

СТРАТИФИКАЦИЯ ДВУХФАЗНОЙ МОНОДИСПЕРСНОЙ СИСТЕМЫ В ПЛОСКОМ ЛАМИНАРНОМ ПОТОКЕ

*В. Б. Федосеев**

*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
603950, Нижний Новгород, Россия*

*Институт металлоорганической химии им. Г. А. Разуваева Российской академии наук
603137, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 15 мая 2015 г.

Термодинамический подход использован для описания распределения частиц дисперсной фазы в плоском ламинарном течении. Рассмотрено влияние плотности, формы и скорости движения дисперсных частиц в потоке. Описаны условия, при которых возникают различные режимы стратификации потока (пристеночные, центральные, промежуточные и многослойные). Полученные равновесные распределения автомодельны, что позволяет сопоставлять поведение коллоидных, высокодисперсных, грубодисперсных и крупнозернистых систем при различных скорости сдвига и ширине потока.

DOI: 10.7868/S004445101605014X

1. ВВЕДЕНИЕ

Стратификация многофазных течений наблюдается в системах разных масштабов — от коллоидных до геологических. В настоящее время основным методом исследования и описания явления стратификации многофазных течений является численное моделирование. Особенности этого подхода связаны со сложностью обобщения результатов моделирования, полученных для разных исследуемых систем.

В настоящей работе для описания процессов стратификации многофазных течений предложен термодинамический подход. На его основе воспроизведены общие закономерности поведения дисперсных систем в потоке. Эти закономерности позволяют обобщить результаты численного моделирования и наблюдений для систем разного состава, размеров, конфигурации потока. Обладая более высокой предсказательной способностью, термодинамический подход дополняет методы численного моделирования, результаты которого, как правило, существенно зависят от выбора исходного приближения, состава и конфигурации системы.

Из экспериментальных наблюдений многофазных потоков следует, что тела или частицы дисперс-

ной фазы смещаются (мигрируют) перпендикулярно направлению потока в различных направлениях, образуя устойчивые слоистые течения разного типа. Например, в эмульсиях наблюдают пленки и обратные пристеночные течения, пузырьки всплывают преимущественно по центральной области вертикальных восходящих потоков, крупные частицы могут двигаться, сталкиваясь со стенками. Частицы нейтральной плавучести концентрируются или осциллируют на удалении от стенок и центра потока [1, 2]. Исследования приводят к утверждению о существовании равновесных положений частиц разной плотности при разных режимах течения [3]. Экспериментальные и численные исследования показывают, что устойчивое положение отдельных частиц в потоке зависит от множества факторов. К ним относятся форма, скорость, сжимаемость, плотность частиц и среды, влияние частиц соседей и др.

Возрастающее количество экспериментальных, расчетных и обзорных работ свидетельствует о том, что задачи нахождения перераспределения частиц в потоке и определения структуры многофазных течений актуальны в различных областях науки [4–6].

При описании стратификации дисперсных систем в потоке представляет интерес описание коллективного поведения дисперсных частиц. Оно может быть создано на основе одночастичных моделей, рассматривающих поведение отдельных частиц. Коллективные эффекты обычно связывают с

* E-mail: vbfedoseev@yandex.ru

вязким трением и межчастичным гидродинамическим взаимодействием частиц [7]. В подобных моделях распределение частиц определяется градиентами давления, вязкости и скорости потока [8]. Вязкость, в свою очередь, зависит от концентрации (распределения) и свойств частиц [4].

Численные исследования обычно моделируют эволюцию системы во времени. Экспериментальные работы чаще посвящены поиску или наблюдению воспроизводимых, установившихся, стационарных состояний. Общей целью численного моделирования и эксперимента является описание устойчивого распределения частиц дисперсной фазы в потоке. Примеры расчета концентрационных профилей для сильно разбавленной дисперсной системы можно найти в работе [9]. Сопоставление результатов моделирования с экспериментальными наблюдениями поведения суспензий разного типа, состава и концентрации приводится в [9–12].

Вариантом решения проблемы моделирования стратификации многофазных систем может быть поиск равновесных и стационарных состояний методами статистической физики и термодинамики [13, 14]. Термодинамические модели позволяют описать движущие силы, вызывающие массоперенос, и стационарные состояния, в которых эти силы уравновешены [15–17]. Те же оценки показывают, что при определенных условиях многофазная система весьма чувствительна к малым флуктуациям параметров. Особенно это важно, когда устойчивость самих ламинарных течений определяется распределением дисперсной фазы в потоке [18]. При этом воспроизводимость и устойчивость численных решений гидродинамических уравнений сильно зависит от начального приближения и точности вычислений. Здесь термодинамический подход может оказаться предпочтительнее или удобнее детального численного моделирования поведения отдельных частиц или их ансамблей.

В настоящей работе термодинамический подход [15, 17] распространен на описание перераспределения компонентов дисперсной системы в стационарном гидродинамическом потоке.

2. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МНОГОФАЗНОГО ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ

Рассмотрим стационарный поток, сечение, средняя скорость и эюра скоростей которого постоянны. В качестве модели плоского стационарного по-

тока выберем течения Куэтта или Пуазейля. Систему координат свяжем с неподвижной границей потока. Ось x направлена вдоль потока, ось z перпендикулярна стенкам.

Эпюру скоростей опишем выражением

$$v(z) = az + bz^2, \quad (1)$$

где a и b — параметры. При $b = 0$ уравнение (1) описывает течение Куэтта со скоростью сдвига $a = dv/dz$. При $b \neq 0$ уравнение (1) описывает течение Пуазейля. При ширине потока $H = -a/b$ течение симметрично относительно центра. Этот вариант течения Пуазейля рассматривается ниже.

2.1. Единичная частица в ламинарном потоке

Тело, имеющее форму прямоугольного параллелепипеда со сторонами L_x , L_y , L_z и основанием, параллельным стенке потока, движется в ламинарном потоке на расстоянии $z_b \geq L_z/2$ от неподвижной стенки.

