

# ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ КИПЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СТРАТИФИКАЦИЯХ СРЕД

О. А. Синкевич\*

Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
111250, Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 ноября 2014 г.

Исследована устойчивость относительно малых возмущений стационарного состояния, состоящего из плоского слоя жидкости и паровой пленки, когда в стационарном состоянии не происходит испарения жидкости или конденсации пара. При этом теплота от горячей стенки к холодной отводится через слой пара и жидкости за счет теплопроводности. Выведены граничные условия на фазовой поверхности пар–жидкость, учитывающие испарения жидкости (возникновение потока массы) и зависимость давления насыщения от температуры. Получены дисперсионные уравнения. Исследованы особенности волновых процессов для устойчивой (легкий пар находится над слоем жидкости) и неустойчивой стратификаций как для покоящихся фаз, так и при их относительном движении. Деформации фазовой границы, вызывающие испарение жидкости и изменение температуры кипения и давления насыщения, приводят к генерации слабо затухающих волн малой амплитуды нового типа. Эти волны обеспечивают в поле сил тяжести устойчивость паровой пленки под слоем как покоящейся, так и движущейся с постоянной скоростью жидкости. Скорость таких волн может намного превышать скорость гравитационных волн. Определены критические значения тепловых потоков и длин волн, при которых могут существовать волновые режимы кипения при нормальных давлениях, и дано сопоставление теории с экспериментом.

DOI: 10.7868/S0044451015080209

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Кипение жидкостей представляет общезначимый интерес и широко используется в многочисленных технологиях. Процессы, в которых нагретая до высокой температуры твердая или жидкая среда входит в соприкосновение с холодной жидкостью, возникают во многих случаях: при тяжелых авариях на атомных станциях и химических производствах, при подводном извержении вулканов, при входе метеоритов в водную среду. Хорошо известно, что существуют два различных режима кипения [1]: пузырьковый и пленочный. Экспериментально установлено [1], что зависимость потока теплоты  $q(\delta T = T_1 - T_b)$  от разности между температурой нагревателя  $T_1$  и температурой кипения  $T_b$  имеет  $N$ -образный вид и определяет границы (критические тепловые потоки  $q_{cr1}$  и  $q_{cr2}$ ) перехода от одного устойчивого режима кипения к другому. В экспериментах было установлено, что процессы пе-

рехода от одного режима кипения к другому имеют гистерезисный характер и сопровождаются нестационарными явлениями на фазовой поверхности. Однако  $N$ -образная зависимость  $q(\delta T)$  и критические тепловые потоки  $q_{cr1}$  и  $q_{cr2}$  из первых принципов до сих пор не были получены. В работе [2] Кутателадзе с точностью до произвольного численного множителя получил формулу для расчета критического теплового потока  $q_{cr}$ . Его вывод  $q_{cr}$  был основан на теории размерности и аналогии между процессом кипения и барботажа — всплывания пузырьков газа в жидкости при наличии силы тяжести. Как всегда, в теории размерностей произвольный множитель может быть определен только из эксперимента. Отметим, что пленочный режим кипения жидкости, когда паровая пленка находится над слоем холодной жидкости, не соответствует аналогии с барботажем, так как в таком режиме нет всплывающих пузырьков пара. В широко распространенной отечественной и зарубежной литературе считается, что Зубер в работе [3], исходя из теории, определил значение численного множителя, входящего в выражение для критического теплового потока, по-

\*E-mail: oleg.sinkevich@itf/mpei.ac.ru

лученного Кутателадзе. Однако подход Зубера также основан на качественном анализе с использованием известных выражений для инкрементов неустойчивостей Рэлея – Тейлора и Кельвина – Гельмгольца. Сомнительно, что последняя имеет отношение к переходу от пузырькового режима кипения к пленочному.

В настоящее время в лабораториях многих стран проводятся интенсивные исследования таких процессов. Как показывают экспериментальные исследования [3–13], на поверхности охлаждающей жидкости, отделенной от нагревателя паровой пленки, при любых стратификациях сред происходят волновые процессы, существенно отличающиеся в поле силы тяжести от аналогичных явлений на свободной поверхности изотермической жидкости.

В экспериментах [4–8] при кипении на твердой нагретой металлической полусфере, опускаемой сверху в слой холодной жидкости, были обнаружены два различных режима поведения паровой пленки. В одном режиме пленочное кипение жидкости с гладкой поверхностью раздела фаз меняется на пленочное кипение с волнистым рельефом паровой пленки. В другом — кипение сопровождается резким возрастанием объема пара в слое возле поверхности раздела и взрывным разрушением паровой пленки.

