

# ГЕНЕРАЦИЯ КОРОТКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ СГУСТКОВ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ РЕЗКОЙ ГРАНИЦЫ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ

*С. В. Кузнецов\**

*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук  
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 7 августа 2015 г.

Аналитически исследуется процесс генерации сгустков электронов при прохождении лазерного импульса релятивистской интенсивности через резкую границу полугораниченной плазмы. В одномерной геометрии показано, что физическим механизмом генерации сгустков электронов является их самоинжекция в кильватерное поле лазерного импульса, происходящая вследствие перемешивания электронов при воздействии импульса на плазму. Получены простые аналитические соотношения, позволяющие оценить длину сгустка, его заряд и разброс по энергии между электронами в нем. Проведено численное моделирование, подтверждающее результаты аналитического исследования.

DOI: 10.7868/S0044451016080010

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерно-плазменное ускорение электронов в разреженной плазме является предметом активного научного исследования в последнее десятилетие. Обусловлено это тем, что, как показывают теоретические оценки, при кильватерном ускорении напряженность поля ускоряющей плазменной волны может превышать  $300 \text{ ГВ}\cdot\text{м}^{-1}$ , что на несколько порядков величины больше величины напряженности ускоряющего электрического поля  $\sim 0.01 \text{ ГВ}\cdot\text{м}^{-1}$  в современных ускорителях традиционного типа [1]. Проведенные в ряде лабораторий исследования по лазерно-плазменному ускорению сгустков электронов (см. обзорную статью [2], суммирующую экспериментальные результаты) подтверждают исходные предпосылки, заложенные в основу идеи лазерно-плазменного ускорения, и, несмотря на ряд технологических трудностей и теоретических проблем, продемонстрировали в эксперименте постепенный рост средней энергии электронов ускоренного сгустка до величин  $\sim 1 \text{ ГэВ}$ . Наилучший результат на настоящее время представлен в работе [3], в которой импульс лазера с пиковой мощностью  $300 \text{ ТВт}$  (длительность импульса  $40 \text{ фс}$ , длина волны  $0.815 \text{ мкм}$ ) в газонаполненном капилляре ускоряет сгусток элект-

ронов до энергии  $4.2 \text{ ГэВ}$  на длине  $9 \text{ см}$ . Сгустки электронов такой энергии могли бы представлять интерес для многих практических приложений.

Однако до сих пор остаются нерешенными в должной степени вопросы качества сгустка ускоренных электронов, под которыми понимаются его моноэнергетичность, длительность, эмиттанс и величина заряда. Так, например, в упомянутом выше эксперименте [3] степень моноэнергетичности ускоренного сгустка составляет приблизительно  $6\%$  в относительном разбросе по энергии между электронами сгустка, что является одним из наилучших достигнутых результатов. Но для практических приложений желаемая степень моноэнергетичности электронов должна быть не более  $1\%$ , а в некоторых случаях должна составлять десятые доли процента [4, 5].

Очевидно, что качественные характеристики (моноэнергетичность, эмиттанс) ускоренного сгустка электронов в большой степени определяются способом, при помощи которого электроны вводятся в ускоряющее кильватерное поле, а также исходными характеристиками инжектируемого сгустка. В частности, чем меньше начальная длина инжектированного сгустка электронов по сравнению с длиной волны кильватерного поля, тем более моноэнергетичным будет сгусток после ускорения [6, 7]. Теоретические оценки показывают, что при характерных значениях длины

\* E-mail: svk-IVTAN@yandex.ru

кильватерной волны 10–100 мкм для получения сгустков высокоэнергичных электронов с малым разбросом по энергии необходима точная инжекция в соответствующую фазу электрического поля кильватерной волны очень коротких электронных сгустков ( $\sim 1$ –10 мкм). Получить сгустки такой длины является большой проблемой.

Существует несколько различных способов инжекции электронов в ускоряющее кильватерное поле, но у каждого из них есть свои недостатки. Обычный фотокатодный ВЧ-инжектор способен производить достаточно качественные сгустки, но они являются слишком длинными — 100 фс [8] и больше. Более короткие сгустки, около 5 мкм, могут генерироваться лучшими современными инжекторами [9], но у них слишком малый заряд  $\sim 1$  пКл. Помимо этого использование в лазерно-плазменном ускорителе внешней инжекции вызывает необходимость решения непростой задачи синхронизации инжекции сгустка как по времени, так и по пространству в определенную оптимальную фазу кильватерного поля. Кроме того, внешний инжектор требует дополнительного оборудования. Таким образом, ясно, что фотокатодный ВЧ-инжектор и вообще использование внешней инжекции электронов в кильватерную волну не способствует решению задачи по созданию компактного ускорителя.

Предлагаются также различные способы оптической инжекции электронов в кильватерную волну. Их суть состоит в том, чтобы в нужный момент времени оказать воздействие на плазму, по которой распространяется лазерный импульс, генерирующий кильватерную волну. Это может быть реализовано, например, посредством использования одного или нескольких вспомогательных более слабых лазерных импульсов, которые в определенный момент времени, согласованный с основным лазерным импульсом, генерирующим кильватерную волну, воздействуют на фоновые электроны плазмы и способствуют их захвату в кильватерное поле [10, 11]. При другом способе достаточно мощный вспомогательный лазерный импульс может быть также использован для того, чтобы в нужной фазе кильватерной волны дополнительно ионизовать неполностью ионизованную плазму, в которой она распространяется. Появляющиеся электроны, вырванные этим лазерным импульсом посредством процесса фотоионизации из неполностью ионизованного газа, могут быть захвачены кильватерной волной [10]. Однако такие оптические методы инжекции также предполагают чрезвычайно точное согласование между несколькими лазерными импульсами как

в пространстве, так и по времени, что представляет большие технические трудности.

Избежать эти проблемы позволяет схема самоинжекции [12] электронов в кильватерное поле, использующая единственный лазерный импульс, распространяющийся в неоднородной плазме. В этой схеме захват фоновых электронов плазмы возникает из-за опрокидывания кильватерной волны, которое происходит на плавном уменьшении плотности плазмы, пространственный масштаб которого значительно больше длины кильватерной волны. Когда лазерный импульс распространяется вдоль падающего градиента плотности плазмы, скорость фазового фронта кильватерного потенциала постепенно уменьшается и в какой-то момент становится равной осцилляционной скорости электронной компоненты плазмы, что приводит к опрокидыванию кильватерной волны и захвату фоновых электронов плазмы для ускорения. Схема самоинжекции электронов в кильватерную волну может быть реализована как в случае отрицательного [12, 13], так и в случае положительного градиента плотности неоднородной плазмы относительно направления распространения лазерного импульса [14, 15].

Предложенный в работе [12] способ инжекции электронов в кильватерную волну намного проще других схем инжекции, однако в данном случае захват электронов в кильватерную волну происходит из относительно большого фазового объема, что не способствует улучшению качественных характеристик захваченного сгустка. Очевидно, что процесс захвата электронов может происходить быстро или медленно в зависимости от параметров плазмы и лазерного импульса, соответственно изменяются и качественные характеристики захваченного сгустка, в частности, его длина и моноэнергетичность. Чтобы сделать процесс самоинжекции более быстрым, необходимо использовать переход плотности вакуум–плазма или скачок плотности внутри плазмы с более крутым градиентом между областями разной плотности.

Перспективный способ инжекции в кильватерную волну фоновых электронов плазмы с восходящим градиентом ее плотности был предложен в работе [16], в которой посредством численного моделирования было продемонстрировано, что при определенных условиях взаимодействия лазерного импульса с плазмой инжекция электронов происходит в узкой области, где профиль плотности плазмы выходит на плато. Этот способ реализуется существенно в условиях одномерности процесса опрокидывания кильватерной волны. Одномерность процесса

опрокидывания обеспечивается тем, что размер фокального пятна лазерного импульса настолько велик, что процесс поперечного опрокидывания кильватерной волны исключается. При этом оказывается, что длина сгустков инжектированных электронов может быть очень малой — порядка десятков аттосекунд при заряде сгустка  $\sim$ нКл.

Авторы работы [16] справедливо указывают, что сгустки с такими параметрами являются подходящими для их последующего ускорения в многостадийном лазерно-плазменном ускорителе, в котором первая ступень, выполняющая функцию инжектора, могла бы быть основана на этом принципе. Однако теоретический анализ такого способа генерации коротких электронных сгустков большого заряда, приводимый в работе [16], не является полным. Например, предлагаемая авторами концепция для объяснения изучаемого эффекта является слишком общей и по существу не объясняет деталей процесса захвата фоновых электронов кильватерной волной. Их физическая интерпретация основана на том, что фазовая скорость генерируемой лазерным импульсом кильватерной волны в переходном слое, где плотность плазмы возрастает по мере продвижения импульса вглубь нее, больше осцилляционной скорости электронов плазмы, а после выхода плотности на плато резко убывает до величины меньшей скорости электронов, что вызывает самоинжекцию электронов. При этом авторы замечают, что такой переход скорости кильватерной волны происходит не строго в той точке, в которой начинается плато, а несколько позже, но никакого убедительного объяснения этому не дают.

Целью настоящей работы является выявление и обоснование конкретного механизма самоинжекции электронов в кильватерную волну, свойства которого для физических условий обсуждаемого в работе [16] явления могут объяснить, когда и где процесс самоинжекции фоновых электронов начинается, а также по какой причине и в какой момент действие этого механизма прекращается. Эти детали процесса весьма важны потому, что именно они определяют величину заряда захваченного в кильватерную волну сгустка. В настоящей работе данная задача рассматривается в одномерной геометрии, но в таком диапазоне значений физических параметров, характеризующих процесс генерации электронных сгустков лазерным импульсом, проходящим через границу неоднородной плазмы, при которых, как показали авторы работы [16], двумерное моделирование подтверждает адекватность одномерной постановки.

## 2. ТРАЕКТОРИИ ФОНОВЫХ ЭЛЕКТРОНОВ, ИНИЦИИРУЕМЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЕМ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА, ПРОХОДЯЩЕГО ЧЕРЕЗ ПЛАЗМУ

Рассмотрим полуограниченную плазму, свободную от внешних статических полей. Используем для ее описания модель, в которой подвижной может быть лишь электронная компонента плазмы, но собственным тепловым движением электронов пренебрегается. Ионы образуют неподвижный однородный положительно заряженный фон. Для упрощения решаемой задачи будем считать ее геометрию одномерной, а границу раздела вакуум–плазма резкой.

Пусть на такую плазму нормально к ее поверхности падает короткий лазерный импульс в виде одномерного пакета циркулярно поляризованных электромагнитных волн, частота которых много больше плазменной частоты, т. е. в этом смысле плазма считается разреженной. Будем полагать, что лазерный импульс распространяется слева направо с групповой скоростью  $V_{gr}$  в положительном направлении вдоль оси  $z$ , начало которой совпадает с границей плазмы. При взаимодействии с лазерным импульсом каждый из электронов плазмы будет совершать быстрые осцилляции в поперечном направлении к оси  $z$ , а также перемещаться вдоль этой оси под действием ponderomotorной силы Миллера вследствие давления электромагнитного поля лазерного импульса.

