

# МОДЕЛЬ РАСПЛЕСКИВАНИЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В КАТОДНОМ ПЯТНЕ ВАКУУМНОГО ДУГОВОГО РАЗРЯДА

М. А. Гашков<sup>а</sup>, Н. М. Зубарев<sup>а,б\*</sup>, О. В. Зубарева<sup>а</sup>, Г. А. Месяц<sup>а,б</sup>, И. В. Уйманов<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук  
620016, Екатеринбург, Россия

<sup>б</sup> Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 7 октября 2015 г.

Исследуется формирование микроструй при вытеснении расплавленного металла давлением плазмы из кратеров, образующихся на катоде при горении вакуумной дуги. Предложена аналитическая модель расплескивания жидкого металла, включающая две стадии. На первой стадии движение жидкости обладает осевой симметрией, происходит формирование жидкометаллического вала, окружающего кратер. На второй стадии осевая симметрия нарушается в результате развития неустойчивости Рэля–Плато верхней части вала. Показано, что процесс распада вала носит пороговый характер; найдены минимальные значения давления плазмы и протекающего через кратер электрического тока, необходимые для реализации режима расплескивания жидкого металла. В рамках модели определены основные пространственные и временные характеристики процесса формирования струй.

DOI: 10.7868/S0044451016040180

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Основные свойства вакуумного дугового разряда определяются процессами в небольшой, ярко светящейся области на катоде, через которую осуществляется токоперенос с межэлектродным промежутком. Эта область (катодное пятно) включает в себя активную часть поверхности катода, нагретую до температур, превышающих температуру плавления, и прикатодную плазму. Согласно [1], катодное пятно вакуумной дуги состоит из отдельных фрагментов — ячеек. Электрический ток, протекающий через ячейку, ограничен (он измеряется единицами ампер), а общий ток дуги складывается из токов отдельных ячеек. Это положение легло в основу эктонной модели катодного пятна [2–4], которая также предполагает циклический характер функционирования ячеек. Ячейки катодного пятна имеют характерный микронный пространственный масштаб и время жизни несколько десятков наносекунд. Действительно, горение разряда приводит к образованию следов на поверхности катода, которые имеют субструктуру в виде отдельных кратеров. Бы-

ло установлено, что в диапазоне токов дуги от единиц до нескольких десятков ампер наиболее вероятный диаметр кратера слабо зависит от тока и составляет для медного [5] и вольфрамового [6] катодов несколько микрометров. В работе [6] также было проведено исследование времен формирования кратеров при токах близких к пороговому значению, ниже которого происходит самопроизвольное погасание разряда. Путем прямого осциллографирования тока дуги было показано, что время протекания тока через область одиночного кратера составляет 25–50 нс. Эти результаты согласуются с данными *in situ* наблюдений собственного свечения катодного пятна с наносекундным временным и микронным пространственным разрешениями [7,8], подтверждающих наличие у него квазипериодически перестраивающейся ячеистой структуры.

Кратеры формируются в результате вытеснения расплавленного металла под действием давления со стороны плазмы катодного пятна вакуумной дуги [2–4, 9]. Прямым экспериментальным доказательством такого воздействия является измеренная Танбергом [10] сила отдачи, действующая на катод. Процесс вытеснения расплава, как правило, сопровождается формированием микроструй, которые затем распадаются на микрокапли — см., например,

\* E-mail: nick@ierp.uran.ru

фотоснимки из работ [6,11]. Интерес к исследованию динамики жидкой фазы при формировании кратеров обусловлен тем, что электрический взрыв струй жидкого металла при их взаимодействии с катодной плазмой может приводить к инициированию новых ячеек катодного пятна [2–4, 12], т. е. обеспечивать самоподдержание вакуумного дугового разряда. Моделирование взрывоэмиссионных процессов в микронеоднородности на поверхности катода в рамках нестационарной двумерной двухтемпературной магнитогазодинамики и ионизационной кинетики с использованием широкодиапазонного уравнения состояния вещества проводилось в работе [13]. В ней было показано, что длительность взрывного расширения вещества, когда давление в области перехода металл–плазма выше критического значения, не превосходит 2 нс. За это время формируется фазовая граница жидкий металл–плазма, а на катоде образуются микронное углубление с зоной расплава.

Процесс вытеснения жидкого металла из формирующихся кратеров удобно разделить на две стадии. На первой стадии движение жидкости является осесимметричным; она образует по контуру кратера расширяющийся вал. Полуаналитическая модель этой стадии, основанная на предположении о постоянстве толщины слоя расплава, была предложена в работе [14]. Численное моделирование тепло-массопереноса в двумерной осесимметричной постановке осуществлено в недавней работе [15]. На второй стадии (стадия распада вала на струи и капли) движение жидкости теряет осевую симметрию, т. е. становится трехмерным. По предварительным оценкам работы [16] за распад вала и, как следствие, расплескивание жидкого металла, ответственна имеющая капиллярную природу неустойчивость Рэлея – Плато (РП). Эта неустойчивость, согласно исследованиям [17], ответственна за формирование струй при падении капель жидкости на плоскую твердую поверхность. На аналогию между расплескиванием жидкости в катодном пятне вакуумной дуги и указанной классической гидродинамической задачей указывалось в работах [18,19].

Для развития неустойчивости РП требуется, чтобы кромка формирующегося вокруг кратера вала (она скругляется капиллярными силами) была близкой к цилиндрической. Это подтверждается прямым численным моделированием начальной (осесимметричной) стадии вытеснения расплава из кратера [15], результаты которого подсказывают удобную для создания аналитической модели форму кромки вала в виде тора.

В классическом случае неустойчивость РП развивается в цилиндрической струе жидкости и приводит к ее разбиению на отдельные капли. Эта неустойчивость обусловлена стремлением системы к уменьшению площади свободной поверхности жидкости под действием капиллярных сил. При осесимметричной деформации поверхности жидкого цилиндра радиусом  $r$  его площадь уменьшается, если для длины волны возмущения границы  $\lambda$  справедливо [20] соотношение

$$\lambda > 2\pi r. \quad (1)$$

Данное условие является критерием развития неустойчивости РП.

Для идеальной жидкости с плотностью  $\rho$  и коэффициентом поверхностного натяжения  $\sigma$  эволюция границы жидкости описывается следующим дисперсионным соотношением [20]:

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho r^3} \frac{I_1(kr)}{I_0(kr)} (k^3 r^3 - kr),$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\omega$  — частота,  $I_0$  и  $I_1$  — модифицированные функции Бесселя первого рода. Из него сразу видно, что неустойчивость возможна только при  $kr < 1$ , т. е. при выполнении условия (1). В этом случае частота становится мнимой, что соответствует аperiодической неустойчивости границы (амплитуда ее возмущения экспоненциально возрастает). Инкремент неустойчивости  $\text{Im}\omega$  максимален для доминантной моды  $k_d \approx 0.697r^{-1}$ ; он определяется соотношением

$$(\text{Im}\omega)_{max} \approx 0.34 (\rho r^3 / \sigma)^{-1/2}.$$

Как следствие, неустойчивость будет развиваться за время

$$1/(\text{Im}\omega)_{max} = s_1 (\rho r^3 / \sigma)^{1/2}, \quad s_1 \approx 2.91. \quad (2)$$

Длина волны для доминантной моды задается формулой

$$\lambda_d = 2\pi/k_d = s_2 r, \quad s_2 \approx 9.02. \quad (3)$$

В развиваемой в настоящей работе модели будем использовать соотношения (2) и (3) при рассмотрении динамики распада тороидальной кромки жидкометаллического вала. В рамках модели будут сформулированы критерии формирования струй, в частности, определены пороговые для этого процесса значения давления плазмы и протекающего через кратер электрического тока. Получаемые оценки для количества струй, их скорости, времени образования хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