Скорости движения тела $v_b(z_b)$ и среды $v_0(z_b)$ могут различаться по величине,

$$v_b(z_b) = v_0(z_b) + \delta v, \quad (2)$$

где $\delta v \equiv \delta v_x$ — скорость движения частицы относительно среды. Скорость миграции частицы поперек потока принята нулевой ($\delta v_z = \delta v_y = 0$).

При отсутствии внешних факторов (гравитационное, вибрационное поля и пр.) в неподвижной системе координат полная энергия W системы тело + среда определяется положением z_b , скоростью $v_b(z_b)$ и свойствами тела (объем, геометрическая форма, плотность) [17]:

$$W = A\rho_0 \int_0^H v_0^2(z) dz + \frac{L_x L_y}{2} \times \int_{z_b - L_z/2}^{z_b + L_z/2} [\rho_b v_b^2(z_b) - \rho_0 v_0^2(z)] dz + \Delta W_{loc}. \quad (3)$$

Здесь параметр A по смыслу пропорционален площади поперечного сечения потока (для определенности можно выбрать квадратное сечение, тогда $A = H^2/2$), H — расстояние между стенками (ширина потока), ΔW_{loc} — вклад кинетической энергии локальных потоков, возникающих в окрестности частицы, $V_b = L_x L_y L_z$ — объем частицы, $m_b = \rho_b V_b$ — масса частицы, ρ_b и ρ_0 — плотность соответственно частицы и среды.

Первое слагаемое в выражении (3) соответствует кинетической энергии среды при отсутствии частицы. Для стационарного потока эта величина является константой, которая не влияет на стратификацию системы. Второе слагаемое соответствует кинетической энергии частицы с учетом кинетической энергии той части среды, которую вытеснила частица. При ограничении рассмотрения медленными течениями, малыми градиентами скорости потока и при небольших отклонениях скорости тела от скорости среды можно пренебречь величиной ΔW_{loc} . В случае сферических частиц в сдвиговом потоке для оценки ΔW_{loc} предложены аналитические выражения [19]. Ниже рассмотрен вклад кинетической энергии вращения частиц (13) и показано, что вращение тела под действием потока в этих условиях можно не учитывать.

Согласно уравнению (3), состояние системы определено положением тела z_b , и эта величина является обобщенной координатой. Ей соответствует обобщенная («выталкивающая») сила $F(z_b) = -dW/dz_b$. Характер зависимости $W(z_b)$ определяет направление действия этой силы, способной вызвать миграцию тел в потоке. Условие $F(z_b) = 0$ определяет устойчивые и неустойчивые состояния равновесия, в которых эта сила отсутствует. Выталкивающая сила является одной из основных причин перераспределения частиц в потоке, в результате которого формируются устойчивые распределения. В работе [17] приведен вид зависимости $W(z_b)$ для тел разной плотности и формы в потоках Пуазейля и Куэтта.

2.2. Дисперсная система в ламинарном потоке

Перейдем от рассмотрения отдельной частицы к описанию свободнодисперсной системы. Для этого полную энергию системы в приближении $\Delta W_{loc} \approx 0$ представим как интеграл, включающий вклады всех частиц:

$$W = A\rho_0 \int_0^H v_0^2(z) dz + \frac{\rho_0 V_b}{2L_z} \times \int_0^H \int_{z_b-L_z/2}^{z_b+L_z/2} \left(\frac{\rho_b}{\rho_0} v_b^2(z_b) - v_0^2(z) \right) dz f(z_b) dz_b, \quad (4)$$

где $f(z) = dn_b/dz$ — функция распределения частиц, $n_b(z)$ — концентрация частиц.

Функция распределения добавляет в описание энтропийный фактор. Это предполагает необходимость перехода к термодинамическому формализму. Равновесному состоянию системы соответствует распределение частиц, которое минимизирует свободную энергию системы (энергию Гиббса). Поиск этого распределения выполняется на основе условия инвариантности механохимических потенциалов компонентов системы в состоянии термодинамического равновесия [20, 21]. Механохимическим потенциалом Π_k далее названа сумма химического потенциала компонента и его потенциальной энергией в некотором внешнем потенциальном поле

$$\Pi_k(z) = \mu_k(z) + u_k(z),$$

где

$$u_k(z) = \frac{dW}{dn_k}, \quad \mu_k(z) = \mu_k^0 + \Theta \ln x_k(z),$$

$\mu_k^0(z)$ — химический потенциал компонента, x_k — концентрация компонента [22, 23]. Если в системе отсутствуют химические и фазовые превращения, стандартные химические потенциалы компонентов μ_k^0 при вычислениях сокращаются.

Для низкомолекулярных компонентов $\Theta = RT$ и $x_k(z)$ — мольная доля частиц на уровне z . Для дисперсных компонентов $\Theta = kT$ и $x_k(z)$ — численная доля частиц. Варианты различаются множителем, равным числу Авогадро. Выбор Θ определяется исключительно удобством представления количественных результатов при вычислениях и, естественно, не влияет на функцию распределения частиц в потоке.

Условие инвариантности механохимического потенциала компонентов для рассматриваемой системы имеет вид

$$\Pi_k = \Theta \ln x_k(z) + \frac{dW}{dn_k(z)} + p(z) V_k = \text{const}, \quad (5)$$

где индексы $k = 0$ и $k = b$ обозначают соответственно дисперсионную среду и дисперсную фазу, $p(z)$ — гидростатическое давление, V_k — объем одной частицы для дисперсных компонентов или мольный объем для коллоидных и низкомолекулярных компонентов.

Далее ограничимся рассмотрением случая разбавленной дисперсной системы с низкомолекулярной дисперсионной средой $x_0 \approx 1$, $dn_0(z) = Adz/V_0$. Для дисперсионной среды

$$\Pi_0 = RT \ln x_0(z) + \frac{\rho_0 V_0 v_0^2(z)}{2} + p(z) V_0 = \text{const}, \quad (6)$$

где V_0 — мольный объем (низкомолекулярного) компонента, образующего дисперсионную среду.