В одномерной геометрии при циркулярной поляризации электромагнитных волн лазерного импульса, взаимодействующего с электронами, их продольное движение вдоль оси  $z$  не имеет высокочастотной составляющей и описывается уравнениями

$$\frac{dP}{dt} = |e| \frac{\partial \varphi}{\partial z} - mc^2 \frac{\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{eA}{mc^2} \right)^2}{2 \sqrt{1 + \frac{P^2}{m^2 c^2} + \left( \frac{eA}{mc^2} \right)^2}}, \quad (1)$$

$$\frac{dz}{dt} = u = \frac{P/m}{\sqrt{1 + \frac{P^2}{m^2 c^2} + \left( \frac{eA}{mc^2} \right)^2}}, \quad (2)$$

где  $A(z, t)$  — амплитуда огибающей векторного потенциала лазерного импульса,  $\varphi(z, t)$  — скалярный потенциал поля разделения зарядов,  $P$  и  $u$  — импульс и скорость электрона,  $-|e|$  и  $m$  — его заряд и масса. Поле разделения зарядов возникает вследствие воздействия лазерного импульса на электроны, в результате которого электрон смещается от своего первоначального положения равновесия  $z_0$ .

В начальный момент времени движение электрона совпадает с направлением распространения лазерного импульса, а затем, когда лазерный импульс его обгонит, движение электрона будет происходить в обратном направлении. В результате возникновения поля разделения зарядов электрон плазмы после прохождения лазерного импульса будет совершать осцилляционное движение в продольном направлении около своего центра осцилляции — первоначального положения равновесия  $z_0$ .

Лазерный импульс по мере своего продвижения вглубь плазмы воздействует последовательно на все электроны плазмы. В аналогичной по физическим условиям задаче [14] численным моделированием установлено, что при проникновении лазерного импульса в полуграниченную разреженную плазму и при последующем распространении в ней его форма практически не изменяется, поэтому временную динамику лазерного импульса в данном случае можно не учитывать. Это соответствует квазистатическому приближению, в котором драйвер кильватерной волны эволюционирует на временном масштабе значительно большем, чем отклик электронов плазмы на воздействие со стороны него. Следовательно, при постоянной скорости  $V_{gr}$  распространения лазерного импульса в однородной плазме его воздействие на каждый последующий электрон совершенно аналогично его воздействию на предыдущие электроны. По этой причине все приграничные к поверхности плазмы электроны, взаимодействуя с лазерным импульсом, совершают движение подобным образом. Различие в траекториях электронов, находящихся первоначально на расстоянии  $\Delta z_0$  друг от друга, определяется лишь запаздыванием по времени  $\Delta z_0/V_{gr}$  воздействия лазерного импульса на них.

Подобие траекторий электронов сохраняется до тех пор, пока первоначальный порядок расположения электронов друг относительно друга не изменится, а также при условии, что электрон в своем обратном движении после взаимодействия с лазерным импульсом не вышел за пределы ионного фона в область координат  $z < 0$ . Будем считать, что продольный размер лазерного импульса достаточно мал, так что электроны выходят из-под действия полей лазерного импульса раньше, чем пересекают границу плазмы с вакуумом. Оценки показывают, что при релятивистской осцилляционной скорости движения в продольном направлении электронов разреженной плазмы, в которой групповая скорость лазерного импульса близка к световой,  $V_{gr} \approx c$ , данное предположение легко выполняется, если ширина лазерного импульса не превосходит амплитуду осцил-

ляций электронов.

Поле разделения зарядов  $E_z$ , действующее на данный электрон, при условии сохранения первоначального (до воздействия лазерного импульса) порядка электронов зависит от смещения электрона относительно своего первоначального положения  $z_0$ , и, пока электрон не вышел в область  $z < 0$  за пределы постоянного ионного фона, поле разделения зарядов согласно теореме Гаусса выражается формулой

$$E_z = 4\pi|e|n_0(z - z_0), \quad (3)$$

где  $n_0$  — плотность плазмы,  $z$  — текущее положение данного электрона на оси  $z$ .

Таким образом, каждый из электронов представляет собой релятивистский осциллятор, совершающий колебательное движение относительно своего центра осцилляций, совпадающего с первоначальным положением электрона  $z_0$  до воздействия на него лазерного импульса. Уравнение движения такого осциллятора после завершения воздействия на него лазерного импульса имеет вид

$$\frac{dP}{dt} = -4\pi e^2 n_0(z - z_0) \quad (4)$$

и обладает интегралом, который соответствует закону сохранения энергии:

$$\sqrt{m^2 c^4 + P^2} + 2\pi e^2 n_0(z - z_0)^2 = E_{os}, \quad (5)$$

где  $E_{os}$  — энергия осциллятора.

Интеграл (5) позволяет записать в интегральном виде траекторию любого электрона плазмы на временном интервале от момента, в который воздействие на него лазерного импульса закончилось, и до тех пор, пока данный электрон находится в пределах ионного фона либо нарушится его первоначальный порядок расположения относительно соседних электронов. Как будет ясно из дальнейшего, нарушение порядка электронов или их перемешивание может происходить на участке траектории их движения, когда электрон после обратного движения при выходе из-под действия лазерного импульса вновь движется вслед за ним в направлении его распространения. На данном участке траектории всех электронов, которые в своем движении не пересекали границы вакуум–плазма, представляются общим выражением, которое с учетом запаздывания воздействия лазерного импульса на разные электроны плазмы имеет вид

$$ct - ct_0 - \frac{cz_0}{V_{gr}} = I(z, z_0), \quad (6)$$

где обозначено

$$I(z, z_0) = \int_{z_0}^z \frac{dz}{\sqrt{1 - m^2 c^4 / [E_{os} - 2\pi e^2 n_0 (z - z_0)^2]^2}},$$

$ct_0 = I(-A_m, A_m)$ ,  $A_m = \sqrt{(E_{os} - mc^2)/(2\pi e^2 n_0)}$  — амплитуда осцилляций электронов. Константа интегрирования в интегральном выражении (6) совокупности траекторий электронов определена из условия, что тот электрон, у которого центр осцилляций совпадает с началом координат, проходит его в момент времени  $t = 0$  и при этом вектор его скорости направлен из плазмы в вакуум.

Из вида формулы (6) следует, что характеристики семейства траекторий движения плазменных электронов, не выходящих в вакуум, до их перемешивания определяются плотностью плазмы, групповой скоростью лазерного импульса и величиной энергии осцилляторов  $E_{os}$ , которые лазерный импульс возбуждает в плазме. Одинаковую величину энергии плазменного осциллятора можно возбудить лазерным импульсом с различными сочетаниями его максимальной амплитуды и длительности, но для характера траекторий осциллирующих электронов плазмы данное обстоятельство не имеет значения. В явном виде из характеристик лазерного импульса в формулу (6) входит только его групповая скорость  $V_{gr}$ , которая определяет сдвиг по фазе между колебаниями соседних осцилляторов и соответственно фазовую скорость плазменной волны  $V_{ph} = V_{gr}$ , которая остается позади лазерного импульса, распространяющегося в плазме.

### 3. МЕХАНИЗМ САМОИНЖЕКЦИИ ФОНОВЫХ ЭЛЕКТРОНОВ ПЛАЗМЫ В КИЛЬВАТЕРНУЮ ВОЛНУ

Лазерный импульс, взаимодействуя с плазмой при переходе ее границы и инициируя движение фоновых электронов, по существу играет роль лишь возбудителя системы плазменных осцилляторов, определяя их энергию и запаздывание их колебаний по фазе относительно друг друга. Все дальнейшие физические явления, происходящие с плазменными электронами, и в том числе процесс генерации электронных сгустков, должны определяться исключительно свойствами самих нелинейных релятивистских осцилляторов.

Одним из таких свойств, как известно [13], является то, что в процессе колебаний электронов может нарушаться взаимный порядок расположения ос-

цилляторов, т. е. происходит пересечение их траекторий  $Z = Z(z_0, t)$ , что приводит к перемешиванию электронов. При перемешивании электронов нарушается регулярность структуры плазменной волны, возбуждаемой лазерным импульсом в плазме и называемой кильватерной, и начинается ее опрокидывание. Все эти процессы сопровождаются самоинжекцией электронов в кильватерное поле лазерного импульса, которое может захватить эти электроны в процесс ускорения.

Условием перемешивания траекторий является  $dZ/dz_0 = 0$ , выполняющееся в некоторый момент времени  $t_{cr}$ , которое определяет фазу колебаний осциллятора, при которой возникает пересечение траекторий. В случае безграничной плазмы, когда влияние границы на движение осцилляторов отсутствует, дифференцированием выражения (6) можно показать, что пересечение траекторий электронов, осциллирующих с некоторой одинаковой амплитудой, определяемой их энергией осцилляции, и с запаздыванием по фазе, определяемом фазовой скоростью плазменной волны  $V_{ph}$ , возможно только при условии, что величина возбужденной лазерным импульсом энергии осцилляторов достигает порогового значения  $E_{os,th} = mc^2 \gamma_{ph} = mc^2 / \sqrt{1 - V_{ph}^2/c^2}$ .

Фаза, в которой происходит пересечение траекторий при пороговом значении энергии осциллятора  $E_{os} = E_{os,th}$ , соответствует моменту прохождения электроном своего центра осцилляций, когда он имеет максимальную скорость в направлении распространения лазерного импульса. Это полностью согласуется с известным фактом [17], что в однородной плазме плазменная волна имеет предельное значение амплитуды, которое реализуется в том случае, когда максимальная скорость электронной компоненты плазмы в направлении распространения волны совпадает с фазовой скоростью волны.

Если энергия осцилляторов, возбужденных лазерным импульсом, превышает пороговое значение  $E_{os,th}$ , то порядок осцилляторов с течением времени частично нарушается, и выражение (3) для восстанавливающей к положению равновесия действующей на электрон силы  $F_z = -|e|E_z$  становится неправильным. Однако до тех пор, пока лишь малая доля электронов поменяла порядок расположения друг относительно друга, влияние малых нарушений в порядке электронов на их движение можно не учитывать, т. е. можно приблизительно считать траектории электронов прежними, описываемыми выражением (6). Тогда условие  $dZ/dz_0 = 0$  для электрона с центром осцилляции в точке  $z_0$  опре-

делит его координату  $z_{cr}$ , в которой его траектория пересечется с траекторией соседнего электрона:

$$z_{cr} = z_0 - \sqrt{\frac{E_{os} - \gamma_{ph} mc^2}{2\pi e^2 n_0}}. \quad (7)$$

При этом согласно интегралу (5) оказывается, что в точке пересечения траекторий энергия движения электрона  $\sqrt{m^2 c^4 + P^2} = mc^2 \gamma_{ph}$ , т.е. скорость электрона равна фазовой скорости кильватерной волны.