## 2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МОДЕЛИ

Будем считать, что формирующийся кратер представляет собой изначально заполненное расплавленным металлом углубление в поверхности катода радиусом  $R_0$  и глубиной  $h$  (см. рис. 1). Положим для простоты, что кратер имеет форму усеченной сферы ( $R_0$  — радиус сечения). Угол между плоскостью катода и касательной к поверхности кратера на его границе обозначим как  $\alpha$ . Тогда радиус сферы равен  $R_0/\sin\alpha$ , а глубина кратера есть  $h = R_0(1 - \cos\alpha)/\sin\alpha$ . Объем заполняющей кратер жидкости определяется выражением

$$V = \pi h^2 \left( \frac{R_0}{\sin\alpha} - \frac{h}{3} \right).$$

Его удобно записать в виде

$$V = \kappa(\alpha)R_0^3, \quad \kappa(\alpha) = \pi \frac{(1 - \cos\alpha)^2(2 + \cos\alpha)}{3 \sin^3\alpha}. \quad (4)$$

Будем считать, что при вытеснении жидкости из кратера она движется под углом  $\alpha$  к плоскости катода, т. е. по касательной к поверхности кратера. Ниже при получении оценок для параметров движения жидкости положим  $\alpha = 30^\circ$ . Подобный выбор обусловлен тем, что согласно [21, 22] основной поток микрокапель из катодного пятна приходится на углы, меньшие или равные  $30^\circ$ .

Положим, что истекающая из кратера под углом  $\alpha$  жидкость образует тонкий конический слой жидкости (с углом раствора конуса  $2\alpha$ ), начинающийся от границы кратера и, как показано на рис. 1, заканчивающийся тороидальным утолщением. Появление подобного утолщения связано с влиянием капиллярных сил, которые, с одной стороны, вдавливают кромку жидкости в сторону, обратную направлению ее движения, и, с другой стороны, скругляют ее (см., например, [17, 23]). Появление подобного образования наблюдалось и при прямом численном моделировании процесса вытеснения жидкости из

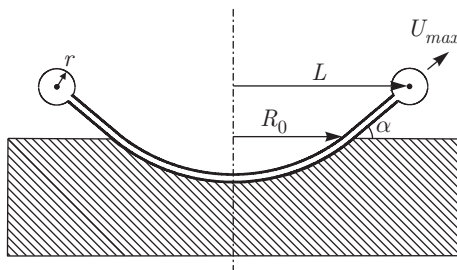


Рис. 1. Схематически изображена геометрия задачи

формирующегося кратера [15]. Основным приближением развиваемой модели будет предположение о том, что толщина остающегося в кратере слоя жидкости и толщина конической части вала пренебрежимо малы, а вся масса жидкости сосредоточена на кромке вала в тороидальном утолщении.

Геометрия тора определяется двумя масштабами:  $L$  — расстояние от оси симметрии до вершины вала,  $r$  — радиус скругления тороидальной кромки вала. Объем тора, исходя из сохранения массы жидкости, совпадает с объемом жидкости, изначально заполняющим кратер (в модели не учитываются процессы плавления и затвердевания). Он равен  $V = 2\pi^2 Lr^2$ , откуда для радиуса  $r$  находим

$$r = \sqrt{\kappa R_0^3 / 2\pi^2 L}. \quad (5)$$

Поверхность тора при достаточно большом значении  $L$  становится близкой к цилиндрической и, соответственно, при исследовании неустойчивости жидкого тора возникает возможность использовать классические результаты для неустойчивости РП жидкого цилиндра. Как следствие, можно будет описать процессы, приводящие к нарушению осевой симметрии задачи и ответственные за начальные стадии формирования струй жидкого металла.

Обсудим теперь динамику жидкого металла. Будем считать, что в момент времени  $t = 0$  поверхность жидкости была плоской. Затем, под воздействием давления плазмы она к моменту времени  $t = \tau$  полностью вытесняется из кратера, достигая при этом максимальной скорости  $U_{max}$ . Будем полагать, что за пределами кратера движение жидкости является инерционным и происходит с неизменной скоростью  $U_{max}$ . В этой ситуации можно считать, что геометрия вала при  $t > \tau$  меняется согласно простой формуле:

$$L = R_0 + U_{max}(t - \tau) \cos\alpha, \quad (6)$$

учитывающей наклон потока жидкости к плоскости катода. Тогда расстояние от вала до оси симметрии будет расти линейно со временем, а радиус скругления тороидальной кромки вала будет уменьшаться в результате растяжения вала при его радиальном движении (5).

Понятно, что рассматриваемая модель будет переоценивать радиус скругления вала  $r$ , так что получаемые оценки времени его распада будут завышены (согласно (2) время распада увеличивается с ростом радиуса вала как  $r^{3/2}$ ). Однако, по нашему мнению, построенная на описанных принципах модель, не претендуя на количественное согласие с

данными экспериментов, будет отражать основные закономерности процесса вытеснения и расплескивания жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги.

### 3. СКОРОСТЬ ВЫТЕСНЕНИЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА

Определим скорость вытеснения жидкости из формирующегося кратера. Пусть  $P$  — давление катодной плазмы. Будем для простоты считать, что над кратером давление постоянно ( $P = P_0$ ), а на периферии, т. е. за пределами кратера, равно нулю ( $P = 0$ ).

В работах [3, 16, 24] для оценки скорости использовалось уравнение Бернулли. Согласно ему получим соотношение для скорости:  $U_s \approx (2P_0/\rho)^{1/2}$ , где  $\rho$  — плотность жидкости. Уравнение Бернулли, однако, применимо только для стационарных течений. Рассматриваемая ситуация является существенно нестационарной, и для нахождения скорости необходим иной подход.

Для получения динамической оценки скорости  $U_d$  примем во внимание, что действующая на жидкость сила может быть найдена как произведение давления на площадь кратера:  $\pi R_0^2 P_0$ . Тогда импульс, приобретаемый жидкостью за время  $t$ , оценивается как  $\pi R_0^2 P_0 t$ . Разделив его на равную  $\kappa R_0^3 \rho$  массу всей жидкости, получим для скорости:  $U_d \approx \pi P_0 t / (\kappa R_0 \rho)$ , т. е. скорость линейно растет со временем. Важно, что эта формула применима лишь в ситуации, когда жидкость находится в кратере. Если жидкость уже вытеснена из кратера, то она попадает в область, где  $P = 0$ , и ее движение будет инерционным. Это произойдет в момент времени

$$t = \tau = R_0 \sqrt{2\kappa\rho/\pi P_0}, \quad (7)$$

определяемый из условия  $\int_0^\tau U_d dt = R_0$ . К моменту  $\tau$  скорость достигает следующего максимального значения:

$$U_{max} = U_d(\tau) = \frac{2R_0}{\tau} = \sqrt{\frac{2\pi P_0}{\kappa\rho}}. \quad (8)$$

Максимальная скорость линейно связана со статической оценкой:  $U_{max} = \sqrt{\pi/\kappa} U_s$ . Отметим, что при  $\alpha = 30^\circ$  скорость  $U_{max} \approx 2.7 U_s$ , т. е. различие между этими оценками оказывается весьма существенным. Это связано с тем, что только динамическая оценка учитывает массу вытесняемой жидкости: чем меньше угол  $\alpha$  и, следовательно, масса,

тем больше будет скорость истечения жидкости из кратера.