В соответствии с выражением (6) распределение давления в потоке имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta p(z, z_0) &= p(z) - p(z_0) = \\ &= -\frac{RT}{V_0} \ln \frac{x_0(z)}{x_0(z_0)} - \frac{\rho_0}{2} \Delta v^2(z, z_0), \quad (7) \\ \Delta v_b^2(z, z_0) &= v_b^2(z) - v_b^2(z_0), \\ \Delta v^2(z, z_0) &= v^2(z) - v^2(z_0), \end{aligned}$$

где в качестве z_0 может быть выбран любой удобный уровень.

Для разбавленных дисперсных систем с низкомолекулярной дисперсионной средой выражение (7) соответствует уравнению Бернулли. Согласно (7), давление в многокомпонентных системах (в общем случае $x_0(z) \neq \text{const}$ для смесей компонентов разной плотности или размера) может отличаться от распределения давления в однокомпонентных течениях, где $x_0(z) \equiv 1$. Отклонение от уравнения Бернулли может быть существенным в случае высококонцентрированных дисперсных систем ($1 > x_0(z) \neq \text{const}$) и при рассмотрении сжимаемых или деформируемых компонентов, а также сыпучих сред.

Механохимический потенциал дисперсной фазы, состоящей из тождественных одинаково ориентированных прямоугольных частиц после подстановки (7) принимает вид

$$\begin{aligned} \Pi_b &= \Theta \ln x_b(z) + \frac{\rho_b V_b v_b^2(z)}{2} + \\ &+ \frac{V_b}{L_z} \int_{z-L_z/2}^{z+L_z/2} p(q) dq = \text{const}. \quad (8) \end{aligned}$$

Равновесное распределение дисперсных частиц получается из (7), (8) в виде

$$\begin{aligned} \ln \frac{n_b(z)}{n_b(z_0)} &= -\frac{V_b}{\theta L_z} \int_{z-L_z/2}^{z+L_z/2} \Delta p(q, z_0) dq - \\ &- \frac{\rho_b V_b}{2kT} \Delta v_b^2(z, z_0). \quad (9) \end{aligned}$$

Для разбавленной дисперсной системы с низкомолекулярной однокомпонентной дисперсионной средой ($x_0(z) = 1$) распределение (9) упрощается до

$$\begin{aligned} n_b(z, z_0) &= n_b(z_0) \exp \left\{ -\frac{\rho_b V_b \Delta v_b^2(z, z_0)}{2\theta} \times \right. \\ &\times \left. \left[1 - \frac{\rho_0}{\rho_b L_z} \int_{z-L_z/2}^{z+L_z/2} \frac{\Delta v^2(q, z_0)}{\Delta v_b^2(z, z_0)} dq \right] \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

Прежде чем перейти к результатам моделирования, перечислим использованные ограничения и приближения:

- свободнодисперсные разбавленные системы;
- малые скорости сдвига и медленные течения (приближение $\Delta W_{loc} = 0$);
- низкомолекулярная несжимаемая дисперсионная среда;
- дисперсные частицы имеют одинаковые размеры и форму (ниже рассмотрены только кубические, $L_x = L_y = L_z$);
- дисперсные частицы несжимаемые и недеформируемые;
- ориентация всех частиц в потоке одинакова;
- дисперсные частицы не вращаются (см. разд. 2.5);
- направления движения дисперсных частиц и потока совпадают;
- скорость частиц относительно потока не зависит от положения в потоке, $\delta v(z) = \text{const}$.

Эти условия позволяют исключить из рассмотрения силы трения и силы, зависящие от ускорения (Магнуса, Саффмана, Бассе – Буссинеска, Стокса) [17].

Отказ от перечисленных ограничений может существенно расширить область применимости термодинамического описания или круг рассматриваемых объектов (в частности, сыпучие среды).

2.3. Стратификация дисперсной системы в течении Куэтта

Уравнения (7)–(10) описывают ряд характерных состояний дисперсной системы в ламинарном потоке.

Начнем с предельного случая, когда частицы имеют размеры, сопоставимые с размером молекул дисперсионной среды, и $\delta v = 0$. Тогда

$$\int_{z-L_z/2}^{z+L_z/2} \frac{\Delta v^2(q, z_0)}{\Delta v^2(z, z_0)} dq \approx L_z$$

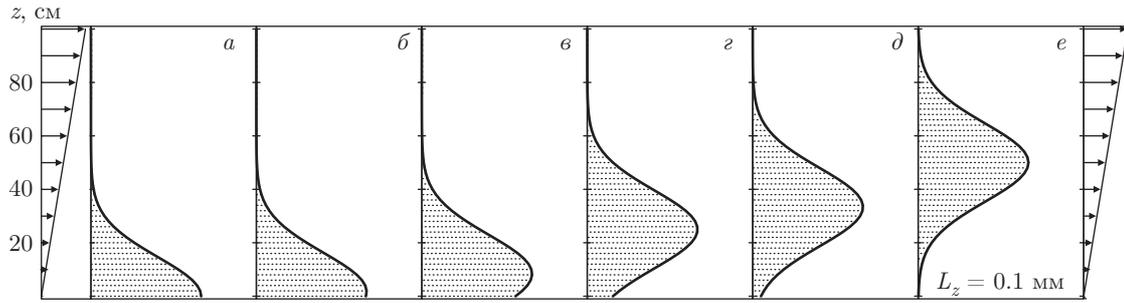


Рис. 1. Распределения дисперсной фазы в сдвиговом потоке (скорость сдвига $a = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ или $v(100 \text{ см}) = 4 \text{ см/ч}$, частицы кубической формы с $L_z = 100 \text{ мкм}$, $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$, $\rho_b = 2.5 \text{ г/см}^3$) при $\delta v [\text{мм/ч}] = 0$ (а), -4 (б), -8 (в), -14 (г), -20 (д), -24 (е). Распределения нормированы по максимальному значению. Стрелки справа и слева соответствуют эпюрам скоростей потока

и интеграл в уравнении (10) сокращается. При этом соотношения (7)–(10) воспроизводят термодинамическое описание истинных растворов в условиях внешнего поля [24]. Оно было применено при моделировании не только истинных, но и реальных растворов с химическими и фазовыми превращениями в центробежном и акустическом поле [25, 26]. Модель реального раствора во внешнем поле можно рекомендовать для описания течения связнодисперсных систем.