Допущение, в котором получена формула (7), не учитывающая влияния изменений в порядке расположения электронов друг относительно друга на их движение, в неявном виде предполагает, что процесс перемешивания электронов имеет некий стартовый момент времени, с которого он начинается. Именно по этой причине возникает возможность, что в определенный промежуток времени влияние эффекта перемешивания электронов на их движение может быть мало и им можно пренебречь. В безграничной плазме такое невозможно, потому что отсутствует какая-либо выделенная область или точка пространства, откуда мог бы начаться процесс перемешивания электронов; наличие границы обеспечивает такую возможность.

Граница вакуум–плазма существенно влияет на траектории электронов, проходящих через нее после взаимодействия с лазерным импульсом. Когда лазерный импульс подходит к границе плазмы и начинает проникать в ее объем, плазменные электроны первоначально выдавливаются вглубь плазмы, сохраняя свой порядок. Порядок электронов сохраняется и тогда, когда электроны совершают обратное движение после того, как лазерный импульс их обгонит. При этом в обратном движении часть электронов вылетает в вакуум ( $z < 0$ ), по-прежнему сохраняя порядок. Однако их движение отличается от движения тех электронов, которые не выходят за пределы ионного фона ( $z > 0$ ), и оно не описывается совокупностью траекторий вида (6). Обусловливается это тем, что в области, где нет ионов, сила разделения зарядов не столь велика, поэтому такие электроны совершают более медленное осцилляционное движение с меньшей частотой, чем электроны, не прошедшие границы плазмы. В результате, если условие  $E_{os} > E_{os,th}$  выполняется, то пересечение траекторий электронов или их перемешивание начинается с того электрона, который исходно находился в точке с координатой  $z_0 = A_m$ , отстоящей от границы плазмы на величину амплитуды колебаний  $A_m = \sqrt{(E_{os} - mc^2)/(2\pi e^2 n_0)}$  осциллятора, возбужденного лазерным импульсом.

$|e|A/mc^2, |e|\varphi/mc^2, P/mc$

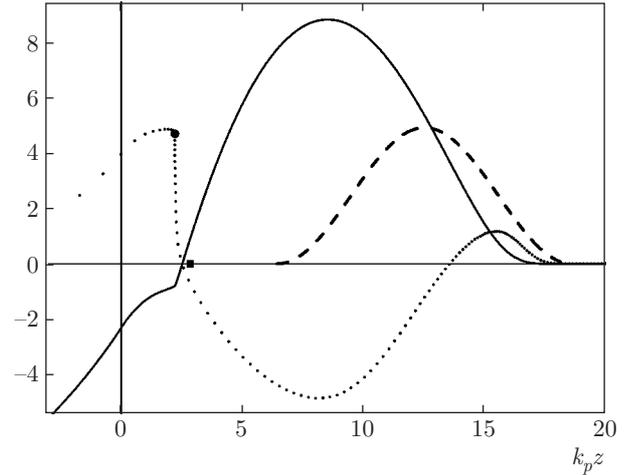


Рис. 1. Распределение на фазовой плоскости ( $z, P$ ) электронов (точки) в момент начала процесса самоинжекции. Соответствующие на этот момент времени положение лазерного импульса (штриховая линия) и кильватерного потенциала (сплошная линия) на оси  $z$

Рисунок 1 представляет результат численного моделирования взаимодействия с плазмой падающего на ее границу лазерного импульса циркулярно поляризованного излучения с длиной волны  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0 = 1$  мкм, с огибающей вида  $a = a_0 \cos^2[t/\tau] \operatorname{sgn}(\pi\tau/2 - |t|)$ , где  $a_0 = |e|A_0/mc^2 = 4.95$  — безразмерная амплитуда векторного потенциала,  $\tau$  — длительность лазерного импульса, соответствующая его длительности на половине высоты  $\tau_{FWHM} = 1.143\tau = 12$  фс. Принято, что групповая скорость  $V_{gr}$  распространения лазерного импульса в плазме соответствует  $\gamma_{ph} = 1/\sqrt{1 - V_{gr}^2/c^2} = 5$ . Плотность плазмы определяется из соотношения  $\omega_0/\omega_p = \gamma_{ph} = 5$ , где  $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m}$  — плазменная частота. Соответственно получаем  $\tau = 3.96\omega_p^{-1}$ . Заметим, что в принятом приближении  $\omega_0/\omega_p = \gamma_{ph}$  не учитываются малые нелинейные поправки к групповой скорости генерирующего кильватерную волну лазерного импульса [18], связанные с его релятивистской амплитудой, поскольку они качественно не изменяют физическую картину изучаемого явления.

Такой релятивистский ( $a_0 \gg 1$ ) лазерный импульс возбуждает плазменные осцилляторы до энергии  $E_{os} = 5.04mc^2$ , которая больше пороговой  $E_{os,th} = 5mc^2$ . На рис. 1 в зависимости от безразмерной координаты  $k_p z$ , где  $k_p = \omega_p/c$ , штриховой линией показан векторный потенциал лазерного импульса  $|e|A/mc^2$ , сплошной линией — генерируемый

им в плазме потенциал  $|e|\varphi/mc^2$  кильватерной волны. Точками показаны текущие значения координат и импульсов выделенного семейства электронов плазмы, первоначально располагавшихся с шагом  $k_p \Delta z_0 = 0.15$  по их исходному положению до воздействия на них лазерного импульса.

Данный рисунок отражает момент, в который первоначальный порядок электронов еще сохраняется, но близкий к началу процесса пересечения траекторий электронов, ведущего к опрокидыванию кильватерной волны. Кружком показан электрон, начальное положение которого находилось на расстоянии амплитуды осцилляций  $A_m$  (показано квадратом) от границы плазмы. Будем в дальнейшем называть этот электрон лидером. Из рис. 1 видно, что значительная часть электронов, изначально располагавшихся справа от лидера, к моменту начала процесса пересечения траекторий или опрокидывания кильватерной волны сближаются с лидером и образуют точку сгущения, что соответствует большой плотности электронной компоненты плазмы. Слева от лидера для электронов, вылетающих в вакуум, аналогичной по интенсивности точки сгущения нет. Поэтому процесс пересечения траекторий начинается с электрона-лидера и развивается главным образом для электронов справа от лидера. Как было установлено численным моделированием, эти электроны составляют основную часть захваченного кильватерной волной сгустка, они определяют его характеристики, и по этой причине в дальнейшем основное внимание будет уделяться исследованию их движения.

Моделирование показывает, что в процессе своего движения после взаимодействия с лазерным импульсом электроны, первоначально расположенные справа от электрона-лидера, один за другим практически строго в той последовательности, как они были расположены изначально, вступают в процесс пересечения траекторий с соседними электронами и по окончании его оказываются расположенными слева от лидера. У каждого из этих электронов, как указывалось выше, в этот момент энергия близка к  $\gamma_{ph} mc^2$ . Соответственно их скорость близка к фазовой скорости кильватерной волны. Отрицательный заряд справа от лидера вследствие такого изменения порядка расположения электронов уменьшается, поэтому сила со стороны кильватерного поля, действующая на лидер, увеличивается. В результате начинается процесс ускорения электрона-лидера с ростом его энергии от величины  $\gamma_{ph} mc^2$ .

Аналогичный процесс развивается и для всех прочих электронов после пересечения их траекто-

рий с соседними электронами и идущих вслед за лидером с набором их энергий от величины, близкой к значению  $\gamma_{ph} mc^2$ . Таким образом, процесс перемешивания траекторий ведет к развитию процесса самоинжекции электронов в первый период кильватерной волны и к возможному их захвату кильватерным полем, поскольку их скорости близки к скорости кильватерной волны.

При этом длина самоинжектированного сгустка электронов оказывается чрезвычайно малой в сравнении с длиной кильватерной волны. Это следует из того, что движение электрона, изначально находившегося в точке  $z_0$  перед лидером с начальной координатой  $z_{0,ld}$ , происходит с запаздыванием, пропорциональным начальному расстоянию между лидером и данным электроном  $(z_0 - z_{0,ld})/V_{ph}$ . Следовательно, и момент времени, в который траектория данного электрона пересекается с траекторией соседнего, тоже запаздывает на такой промежуток времени относительно момента самоинжекции электрона-лидера.

С другой стороны, скорость электронов в момент, когда происходит пересечение их траекторий, близка к фазовой скорости кильватерной волны  $V_{ph}$ . С такой скоростью они инжектируются в кильватерное поле лазерного импульса и движутся в нем в течение процесса самоинжекции. Поэтому согласно формуле (7), определяющей координату самоинжекции электрона, каждый из электронов плазмы вступает в процесс пересечения траекторий, т. е. в процесс самоинжекции, как раз в тот момент, когда электрон-лидер и ранее инжектировавшиеся в кильватерную волну электроны оказываются вблизи него.

В итоге можно представить, что существует некая воображаемая точка (назовем ее точкой самоинжекции), которая смещается вслед за лазерным импульсом со скоростью, близкой к его групповой скорости, и в которой электроны, предшествующие лидеру, вступают в процесс перемешивания. Вследствие специфических особенностей траекторий ранее захваченных электронов и электронов, которые вступают в процесс перемешивания, вблизи точки самоинжекции происходит пространственная группировка отрезка фоновых электронов, первоначально расположенных справа от лидера, в плотный короткий сгусток, все электроны которого имеют скорость, близкую к фазовой скорости кильватерной волны, и могут быть ею захвачены.

Важно подчеркнуть, что такая группировка электронов происходит не вследствие того, что на разные электроны сгустка действуют существенно

разные по величине силы, которые бы собирали их вместе. Этот эффект имеет чисто кинематическую природу, а различие в силе, действующей со стороны электрического поля на разные электроны захватываемого сгустка, наоборот, приводит к прекращению самоинжекции электронов в кильватерную волну.