Давление, оказываемое на жидкость со стороны плазмы и согласно (8) определяющее ее скорость, можно оценить из следующих соображений. В работе [10] была обнаружена линейная связь между силой отдачи, действующей на катод, и током разряда. Действительно, силу можно оценить по передаваемому от плазмы за единицу времени импульсу как  $Iu_i\gamma_i/2$ . Здесь  $u_i$  — скорость ионов,  $\gamma_i$  — удельная ионная эрозия (уносимая на единицу заряда масса), а равный 1/2 коэффициент возникает при выделении нормальной к плоскости катода компоненты импульса в предположении об изотропном разлете плазмы в полупространство над катодом. Полагая, что ток  $I$  протекает через рассматриваемый формирующийся кратер, а сила, соответственно, приложена к площадке радиусом  $R_0$ , найдем искомое давление, разделив силу на равную  $\pi R_0^2$  площадь:

$$P_0 = \frac{Iu_i\gamma_i}{2\pi R_0^2}. \quad (9)$$

Эта формула связывает важный для рассмотрения гидродинамических процессов параметр  $P_0$  с параметрами плазмы.

### 4. ХАРАКТЕРНОЕ ВРЕМЯ РАСПЛЕСКИВАНИЯ

Рассмотрим детально процесс вытеснения жидкости из кратера. Его, как указывалось в работе [16], можно разбить на два этапа. На первом этапе вокруг кратера формируется узкий жидкометаллический вал. На втором этапе вал распадается на струи и капли. Оценим общее время, требуемое для расплескивания жидкости.

Понятно, что геометрия вала существенно меняется со временем. Согласно (6) расстояние до оси симметрии  $L$  монотонно растет. В силу осевой симметрии задачи длина замкнутого в кольцо вала ( $2\pi L$ ) будет увеличиваться, а следовательно, радиус  $r$  — уменьшаться. Исключая из выражений (5) и (6) величину  $L$  и разрешая получающееся выражение относительно  $t$ , приходим к следующей оценке для времени формирования вала ( $t_1$  с радиусом закругления кромки  $r$  (значение этого радиуса будет определено ниже):

$$t_1 = c_0\tau + c_1\tau(r/R_0)^{-2}, \quad (10)$$

где мы для удобства ввели обозначения

$$c_0 = 1 - \frac{1}{2\cos\alpha}, \quad c_1 = \frac{\kappa}{4\pi^2\cos\alpha}.$$

Далее будем считать, что с момента  $t = t_1$  начинается следующая стадия процесса (стадия распада вала), на которой задача теряет осевую симметрию. Поскольку при достаточно малом отношении  $r/L$  поверхность жидкости близка к цилиндрической, мы можем воспользоваться формулами (2) и (3) для неустойчивости РП жидкого цилиндра. Согласно (3) на момент  $t = t_1$  наиболее быстро будет развиваться неустойчивость с длиной волны  $\lambda_d = s_2 r$ . Понятно, что, поскольку цилиндр в нашем случае замкнут в тор, длина волны не может быть произвольной: на длине тора должно укладываться целое число длин волн. Однако если отношение  $2\pi L/\lambda_d$  достаточно велико (ниже мы покажем, что это условие выполняется), то можно не делать поправку на это обстоятельство и полагать, что длина соответствующей волны близка к  $\lambda_d$ .

Если бы геометрия вала была фиксированной, то время развития неустойчивости РП, т. е. время распада вала на струи, определялось бы формулой (2). Анализ, однако, затрудняется тем, что длина волны доминантной моды неустойчивости  $\lambda_d$  меняется с изменением радиуса вала, и, соответственно, меняется пространственный спектр неустойчивых гармоник (в разные моменты времени наибольшие инкременты соответствуют волновым гармоникам с различными номерами). Этот вопрос подробно рассматривался, например, в работе [16]. В настоящей работе мы ограничимся оценками для времени распада, относящимися к геометрии вала на момент  $t = t_1$ . Понятно, что получаемые тогда значения времени распада вала будут несколько завышенными, что, однако, не способно повлиять на основные выводы, следующие из развиваемой модели.

Итак, воспользуемся оценкой (2) для времени развития неустойчивости Рэлея – Плато цилиндра с фиксированным радиусом  $r$  (в разд. 8 мы дадим также оценки для времени развития неустойчивости Рэлея – Тейлора). Для времени распада вала ( $t_2$ ) получим

$$t_2 = c_2 \tau (r/R_0)^{3/2}, \quad c_2 = s_1 \text{We}^{1/2} / 2,$$

где мы ввели число Вебера, характеризующее относительный вклад сил инерции и капиллярных сил:

$$\text{We} = \rho U_{max}^2 R_0 / \sigma.$$

Общее время расплескивания ( $T$ ) складывается из времен двух рассмотренных выше стадий:

$$T = t_1 + t_2 = \tau \left[ c_0 + c_1 \left( \frac{r}{R_0} \right)^{-2} + c_2 \left( \frac{r}{R_0} \right)^{3/2} \right]. \quad (11)$$

Видно, что зависимость  $T$  от радиуса скругления вала  $r$  носит немонотонный характер. При  $r \rightarrow 0$  имеем  $T \rightarrow \infty$ , что связано с формально бесконечным временем формирования вала ( $t_1 \rightarrow \infty$ ), а при  $r \rightarrow \infty$  получим  $T \rightarrow \infty$  вследствие формально бесконечного времени его распада ( $t_2 \rightarrow \infty$ ). В промежутке между этими особенностями зависимость  $T$  от  $r$  имеет минимум, приходящийся на

$$r = r_0 = R_0 \left( \frac{4c_1}{3c_2} \right)^{2/7} = \frac{R_0}{\text{We}^{1/7}} \left( \frac{2\kappa}{3\pi^2 s_1 \cos \alpha} \right)^{2/7}. \quad (12)$$

Соответствующее минимальное значение времени  $T$  равно

$$T = T_0 = \tau \left[ c_0 + \frac{7}{2^{8/7} 3^{3/7}} c_1^{3/7} c_2^{4/7} \right] = \tau \left[ 1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} + 7 \left( \frac{\kappa^3 s_1^4}{3^3 2^{18} \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} \text{We}^{2/7} \right]. \quad (13)$$

Именно это значение следует использовать в качестве оценки для характерного времени расплескивания жидкого металла. Поясним этот вывод, записав выражение (11) в терминах длины волны доминантной гармоники  $\lambda_d$ :

$$T = \tau \left[ c_0 + c_1 \left( \frac{\lambda_d}{s_2 R_0} \right)^{-2} + c_2 \left( \frac{\lambda_d}{s_2 R_0} \right)^{3/2} \right].$$

Использование формулы (13) соответствует тому, что мы выбираем длину волны неустойчивости  $\lambda_d = \lambda_0 \equiv s_2 r_0$ , обеспечивающую наименьшее время  $T = T_0$  формирования струй при вытеснении жидкого металла из формирующегося кратера.

Формулы, определяющие длительности двух выделенных нами стадий расплескивания для наиболее быстрой гармоники с  $\lambda_d = \lambda_0$ , принимают вид

$$t_1 = \tau \left[ 1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} + \left( \frac{3^4 \kappa^3 s_1^4}{2^{18} \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} \text{We}^{2/7} \right], \quad (14)$$

$$t_2 = \tau \left( \frac{\kappa^3 s_1^4}{3^3 2^4 \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} \text{We}^{2/7}. \quad (15)$$

Расстояние, на которое перемещается жидкий металл за время  $T_0$ , равно

$$L(T_0) = 7 \left( \frac{\kappa^3 s_1^4 \cos^4 \alpha}{3^3 2^{11} \pi^6} \right)^{1/7} \text{We}^{2/7} R_0. \quad (16)$$



Обратим внимание, что согласно формулам (13) и (16) отношения характерных времен  $T_0/\tau$  и масштабов  $L(T_0)/R_0$  весьма слабо зависят от управляющего параметра  $We$ . Действительно, в соответствующие выражения (13) и (16) этот параметр входит как  $We^{2/7}$ . При увеличении числа Вебера, к примеру, в два раза (это может быть связано с двукратным ростом давления) величина  $We^{2/7}$  увеличится лишь в 1.2 раза. Как следствие, частные  $T_0/\tau$  и  $L(T_0)/R_0$  изменятся лишь незначительно.