Для более крупных дисперсных частиц подстановка выражения (1) в (10) приводит к более громоздким выражениям. В частности, для течения Куэтта (при $b = 0$) имеем

$$\Delta v^2(q, z_0) = a^2 (q^2 - z_0^2),$$

$$\int_{z-L_z/2}^{z+L_z/2} (q^2 - z_0^2) dq = \frac{L_z^3}{12} + L_z (z^2 - z_0^2),$$

$$\Delta v_b^2(z, z_0) = a^2 (z^2 - z_0^2) \left(1 + \frac{2\delta v}{a(z + z_0)} \right) = \Delta v^2(z, z_0) \left(1 + \frac{2\delta v}{a(z + z_0)} \right).$$

Выбрав за нулевой уровень в течении Куэтта пристеночное положение $z_0 = 0$, получим из (10) распределение

$$n_b(z) = n_{b,0} \exp \left\{ -\frac{\rho_b V_b}{2\theta} a^2 L_z^2 \left[\frac{z^2}{L_z^2} \left(1 + \frac{2\delta v}{az} \right) - \frac{\rho_0}{\rho_b} \left(\frac{z^2}{L_z^2} + \frac{1}{12} \right) \right] \right\}, \quad (11)$$

где $n_{b,0}$ — концентрация дисперсных частиц около неподвижной стенки потока.

Это распределение может иметь экстремум, положение z_e которого определяется скоростью сдвига, размером и скоростью частиц, плотностью среды и частиц. Экстремум находится из условия равенства нулю выражения в квадратных скобках в уравнении (11), откуда получаем

$$z_e = \frac{\frac{\delta v}{a} \pm L_z \sqrt{\left(\frac{\delta v}{aL_z} \right)^2 - \frac{d-1}{12}}}{d-1}, \quad (12)$$

$$d = \frac{\rho_0}{\rho_b}, \quad z_e > 0.5L_z.$$

Таким образом, при $\delta v \neq 0$ и $d \neq 1$ на удалении z_e от неподвижной стенки в сдвиговом потоке следует ожидать образования прослойки либо с повышенной концентрацией дисперсных частиц, либо обедненной дисперсной фазой. Оба варианта показаны на рис. 1 и 2.

Максимум (рис. 1) образуется для частиц с плотностью $\rho_b > \rho_0$, отстающих от дисперсионной среды $\delta v < 0$. Такая ситуация может возникнуть в гравитационном поле в восходящих потоках. Распределения нормированы по максимальному значению. Опережающие поток частицы ($\delta v \geq 0$) концентрируются около неподвижной стенки.

Частицы с высокой плавучестью ($\rho_b < \rho_0$) ведут себя иначе. Их концентрация возрастает на большом удалении от $z = 0$ (рис. 2). Поэтому распределения на рис. 2 нормированы условием $n_{b,0} \equiv 1$. Частицы, опережающие дисперсионную среду, $\delta v > 0$, образуют на некотором удалении от неподвижной стенки обедненный дисперсной фазой слой. Ширина этого слоя зависит от скорости движения дисперсных частиц относительно среды, δv . В непосредственной близости от неподвижной стенки легкие частицы

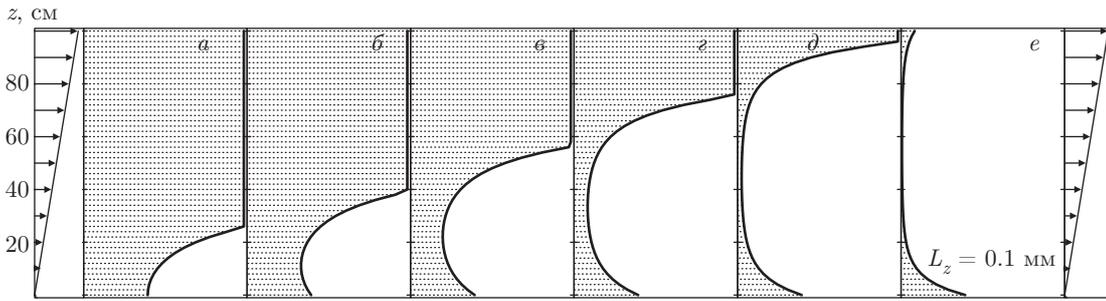


Рис. 2. Распределения дисперсной фазы в сдвиговом потоке (скорость сдвига $a = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, частицы кубической формы с $L_z = 100 \text{ мкм}$, $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$, $\rho_b = 0.1 \text{ г/см}^3$) при $\delta v \text{ [см/ч]} = 0$ (а), 4 (б), 8 (в), 12 (г), 16 (д), 20 (е). Распределение нормировано условием $n_{b,0} = 1$

при $\delta v > 0$ могут образовывать пристеночный слой с повышенной концентрацией.

Распределение (11) является автомодельным. Оно сохраняет вид при изменении скорости сдвига a , если обратно пропорционально изменить L_z , δv и масштаб по оси z . Таким образом, распределения крупных частиц в широком медленном сдвиговом течении и мелких частиц в быстром узком течении Куэтта подобны.

2.4. Стратификация дисперсной системы в течении Пуазейля

Для течения Пуазейля (при $b \neq 0$) подстановка соотношения (1) в выражения (7) для Δv^2 и Δv_b^2 дает

$$\Delta v^2(q, z_0) = (q - z_0) [a + b(q + z_0)] \times [a(q + z_0) + b(q^2 + z_0^2)],$$

$$\begin{aligned} \Delta v_b^2(z, z_0) &= (z - z_0) [a + b(z + z_0)] \times \\ &\times [a(z + z_0) + b(z^2 + z_0^2) + 2\delta v] = \\ &= \Delta v^2(z, z_0) \left(1 + \frac{2\delta v}{a(z + z_0) + b(z^2 + z_0^2)} \right). \end{aligned}$$

Интегрирование этих величин не приводит к удобным аналитическим формулам. Поэтому для течения Пуазейля результаты представлены только в виде численных оценок.

