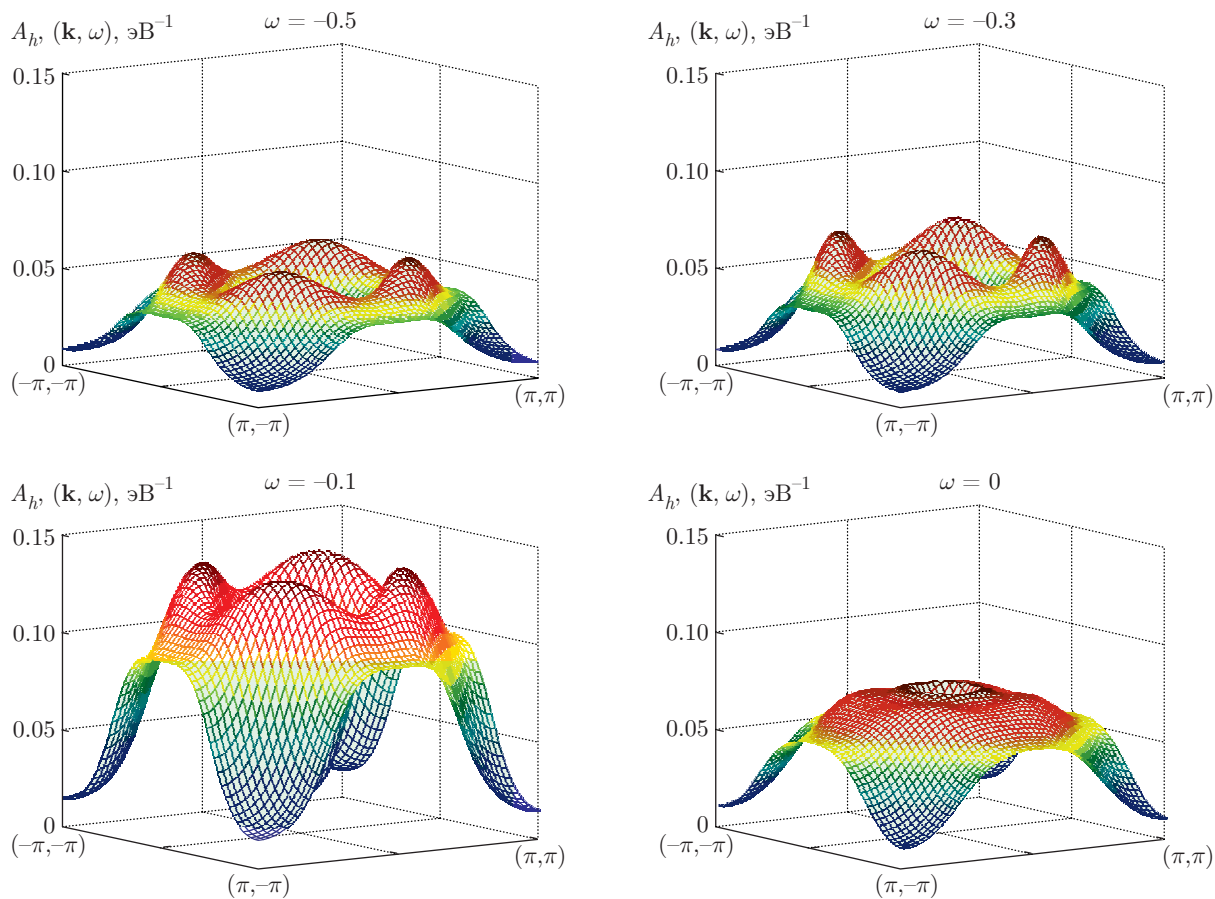


Рис. 4. Дырочная спектральная плотность $A(\mathbf{k}, \omega)$, отвечающая заполнению $n_h = 0.1$, в полной ЗБ при различных значениях частоты