Оценить длину отрезка фоновых электронов плазмы, которые будут вовлечены в процесс самоинжекции и в итоге будут захвачены кильватерной волной, можно следующим образом. Для электрона-лидера формула (7) является точной, потому что с него начинается процесс самоинжекции электронов в кильватерную волну. Поэтому по формуле (3) можно определить величину электрического поля в точке, в которой находится лидер в момент начала процесса самоинжекции фоновых электронов плазмы в кильватерную волну:

$$E_z = -4\pi|e|n_0\sqrt{\frac{E_{os} - \gamma_{ph}mc^2}{2\pi e^2 n_0}}. \quad (8)$$

Из формулы (8) следует, что в момент самоинжекции электрона-лидера справа от точки самоинжекции интегральный заряд плазмы положителен. По мере распространения лазерного импульса и смещения вслед за ним точки самоинжекции заряд справа от нее уменьшается, так как все большее количество электронов проходят через точку самоинжекции и составляют расположенный перед ней сгусток электронов, имеющий отрицательный заряд. Процесс их накопления, т. е. процесс самоинжекции фоновых электронов в кильватерную волну, заканчивается тогда, когда заряд захваченного сгустка становится таким, что электрическое поле, действующее на последний захваченный в сгусток электрон в момент его самоинжекции, становится равным нулю. Отсюда получаем формулу для оценки толщины слоя плазмы, из которого все электроны инжектируются и захватываются в кильватерную волну:

$$\Delta z_{tr} = \sqrt{\frac{E_{os} - \gamma_{ph}mc^2}{2\pi e^2 n_0}}. \quad (9)$$

Для рассматриваемого здесь случая резкой границы плазмы слой захватываемых электронов находится под поверхностью плазмы на расстоянии от ее границы порядка амплитуды колебаний возбужденного лазерным импульсом плазменного осциллятора, которая определяется его энергией. Толщина слоя фоновых электронов плазмы, захватываемых в кильватерную волну, также определяется энергией плазменного осциллятора и групповой скоростью

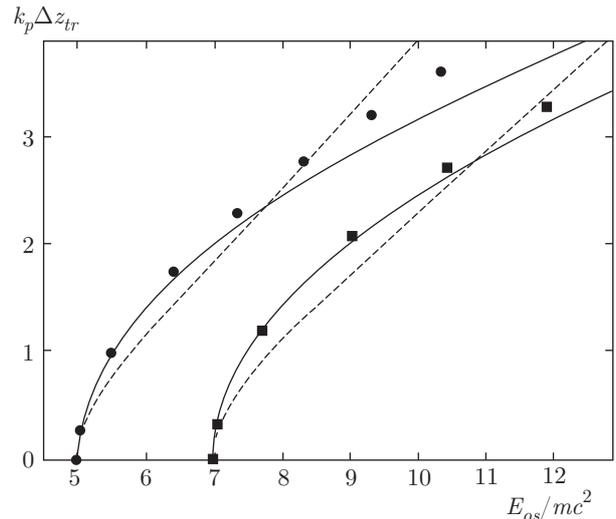


Рис. 2. Толщина слоя захватываемых фоновых электронов в зависимости от энергии плазменных осцилляторов для различных значений пороговой энергии осциллятора:  $E_{os,th} = 5mc^2$  (кружки),  $7mc^2$  (квадраты). Сплошные линии — результаты соответствующих расчетов по формуле (9), штриховые линии — по формуле работы [16]

лазерного импульса, возбуждающего его. Подчеркнем также, что согласно рассмотренному механизму процесса самоинжекции фоновых электронов в кильватерную волну все электроны из этого слоя без исключения захватываются кильватерной волной и вовлекаются в процесс ускорения в ней. Данный вывод подтверждается также результатами численного моделирования.

На рис. 2 по результатам моделирования показано, как изменяется толщина слоя захватываемых электронов в зависимости от энергии плазменных осцилляторов, возбужденных лазерным импульсом. Кружками отмечены результаты моделирования для случая, когда пороговая энергия процесса самоинжекции и опрокидывания кильватерной волны  $E_{os,th} = 5mc^2$ , квадратами —  $E_{os,th} = 7mc^2$ . Сплошными линиями показаны результаты расчета по формуле (9), которые демонстрируют хорошее совпадение с результатами моделирования.

Из более детального анализа рис. 2 следует, что точность формулы (9) несколько снижается с уменьшением пороговой энергии осциллятора. Как будет ясно из дальнейшего, это связано с тем, что исходное предположение о том, что инжектированный в кильватерную волну сгусток электронов составляют исключительно те электроны, которые изначально были расположены в плазме впереди электрона-лидера, является не вполне точным. Некоторая малая часть электронов с другой сторо-

ны от электрона-лидера тоже испытывает процесс самоинжекции и их доля увеличивается с уменьшением пороговой энергии  $E_{os,th}$ .

Рисунок 2 также наглядно демонстрирует, что корневая зависимость в формуле (9) от энергии осцилляторов, возбуждаемых лазерным импульсом в полуграниченной плазме, приводит к довольно быстрому росту толщины слоя захватываемых электронов даже при относительно небольшом увеличении превышения энергии осцилляторов над пороговой энергией  $E_{os,th}$ , т. е. к резкому возрастанию заряда захваченного сгустка на единицу площади поперечного сечения.

Штриховыми линиями на рис. 2 показаны расчеты по формуле, предлагаемой авторами данного способа инжекции электронных сгустков в кильватерную волну [16] для оценки заряда захватываемого сгустка, пересчитанного на толщину соответствующего электронного слоя в плазме.

#### 4. ХАРАКТЕРИСТИКИ СГУСТКА ЗАХВАЧЕННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

Длина сгустка, генерируемого лазерным импульсом при прохождении границы плазмы, и разброс по энергии между электронами в нем в первую очередь определяются тем, что электроны, составляющие этот сгусток, инжектируются в кильватерную волну из разных точек пространства, в разные моменты времени и с разной начальной скоростью. Кроме того, в процессе самоинжекции и последующего ускорения в кильватерном поле на разные электроны сгустка действует разная ускоряющая сила, которая зависит от положения электрона в захваченном сгустке. Поэтому характеристики сгустка — его длина и энергетический разброс — являются, вообще говоря, переменными величинами, зависящими от момента времени их определения.

На рис. 3 для электронного сгустка, сгенерированного лазерным импульсом с параметрами, приведенными выше, по результатам моделирования показано изменение во времени в процессе ускорения длины сгустка захваченных электронов  $L_{b,rms} = 2\sigma_{L,rms}$  (кружки), относительного разброса по энергии между электронами в нем  $\Delta E/\langle E \rangle = 2\sigma_{E,rms}/\langle E \rangle$  (ромбы) и их средней энергии  $\langle E \rangle$  (квадраты), где  $\sigma_{L,rms}$ ,  $\sigma_{E,rms}$  — среднеквадратичные характеристики распределений соответствующих величин в сгустке. Из рисунка видно, что, по мере ускорения с ростом средней энергии электро-

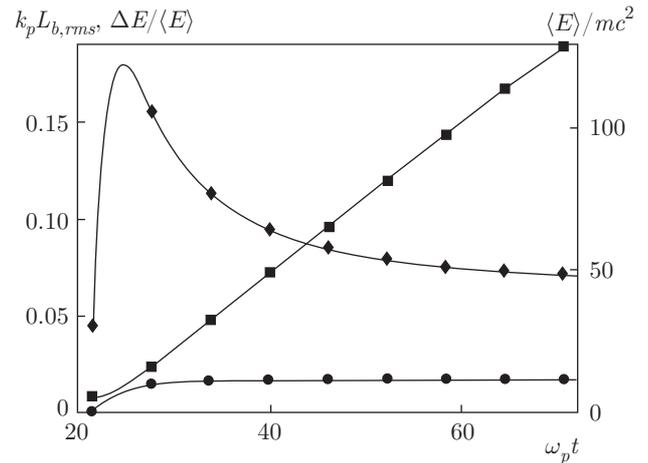


Рис. 3. Изменение во времени в процессе ускорения длины электронного сгустка  $L_{b,rms}$  (кружки), относительного разброса по энергии между электронами в нем  $\Delta E/\langle E \rangle$  (ромбы) и их средней энергии  $\langle E \rangle$  (квадраты). Сгусток сгенерирован при взаимодействии с плазмой лазерного импульса с параметрами  $a_0 = 4.95$ ,  $\tau_{FWHM} = 12$  фс,  $\gamma_{ph} = 5$ ,  $\lambda_0 = 1$  мкм

нов захваченного кильватерной волной сгустка, его длина стремится к некоторому асимптотическому значению, а относительный разброс по энергии в нем на достаточно больших длинах ускорения изменяется очень медленно и его тоже можно считать приблизительно постоянным.

Асимптотическое значение длины сгустка достигается достаточно быстро, так как электроны изначально инжектируются в кильватерное поле с релятивистской энергией  $E_{inj} \sim \gamma_{ph} mc^2$ , а при дальнейшем ускорении в поле кильватерной волны энергии электронов сгустка достигают ультрарелятивистских значений, значительно превышающих их первоначальную энергию инжекции  $E \gg \gamma_{ph} mc^2$ . Когда скорости всех электронов сгустка становятся очень близкими к световой, то в процессе дальнейшего ускорения взаимное расположение электронов в сгустке более не меняется, и поэтому длина сгустка практически постоянна.

Для определения этого асимптотического значения длины сгустка воспользуемся обычным подходом [19–21], позволяющим находить характеристики ускоряемых электронных сгустков при условии, что электроны, составляющие сгусток, имеют интеграл уравнения их движения в ускоряющем поле. В данном случае такой интеграл в системе координат, связанной с волной, для тех захваченных в сгусток электронов, которые первоначально находились перед электроном-лидером, имеет вид

$$E' - |e|\varphi'(\xi) = E'_{inj} - |e|\varphi'(\xi_{inj}) - \gamma_{ph}mc^2k_p(z_0 - z_{0,ld})(\xi - \xi_{inj}). \quad (10)$$

Здесь  $\varphi'(\xi)$  — потенциал стационарной кильватерной волны, которая распространяется в плазме с постоянной фазовой скоростью  $V_{ph}$  и без изменения своей формы,  $\xi = k_p(z - V_{ph}t)$  — автомодельная переменная или фаза кильватерной волны,  $z_{0,ld}$  и  $z_0$  — центры осцилляций соответственно электрона-лидера и выбранного электрона захваченного сгустка, который в процессе опрокидывания кильватерной волны инжектируется в нее с энергией  $E'_{inj}$  и в дальнейшем, ускоряясь, приобретает энергию  $E'(\xi)$ . Фаза кильватерной волны  $\xi_{inj}$ , в которую в процессе самоинжекции попадает электрон, определяется его пространственным положением  $z_{inj}$  в момент времени  $t_{inj}$  согласно соотношению  $\xi_{inj} = k_p(z_{inj} - V_{ph}t_{inj})$ . Штрихи здесь и далее обозначают величины в системе координат, связанной с волной.

Интеграл (10) имеет обычный вид интеграла сохранения энергии [21] для электрона, ускоряющегося в поле стационарной кильватерной волны, с добавкой слагаемого

$$\gamma_{ph}mc^2k_p(z_0 - z_{0,ld})(\xi - \xi_{inj}),$$

соответствующего расталкиванию зарядов захваченного сгустка. Учет таким способом влияния соб-

ственного заряда сгустка на ускорение в кильватерной волне составляющих сгусток электронов возможен до тех пор, пока эта поправка мала в сравнении с полем кильватерной волны. Это соответствует приближению, в котором влияние перемешивания электронов слабо искажает кильватерную волну, и, следовательно, с достаточной точностью может быть приемлемым по крайней мере для головной части захваченного электронного сгустка.

При выводе интеграла (10) было учтено, что те электроны в захваченном сгустке, которые первоначально до захвата находились перед электронам-лидером, в процессе захвата меняют свой порядок на противоположный. Другие электроны, которые первоначально находились позади электрона-лидера, как показывает численное моделирование, также захватываются в кильватерную волну, но намного в меньшем количестве, и составляют малую долю от общего количества захваченных электронов при условии, что энергия возбужденных лазерным импульсом плазменных осцилляторов не сильно превышает значение пороговой энергии осцилляции  $E_{os} - E_{os,th} \leq E_{os,th}$ . При качественном анализе процесса формирования сгустка захваченных электронов с целью получения оценочной формулы для длины сгустка их можно не учитывать.