В следующем разделе мы оценим пороговое значение числа Вебера, превышение которого необходимо для расплескивания. При меньших значениях  $We$  описанная качественная модель формирования и распада жидкометаллического вала неприменима и, следовательно, полученные оценки для времен  $T_1$  и  $t_2$  будут неверны.

### 5. УСЛОВИЕ РАСПЛЕСКИВАНИЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА

Полученные выше оценки основаны на предположении, что скорость жидкости при ее инерционном движении постоянна и равна  $U_{max}$ . Однако необходимо принять во внимание, что инерционное движение жидкости будет тормозиться капиллярными силами, стремящимися вернуть поверхность в исходное плоское состояние. Наличие этих сил связано с тем, что в процессе развития вала площадь его поверхности быстро растет со временем и, следовательно, увеличивается поверхностная энергия. Условие, при котором капиллярные силы не остановят рост вала, можно получить, сравнивая кинетическую и потенциальную энергии системы. При инерционном движении жидкости можно считать, что механическая энергия системы сохраняется, т.е. прирост потенциальной (поверхностной) энергии происходит за счет уменьшения кинетической энергии:

$$\Delta E_{pot} = -\Delta E_{kin}.$$

В рамках рассматриваемой нами модели, для которой вся масса сосредоточена в верхней тороидальной части вала, исходная кинетическая энергия жидкости оценивается как

$$E_{kin} = \rho \kappa R_0^3 U_{max}^2 / 2. \tag{17}$$

Понятно, что изменение (уменьшение) кинетической энергии жидкости к моменту  $t = T_0$  не может по абсолютной величине превышать исходную кинетическую энергию, т.е. должно выполняться нера-

венство  $E_{kin} \geq -\Delta E_{kin}$ . Знак равенства в этом выражении соответствует предельному случаю, когда скорость жидкости к моменту  $T_0$  уменьшается до нуля. Все это позволяет следующим образом сформулировать условие, при котором исходной кинетической энергии будет хватать на формирование вала радиусом  $L(T_0)$  вокруг кратера:

$$E_{kin} \geq \Delta E_{pot}. \tag{18}$$

Если это условие не выполняется, вал не сможет расширяться до размера  $L(T_0)$ ; его развитие будет подавлено капиллярными силами раньше, чем успеют сформироваться жидкометаллические струи.

Изменение потенциальной энергии задается выражением  $\Delta E_{pot} = \Delta S \sigma$ , где  $\Delta S$  — приращение площади поверхности жидкости в процессе ее вытеснения. Определим величину  $\Delta S$  в рамках рассматриваемой в работе геометрии вала. Площадь поверхности жидкости в начальный момент времени есть  $S_0 = \pi R_0^2$ . После формирования вала, т.е. при  $t > \tau$ , площадь складывается из трех составляющих: площади поверхности тонкого слоя жидкости на стенках сферического углубления в катодe ( $S_1$ ), площади тонкого конического слоя жидкости ( $S_2$ ) и площади поверхности тора ( $S_3$ ). Для  $S_1$  имеем

$$S_1 = \frac{2\pi h R_0}{\sin \alpha} = \frac{2\pi R_0^2 (1 - \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha}.$$

Для  $S_2$  справедливы соотношения

$$S_2 = \frac{2\pi(L^2 - R_0^2)}{\cos \alpha} - 4\pi L r = \frac{2\pi(L^2 - R_0^2)}{\cos \alpha} - 2\sqrt{2\kappa R_0^3 L},$$

где мы учли то, что поверхность является двухсторонней. Для  $S_3$  с учетом соотношения (5) получим

$$S_3 = 4\pi^2 L r = 2\pi\sqrt{2\kappa R_0^3 L}.$$

Запишем изменение площади  $\Delta S = S_1 + S_2 + S_3 - S_0$  при формировании вала как функцию безразмерного отношения  $x = L/R_0$ :

$$\Delta S = R_0^2 f(x),$$

где

$$f(x) = \frac{2\pi(1 - \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha} + \frac{2\pi(x^2 - 1)}{\cos \alpha} + 2(\pi - 1)\sqrt{2\kappa x} - \pi.$$

Вместо этого выражения удобно использовать приближенное, основанное на учете лишь основного порядка разложения функции  $f$  по степеням  $x$ :

$$f(x) \approx 2\pi x^2 / \cos \alpha.$$

Для  $\alpha = 30^\circ$  при  $x > 2$  оно дает аппроксимацию для  $f$  с достаточно малой относительной погрешностью ( $\leq 5\%$ ). Это позволяет для оценок использовать простое выражение:

$$\Delta S = 2\pi L^2 / \cos \alpha.$$

Тогда для изменения потенциальной энергии жидкости имеем

$$\Delta E_{pot} \approx 2\pi\sigma L^2 / \cos \alpha. \quad (19)$$

Подставляя формулы (17) и (19) для кинетической и потенциальной энергий в условие (18), находим в терминах числа Вебера:

$$We \geq \frac{4\pi}{\kappa \cos \alpha} \left( \frac{L(T_0)}{R_0} \right)^2.$$

Используя формулу (16) для расстояния  $L$  к моменту  $T_0$ , после несложных преобразований получим окончательно:

$$We \geq We_c, \quad We_c = \left( \frac{7^{14} s_1^8 \cos \alpha}{3^6 2^8 \pi^5 \kappa} \right)^{1/3}. \quad (20)$$

Это выражение имеет смысл условия расплескивания. В случае превышения управляющим параметром  $We$  найденного порогового значения  $We_c$  при вытеснении расплавленного металла из кратера будет происходить формированием струй и капель. В противном случае ( $We < We_c$ ) вытеснение жидкости не будет сопровождаться ее расплескиванием — она просто будет растекаться по поверхности катода.

## 6. ОЦЕНКИ ДЛЯ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА

Выпишем основные соотношения для порога расплескивания, т. е. для  $We = We_c$ . В случае угла  $\alpha = 30^\circ$  критическое значение числа Вебера получается следующим:  $We_c \approx 497$ .

Давление (минимальное), при котором возможно расплескивание, определяется формулой

$$P_c = \frac{\kappa\sigma We_c}{2\pi R_0} \approx 34.1 \frac{\sigma}{R_0}. \quad (21)$$

Скорость жидкости (очевидно, что она минимальна при  $We = We_c$ ) определяется параметрами жидкости  $\sigma$  и  $\rho$ , а также радиусом кратера  $R_0$ :

$$U_{max,c} = \left( \frac{We_c \sigma}{\rho R_0} \right)^{1/2} \approx 22.3 \left( \frac{\sigma}{\rho R_0} \right)^{1/2}. \quad (22)$$

Для времени расплескивания находим

$$T_0 = \tau \left[ 1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} + 7 \left( \frac{\kappa^3 s_1^4}{3^3 2^{18} \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} We_c^{2/7} \right] \approx 2.64\tau, \quad (23)$$

где время вытеснения жидкости из кратера  $\tau$  согласно (7) определяется выражением

$$\tau = 2 \sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\sigma We_c}} \approx 0.09 \sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\sigma}}. \quad (24)$$

Таким образом, время расплескивания  $T_0$  более чем в два с половиной раза больше времени вытеснения жидкости  $\tau$ . Примечательно, что формирование жидкометаллического вала вокруг кратера происходит примерно за то же время, что и его распад. Действительно, для времен этих двух процессов находим из (14) и (15):

$$t_1 = \tau \left[ 1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} + \left( \frac{3^4 \kappa^3 s_1^4}{2^{18} \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} We_c^{2/7} \right] \approx 1.37\tau, \quad (25)$$

$$t_2 = \tau \left( \frac{\kappa^3 s_1^4}{3^3 2^4 \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} We_c^{2/7} \approx 1.27\tau. \quad (26)$$

Их отношение близко к единице:  $t_2/t_1 \approx 0.92$ .