Если $\rho_b V_b \Delta v_b^2(z, z_0) \gg \Theta$ (массивные или быстро движущиеся в среде дисперсные частицы), то уравнение (10) описывает очень узкие распределения, существующие только в окрестности максимумов z_e . Для их построения в качестве нулевого уровня z_0 следует выбирать z_e . Тогда условие $\Delta v_b^2(z_e, z_0) = 0$ нормирует экспоненциальную часть по максимальному в рассматриваемом потоке значению.

На рис. 3–5 показаны распределения дисперсной фазы в плоском симметричном течении Пуазейля (1) шириной 1 м. Дисперсная система имеет следующие характеристики: плотность дисперсионной среды во всех расчетах равна 1 г/см^3 ; частицы имеют кубическую форму, различаются по размерам и скорости δv .

На рис. 3 представлены распределения для дисперсной фазы, плотность которой превышает плотность дисперсионной среды.

При $\delta v = 0$ распределение (10) моделирует слои с повышенной концентрацией частиц около стенок. С увеличением скорости отставания частиц от среды ($\delta v < 0$) эти слои отрываются от стенок и смещаются к центру потока. Выше некоторого значения δv эти слои сливаются, образуя центральный слой с унимодальным распределением. Подобные кольцевые течения с разным удалением от центра потока и стенок (рис. 3) известны достаточно давно [1, 27]. Радиальные распределения очень похожего вида для эритроцитов и тромбоцитов приведены в работе [28].

Для частиц с нейтральной плавучестью ($\rho_0 = \rho_b$) характерны два типа распределения (рис. 4). Опе­режающие поток частицы концентрируются у стенок, отстающие — в центре. Распределения переходят одно в другое в очень малой окрестности $\delta v = 0$. Таким образом, малейшая флуктуация скорости частиц способна изменить направление действия выталкивающей силы.

Следствием малой величины выталкивающей силы может быть осциллирующее или блуждающее поведение тел с нейтральной плавучестью [1, 2, 5, 29, 30]. Распределение этих частиц при малых δv может определяться влиянием сил трения и инерции (Стокса, Саффмана, Магнуса). Эти взаимодействия тоже могут быть учтены в термодинамической мо-

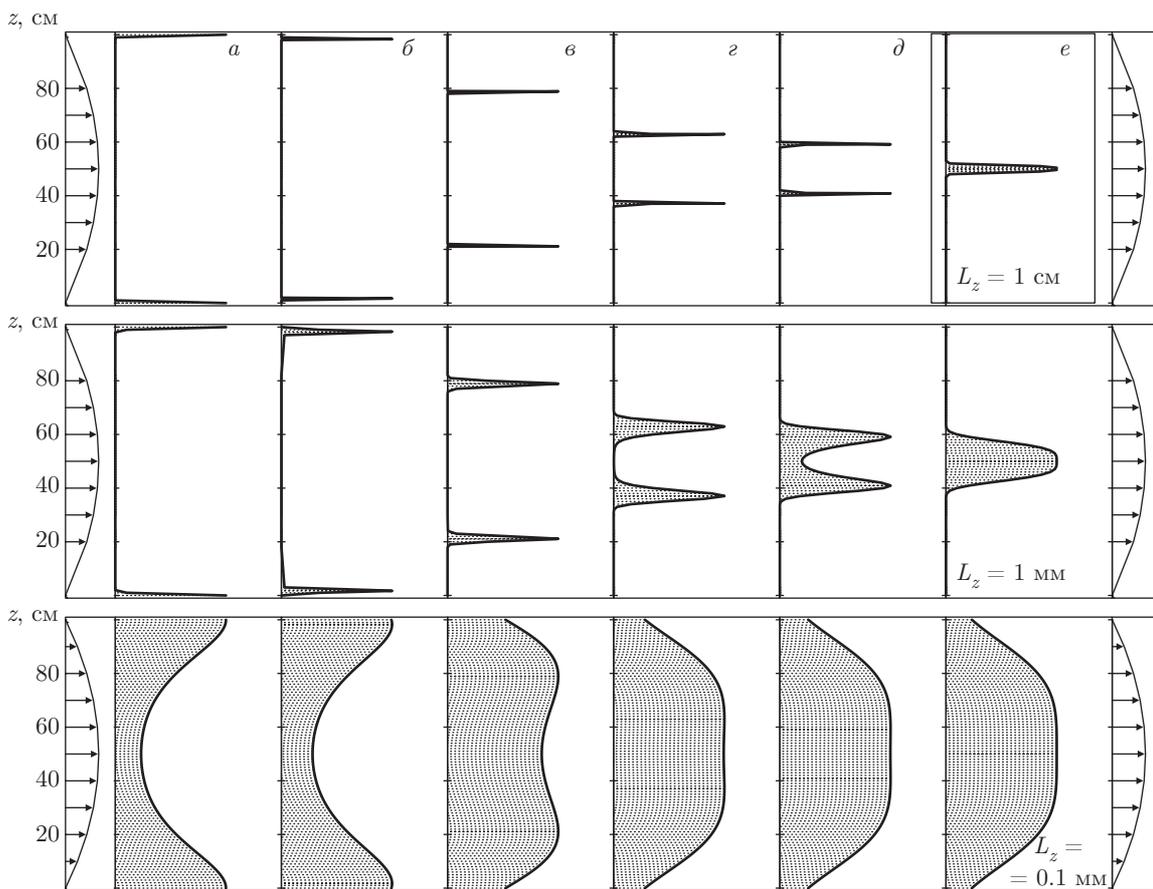


Рис. 3. Распределения дисперсной фазы в потоке Пуазейля (при $a = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $b = -a [\text{м}^{-1}]$, $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$, $\rho_b = 2.5 \text{ г/см}^3$ для частиц кубической формы с $L_z = 1 \text{ см}$, 1 мм , 0.1 мм) при $\delta v [\text{мм/ч}] = 0$ (а), -0.4 (б), -4 (в), -5.6 (г), -5.8 (д), -6 (е) и скорости течения в центре потока 1 см/ч . Распределения нормированы по максимальному значению