Используя интеграл сохранения энергии (10), можно в квадратурах записать общее выражение для траектории электрона захваченного сгустка:

$$\begin{aligned} \gamma_{ph}^{-2}ck_p(t - t_{inj}) - \beta(\xi - \xi_{inj}) = \\ = \int_{\xi_{inj}}^{\xi} d\eta \left\{ 1 - \frac{m^2c^4}{[E'_{inj} + |e|(\varphi'(\eta) - \varphi'(\xi_{inj})) - \gamma_{ph}mc^2k_p(z_0 - z_{0,ld})(\eta - \xi_{inj})]^2} \right\}^{-1/2}, \quad (11) \end{aligned}$$

где обозначено  $\beta = V_{ph}/c$ .

В общем случае определение для каждого электрона захваченного сгустка точного момента времени его инжекции  $t_{inj}$  в кильватерное поле лазерного импульса и точной координаты  $z_{inj}$ , а также значения его энергии в этот момент  $E_{inj}$ , является непростой задачей, предполагающей учет взаимного влияния электронов друг на друга при перемешивании их траекторий в процессе самоинжекции электронов в кильватерную волну. Однако в начале процесса перемешивания траекторий электронов, когда влияние изменения порядка расположения электронов на их движение незначительно, можно считать, что для электронов, изначально находившихся перед электронам-лидером, момент их времени

инжекции  $t_{inj}$  определяется расстоянием центра осцилляции данного электрона до центра осцилляции электрона-лидера и связано с моментом инжекции электрона-лидера  $t_{inj,ld}$  соотношением

$$t_{inj} = (z_0 - z_{0,ld})/V_{ph} + t_{inj,ld}. \quad (12)$$

При этом энергия инжекции этих электронов в кильватерную волну и фаза инжекции  $\xi_{inj}$  имеют такие же значения, как у электрона-лидера, т.е.  $E_{inj} = \gamma_{ph}mc^2$ . Ясно, что такое допущение должно быть достаточно хорошим для тех электронов, которые оказываются в головной части захваченного сгустка, потому что с них начинается процесс самоинжекции электронов в кильватерную волну при ее опрокидывании.

Далее принимаем во внимание, что траектории электронов захваченного сгустка за исключением малой доли отстающих в процессе ускорения электронов остаются близкими в течение всего времени их ускорения в кильватерной волне. Это означает, что в любой момент времени возможно разложение соотношения (11) относительно траектории электрона-лидера по малым возмущениям  $\delta\xi$ ,  $\delta t_{inj}$  переменных  $\xi$ ,  $t_{inj}$ , описывающих траектории остальных электронов захваченного сгустка с учетом добавочного слагаемого первого порядка малости  $\sim \delta z_0 = z_0 - z_{0,ld}$ .

В итоге, варьируя соотношение (11) по  $\delta\xi$ ,  $\delta t_{inj}$ ,  $\delta z_0$ , получаем, что в первом приближении отклонение в произвольный момент времени электрона захваченного сгустка относительно электрона-лидера связано линейно с его расстоянием до лидера  $\Delta z_0 = z_0 - z_{0,ld}$  в плазме до воздействия на нее лазерного импульса и может быть оценено по формуле

$$\Delta z = z - z_{ld} \approx -\frac{\Delta z_0}{2\gamma_{ph}^2} (1 + I(\gamma_{ph})), \quad (13)$$

где

$$I(\gamma_{ph}) = \gamma_{ph}^3 \int_0^{\Delta\xi_{acc}} \eta d\eta \left\{ \left[ 1 + \frac{|e|}{mc^2} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \gamma_{ph} (\varphi(\xi_{inj,ld} + \eta) - \varphi(\xi_{inj,ld})) \right]^2 - 1 \right\}^{-3/2}, \quad (14)$$

$\Delta\xi_{acc}$  — величина интервала фазы кильватерной волны, измеряемая от фазы инжекции электрона-лидера  $\xi_{inj,ld}$ , на котором происходит ускорение сгустка захваченных электронов.

Формула (13) наглядно показывает, что электроны, которые первоначально до их захвата находились впереди лидера, после их самоинжекции в кильватерную волну располагаются в захваченном сгустке позади лидера, при этом их порядок сохраняется, но становится обратным порядку их расположения в плазме до воздействия на нее лазерного импульса. Кроме того, из формулы (13) следует, что в захваченном сгустке электроны расположены более плотно, чем первоначально в невозмущенной лазерным импульсом плазме. В зависимости от значения величины  $\gamma_{ph}$  плотность электронов в захваченном сгустке может на несколько порядков превышать значение их исходной плотности в невозмущенной плазме.

Значение числового коэффициента пропорциональности в формуле (13) предполагает вычисление содержащегося в нем интеграла  $I(\gamma_{ph})$ , для чего

необходимо знать зависимость кильватерного потенциала  $\varphi(\xi)$  от фазы волны. По смыслу вывода формулы (13) этот интеграл вычисляется по траектории электрона-лидера, который возглавляет сгусток захваченных электронов и поэтому ускоряется в кильватерном поле лазерного импульса, не возмущенном перемешиванием траекторий захваченных электронов, образующих сгусток и находящихся позади него. Данное кильватерное поле описывается уравнением, которое на расстоянии, достаточно большом, чтобы не учитывать непосредственное влияние лазерного поля на движение электронов плазмы, совпадает по виду с уравнением, описывающим плазменную волну как моду продольных плазменных колебаний, распространяющуюся с постоянной скоростью в безграничной плазме [17].

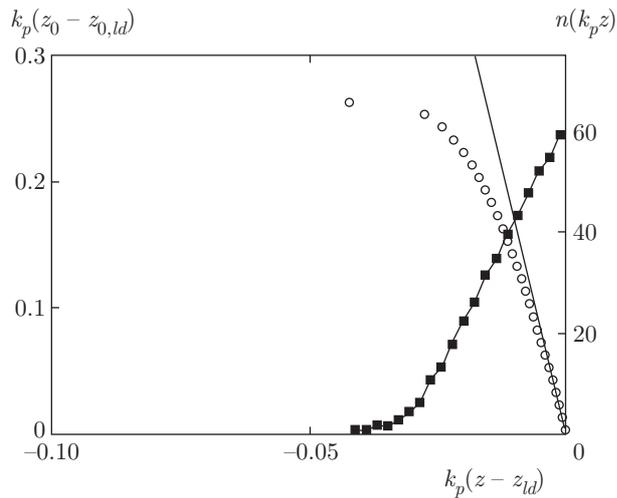
Ясно, что для рассматриваемых здесь условий, когда энергия осцилляций электронов  $E_{os} > E_{os,th} = \gamma_{ph} mc^2$ , такая волна не может существовать в безграничной плазме вследствие перемешивания траекторий электронов, и соответственно уравнение для кильватерного поля позади лазерного импульса в данном случае не имеет решений, имеющих физический смысл на всем безграничном пространстве. Однако решение этого уравнения вплоть до точки опрокидывания существует и может быть найдено. Для численного определения кильватерного потенциала удобнее воспользоваться уравнением

$$\frac{e^2}{2mc^2} \left( \frac{d\varphi}{d\xi} \right)^2 + V_{ph} P_{pl} + |e|\varphi = E_{os} - mc^2, \quad (15)$$

которое является интегралом уравнения плазменной волны в плазме и соответствует закону сохранения энергии в системе плазма и заряженные частицы. Здесь  $P_{pl}$  — импульс фонового электрона плазмы в области перед захваченным сгустком электронов, который выражается через кильватерный потенциал формулой [22]

$$P_{pl}(\varphi) = \frac{mc}{1 - \beta^2} \times \\ \times \left\{ \beta \left( 1 + \frac{|e|\varphi}{mc^2} \right) - \sqrt{\left( 1 + \frac{|e|\varphi}{mc^2} \right)^2 - 1 + \beta^2} \right\}. \quad (16)$$

Уравнение (15) должно решаться при начальных условиях, определенных для фазы, с которой начинается опрокидывание кильватерной волны или в которой происходит самоинжекция электрона-лидера. В момент инжекции энергия электрона-лидера известна точно  $E_{inj,ld} = \gamma_{ph} mc^2$ , поэтому из формулы (16) получаем начальное условие для интегрирования уравнения (15):



**Рис. 4.** Начальное положение захваченных электронов в плазме до захвата кильватерным полем (левая ось ординат) в зависимости от их положения в захваченном сгустке (положение электрона определяется относительно электрона-лидера) при длине ускорения электронного сгустка, соответствующей средней энергии электронов  $\langle E \rangle / mc^2 \approx 200$ : кружки — моделирование, сплошная линия — расчет по формуле (13). Линия, помеченная квадратами (правая ось ординат), — плотность распределения электронов в захваченном сгустке вслед за электроном-лидером. Параметры лазерного импульса те же, что на рис. 3

$$|e|\varphi(\xi_{inj,ld})/mc^2 = 1/\gamma_{ph} - 1. \quad (17)$$

Определив таким образом численно зависимость  $\varphi(\xi)$ , можно найти значение интеграла в коэффициенте формулы (13). Следует заметить, что подынтегральная функция в интеграле  $I(\gamma_{ph})$  довольно быстро уменьшается до нуля с увеличением верхнего предела интегрирования  $\Delta\xi_{acc}$ , по этой причине его значение слабо зависит от верхнего предела при достаточно больших значениях  $\Delta\xi_{acc}$ . Физически это соответствует тому, что продольный размер сгустка при достаточном удалении электронов от фазы инжекции в кильватерную волну далее уже не зависит от длины ускорения электронов. Проведенные расчеты показывают, что в диапазоне изменения значений величин  $\gamma_{ph}$ ,  $E_{os}$ , соответствующих графикам рис. 2, числовое значение интеграла  $I(\gamma_{ph})$  в формуле (13) не превышает единицы, а при условии  $E_{os}/mc^2 \gg \gamma_{ph}$  становится много меньше единицы и им можно пренебречь.

На рис. 4 по результатам численного моделирования показано распределение в сгустке электронов, захваченных в кильватерную волну и ускоренных в ней при взаимодействии с плазмой лазерного

импульса с параметрами, приведенными выше, для момента времени процесса ускорения, когда средняя энергия электронов составляет  $\langle E \rangle / mc^2 \approx 200$ . Кружками по левой оси ординат показано относительно электрона-лидера (на рис. 4 находится в начале координат) положение в сгустке захваченных электронов, которые до захвата в кильватерную волну располагались в плазме впереди электрона-лидера с шагом  $k_p \Delta z_0 = 0.1$ . Сплошной линией показана эта же зависимость, полученная по формуле (13), в виде  $\Delta z_0(\Delta z)$ .