Несложно получить выражения для основных геометрических характеристик задачи,  $L$  и  $r$ , в моменты времени  $t = t_1$  и  $t = T_0$ :

$$L(t_1) = \left( \frac{3^4 \kappa^3 s_1^4}{2^{11} \pi^6} \cos^4 \alpha \right)^{1/7} We_c^{2/7} R_0 \approx 1.65 R_0, \quad (27)$$

$$L(T_0) = 7 \left( \frac{\kappa^3 s_1^4 \cos^4 \alpha}{3^3 2^{11} \pi^6} \right)^{1/7} We_c^{2/7} R_0 \approx 3.84 R_0, \quad (28)$$

$$r = r(t_1) = \frac{R_0}{We_c^{1/7}} \left( \frac{2\kappa}{3\pi^2 s_1 \cos \alpha} \right)^{2/7} \approx 0.12 R_0, \quad (29)$$

$$r(T_0) = \frac{3^{3/14} 2^{2/7} R_0}{7^{1/2} We_c^{1/7}} \left( \frac{\kappa}{\pi^2 s_1 \cos \alpha} \right)^{2/7} \approx 0.075 R_0. \quad (30)$$

Отсюда, в частности, видно, что жидкость выплескивается из кратера на расстояние до четырех его радиусов. Напомним, что для вывода приближенного выражения (19) для потенциальной энергии системы использовалось условие  $L > 2R_0$ , справедливость которого видна из (28).

В разд. 4 мы указывали на то, что отношения характерных времен  $T_0/\tau$  и масштабов  $L(T_0)/R_0$  слабо зависят от управляющего параметра  $We$ . Как следствие, полученные для порога расплескивания ( $We = We_c$ ) соотношения можно использовать и выше порога. Так, при  $We_c \leq We \leq 2We_c$  (это соответствует, например, увеличению давления  $P_0$  в два раза при фиксированном радиусе кратера) получим

$$2.64 \leq T_0/\tau \leq 3.13,$$

$$3.84 \leq L(T_0)/R_0 \leq 4.68,$$

т. е. частные меняются незначительно. Для грубых оценок можно считать  $T_0 \approx 3\tau$  и  $L(T_0) \approx 4R_0$ .

Определим в рамках предлагаемой модели число струй, формирующихся в результате развития неустойчивости РИ. Простейшую оценку дает отношение длины вала в момент  $t = t_1$  и масштаба  $\lambda_0$ , соответствующего наибольшему инкременту неустойчивости:

$$N = \frac{2\pi L(t_1)}{\lambda_0} = \frac{2\pi L(t_1)}{s_2 r(t_1)} \approx 10.$$

Итак, в рамках развиваемой модели наиболее быстро растет амплитуда неустойчивой гармоники с  $N = 10$ . В разд. 4 мы указывали, что пространственный спектр возмущений поверхности вала — дискретный, но этим обстоятельством можно пренебречь при  $N \gg 1$ . Как видно, это условие выполняется.

Оценим теперь основные параметры процесса применительно к медному катоду. Для жидкой меди с температурой, незначительно превышающей температуру плавления, можно взять  $\rho \approx 8.0 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> и  $\sigma \approx 1.37$  Н/м [25]. Для размера кратера примем  $R_0 = 2$  мкм (согласно исследованиям [5,6] это значение близко к минимальному наблюдаемому размеру кратеров). Тогда при  $We = We_c$  получим для давления и скорости:

$$P_0 \approx 2.33 \cdot 10^7 \text{ Па}, \quad U_{max} \approx 206 \text{ м/с}.$$

Найденное значение  $U_{max}$  согласуется с результатами экспериментальных исследований [26], в которых определялись скорости разлета микрокапель. Сопоставим оценку для давления  $P_0$  с результатами недавнего исследования [12]. В работе [12] полагалось, что в зоне эмиссии электронов (ее радиус оценивался как  $r_e \approx 0.6$  мкм) давление соответствует критической точке, т. е. точке фазовой диаграммы, в которой сходятся жидкая и газоплазменная области, для меди это составляет  $P^* \approx 7.5 \cdot 10^8$  Па.

Сила, действующая на жидкость в нашем случае, оценивается как  $\pi P_0 R_0^2 \approx 2.9 \cdot 10^{-4}$  Н, а для случая [12] — как  $\pi P^* r_e^2 \approx 8.5 \cdot 10^{-4}$  Н. Таким образом, силы оказываются близкими. Различия обусловлены, в первую очередь, рассмотрением различных режимов — мы искали пороговые для расплескивания жидкости условия, а авторы работы [12] считали, что величина электрического тока превышает пороговую для горения дуги в два раза. Заметное различие между значениями давлений связано лишь с тем, что приложенная к поверхности катода сила в вычислениях относилась к различным площадкам — радиус зоны эмиссии более чем в три раза меньше радиуса зоны расплава.

Зависимости давления плазмы  $P_0$  и скорости жидкости  $U_{max}$  от радиуса кратера  $R_0$  для медного катода приведены на рис. 2 и 3 соответственно (они определяются формулами (21) и (22)). Нижние кривые на рисунках соответствуют порогу расплескивания ( $We = We_c$ ), для которого давление и скорость минимальны. Для сравнения показаны аналогичные зависимости для  $We = 2We_c$ , т. е. для закритических условий (верхние кривые на рисунках).

Для характерных времен процесса, а именно, времени вытеснения жидкости из кратера  $\tau$ , времени образования вала  $t_1$  (включающего в себя время  $\tau$ ), времени распада вала на струи, а также общего времени процесса  $T_0$  находим

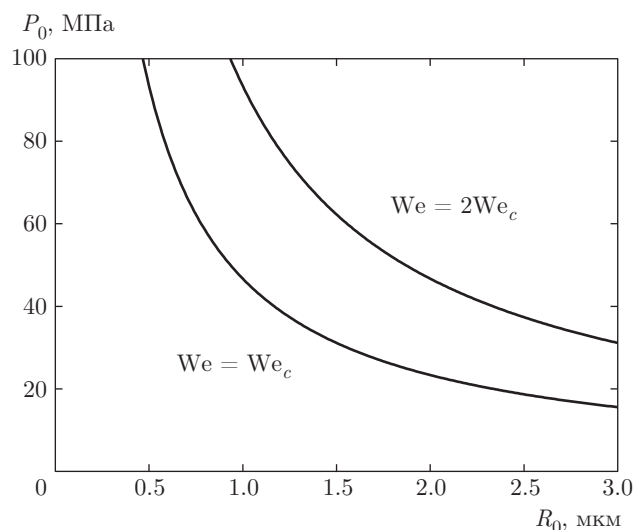
$$\tau \approx 19.4 \text{ нс}, \quad t_1 = 26.6 \text{ нс}, \quad t_2 = 24.6 \text{ нс},$$

$$T_0 \approx 51.2 \text{ нс}.$$

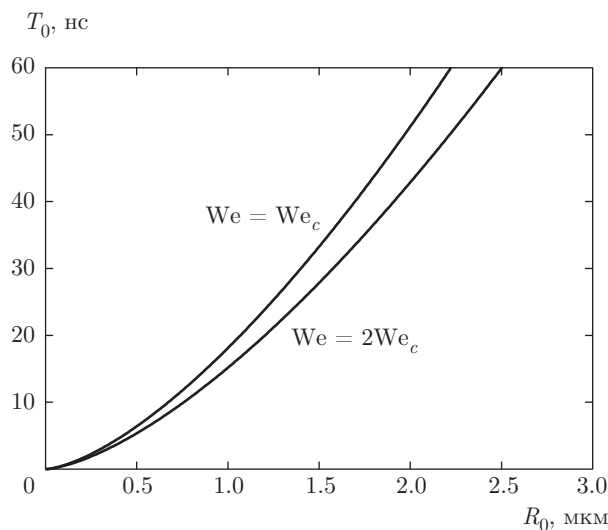
Отметим, что время  $T_0$  оказывается близким ко времени дугового цикла, оцениваемого в экспериментах [6] как 25–50 нс. Возможность подобного сопоставления связана с относительно малой длительностью начальной стадии дугового цикла, на которой происходит формирование зоны расплава ( $\sim 2$  нс по оценкам [13]) и которая предваряет рассматриваемую в настоящей работе стадию расплескивания жидкого металла.