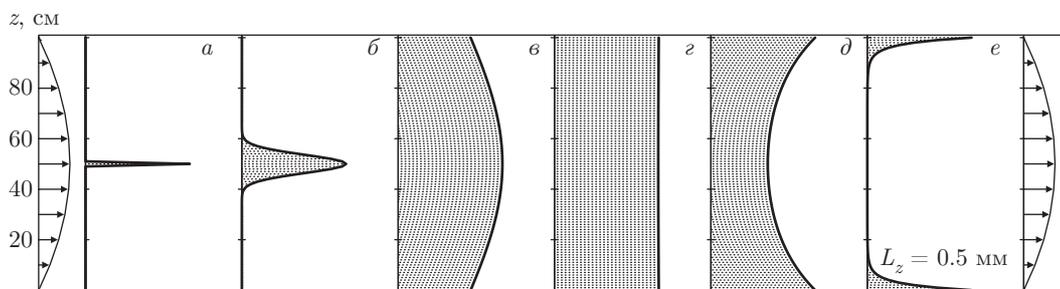


Рис. 4. Распределения дисперсной фазы с нейтральной плавучестью ($\rho_0 = \rho_b = 1 \text{ г/см}^3$) в потоке Пуазейля ($a = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, $b = -a [\text{м}^{-1}]$, скорость потока в центре 1 м/ч), при $\delta v [\text{мм/ч}] = 40$ (а), -0.04 (б), -0.0004 (в), -0.00025 (г), 0 (д), 0.0004 (е). Распределения нормированы по максимальному значению

дели, если отказаться от приближения $\Delta W_{loc} = 0$ и допустить вращение частиц.

Для частиц с высокой плавучестью ($\rho_0 > \rho_b$) термодинамическая модель описывает режим, при котором сосуществуют пристеночный и центральный слои (рис. 5). Как и в случае частиц с большей плот-

ностью (см. рис. 3), изменение размера частиц и скорости потока сопровождается изменением ширины распределений.

Рисунки 2–5 демонстрируют, что устойчивые пристеночные и центральные течения дисперсной фазы могут образовывать частицы любой плотности.

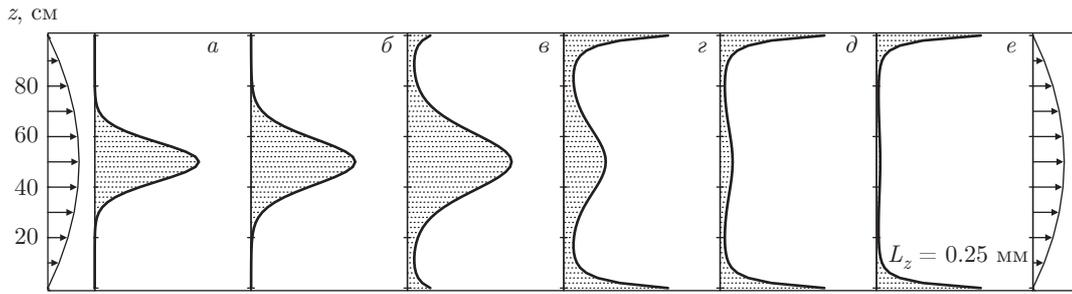


Рис. 5. Распределения дисперсной фазы в потоке Пуазейля ($a = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $b = -a \text{ [м}^{-1}\text{]}$, $\rho_b = 0.5 \text{ г/см}^3$, $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$, скорость потока в центре 1 см/ч), при $\delta v \text{ [мм/ч]}$ — 4 (а), 0 (б), 4 (в), 5.6 (г), 6.4 (д), 7.2 (е). Распределения нормированы по максимальному значению

Однако лишь для легких частиц устойчивое пристеночное и центральное течения могут существовать одновременно. Подобный эффект стенки описан еще Пуазейлем и продолжает оставаться предметом исследований [31, 32].

Автомодельность уравнения (10) проявляется и для течения Пуазейля. Поведение мелких частиц в быстрых узких потоках воспроизводит поведение крупных частиц в медленных широких потоках. Практически одинаковые распределения получаются (при $\rho_0 \neq \rho_b$), если изменить скоростные параметры ($a, b, \delta v$) в n раз, а размер частиц в $n^{-2/3}$ раз. Подобные распределения для частиц разного размера могут быть получены и при изменении ширины ($H = -a/b$) потока.

Скорость движения частиц относительно дисперсионной среды, δv , существенно влияет на форму распределения дисперсной фазы в потоке. Можно назвать некоторые причины отклонения скорости частиц от скорости дисперсионной среды ($\delta v \neq 0$) во всех рассмотренных случаях.

Прежде всего — это наличие внешних полей, взаимодействующих с компонентами системы (гравитационного, центробежного, акустического и др.). В этом случае возможны существенные различия между скоростью частиц и среды. Наиболее актуальны восходящие или нисходящие потоки при $\rho_b \neq \rho_0$ [32–34]. Влияние поля вибраций обсуждается в работах [25, 35, 36].

Другая причина возникновения δv — это миграция частиц поперек потока. Поперечная миграция переносит частицу в область потока с другой скоростью среды. Под действием сил трения, частица выравнивает свою скорость со скоростью среды, но эта релаксация сопровождается изменением выталкивающей силы, которая способна вызвать миграцию частицы в другую часть потока. В результате

двигавшиеся по разным траекториям частицы будут иметь разные по величине и направлению скорости δv . В этом случае $\delta v(z) \neq \text{const}$ и скорость частиц становится функцией z , скорости поперечной миграции частиц и распределения частиц в потоке. Кинетическое описание такого процесса для отдельных частиц может оказаться неоднозначным и малополезным.