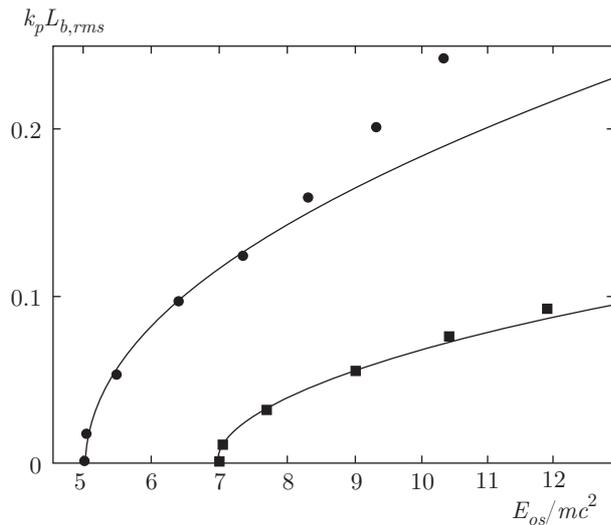
Из рис. 4 видно, что для электронов из головной части захваченного сгустка результаты моделирования удовлетворительно совпадают с формулой (13) теоретического анализа и наблюдается скопление большей части захваченных электронов вблизи электрона-лидера. Электроны из хвостовой части захваченного сгустка значительно отстают от электрона-лидера. Это обусловлено тем, что на процесс их самоинжекции в кильватерную волну большое влияние оказало поле заряда сгустка ранее захваченных электронов. Однако доля электронов, образующих хвостовую часть захваченного сгустка, относительно невелика, что демонстрируется на рис. 4 линией, помеченной квадратами, которая соответствует функции распределения плотности электронов в сгустке  $n(k_p z)$ , нормированной на единицу.

Численное моделирование показывает, что плотная группировка самоинжектированных электронов вблизи электрона-лидера обуславливает для среднеквадратичной длины  $L_{b,rms}$  сгустка захваченных электронов сохранение качественной зависимости вида (13), в которой вместо исходной длины сгустка следует подставить соответствующую толщину их слоя в плазме  $\Delta z_{tr}$ :

$$k_p L_{b,rms} = \frac{\alpha}{\gamma_{ph}^2} k_p \Delta z_{tr} = \frac{\alpha}{\gamma_{ph}^2} \sqrt{2 \left( \frac{E_{os}}{mc^2} - \gamma_{ph} \right)}, \quad (18)$$

где  $\alpha$  — подгоночный числовой коэффициент.

На рис. 5 по результатам моделирования значками (система обозначений та же, что и на рис. 2) показана зависимость среднеквадратичной длины сгустка от энергии осцилляторов, возбужденных лазерным импульсом при различных значениях пороговой энергии  $E_{os,th}$ . Статистическая длина сгустка  $L_{b,rms} = 2\sigma_{L,rms}$  определена по функции распределения всех электронов захваченного сгустка, включая и те, которые изначально находились в плазме позади электрона-лидера. Сплошными линиями показаны графики, аппроксимирующие в диапазоне



**Рис. 5.** Асимптотическая длина сгустка электронов  $L_{b,rms}$  в зависимости от энергии плазменных осцилляторов для различных значений пороговой энергии осциллятора (система обозначений та же, что и на рис. 2). Сплошные линии — результаты соответствующих расчетов по формуле (18)

значений энергии осцилляторов  $E_{os}/mc^2 - \gamma_{ph} < 0.5\gamma_{ph}$  результаты моделирования функциями вида (18), где подгоночный коэффициент  $\alpha$  во всех случаях оказывается близким к единице.

Из рис. 5 видно, что при значениях энергии возбужденного осциллятора  $E_{os}/mc^2 - \gamma_{ph} \geq 0.5\gamma_{ph}$  результаты моделирования существенно отклоняются от зависимости (18). Это связано с тем, что в таких условиях постепенно с увеличением энергии осцилляторов  $E_{os}$  возрастает в захваченном сгустке доля (примерно до одной трети) тех электронов, которые изначально находились позади электрона-лидера. Условия самоинжекции этих электронов в кильватерную волну при ее опрокидывании отличаются от условий самоинжекции электронов, изначально расположенных перед электроном-лидером, тем, что для них отсутствует эффект кинематической группировки в той форме, как он был описан выше. В результате функция распределения плотности электронов в захваченном сгустке, если таких электронов много, становится более размытой. Соответственно возрастает и характерная длина захваченного сгустка.

Тем не менее, и в этом случае оценка длины сгустка по формуле (18) остается достаточно удовлетворительной по порядку величины. А сопоставление рис. 2 и 5 указывает на большое укорочение сгустка захваченных электронов по сравнению с

размером области в плазме, которую они занимали до захвата в кильватерную волну. Это обстоятельство существенно влияет на разброс по энергии между электронами в ускоряемом электронном сгустке.

Оценку для разброса по энергии между электронами в сгустке можно получить варьированием интеграла уравнения их движения (10) в кильватерном поле аналогично тому, как это было выполнено при определении длины захваченного сгустка на стадии ускорения. Известно [6, 19–21, 23], что разброс по энергии в ускоряющемся сгустке определяется его начальным разбросом по энергии в момент инжекции электронов и факторами, приводящими к накоплению разброса по энергии между электронами в процессе самого ускорения. В общем случае, если не применять специальных способов [19–21, 23, 24] минимизации разброса по энергии, накапливающегося в сгустке в процессе его ускорения, то при больших длинах ускорения начальный разброс по энергии между электронами в сгустке можно не учитывать. Это связано с тем, что в процессе ускорения между электронами сгустка накапливается при больших длинах ускорения разброс по энергии, значительно превосходящий начальный в момент инжекции.

Разброс по энергии между электронами в ускоряющемся сгустке возникает за счет разности сил кильватерного поля, действующего на передние в сгустке электроны и те электроны, которые находятся в хвосте. Этот эффект зависит от продольного размера сгустка [6, 21] и его заряда [23, 24]. В данном случае влияние первого фактора незначительно ввиду малости длины сгустка. Второй фактор возникает вследствие расталкивания электронов сгустка, обусловленного его зарядом. Этот фактор пропорционален заряду сгустка и действует в течение всего процесса ускорения, т.е. пропорционален длине ускорения. В системе координат, связанной с кильватерной волной, разброс по энергии между электроном-лидером и последним электроном сгустка, обусловленный его зарядом, оценивается формулой

$$\frac{\Delta E'}{mc^2} = \gamma_{ph}(\xi - \xi_{inj,ld})k_p \Delta z_{tr},$$

где  $\xi_{inj,ld}$ ,  $\xi$  — соответственно значения фазы инжекции электрона-лидера в кильватерную волну и фазы, в которой ускорение электрона-лидера заканчивается.

Таким образом, разброс по энергии между электронами в захваченном сгустке по мере его ускорения непрерывно растет по абсолютной величине. Однако

с увеличением длины ускорения возрастает и средняя энергия электронов в сгустке. Оценить ее величину можно из тех соображений, что на больших длинах ускорения сгусток достаточно быстро выходит из области фаз кильватерной волны, в которой происходит инжекция электронов, и перемещается в область фаз кильватерной волны, где значение ее ускоряющих полей близко к максимальному значению  $E_{z,max}$ , которое также выражается через энергию плазменных осцилляторов:

$$\frac{|eE_{z,max}|}{m\omega_p} = \sqrt{2 \left( \frac{E_{os}}{mc^2} - 1 \right)}.$$

Поскольку при условии  $E_{os}/mc^2 > E_{os,th}/mc^2 = \gamma_{ph} \gg 1$  кильватерное поле является сильно нелинейным и длина нелинейной плазменной волны значительно превышает ее длину в линейном случае, существует значительный интервал фаз в кильватерной волне, в которой ее ускоряющее поле близко к максимальному значению, и его в данном случае для проведения оценок можно считать постоянным.

По порядку величины приращение средней энергии электронов сгустка при их ускорении можно оценить по изменению энергии электрона-лидера. В итоге в системе координат, связанной с волной, получаем оценку величины средней энергии электронов в сгустке, прошедших интервал фазы кильватерной волны  $\xi - \xi_{inj,ld}$  в этом поле, в виде следующей формулы:

$$\frac{E'}{mc^2} = \gamma_{ph} \sqrt{2 \left( \frac{E_{os}}{mc^2} - 1 \right)} (\xi - \xi_{inj,ld}).$$

Отсюда следует, что при достаточно больших длинах ускорения средняя энергия электронов сгустка растет пропорционально длине ускорения, что также подтверждается результатами численного моделирования, показанными на рис. 3. С другой стороны, с ростом длины ускорения в величине разброса по энергии между электронами сгустка доля первоначального (в момент инжекции) разброса по энергии в сгустке уменьшается в сравнении с накапливаемым в процессе ускорения энергетическим разбросом, который также зависит от длины ускорения линейным образом. В результате величина относительного разброса по энергии в сгустке постепенно принимает некоторое примерно постоянное значение (см. рис. 3), которое при условии  $E/mc^2 \gg \gamma_{ph}$  дает оценку для относительного разброса по энергии в ускоренном сгустке:

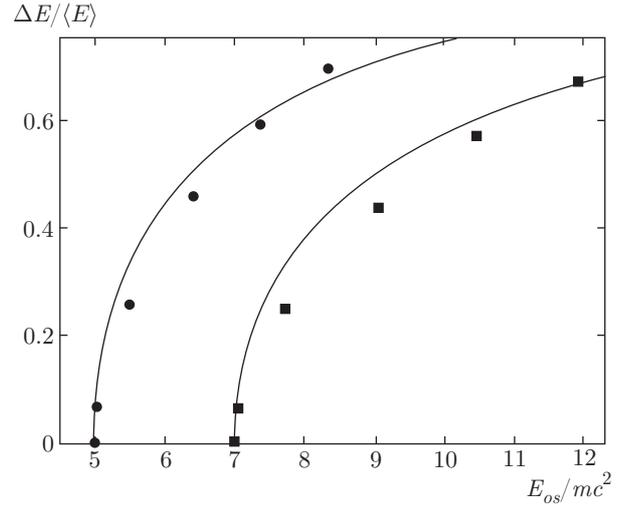


Рис. 6. Относительный разброс по энергии  $\Delta E/\langle E \rangle$  в сгустке в зависимости от энергии плазменных осцилляторов для различных значений пороговой энергии осциллятора (система обозначений та же, что и на рис. 2). Сплошные линии — результаты соответствующих расчетов по формуле (19)

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E}{E} &\approx \frac{\Delta E'}{E'} = \frac{k_p \Delta z_{tr}}{\sqrt{2(E_{os}/mc^2 - 1)}} = \\ &= \sqrt{\frac{E_{os} - \gamma_{ph} mc^2}{E_{os} - mc^2}}. \end{aligned} \quad (19)$$

На рис. 6 по результатам моделирования значками (система обозначений та же, что и на рис. 2) показан относительный разброс по энергии  $\Delta E/\langle E \rangle$  в сгустке, в котором величина разброса  $\Delta E = 2\sigma_{E,rms}$  определяется по среднеквадратичному отклонению  $\sigma_{E,rms}$  в распределении электронов сгустка по энергиям. Сплошными линиями показана оценка относительного разброса по энергии в сгустке по формуле (19). Следует отметить, что оценка по формуле (19) дает правильную величину для относительного разброса по энергии между электронами в сгустке, пока ускоряющиеся электроны не вышли за пределы области фаз кильватерной волны, в которой ускоряющее поле близко к максимальному  $E_{z,max}$ . При дальнейшем ускорении абсолютный разброс в сгустке увеличивается тем же темпом, а средняя энергия в сгустке — медленнее, и в результате относительный разброс по энергии в сгустке будет увеличиваться.