Зависимости времени  $T_0$  от радиуса кратера  $R_0$  для  $We = We_c$  и, для сравнения, для  $We = 2We_c$  приведены на рис. 4. Как видно из рисунка и выражений (23)–(26), времена довольно сильно зависят от радиуса кратера (при  $We = We_c$  время  $\tau \sim R_0^{3/2}$ ). Так, если взять  $R_0 = 1.5$  мкм, мы получим  $T_0 \approx 33.3$  нс, что практически совпадает с используемым в работах [2–4, 24] значением времени дугового цикла. Зависимость времен от управляющего параметра  $We$ , напротив, является слабой.

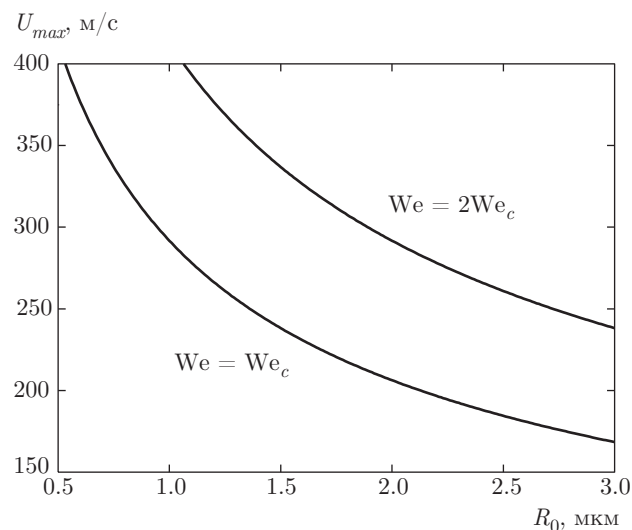




**Рис. 2.** Давление катодной плазмы ( $P_0$ ) в зависимости от радиуса кратера ( $R_0$ ) для пороговых условий расплескивания жидкого металла ( $We = We_c$ ), а также для закритических условий ( $We = 2We_c$ ). Рассматривался медный катод; угол наклона границы кратера ( $\alpha$ ) полагался в модели равным  $30^\circ$



**Рис. 4.** Зависимости времени формирования струй ( $T_0$ ) от радиуса кратера ( $R_0$ ) для  $We = We_c$  (пороговые для расплескивания условия) и для  $We = 2We_c$  (закритические условия). В модели рассматривался медный катод; полагалось, что  $\alpha = 30^\circ$



**Рис. 3.** Скорость жидкого металла ( $U_{max}$ ) в зависимости от радиуса кратера ( $R_0$ ) для  $We = We_c$  (пороговые для расплескивания условия) и для  $We = 2We_c$  (закритические условия). Рассматривался медный катод; полагалось, что  $\alpha = 30^\circ$

Для характерных пространственных масштабов задачи (27)–(30) получим следующие значения: размер формирующегося вала  $L(t_1) \approx 3.29$  мкм; расстояние, на которое выплескиваются формирующиеся струи,  $L(T_0) \approx 7.68$  мкм; радиус скругления за время распада вала меняется от  $r(t_1) \approx 0.23$  мкм до  $r(T_0) \approx 0.15$  мкм.

### 7. АНАЛОГИЯ С ЗАДАЧЕЙ О СТОЛКНОВЕНИИ КАПЕЛЬ С ТВЕРДОЙ ПРЕГРАДОЙ

В работе [15] указывалось, что поведение жидкого металла при его вытеснении из формирующихся на катоде при горении вакуумной дуги кратеров во многом аналогично поведению жидкости при падении капель на твердую плоскую поверхность. Действительно, на фотоснимках поверхности катода [2–4, 6, 11] видны структуры, напоминающие наблюдаемую при столкновении капель с преградой картину — так называемую «корону» [23, 27]. В обоих случаях основными параметрами, характеризующими поведение системы, являются размер области, изначально занимаемый жидкостью, и ее характерная скорость. Однако если для гидродинамических процессов в катодном пятне характерными временами являются единицы и десятки наносекунд, а масштабом — единицы микрон, что делает затруднительным их наблюдение *in situ*, то для задачи о столкновении капель с преградой это, как правило, миллисекунды и, соответственно, миллиметры. Как следствие, для последнего случая имеются обширные экспериментальные данные о поведении жидкости и, в частности, об условиях ее расплескивания.

Перепишем полученный выше критерий расплескивания (20) в терминах задачи о падении сфери-

ческой капли жидкости на плоскую твердую поверхность. Основными параметрами капли являются скорость ее падения  $U$  и диаметр  $D$ . Аналогом величины  $U$  в нашем случае является скорость инерционного движения жидкого металла  $U_{max}$ . В качестве аналога диаметра капли естественно взять эффективный диаметр

$$D_{eff} = (6\kappa/\pi)^{1/3} R_0,$$

выбираемый из соображения, что объем шара с этим диаметром совпадает с объемом заполняющей кратер жидкости. Тогда по аналогии с работами, в которых исследуется падение капель, можно ввести эффективное число Вебера:

$$We_{eff} = \rho U_{max}^2 D_{eff} / \sigma = (6\kappa/\pi)^{1/3} We.$$

Условие расплескивания (20) примет тогда следующий вид:

$$We_{eff} \geq We_{eff, c}, \quad We_{eff, c} = (6\kappa/\pi)^{1/3} We_c.$$

Для  $\alpha = 30^\circ$  эффективный диаметр  $D_{eff} \approx 0.94R_0$ , а для порогового значения эффективного числа Вебера имеем

$$We_{eff, c} \approx 466.$$

Отметим, что при изменении угла  $\alpha$  в диапазоне  $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$  пороговое значение эффективного числа Вебера меняется лишь незначительно, оставаясь в интервале  $466 < We_{eff, c} < 489$ .

Аналогичным образом можно ввести и эффективное число Рейнольдса, характеризующее отношение между силами инерции и вязкости:

$$Re_{eff} = U_{max} D_{eff} / \nu,$$

где  $\nu$  — кинематическая вязкость. Для расплавленной меди можно взять  $\nu \approx 4.16 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ . При  $We = We_c$  имеем

$$Re_{eff} = Re_{eff, c} = \left( \frac{We_{eff, c} D_{eff} \sigma}{\rho \nu^2} \right)^{1/2}.$$

Для  $R_0 = 2.0 \text{ мкм}$  получим  $Re_{eff, c} \approx 929$ . Введем также число Онезорге, особенность которого состоит в том, что оно не зависит от скорости жидкости:

$$Oh_{eff} = \frac{We_{eff}^{1/2}}{Re_{eff}} = \left( \frac{\rho \nu^2}{\sigma D_{eff}} \right)^{1/2}.$$

При выбранной нами геометрии кратера получим  $Oh_{eff} \approx 0.023$ .