2.5. Влияние геометрических характеристик частиц на их распределение в потоке

Согласно уравнению (10), стратификация дисперсной системы в потоке зависит, по крайней мере, от двух геометрических характеристик частиц — объема V_b частиц и размера L_z .

Показатель экспоненты пропорционален V_b ; это определяет толщину слоев. Чем меньше объем частиц, тем более широкие распределения они образуют. Это демонстрирует рис. 3 для кубических частиц. Этот же результат подтвержден численным моделированием в работе [37], где также обсуждаются экспериментальные наблюдения.

Размер частиц L_z влияет на положение экстремума. Уравнение (12) явно описывает эту зависимость для частного случая. Кроме того, из (10) следует, что чувствительность к размеру L_z повышается с ростом плавучести частиц. Ориентация неравноосных частиц меняет величину L_z и влияет на положение экстремумов распределения. Для отдельных частиц одинакового объема, имеющих форму параллелепипеда, эта закономерность обсуждается в работе [17]. Зависимость равновесного положения от ориентации частиц является дополнительным фактором, влияющим на устойчивость ламинарных потоков дисперсных систем [18].

Кинетические модели тоже не дают однозначных результатов при описании движения одиночной цилиндрической частицы в сдвиговом потоке [38]. Термодинамическая интерпретация позволяет предположить, что одной из причин этой неоднозначности является зависимость положения равновесия от ориентации частиц.

2.6. Влияние вращения частиц на их распределение в потоке

Выражения для полной энергии (3) и механохимического потенциала частицы (8) позволяют оценить влияние вращения частиц на их распределение.

Вклад вращения отдельной частицы вокруг главной оси инерции в полную энергию системы или в механохимический потенциал определяется центральным моментом инерции I_b частицы и угловой скоростью ω :

$$W_\omega = \frac{1}{2} I_b \omega^2. \quad (13)$$

Рассмотрим простой случай, когда ось вращения совпадает с координатой y и частица имеет форму куба,

$$I_b = \frac{1}{6} m_b L_z^2, \quad m_b = \rho_b V_b.$$

Вращение частицы связано с разностью скоростей потока около ее разных граней. Верхнюю оценку угловой скорости можно представить как

$$\omega = \frac{v(z + 0.5L_z) - v(z - 0.5L_z)}{L_z}.$$

С учетом соотношения (1) получим

$$W_\omega = \frac{1}{12} m_b L_z^2 (a^2 + 4abz + 4b^2 z^2).$$

Прежде всего отметим, что в потоке Куэтта ($b = 0$) величина W_ω практически не зависит от z и не влияет на распределения (11), приведенные на рис. 1, 2.

В потоке Пуазейля величина W_ω максимальна у стенки и монотонно убывает до нуля к центру. С ней можно связать дополнительную выталкивающую силу, направленную к центру потока.

Сопоставим вклад W_ω с вкладом поступательного движения частицы,

$$\frac{1}{2} m_b v_b^2 = \frac{1}{2} m_b (az + bz^2 + \Delta v)^2.$$

Для частиц,двигающихся с опережением потока, поступательная энергия существенно превышает вклад W_ω , особенно в центральной части потока.

Для них вращение практически не оказывает влияния на распределения частиц в потоке.

Минимальное расстояние, на котором может находиться вращающаяся кубическая частица без столкновения со стенкой, равно $z = \sqrt{2}L_z/2$ или $z = \sqrt{3}L_z/2$ при вращении вокруг диагонали. На этом расстоянии вклад W_ω максимален и в тонком пристеночном слое достигает 30%. С удалением от стенки этот вклад очень быстро убывает. Учет вращения частиц,двигающихся вместе с потоком, может проявиться в незначительном уширении пристеночных слоев дисперсной фазы.

Для отстающих от потока частиц ($\Delta v < 0$) могут существовать узкие слои, в которых $az + bz^2 + \Delta v \approx 0$. В таких областях вклад W_ω доминирует и учет вращения частиц должен вызвать сдвиг слоя дисперсной фазы к центру потока. Однако вклады поступательного и вращательного движений частиц зависят от z соответственно как z^4 и z^2 . Поэтому и в этом случае учет вращения не вызовет заметных изменений распределений, показанных на рис. 3–5.

В оценке рассмотрена максимальная угловая скорость частиц, создаваемая потоком. Более высокие скорости могут возникать под действием внешних факторов или при быстрой поперечной миграции частиц. Силы трения, возникающие в вязкой среде, снижают угловую скорость и влияние вращательного движения частиц при стратификации дисперсной системы в потоке.

Также следует отметить, что вращение частиц влияет и на величину ΔW_{loc} , которая в использованном приближении не рассматривается. Аспекты, связанные с вязкостью дисперсионной среды, выходят за рамки предложенной термодинамической модели. Однако они могут быть актуальны при рассмотрении быстрых многофазных течений.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Переход от рассмотрения поведения отдельных частиц в потоке к изучению описанного в этой работе течения дисперсных систем является переходом от формализма механики к термодинамическому формализму.

Предложенный термодинамический подход обобщает множество экспериментальных наблюдений и результатов численного моделирования.

Общие закономерности процесса стратификации многофазных течений получены в работе на основе принципа минимума свободной энергии. Закономерности представлены распределениями (10) для дис-

перной фазы в потоке, которые воспроизводят все типы стратификации многофазных течений (кольцевые, осевые, пристеночные), см. рис. 1–5. Описанные распределения можно интерпретировать как состояния термодинамического равновесия многофазной системы в стационарном потоке. Такие состояния при численном моделировании могут выполнять роль аттрактора. Это упрощает выбор исходных приближений и интерпретацию результатов моделирования.

Автомодельные свойства приведенных уравнений позволяют моделировать образование слоистых структур в системах разного фазового состава и масштаба.