Одна из визуализаций процессов взрывного схода пленки пара при кипении воды (давление 1 атм, температура воды 20 °С) представлена на рис. 1 из работы [4]. Интервал между кадрами на рис. 1 составлял 1/50 с (время выдержки при видеосъемке не превышало  $10^{-4}$  с) и позволял наблюдать относительно быстротекущие процессы, недоступные невооруженному глазу. Первый кадр (около 30 с после момента погружения полусферы в воду) соответствует началу завершающего формирования паровой пленки. На последующих кадрах виден процесс шарообразного расширения паровой области, переход к взрывному разрушению пленки. При проведении экспериментов, результаты которых показаны на рис. 1, источник света располагался напротив видеокамеры, поэтому на фотографиях представлены теневые проекции изображений. Колебания формы поверхности паровой пленки наблюдались как при кипении со «спокойным» сходом паровой пленки, так и в режимах, предшествующих паровому взрыву.

В экспериментах [4–8] металлическая сфера (рис. 2а), нагретая до температуры, превышающей температуру кипения жидкости, погружалась в большой сосуд, заполненный покоящейся жид-

костью. Развитие процесса приводило к нагреву жидкости, ее кипению и образованию пленки пара возле сферы. В теоретическом анализе рассматриваемого явления следует учесть несколько возможных сценариев динамики паровой пленки. Один из них связан с перемещением поверхности раздела фаз, положения которой в различные моменты времени находятся из решения задачи, аналогичной задаче Стефана с учетом выхода части пара в окружающее нагреватель пространство и формирования неоднородных профилей температуры в паре и жидкости.

Второй сценарий реализуется, когда нагретая сфера погружается в жидкость лишь частично (эксперименты [4, 5]). В этом случае стационарный режим со слабо меняющейся толщиной пленки возможен, если часть образующегося пара, движущаяся в паровом слое вдоль фазовой поверхности, выходит в пространство над нагревателем.

Более общим является режим, в котором за короткое время формируется паровая пленка, на поверхности которой распространяются волны. В одних случаях эти волны существуют длительно по сравнению с характерным для всего процесса временем, в других режимах волновые процессы заканчиваются взрывным разрушением пленки пара и выбросом пузырьков пара в жидкость (рис. 1з–е) — движением паровых пузырьков в жидкости в направлении силы тяжести!

В экспериментах [9, 10] была исследована ситуация, противоположная ситуациям в работах [4, 5], — слой жидкости находился над объемом пара. Здесь также были обнаружены волновые процессы, сопровождающиеся выбросами пузырьков пара в холодную жидкость. Следует отметить важную роль растворенных в жидкости газов, которые могут оказывать влияние на наблюдавшиеся в этих экспериментах явления.

Естественно, что на поверхности раздела жидкости и пара, как и на любой поверхности раздела газа и жидкости, в поле сил инерции (силы тяжести) могут возникать капиллярно-гравитационные поверхностные волны. В отличие от явлений на свободной поверхности изотермической жидкости, в процессах кипения, где существуют интенсивные тепловые потоки, идущие от нагретой до высокой температуры металлической поверхности к пленке пара, а затем от пара к холодной жидкости, могут возникать новые специфические явления. Характер этих явлений зависит от целого ряда внешних условий: может ли выходить образующийся пар из сосуда или нет, образуется ли на поверхности нагрева пленка оки-