Все предыдущие формулы были получены в приближении одномерного движения захваченных в кильватерную волну электронов, т. е. кильватерная волна считалась бесконечно широкой. Однако в реальности кильватерное поле лазерного импульса имеет некоторый конечный поперечный размер.

Оценим, при каких условиях и в этом случае динамику движения большей части захваченных электронов можно приблизительно считать одномерной, т. е. такой, что поперечное движение электронов можно не учитывать. Для этого будем рассматривать поперечное к оси  $z$  движение электрона как малую нерелятивистскую поправку к его движению вдоль оси  $z$ .

Прежде всего, необходимо сравнить поля, действующие на электрон в момент его самоинжекции в кильватерную волну. Для электронов из головной части захваченного сгустка электрическое поле, действующее на них вдоль оси  $z$  в этот момент времени, можно оценить по формуле (8):

$$\frac{|eE_{z,inj}|}{m\omega_p} \approx \sqrt{2 \left( \frac{E_{os}}{mc^2} - \gamma_{ph} \right)}.$$

Поле, действующее на электрон в поперечном направлении, зависит от характерного поперечного размера кильватерной волны  $w_0$ , и его в любой момент времени будем оценивать формулой

$$\frac{|e|E_{\perp}|}{m\omega_p} \approx \frac{|e|\varphi(\xi)}{mc^2 k_p w_0},$$

где  $\xi$  — текущее положение электрона относительно оси  $z$ .

В момент самоинжекции электрона значение кильватерного потенциала можно оценить согласно формуле (17) соотношением  $\varphi(\xi_{inj}) \approx \varphi_{min} = (1/\gamma_{ph} - 1)mc^2/|e| < 0$ , откуда следует, что самоинжекция электронов происходит в дефокусирующую область значений фазы кильватерной волны, и электрон будет выталкиваться в сторону от оси  $z$ . Чтобы движение электрона в поперечном направлении изначально было слабым, необходимо выполнение условия

$$\sqrt{2 \left( \frac{E_{os}}{mc^2} - \gamma_{ph} \right)} \gg \frac{|e\varphi_{min}|}{mc^2 k_p w_0}. \quad (20)$$

В процессе ускорения в кильватерном поле захваченный электрон перемещается из дефокусирующей области фаз кильватерной волны в фокусирующую. Следует заметить, что граница раздела дефокусирующей и фокусирующей областей значений фазы нелинейной кильватерной волны отличается от границы в случае линейной волны вследствие значительного сокращения дефокусирующей области. Принятое выше допущение, что граница раздела дефокусирующей и фокусирующей областей пересекает ось  $z$  так же, как в линейной кильватерной волне, а именно, в точке, в которой значение кильватерного потенциала равно нулю, существенно увели-

чивает влияние дефокусирующих сил на движение электрона.

Полученные выше формулы для длины сгустка (18) и разброса по энергии между электронами в нем (19) соответствуют такому этапу процесса ускорения захваченных электронов в кильватерном поле лазерного импульса, в течение которого их энергии становятся ультрарелятивистскими  $E \gg E_{inj} = \gamma_{ph}mc^2$ , а скорости электронов приближаются к световой. Темп набора энергии электроном в кильватерной волне зависит от ускоряющего поля, величина которого возрастает по мере удаления электрона от фазы инжекции и достигает максимальных величин в области, в которой кильватерный потенциал  $\varphi(\xi)$  переходит через нулевое значение. Поэтому ускоряющиеся электроны в основном набирают энергию, приближаясь к ультрарелятивистским значениям, вблизи и после прохождения границы фокусирующей области кильватерной волны.

Для дальнейших оценок примем положение границы фокусирующей области в кильватерной волне как ориентир для примерного определения по порядку величины расстояния от точки инжекции, на котором электрон приобретает ультрарелятивистскую энергию. Необходимо гарантировать, чтобы сила, выталкивающая электрон прочь от оси  $z$ , была достаточно слабой в том смысле, чтобы электрон не вышел за пределы кильватерного поля прежде, чем он попадет в его фокусирующую область значений фазы. Уравнение движения электрона в поперечном направлении имеет вид

$$E(\xi) \frac{d^2 r}{dt^2} \approx -|e|c^2 \frac{\varphi(\xi)}{w_0}, \quad (21)$$

где  $E(\xi)$  и  $\varphi(\xi)$  — энергия электрона и кильватерный потенциал на оси  $z$ ,  $\xi$  и  $r$  — текущие координаты электрона. Величины  $E(\xi)$  и  $\varphi(\xi)$  изменяются по величине по мере продвижения электрона вдоль оси  $z$ ; перепад потенциала до границы фокусирующей области составляет  $\Delta\varphi = |\varphi_{min}| = (1/\gamma_{ph} - 1)mc^2/|e|$ , энергия электрона на этом перепаде потенциала изменяется от значения  $E_{inj} = \gamma_{ph}mc^2$  до значения  $E \approx 2\gamma_{ph}^2 mc^2$ . Для оценки характерного времени  $\Delta t_{\perp}$  ухода электрона из кильватерного поля в поперечном направлении заменим в уравнении (21) его энергию ее средним значением на данном интервале,  $E(\xi) \approx \gamma_{ph}^2 mc^2$ , аналогично  $\varphi(\xi) = \varphi_{min}/2$ . Тогда из уравнения (21) соответственно получаем оценку

$$\Delta t_{\perp} = \frac{2w_0\gamma_{ph}}{c\sqrt{|e\varphi_{min}|/mc^2}} \approx \frac{2w_0\gamma_{ph}}{c}$$

при условии  $\gamma_{ph} \gg 1$ .

На примере электрона-лидера оценим время, необходимое электрону для достижения границы фокусирующей фазы в своем движении вдоль оси  $z$ . Для этого прежде необходимо оценить расстояние  $D\xi$  по фазе кильватерной волны между фазой инжекции электрона-лидера и фазой, соответствующей границе фокусирующей области. Из решения уравнения (15), определяющего зависимость от фазы кильватерного потенциала  $\varphi(\xi)$ , с учетом главных членов находим следующее представление для  $\varphi(\xi)$ :

$$\frac{|e|\varphi(\xi)|}{mc^2} \approx \frac{1}{\gamma_{ph}} - 1 + \sqrt{\frac{\sqrt{2}\gamma_{ph}^3}{\sqrt{E_{os}/mc^2} - \gamma_{ph}}} \frac{2}{3} (\xi - \xi_{inj,ld})^{3/2}. \quad (22)$$

Отсюда следует оценка по порядку величины для интервала значений фазы кильватерной волны, на котором ускоряется электрон-лидер до ультрарелятивистской энергии:

$$\Delta\xi_{acc} \approx D\xi \approx \frac{(1 - \gamma_{ph}^{-1})^{2/3}}{\gamma_{ph}} \sqrt[6]{2 \left( \frac{E_{os}}{mc^2} - \gamma_{ph} \right)}.$$

Далее, используя уравнение, аналогичное (11), но без слагаемого, учитывающего влияние собственного заряда сгустка на движение электронов, промежуток времени  $\Delta t_{acc}$  в лабораторной системе отсчета, необходимый электрону, чтобы пройти отрезок фазы  $\Delta\xi_{acc}$  в кильватерной волне, можно оценить как

$$\omega_p \Delta t_{acc} \approx \gamma_{ph}^2 \left( \Delta\xi_{acc} + \frac{\sqrt{[1 + \chi \Delta\xi_{acc}]^2 - 1}}{\chi} \right), \quad (23)$$

где  $\chi = \gamma_{ph} |eE_{z,inj}| / mc\omega_p$ . При условии  $\chi \Delta\xi_{acc} \gg 1$  из соотношения (23) можно получить более простую формулу для оценки времени, необходимого электрону-лидеру для набора ультрарелятивистской энергии:

$$\omega_p \Delta t_{acc} \approx 2\gamma_{ph} (1 - \gamma_{ph}^{-1})^{2/3} \sqrt[6]{2 \left( \frac{E_{os}}{mc^2} - \gamma_{ph} \right)}.$$

Чтобы за это время электрон не вышел за пределы кильватерного поля в дефокусирующей области, необходимо выполнение соотношения  $\Delta t_{acc} \ll \Delta t_{\perp}$ . В итоге при сохранении условия  $\chi \Delta\xi_{acc} \gg 1$  получаем

$$\frac{(k_p w_0)^3}{(1 - \gamma_{ph}^{-1})^{7/2}} \gg \sqrt[6]{2 \left( \frac{E_{os}}{mc^2} - \gamma_{ph} \right)}. \quad (24)$$

При достаточно большой характерной ширине кильватерного поля  $w_0$  соотношения (20), (24) могут выполняться с большим запасом. В этом случае силы, действующие на электрон в поперечном к оси  $z$  направлении, оказывают на него слабое воздействие, и его движение будет близким к одномерному в процессе набора электроном ультрарелятивистских значений энергии. В дальнейшем одномерности его движения способствует релятивистское «утяжеление» массы электрона при ускорении в фокусирующей области кильватерной волны. Оценки (20), (24) были проверены посредством численного моделирования процесса ускорения тестовых электронов.

Для правомерности использования одномерной геометрии в исследовании механизма самоинжекции электронов в кильватерное поле, генерируемое неодномерным лазерным импульсом с огибающей вида

$$a = a_0 \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \cos^2\left[\frac{t}{\tau}\right] \operatorname{sgn}\left(\frac{\pi\tau}{2} - |t|\right),$$

следует также определить условия, при которых движение фоновых электронов плазмы можно тоже считать близким к одномерному. Известно [25, 26], что поперечный размер лазерного импульса в большой степени определяет характер динамики движения фоновых электронов плазмы в так называемом bubble-режиме распространения в ней лазерного импульса. В этом случае пондеромоторная сила со стороны лазерного поля расталкивает электроны плазмы в поперечном направлении и приводит к образованию каверны, размер  $w_0$  которой можно оценить из условия равновесия пондеромоторной силы с силой Лоренца, действующей на электрон со стороны каверны [26]. Данный размер оценивается как  $k_p w_0 \sim \sqrt{a_0}$ , т.е. он зависит от амплитуды лазерного импульса. Ввиду соответствия между размером каверны  $w_0$  и шириной  $\sigma$  лазерного импульса,  $k_p w_0 \sim k_p \sigma$ , в стабильном bubble-режиме амплитуда лазерного импульса и его ширина должны быть согласованы между собой,  $k_p \sigma \sim \sqrt{a_0}$ . Численным моделированием уточнено [27], что данная связь выражается соотношением  $k_p \sigma = 2\sqrt{a_0}$ .