Термодинамическая модель, в которой единичная частица движется прямолинейно и равномерно вместе с потоком среды [17], практически не выходит за рамки классической механики. При описании дисперсных систем необходимо введение функций распределения частиц. Это предполагает появление энтропийного фактора и использование термодинамических функций. Энтропийный вклад мал, но актуален в окрестностях экстремумов полной энергии системы (4). С ним можно связать появление дополнительной обобщенной (термодинамической) силы, которая зависит от градиента концентрации дисперсной фазы. В свободнодисперсной разбавленной системе эта сила направлена противоположно выталкивающей силе в сторону уменьшения концентрации дисперсных частиц. В связнодисперсных системах она может вызвать уплотнение слоя дисперсной фазы.

С учетом использованных при моделировании ограничений и приближений можно выделить основные факторы, определяющие структуру двухфазного потока разбавленной свободнодисперсной системы. Ими являются плотность компонентов дисперсной системы, размеры, форма, объем, скорость движения дисперсной фазы и характеристики сдвигового потока.

Для грубодисперсных и крупнозернистых систем термодинамически равновесное распределение в общем случае существует только в окрестности минимумов энергии. Мелкодисперсные фракции распределяются в потоке более равномерно, чем крупнозернистые. Для полидисперсных смесей следует ожидать реализации многослойных распределений.

Следует обратить внимание на то, что полученные равновесные распределения (10), (11) не зависят от вязкости среды. Они описывают состояние системы с минимальной свободной энергией и не рассматривают путь, которым система приходит

в это состояние. Вязкость определяет время перехода системы из некоторого исходного состояния (например, однородного) в равновесное стратифицированное состояние. Это делает термодинамический подход полезным и при рассмотрении очень медленных вязкопластических течений твердых материалов [39].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (соглашение 15-13-00137).

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. И. Нигматулин, *Динамика многофазных сред*, Наука, Москва (1987).
2. Г. Уоллис, *Двухфазные одномерные течения*, Мир, Москва (1972).
3. A. Hogg, *J. Fluid Mech.* **272**, 285 (1994).
4. K. H. Min and C. Kim, *AIChE J.* **56**, 2539 (2010).
5. K. Yapici, R. L. Powell, and R. Phillips, *Phys. Fluids* **21**, 053302 (2009).
6. А. Ю. Вараксин, *Турбулентные течения газа с твердыми частицами*, Физматлит, Москва (2003).
7. R. J. Phillips, R. C. Armstrong, R. A. Brown et al., *Phys Fluids A* **4**, 30 (1992).
8. A. Shauly, A. Wachs, and A. Nir, *J. Rheol.* **42**, 1329 (1998).
9. A. A. Osipov and E. S. Asmolov, *Phys. Fluids* **20**, 123301 (2008).
10. D. Semwogerere and E. R. Weeks, *Phys. Fluids* **20**, 043306 (2008).
11. A. Ahuja and A. Singh, *J. Rheol.* **53**, 1461 (2009).
12. J. Matas, J. Morris, and E. Guazzelli, *Sci. Technol.* **59**, 59 (2004).
13. Л. И. Зайчик, В. М. Алипченков, *Статистические модели движения частиц в турбулентной жидкости*, Физматлит, Москва (2007).
14. Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис, *Элементы математической физики*, Наука, Москва (1973).
15. В. Б. Федосеев, *Нелинейный мир* **8**, 143 (2010).
16. В. Б. Федосеев, *Вестник научно-технического развития* **9**, 14 (2011).
17. В. Б. Федосеев, *ЖТФ* **85**, 13 (2015).
18. С. А. Боронин, А. Н. Осипцов, *Изв. РАН, сер. МЖГ*, вып. 1, 76 (2008).

19. А. М. Кутепов, А. Д. Полянин, З. Д. Запryanов, А. В. Вязьмин, Д. А. Казеин, *Химическая гидродинамика: справочник*, Квантум, Москва (1996).
20. Д. В. Гиббс, *Термодинамические работы*, Гостехиздат, Москва–Ленинград (1950).
21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1976).
22. Г. А. Абакумов, В. Б. Федосеев, *ЖФХ* **78**, 563 (2004).
23. Г. А. Абакумов, В. Б. Федосеев, *Вестник КГТУ*, вып. 1, 101 (2010).
24. Г. А. Абакумов, В. Б. Федосеев, *ЖФХ* **78**, 609 (2004).
25. G. A. Abakumov and V. B. Fedoseev, in *Proc. of the XV Session of the Russian Acoustical Society*, Nizhny Novgorod (2004), Vol. 1, p. 78.
26. Г. А. Абакумов, В. Б. Федосеев, *ДАН* **383**, 661 (2002).
27. G. Segré and A. Silberberg, *J. Fluid Mech.* **14**, 136 (1962).
28. P. A. Aarts, S. A. van den Broek, G. W. Prins et al., *Arterioscler. Thromb. Vasc. Biol.* **8**, 819 (1988).
29. P. G. Saffman, *J. Fluid Mech.* **1**, 249 (1956).
30. L. Wakaba and S. Balachandar, *Int. J. Multiph. Flow.* **31**, 996 (2005).
31. B. Arcen, A. Tanière, and B. Oesterlè, *Int. J. Multiph. Flow.* **32**, 1326 (2006).
32. X. Zheng and Z. Silber-Li, *Appl. Phys. Lett.* **95**, 124105 (2009).
33. C. Kim, *Korea–Australia Rheology J.* **13**, 19 (2001).
34. L. E. van Riemsdijk, J. P. Snoeren, A. J. van der Goot et al., *J. Food Eng.* **101**, 394 (2010).
35. A. V. Straube, D. V. Lyubimov, and S. V. Shklyaev, *Phys. Fluids* **18**, 53303 (2006).
36. H. Fujimoto, M. Kubo, T. Hama, and H. Takuda, *Adv. Mech. Eng.* **2**, 121326 (2010).
37. M. Bayareh and S. Mortazavi, *World Acad. Sci. Eng. Technol.* **37**, 287 (2010).
38. П. А. Титаренко, В. А. Куничан, *Ползуновский вестник*, вып. 3, 150 (2007).
39. Д. Е. Савельев, В. Б. Федосеев, *Руды и металлы*, вып. 5, 35 (2011).