представлены результаты для спектральной функции дырки $A(\mathbf{k}, \omega)$ вдоль направлений по главной диагонали ЗБ $(0, 0) - (\pi, \pi)$ и побочной диагонали $(\pi, 0) - (0, \pi)$. Значение химического потенциала отвечает заполнению $n_h = 0.1$

$$n_h \equiv \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \langle n_{\mathbf{k}\sigma} \rangle.$$

В поведении $A(\mathbf{k}, \omega)$ ясно видны две зоны. Нижняя зона (расположенная в области $\omega < 1$ эВ) отвечает низкоэнергетическим возбуждениям. Состояния с $\omega < 0$ заполнены носителями (дырками). Верхняя зона (расположенная в области $\omega > 2$ эВ) отвечает высокоэнергетическим возбуждениям и при рассматриваемом значении химического потенциала является пустой. Зоны разделены щелью шириной порядка $2J \sim 2$ эВ. Наличие двух зон напоминает структуру квазичастичных возбуждений в проекционном методе, в котором локальный полярон представляет собой суперпозицию двух базисных операторов $a_{\mathbf{k}\sigma}$ и $b_{\mathbf{k}\sigma}$. Отметим, что верхняя зона содержит существенную плотность состояний. Поведение спектральной функции в нижней зоне немонотонное. Состояния, лежащие около центра ЗБ, имеют значительно больший вес, чем состояния лежащие вне этой области. Такое поведение характерно для псевдощелевого состояния.

На рис. 4 представлена $A(\mathbf{k}, \omega)$ в полной ЗБ для нескольких фиксированных значений частоты (включая поведение на ФП, отвечающее $\omega = 0$). Возбуждения сосредоточены около точек $(\pm\pi/2, \pm\pi/2)$, ясно виден максимум спектральной функции при $\omega = -0.1$. Такое поведение указывает на то, что имеется дырочный карман около $(\pi/2, \pi/2)$. Наличие дырочного кармана около $(\pi/2, \pi/2)$ хорошо воспроизводит данные ARPES-измерений [6–9]. При этом на самой ФП ($\omega = 0$) $A(\mathbf{k}, \omega)$ размыта и не имеет четкого квазичастичного пика. Наблюдаемая картина поведения $A(\mathbf{k}, \omega)$ отвечает сценарию открытия псевдощели на ФП, при котором состояния на ФП имеют малый вес и не наблюдаются в ARPES.

На рис. 5 показана плотность состояний $\nu(\omega) = \sum_{\mathbf{k}} A(\mathbf{k}, \omega)$. Для сравнения метода неприводимых ФГ с нашими предыдущими расчетами, выполненными в рамках проекционного метода, мы приводим плотность дырочных состояний $\nu_h(\omega)$ для затравочной зоны голых дырок (кривая 1), плотность состояний, полученную в рамках проекционного метода для двух моментов (кривая 2), и плотность состояний, полученную в результате процедуры самосогласования для неприводимых ФГ (кривая 3). Значение химического потенциала выбиралось одним и

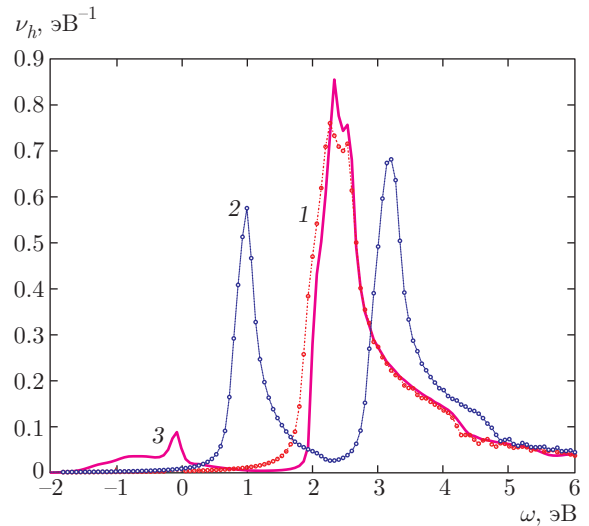


Рис. 5. Плотность состояний $\nu(\omega)$, отвечающая заполнению $n_h = 0.1$ (кривая 3). Для сравнения показаны плотности состояний для спектра голых дырок (кривая 1) и двух зон спинового поларона в проекционном методе (кривая 2)

тем же для всех трех кривых. Видно, что учет рассеяния (кривая 3) приводит к значительному подавлению низкоэнергетических состояний и их смещению в область низких частот. Значения $\nu_h(\omega)$ в нижней зоне существенно ниже соответствующих значений в проекционном методе (кривая 2).