Рассмотренный в данной работе режим взаимодействия лазерного импульса с плазмой, сопровождающийся самоинжекцией электронов плазмы в кильватерную волну, предполагает, что медленным (не высокочастотным) поперечным движением фоновых электронов плазмы при взаимодействии с ними лазерного импульса можно пренебречь по сравнению с их продольным движением. Это означает, что для исключения развития bubble-режима необ-

ходимо, чтобы ширина лазерного импульса для данной амплитуды лазерного импульса  $a_0$  удовлетворяла условию  $k_p \sigma \gg 2\sqrt{a_0}$ . В этом случае в двумерной геометрии следует ожидать, что движение фоновых электронов плазмы близко к одномерному.

Такая оценка была проверена и успешно подтверждена в работе авторов данного способа инжекции электронов в кильватерную волну [16], в которой было проведено двумерное численное моделирование процесса взаимодействия с плазмой линейно поляризованного лазерного импульса с огибающей  $a = a_0 \exp(-r^2/\sigma^2) \cos^2[t/\tau] \operatorname{sgn}(\pi\tau/2 - |t|)$  длительностью  $\tau_{FWHM} = 12.13$  фс при  $\gamma_{ph} = 5-7$ ,  $\lambda_0 = 1$  мкм с характерным поперечным размером  $\sigma = 20\lambda_0$ . В этих условиях для лазерного импульса такой ширины возникает ограничение для амплитуды лазерного импульса  $a_0 \ll 4 \cdot 10^3/\gamma_{ph}^2$ , при выполнении которого, как было продемонстрировано в работе [16], обеспечивается хорошее совпадение в одномерной и двумерной геометриях энергетических характеристик электронного сгустка, сгенерированного лазерным импульсом при взаимодействии с полуограниченной плазмой. При этом было отмечено, что, хотя движение фоновых электронов в данных условиях и является одномерным в том смысле, что в процессе взаимодействия с лазерным импульсом их расстояние  $r$  до оси  $z$  не меняется, характер движения электронов на разных радиусах от оси различается, потому что возбуждающая их движение амплитуда лазерного импульса зависит от  $r$ .

Заряд захваченного в кильватерную волну сгустка электронов также зависит от ширины  $\sigma$  лазерного импульса. На основе расчетов в одномерной геометрии для оценок величины заряда электронного сгустка, генерируемого в результате взаимодействия с плазмой лазерного импульса, имеющего распределение амплитуды в поперечном направлении вида  $a = a_0 \exp(-r^2/\sigma^2)$  с характерным поперечным размером  $\sigma$ , можно использовать формулу

$$Q_{tr} \approx -|e|n_0\sigma^2\Delta z_{tr} \ln \frac{a_0}{a_{th}} = -|e|k_p^{-1}n_0\sigma^2 \sqrt{2 \left( \frac{E_{os}(a_0)}{mc^2} - \gamma_{ph} \right)} \ln \frac{a_0}{a_{th}}, \quad (25)$$

где пороговое значение амплитуды лазерного импульса  $a_{0,th}$  соответствует значению энергии плазменных осцилляторов  $E_{os,th}$ . Расчет показывает, что для лазерного импульса циркулярно поляризованного излучения с  $\lambda_0 = 1$  мкм длительностью  $\tau_{FWHM} = 12$  фс при  $\gamma_{ph} = 5$  пороговое значение амплитуды лазерного импульса примерно равно  $a_{0,th} \approx 4.92$ . Тогда согласно оценке по формуле

(25) получаем, что лазерный импульс с амплитудой огибающей  $a_0 = 5.3$  (соответствует  $E_{os}/mc^2 \approx 5.48$ ) с характерным поперечным размером  $\sigma = 20\lambda_0$ , т. е. мощностью  $P \approx 0.48$  ПВт, генерирует электронный сгусток с зарядом  $Q_{tr} \approx 167$  пКл. При этом в асимптотике электронный сгусток характеризуется малой длительностью примерно 140 ас и относительным разбросом по энергии около 25 %.

Согласно формулам (19), (20), при меньшей амплитуде лазерного импульса будут генерироваться сгустки с меньшим относительным разбросом по энергии, но при этом одновременно уменьшается и их заряд (см. также [28]). Поэтому для сгустков большого заряда данный способ генерации коротких сгустков электронов представляет интерес прежде всего как инжектор в следующую ступень лазерно-плазменного ускорителя, в котором ускоряющие поля намного превышают величину напряженности кильватерного поля в инжекторе при генерации электронного сгустка. В этом случае, несмотря на большой относительный энергетический разброс между электронами в момент инжекции сгустка, за счет малости его длины в сравнении с длиной кильватерной волны и большой напряженности кильватерного поля в ускоряющей ступени лазерно-плазменного ускорителя становится возможным моноэнергетическое ускорение электронного сгустка с зарядом близким к 1 нКл до энергий порядка нескольких гигаэлектронвольт.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование генерации коротких электронных сгустков при прохождении лазерного импульса релятивистской интенсивности через резкую границу плазмы позволяет прояснить основные черты физического механизма, лежащего в основе данного процесса.

Показано, что процесс самоинжекции электронов в кильватерную волну полностью определяется характеристиками плазменных осцилляторов, возбужденных лазерным импульсом, проходящим через плазму. Необходимым условием самоинжекции электронов в первый период кильватерного поля является условие, чтобы энергия плазменных осцилляторов была больше гамма-фактора кильватерной волны лазерного импульса.

Выявлено, что процесс самоинжекции электронов в кильватерную волну начинается с того электрона, который до воздействия на него лазерного импульса находился в глубине плазмы на расстоянии

от ее границы, равном амплитуде его последующих осцилляций, вызванных взаимодействием с лазерным импульсом. В дальнейшем этот электрон становится лидером, т. е. является самым первым в головной части захваченного кильватерной волной сгустка. Основную массу захваченных в кильватерную волну электронов составляют те электроны, которые изначально в невозмущенной лазерным импульсом плазме располагались впереди электрона-лидера, причем их взаимное расположение в захваченном сгустке обратно первоначальному в невозмущенной плазме.

Характеристики плазменных осцилляторов полностью определяют толщину слоя плазмы, из которого все электроны инжектируются в кильватерную волну и формируют в ней сгусток захваченных электронов. Энергия инжектируемых электронов такова, что их скорость близка к фазовой скорости кильватерной волны.

Распределение электронов захваченного сгустка по координате характеризуется их группировкой вблизи электрона-лидера, причем плотность электронов в сгустке может на несколько порядков превышать плотность плазмы. Это соответствует тому, что длина захваченного сгустка много меньше толщины плазменного слоя, в котором данные электроны располагались изначально.

Длина захваченного сгустка формируется за счет эффекта кинематической группировки, который состоит в том, что самоинжекция электрона в кильватерную волну происходит в той пространственной точке и в тот момент времени, когда электрон-лидер вместе с захваченными ранее электронами находится вблизи нее.

В дальнейшем длина захваченного сгустка в процессе последующего ускорения электронов в кильватерной волне из-за разброса в их начальных условиях инжекции электронов и их взаимного расталкивания увеличивается, но при этом стремится асимптотически к некоторому пределу. Асимптотическое значение длины сгустка определяется характеристиками осцилляторов, возбужденных лазерным импульсом в плазме.

Разброс по энергии между электронами в сгустке за счет их расталкивания монотонно увеличивается в процессе их ускорения в кильватерном поле пропорционально длине ускорения, однако относительный разброс по энергии в сгустке на больших длинах ускорения может быть минимизирован за счет аналогичного роста средней энергии электронов в сгустке.

Оценки показывают, что лазерный импульс релятивистской интенсивности посредством рассмотренного в данной работе физического механизма может генерировать при взаимодействии с полуограниченной плазмой электронные сгустки длительностью менее 1 фс с зарядом в несколько сотен пКл.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-50-00124).

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. Ю. Костюков, А. М. Пухов, УФН **185**, 89 (2015).
2. M. Kando, T. Nakamura, A. Pirozhkov et al., *Progr. Theor. Phys. Supp.* **193**, 236 (2012).
3. W. P. Leemans, A. J. Gonsalves, H.-S. Mao et al., *Phys. Rev. Lett.* **113**, 245002 (2014).
4. T. Katsouleas, *Plasma Phys. Control. Fusion* **46**, B575 (2004).
5. D. A. Jaroszynski, R. Bingham, E. Brunetti et al., *Phil. Trans. Roy Soc. A* **364**, 689 (2006).
6. N. E. Andreev and S. V. Kuznetsov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **45**, A39 (2003).
7. С. В. Кузнецов, *Физика плазмы* **40**, 707 (2014).
8. X. J. Wang, X. Qiu, and I. Ben Zvi, *Phys. Rev. E* **54**, R3121 (1996).
9. J. Grebenyuk, T. Mehrling, F. S. Tsung et al., *AIP Conf. Proc.* **1507**, 688 (2012).
10. D. Umstadter, J. K. Kim, and E. Dodd, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2073 (1996).
11. E. Esarey, R. F. Hubbard, W. P. Leemans et al., *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2682 (1997).
12. S. Bulanov, N. Naumova, F. Pegoraro et al., *Phys. Rev. E* **58**, R5257 (1998).
13. A. V. Brantov, T. Zh. Esirkepov, M. Kando et al., *Phys. Plasmas* **15**, 073111 (2008).
14. С. В. Буланов, И. П. Иновенков, Н. М. Наумова и др., *Физика плазмы* **16**, 764 (1990).
15. T. Ohkubo, A. Zhidkov, T. Hosokai et al., *Phys. Plasmas* **13**, 033110 (2006).
16. F. Y. Li, Z. M. Sheng, Y. Liu et al., *Phys. Rev. Lett.* **110**, 135002 (2013).

17. А. И. Ахиезер, Р. В. Половин, ЖЭТФ **30**, 915 (1956).
18. C. B. Schroeder, C. Benedetti, E. Esarey et al., Phys. Rev. Lett. **106**, 135002 (2011).
19. С. В. Кузнецов, Физика плазмы **37**, 242 (2011).
20. С. В. Кузнецов, Физика плазмы **38**, 134 (2012).
21. С. В. Кузнецов, ЖЭТФ **142**, 190 (2012).
22. В. А. Козлов, А. Г. Литвак, Е. В. Суворов, ЖЭТФ **76**, 148 (1979).
23. T. C. Chiou and T. Katsouleas, Phys. Rev. Lett. **81**, 3411 (1998).
24. N. E. Andreev and S. V. Kuznetsov, IEEE Trans. Plasma Sci. **36**, 1765 (2008).
25. A. Pukhov and J. Meyer-ter-Vehn, Appl. Phys. B **74**, 355 (2002).
26. I. Kostyukov, A. Pukhov, and S. Kiselev, Phys. Plasmas **11**, 5256 (2004).
27. W. Lu, M. Tzoufras, C. Joshi et al., Phys. Rev. ST Accel. Beams **10**, 061301 (2007).
28. С. В. Кузнецов, Письма в ЖТФ **42**(14), 52 (2016).