Проведенные в известной экспериментальной работе [27] исследования поведения жидкости при падении капель на смоченную твердую поверхность

показали, что критерий всплеска может быть записан в виде

$$We^{4/5} Re^{2/5} \geq 2100 \quad (31)$$

(здесь он приведен в формальном пределе, когда толщина пленки жидкости, покрывающей плоскую поверхность, стремится к нулю). При построении критерия (31) использовались данные экспериментов, относящиеся к следующему диапазону чисел  $We$  и  $Oh$ :

$$200 < We < 1600, \quad 0.0022 < Oh < 0.141.$$

Видно, что найденные нами значения этих параметров заведомо попадают в эти интервалы. Тогда, согласно принципам гидродинамического подобия (в геометрически подобных системах процессы будут протекать одинаково при совпадающих значениях чисел Вебера, Рейнольдса и Онезорге), критерий (31) может быть применен для анализа условий расплескивания расплавленного металла из кратера при горении вакуумной дуги.

В нашем случае получим

$$We_{eff, c}^{4/5} Re_{eff, c}^{2/5} \approx 2098,$$

т. е. параметры течения жидкого металла соответствуют границе между режимами растекания и расплескивания, определяемой формулой (31). Следует отметить, что совпадение оценок с настолько высокой точностью является, конечно, случайным. Развиваемая модель не претендует на количественное описание процесса расплескивания. Кроме того, имеются очевидные различия между сравниваемыми задачами, не позволяющие проводить сопоставление на количественном уровне.

Далее, в работе [28] для задачи о падении капель на поверхность, покрытую тонкой пленкой жидкости, критерий расплескивания был сформулирован как  $We^{1/2} \geq 20$ , что также хорошо согласуется с нашим результатом. Следует, однако, отметить, что максимальное значение числа Онезорге для проводимых авторами экспериментов составляло приблизительно 0.017, т. е. было несколько меньшим, чем в нашем случае.

Наконец, по данным работы [29] при близких к нашему ( $Oh_{eff} \approx 0.023$ ) значениях числа Онезорге ( $0.0175 \leq Oh \leq 0.0384$ ) порог расплескивания приходился на интервал  $400 < We < 500$ , что также согласуется с оценками настоящей работы.

Таким образом, проведенное сопоставление между нашими оценками для условий расплескивания жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги и данными об условиях перехода между режимами растекания и расплескивания жидкости при

падении капель на плоскую поверхность продемонстрировало хорошее согласие, что дает нам дополнительные основания доверять развиваемой модели и следующим из нее выводам.

### 8. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЭЛЕЯ – ТЕЙЛОРА

Помимо неустойчивости РП кромка вала может быть подвержена неустойчивости Рэлея – Тейлора (РТ), развивающейся, если свободная поверхность движется с отрицательным ускорением (т. е. тормозится). Подобная ситуация реализуется на стадии инерционного движения жидкости, когда замедляющим фактором может быть влияние капиллярных сил (этот вопрос обсуждался в разд. 5).

Дисперсионное соотношение, описывающее развитие неустойчивости РТ с учетом капиллярных сил имеет вид [20, 30]

$$\omega^2 = -ak + \sigma k^3 / \rho, \quad (32)$$

где  $a$  — абсолютное значение ускорения поверхности (закон дисперсии здесь приведен для случая «глубокой воды»).

Для выявления роли неустойчивости РТ необходимо оценить ускорение кромки вала  $a$ . В развиваемой модели потенциальная энергия системы находится по формуле (19). Поскольку вся масса сосредоточена в тороидальной кромке вала, следует вывод, что на жидкость действует сила в направлении, противоположном ее движению (под углом  $\alpha$  к плоскости катода). Она определяется формулой

$$F = \frac{dE_{pot}}{d(L/\cos\alpha)} = 4\pi\sigma L.$$

Ускорение находится по второму закону Ньютона как частное силы и массы жидкости, к которой она приложена:

$$a = \frac{F}{\rho V} = \frac{4\pi\sigma L}{\rho\kappa R_0^3}. \quad (33)$$

Оценим время развития неустойчивости РТ для геометрии вала, относящейся к моменту  $t = t_1$ , как это мы делали раньше для неустойчивости РП. Подставляя в (32)  $k = 2\pi/\lambda_0$ , получим для порога расплескивания ( $We = We_c$ ):

$$\omega^2 = -\frac{8\pi^2\sigma}{\rho\lambda_0} \left( \frac{L(t_1)}{\kappa R_0^3} - \frac{\pi}{\lambda_0^2} \right) = -\frac{4\sigma}{\rho s_2^3 r_0^3} (s_2^2 - 2\pi^3).$$

Отсюда находим время развития неустойчивости РТ ( $t_3$ ):

$$t_3 = 1/\text{Im}\omega = s_3 (\rho r_0^3 / \sigma)^{1/2},$$

$$s_3 = \sqrt{s_2^3 / 4(s_2^2 - 2\pi^3)} \approx 3.08.$$

Напомним, что время неустойчивости РП определяется сходным выражением:

$$t_2 = s_1 \left( \frac{\rho r_0^3}{\sigma} \right)^{1/2}, \quad s_1 \approx 2.91.$$

Видно, что время развития неустойчивости РТ лишь незначительно превышает время развития неустойчивости РП — они различаются в  $s_3/s_1 \approx 1.06$  раз. Причина этого связана со сходной природой обеих неустойчивостей. Неустойчивость РП непосредственно определяется капиллярными силами. Неустойчивость РТ обуславливается торможением жидкости, происходящим из-за тех же капиллярных сил (ускорение, как видно из (33), пропорционально коэффициенту поверхностного натяжения). В любом случае близость оценок свидетельствует о том, что учет неустойчивости РТ не изменит радикально выводы предлагаемой модели.

Причина, по которой при построении модели мы ограничились учетом неустойчивости РП, связана с результатами исследований процесса формирования «короны» при падении капли на тонкий слой жидкости [17]. Исследования проводились для  $We = 760$ ,  $Re = 1060$  и  $Oh = 0.026$ , что согласно критерию (31) соответствует развитому режиму расплескивания ( $We^{4/5} Re^{2/5} \approx 3272$ ). На основании анализа пространственного спектра возмущений радиально расширяющегося жидкого вала в указанной работе было установлено, что формирование струй и вторичных капель обусловлено именно неустойчивостью РП, хотя инкременты неустойчивостей РТ и РП сравнимы по величине.

Отметим, что поверхность жидкого металла в присутствии внешнего электрического поля также подвержена электрогидродинамической неустойчивости (см., например, [31–33]). Однако, по нашим оценкам, время ее развития значительно превышает время дугового цикла.

### 9. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В настоящей работе рассматривались гидродинамические процессы в катодном пятне вакуумной дуги. Была предложена аналитическая модель вытеснения расплавленного металла из формирующегося на катоде кратера давлением взрывной плазмы. На начальной стадии происходит формирование окружающего кратер осесимметричного жидкометаллического вала. На завершающей стадии осевая сим-

метрия задачи нарушается: развивается неустойчивость Рэлея–Плато верхней (по форме близкой к тороидальной) части вала, приводящая к формированию системы жидкометаллических струй. В рамках модели удалось сформулировать критерий расплескивания жидкости (в зависимости от давления катодной плазмы могут реализовываться два основных режима движения жидкости: растекания и расплескивания), а также определить основные пространственные и временные характеристики процесса.