Представляется интересным также выйти за рамки значений параметров, характерных для ВТСП, и проследить за эволюцией спектральной функции при других значениях параметров кондо-модели. Во-первых, представляет интерес сравнить характер плотности состояний в нижней зоне при увеличении числа носителей. Отметим, что формально мы не учитывали членов пропорциональных числу частиц при построении функций $H_{ij}(\mathbf{k})$. Тем не менее интересен характер решения интегральных уравнений для спектральной функции без учета таких членов. На рис. 6 показана эволюция плотности состояний (в нижней зоне) при увеличении допирования для различных значений обменного интеграла между спинами. При увеличении допирования, как и следовало ожидать, имеется рост плотности состояний в нижней зоне. При этом распределение веса зависит от величины масштаба спиновых флуктуаций (зависящих от параметра I). При малом $I = 0.1$ плотность состояний приблизительно распределена однородно в нижней зоне, в то время как при увеличении ($I = 0.3$, $I = 0.5$) начинается формирование пика плотности состояний. При $I = 1.0$ происходит существенное

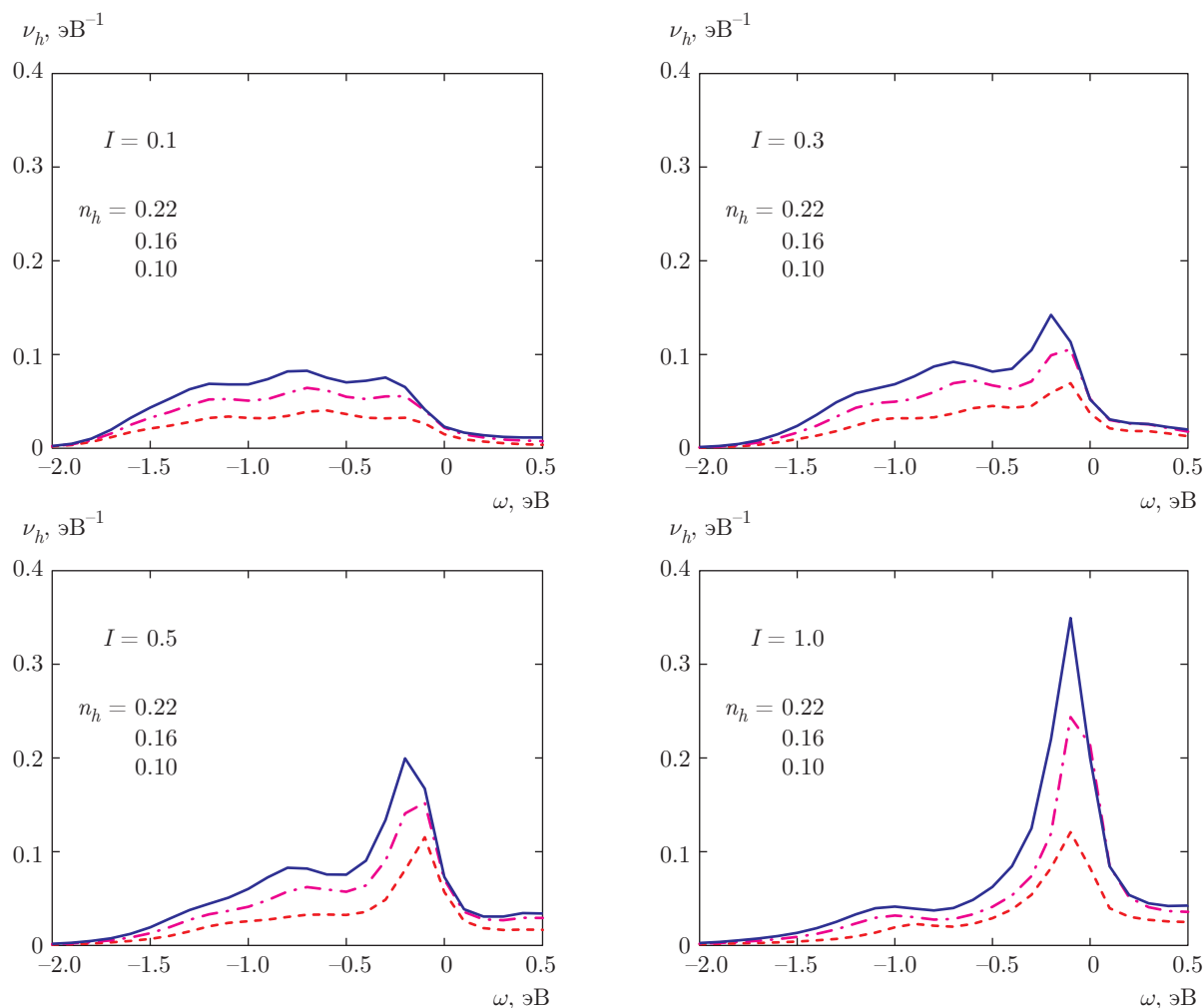


Рис. 6. Эволюция плотности дырочных состояний $\nu_h(\omega)$ в зависимости от допирования (порядок, в котором указаны заполнения n_h , отвечает расположению кривых). Плотности $\nu_h(\omega)$ вычислены при различных значениях обменного интеграла I

увеличение плотности состояний в узкой области энергий ниже уровня химического потенциала. Такое поведение связано с формированием седловой особенности в спектре квазичастиц.

В заключение сформулируем основные результаты нашей работы. При движении носителей при сильном спин-дырочном взаимодействии формируется квазичастичное состояние, представляющее собой связанное состояние дырки и спиновой волны. Спектральный вес такого квазичастичного состояния в режиме малого и промежуточного допирования мал. Спектральная функция характеризуется немонотонным поведением спектрального веса в ЗБ. Спектральный вес квазичастичных состояний подавлен на ФП, что характерно для псевдощелевого состояния.

Плотность состояний расщепляется на две подзоны, отвечающие низкоэнергетическим и высокоэнергетическим возбуждениям. Спектральный вес в нижней зоне очень мал по сравнению с весом в верхней зоне. При увеличении допирования происходит перераспределение спектрального веса из высокоэнергетической области в низкоэнергетическую.

Существенным также является последовательный учет рассеяния локального полярона. Учет рассеяния приводит к существенной перестройке спектральной функции по сравнению с таковой в проекционном методе. Однако проекционный метод правильно передает основные черты поведения $A(\mathbf{k}, \omega)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-02-00304).

ЛИТЕРАТУРА

1. P. A. Lee, N. Nagaosa, and X.-G. Wen, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 173 (2006).
2. M. Eschrig, *Adv. Phys.* **55**, 47 (2006).
3. K. M. Shen, F. Ronning, D. H. Lu, W. S. Lee, N. J. C. Ingle, W. Meevasana, F. Baumberger, A. Damascelli, N. P. Armitage, L. L. Miller, Y. Kohsaka, M. Azuma, M. Takano, H. Takagi, and Z.-X. Shen, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 267002 (2004).
4. K. M. Shen, F. Ronning, D. H. Lu, F. Baumberger, N. J. C. Ingle, W. S. Lee, W. Meevasana, Y. Kohsaka, M. Azuma, M. Takano, H. Takagi, and Z.-X. Shen, *Science* **307**, 901 (2005).
5. A. Damascelli, Z. Hussain, and Z.-X. Shen, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 473 (2003).
6. T. Hanaguri, Y. Kohsaka, J. C. Davis, C. Lupien, I. Yamada, M. Azuma, M. Takano, K. Ohishi, M. Ono, and H. Takagi, *Nature Physics* **3**, 865 (2007).
7. M. Hashimoto, T. Yoshida, H. Yagi, M. Takizawa, A. Fujimori, M. Kubota, K. Ono, K. Tanaka, D. H. Lu, Z.-X. Shen, S. Ono, and Y. Ando, *Phys. Rev. B* **77**, 094516 (2008).
8. W. S. Lee, I. M. Vishik, K. Tanaka, D. H. Lu, T. Sasagawa, N. Nagaosa, T. P. Devereaux, Z. Hussain, and Z.-X. Shen, *Nature* **450**, 81 (2007).
9. S. Hufner, M. A. Hossain, A. Damascelli, and G. A. Sawatzky, *Rep. Prog. Phys.* **71**, 062501 (2008).
10. F. Ronning, T. Sasagawa, Y. Kohsaka, K. M. Shen, A. Damascelli, C. Kim, T. Yoshida, N. P. Armitage, D. H. Lu, D. L. Feng, L. L. Miller, H. Takagi, and Z.-X. Shen, *Phys. Rev. B* **67**, 165101 (2003).
11. B. O. Wells, Z.-X. Shen, A. Matsuura, D. M. King, M. A. Kastner, M. Greven, and R. J. Birgeneau, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 964 (1995).
12. A. A. Kordyuk, S. V. Borisenko, V. B. Zabolotnyy, R. Schuster, D. S. Inosov, D. V. Evtushinsky, A. I. Plyushchay, R. Follath, A. Varykhalov, L. Patthey, and H. Berger, *Phys. Rev. B* **79**, 020504(R) (2009).
13. A. Macridin, M. Jarrell, T. Maier, P. R. C. Kent, and E. D'Azevedo, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 036401 (2006).
14. A. Sherman, *Phys. Rev. B* **73**, 155105 (2006); *Phys. Rev. B* **74**, 035104 (2006).
15. N. M. Plakida and V. S. Oudovenko, *ЖЭТФ* **131**, 259 (2007).
16. M. V. Sadovskii, I. A. Nekrasov, E. Z. Kuchinskii, Th. Pruschke, and V. I. Anisimov, *Phys. Rev. B* **72**, 155105 (2005).
17. М. В. Еремин, В. В. Игламов, *Письма в ЖЭТФ* **87**, 199 (2008).
18. O. P. Sushkov, G. A. Zawatzky, R. Eder, and H. Eskes, *Phys. Rev. B* **56**, 11769 (1997).
19. N. M. Plakida and V. S. Oudovenko, *Phys. Rev. B* **59**, 11949 (1999).
20. P. Prelovšek and A. Ramšak, *Phys. Rev. B* **65**, 174529 (2002).
21. P. Prelovšek, I. Sega, and J. Bonča, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 027002 (2004); I. Sega, P. Prelovšek, and J. Bonča, *Phys. Rev. B* **68**, 054524 (2003).
22. V. J. Emery, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2794 (1987); V. J. Emery and G. Reiter, *Phys. Rev. B* **38**, 4547 (1988).
23. А. Ф. Барабанов, Л. А. Максимов, Г. В. Уймин, *ЖЭТФ* **96**, 655 (1989).
24. A. F. Barabanov, A. A. Kovalev, O. V. Urazaev, and A. M. Belemouk, *Phys. Lett. A* **265**, 221 (2000).
25. А. Ф. Барабанов, А. М. Белемук, *Письма в ЖЭТФ* **87**, 725 (2008).
26. А. Ф. Барабанов, А. М. Белемук, *ЖЭТФ* **138**, 289 (2010).
27. B. Keimer, S. A. Kivelson, M. R. Norman, S. Uchida, and J. Zaanen, *Nature* **518**, 179 (2015).
28. S. Blanco-Canosa, A. Frano, E. Schierle, J. Porras, T. Loew, M. Minola, M. Bluschke, E. Weschke, B. Keimer, and M. Le Tacon, *Phys. Rev. B* **90**, 054513 (2014).
29. M. Mambrini, A. Läuchli, D. Poilblanc, and F. Mila, *Phys. Rev. B* **74**, 144422 (2006).
30. S. M. Yusuf, A. K. Bera, C. Ritter, Y. Tsujimoto, Y. Ajiro, H. Kageyama, and J. P. Attfield, *Phys. Rev. B* **84**, 064407 (2011).
31. A. V. Mikheyenkov, A. F. Barabanov, and A. V. Shvartsberg, *Sol. St. Comm.* **152**, 831 (2012).
32. A. V. Chubukov, S. Sachdev, and J. Ye, *Phys. Rev. B* **49**, 11919 (1994).
33. S. Chakravarty, B. I. Halperin, and D. R. Nelson, *Phys. Rev. B* **39**, 2344 (1989).
34. D. Arovas and A. Auerbach, *Phys. Rev. B* **38**, 316 (1988).
35. P. W. Anderson, *Science* **235**, 1196 (1987).