Рассмотрим, при каких значениях электрического тока, протекающего через отдельный кратер, будут реализовываться условия для формирования струй и как этот ток соотносится с пороговым током вакуумной дуги. Согласно [1] вакуумный дуговой разряд может гореть только при токах, превышающих некоторое пороговое значение  $I_0$ , составляющее для медного катода приблизительно 1.6 А. В соответствии с представлениями [1–4, 24], для устойчивого самоподдержания разряда ток, приходящийся на одну ячейку катодного пятна, должен быть примерно равен удвоенному пороговому току:  $I \approx 2I_0 \approx 3.2$  А. Сопоставим эти значения с характерными токами, которые возникают в рассматриваемой лишь гидродинамические процессы развиваемой модели.

Оценим минимальное значение электрического тока, при котором будет происходить формирование микроструй и микрокапель, т. е. расплескивание жидкости. Из формулы (9) находим для тока:

$$I = \frac{2\pi R_0^2 P_0}{u_i \gamma_i} = \frac{\kappa \sigma We R_0}{u_i \gamma_i}.$$

Как и раньше, полагая угол  $\alpha$  равным  $30^\circ$  и считая, что реализуются пороговые для расплескивания условия (т. е.  $We = We_c$ ), находим следующее выражение для минимального тока:

$$I_{min} = \frac{\kappa \sigma We_c R_0}{u_i \gamma_i} \approx 214 \frac{\sigma R_0}{u_i \gamma_i}.$$

В соответствии с экспериментальными данными по вакуумной дуге на медном катоде [24, 34, 35] для средней скорости ионов можно взять  $u_i \approx 1.28 \times 10^4$  м/с, а для ионной эрозии —  $\gamma_i \approx 3.9 \times 10^{-8}$  кг/Кл. Тогда при  $R_0 = 2.0$  мкм

$$I_{min} \approx 1.18 \text{ А}.$$

Понятно, что при закритических условиях ток будет большим. Так, при  $We = 2We_c$  имеем  $I = 2I_{min} \approx 2.35$  А (для произвольных  $R_0$  — см. рис. 5).

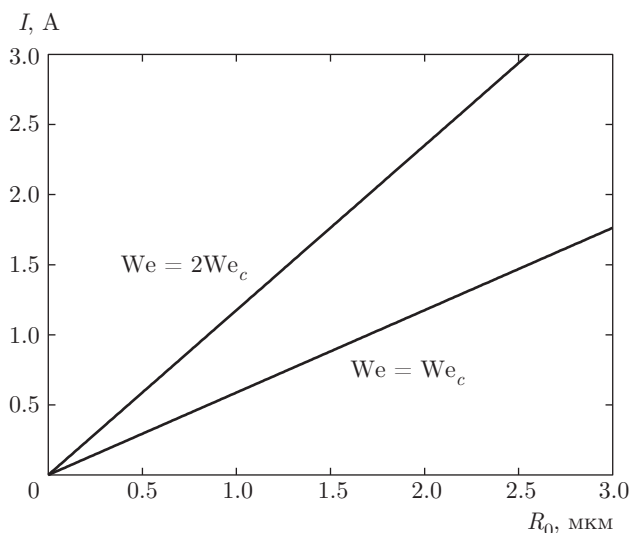


Рис. 5. Протекающий через кратер электрический ток ( $I$ ) в зависимости от радиуса кратера ( $R_0$ ) для пороговых условий расплескивания жидкого металла ( $We = We_c$ ), а также для закритических условий ( $We = 2We_c$ ). В модели рассматривался медный катод; полагалось, что  $\alpha = 30^\circ$

Таким образом, получаемые из чисто гидродинамических соображений оценки для токов, обеспечивающих расплескивание жидкого металла при его вытеснении из формирующихся кратеров, оказываются близкими (с поправкой на качественный характер модели) к пороговому току дугового разряда. Это свидетельствует о важной, а возможно, определяющей роли гидродинамических процессов для самоподдержания вакуумного дугового разряда.

Работа выполнена в рамках темы гос. задания 0389-2014-0006 при поддержке РФФИ (проекты №№ 14-08-00235, 14-02-00575, 16-08-00228) и Президиума РАН (программа № 11 «Электрофизика и электроника мощных импульсных систем»).

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. Г. Кесаев, *Катодные процессы электрической дуги*, Наука, Москва (1968).
2. Г. А. Месяц, *Эктоны в вакуумном разряде: пробы, искра, дуга*, Наука, Москва (2000).
3. G. A. Mesyats, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **41**, 676 (2013).
4. Г. А. Месяц, *УФН* **165**, 601 (1995).
5. J. E. Daalder, *IEEE Trans. Power Appl. Syst.* **PAS-93**, 1747 (1974).

6. V. F. Puchkarev and A. M. Murzakaev, J. Phys. D.: Appl. Phys. **23**, 26 (1990).
7. A. Anders, S. Anders, B. Juttner, W. Botticher, H. Luck, and G. Schroder, IEEE Trans. Plasma Sci. **20**, 466 (1992).
8. B. Juttner, J. Phys. D: Appl. Phys. **28**, 516 (1995); **30**, 221 (1997); **31**, 1728 (1998).
9. G. W. McClure, J. Appl. Phys. **45**, 2078 (1974).
10. R. Tanberg, Phys. Rev. **35**, 1080 (1930).
11. G. A. Mesyats, M. B. Bochkarev, A. A. Petrov, and S. A. Barenholts, Appl. Phys. Lett. **104**, 184101 (2014).
12. G. A. Mesyats and M. M. Tsventoukh, IEEE Trans. Plasma Sci. **43**, 3320 (2015).
13. D. L. Shmelev and E. A. Litvinov, IEEE Trans. Plasma Sci. **25**, 533 (1997).
14. E. Hantzsche, Beitr. Plasma Phys. **17**, 65 (1977).
15. G. A. Mesyats and I. V. Uimanov, IEEE Trans. Plasma Sci. **43**, 2241 (2015).
16. G. A. Mesyats and N. M. Zubarev, J. Appl. Phys. **117**, 043302 (2015).
17. L. V. Zhang, P. Brunet, J. Eggers, and R. D. Deegan, Phys. Fluids **22**, 122105 (2010).
18. G. A. Mesyats and N. M. Zubarev, J. Appl. Phys. **113**, 203301 (2013).
19. Г. А. Месяц, Н. М. Зубарев, Изв. вузов. Физика **57**(11/3), 275 (2014).
20. Г. Ламб, *Гидродинамика*, Гостехиздат, Москва–Ленинград (1947).
21. A. Anders, *Cathodic Arcs: From Fractal Spots to Energetic Condensation*, Springer, New York (2008).
22. J. E. Daalder, J. Phys. D: Appl. Phys. **9**, 2379 (1976).
23. A. L. Yarin and D. A. Weiss, J. Fluid Mech. **283**, 141 (1995).
24. Г. А. Месяц, С. А. Баренгольц, УФН **172**, 1113 (2002).
25. *Физические величины, Справочник*, под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова, Энергоатомиздат, Москва (1991).
26. T. Utsumi and J. H. English, J. Appl. Phys. **46**, 126 (1975).
27. G. E. Cossali, A. Coghe, and M. Marengo, Exp. Fluids **22**, 463 (1997).
28. R. L. Vander Wal, G. M. Berger, and S. D. Mozes, Exp. Fluids **40**, 53 (2006).
29. An-Bang Wang and Chi-Chang Chen, Phys. Fluids **12**, 2155 (2000).
30. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1988).
31. V. G. Suvorov and N. M. Zubarev, J. Phys. D: Appl. Phys. **37**, 289 (2004).
32. Н. М. Зубарев, Письма в ЖТФ **25**(22), 79 (1999).
33. N. M. Zubarev, Physica D **152**, 787 (2001).
34. G. Yu. Yushkov, A. Anders, E. M. Oks, and I. G. Brown, J. Appl. Phys. **88**, 5618 (2000).
35. J. E. Daalder, J. Phys. D: Appl. Phys. **8**, 1647 (1975).