36. G. Baskaran, Z. Zou, and P. W. Anderson, *Sol. St. Comm.* **63**, 973 (1987).
37. H. Shimahara and S. Takada, *J. Phys. Soc. Jpn.* **60**, 2394 (1991).
38. А. Ф. Барабанов, В. М. Березовский, *ЖЭТФ* **106**, 1156 (1994); *Phys. Lett. A* **186**, 175 (1994); *J. Phys. Soc Jpn.* **63**, 3974 (1994).
39. A. F. Barabanov and L. A. Maksimov, *Phys. Lett. A* **207**, 390 (1995).
40. A. V. Mikheenko, A. F. Barabanov, and N. A. Kozlov, *Phys. Lett. A* **354**, 320 (2006).
41. A. F. Barabanov, A. V. Mikheenko, and A. M. Belemuk, *Phys. Lett. A* **365**, 469 (2007).
42. M. Inui, S. Doniach, and M. Gabay, *Phys. Rev. B* **38**, 6631 (1988).
43. J. F. Annett, R. M. Martin, A. K. McMahan, and S. Satpathy, *Phys. Rev. B* **40**, 2620(R) (1989).
44. S. Bacci, E. Gagliano, and F. Nori, *Int. J. Mod. Phys. B* **5**, 325 (1991).
45. A. Moreo, E. Dagotto, T. Jolicoeur, and J. Riera, *Phys. Rev. B* **42**, 6283 (1990).
46. Д. М. Дзебисашвили, В. В. Вальков, А. Ф. Барабанов, *Письма в ЖЭТФ* **98**, 596 (2013).
47. T. Yoshida, X. J. Zhou, D. H. Lu, S. Komiya, Y. Ando, H. Eisaki, T. Kakeshita, S. Uchida, Z. Hussain, and Z.-X. Shen, *J. Phys.: Condens. Matter* **19**, 125209 (2007).
48. А. В. Михеенков, В. Э. Валиулин, А. В. Шварцберг, А. Ф. Барабанов, *ЖЭТФ* **148**, 514 (2015).
49. А. Ф. Барабанов, Е. Жасинас, О. В. Уразаев, Л. А. Максимов, *Письма в ЖЭТФ* **66**, 173 (1997).
50. L. A. Maksimov, R. Hayn, and A. F. Barabanov, *Phys. Lett. A* **238**, 288 (1998).
51. А. Ф. Барабанов, О. В. Уразаев, А. А. Ковалев, Л. А. Максимов, *Письма в ЖЭТФ* **68**, 386 (1998).
52. R. O. Kuzian, R. Hayn, A. F. Barabanov, and L. A. Maksimov, *Phys. Rev. B* **58**, 6194 (1998).
53. А. Ф. Барабанов, А. А. Ковалев, О. В. Уразаев, А. М. Белемук, Р. Хайн, *ЖЭТФ* **119**, 777 (2001).
54. Д. Н. Зубарев, *УФН* **71**, 71 (1960).
55. Ю. А. Церковников, *ТМФ* **49**, 219 (1981).
56. Ю. А. Церковников, *ТМФ* **50**, 261 (1982).