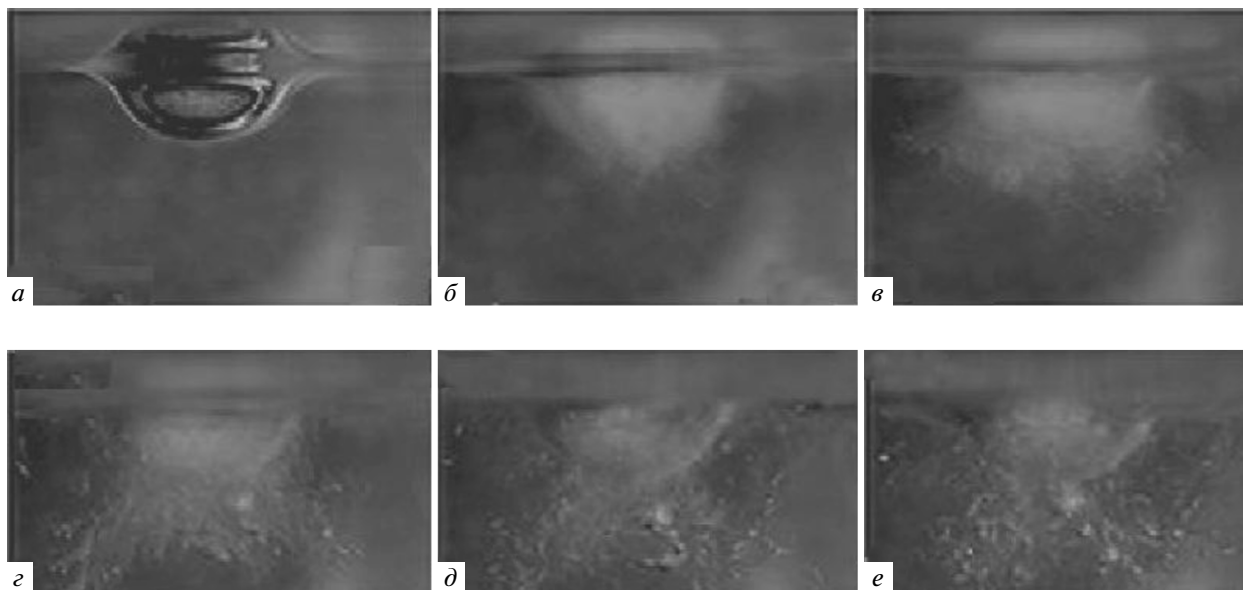


Рис. 1. Визуализация процесса взрывного схода пленки пара

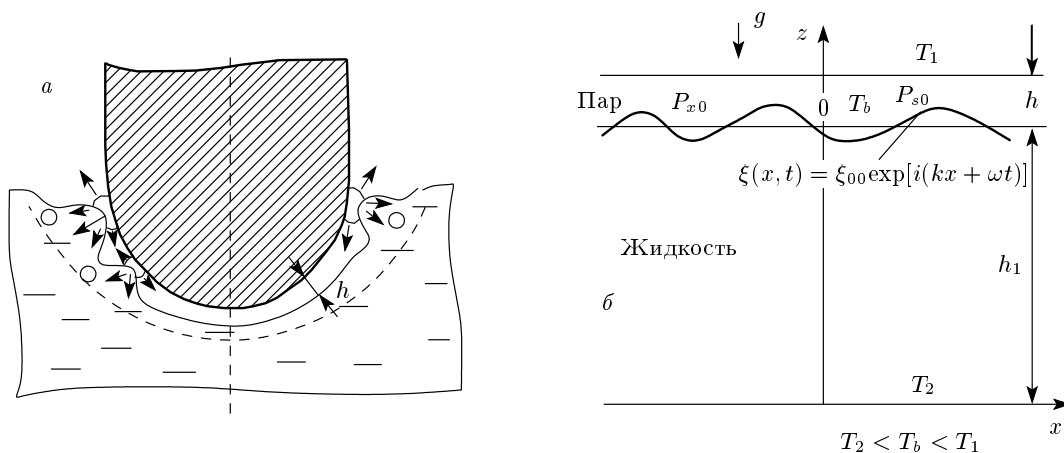


Рис. 2. а) Эксперимент с погружением нагретой до высоких температур металлической полусферы в жидкость.  
 б) Плоский слой пара и жидкости между двумя плоскостями с разными температурами

си, изменяющая рельеф поверхности, и т. п. Из анализа экспериментальных результатов можно заключить, что при больших градиентах температуры (в экспериментах [4, 5] более  $10^7$  град/м) возникающие на поверхности раздела тепловые потоки не только оказывают существенное влияние на динамику поверхностных капиллярно-гравитационных волн, но и приводят к генерации возмущений другого типа. В работах [14–19] была предложена физическая модель процессов, наблюдаемых в экспериментах [4–8]. В этих работах в декартовой системе координат (рис. 2б) была исследована устойчивость относи-

тельно малых и конечных возмущений [12–15] плоской стационарной паровой пленки конечной толщины  $h$  и находящегося под ней слоя  $h_1$  холодной жидкости ( $h_1 \gg h$ ) — устойчивая стратификация сред. В этих работах не рассматривался переходный процесс, возникающий при погружении в жидкость нагретого металлического тела, сопровождающийся кипением жидкости и образованием пленки пара, а проводился анализ волновых процессов, развивающихся в двухфазной системе, состоящей из паровой пленки и слоя холодной жидкости. Считалось, что волновые процессы сопровождаются испарени-

ем жидкости, отсутствующим в стационарном состоянии. Такой режим характерен для открытого сосуда, из которого может выходить пар.

Была продемонстрирована определяющая роль зависимости давления насыщения от температуры и образования метастабильного состояния перегретой жидкости. Показана возможность распространения по фазовой поверхности линейных и нелинейных волн, отличных от капиллярно-гравитационных. Исследованы режимы, связанные с возникновением взрывной неустойчивости, вызванной перегревом жидкости и ее взрывным вскипанием.

В данной работе, так же как и в работах [15–19], не рассматривается переходный процесс, в результате которого система переходит в стационарное состояние. В этом стационарном состоянии температура в паре и жидкости изменяется по толщине слоя, однако на фазовой границе из-за равенства тепловых потоков не происходит дополнительных испарений жидкости или конденсации пара. Такой стационарный режим может быть характерен как для устойчивой (легкий пар над жидкостью) стратификации, так и для неустойчивой (жидкость над паром). Ниже в линейном приближении исследуются устойчивость различных стационарных конфигураций систем пар–жидкость, находящихся в поле силы тяжести.

Основное внимание уделяется влиянию на волновые процессы на границе раздела фаз явления, аналогичного эффекту Гиббса–Томсона, когда искривление фазовой поверхности приводит к изменению температуры кипения и зависящего от нее давления насыщения. Установлено, что изменение температуры насыщения  $\delta T_b$  напрямую связано с деформацией фазовой поверхности  $\xi$ , поэтому данное явление может интерпретироваться как специфическое проявление эффекта Гиббса–Томсона. При определенных условиях изменение температуры кипения и зависящего от него давления насыщения приводит к генерации поверхностных волн, которые отличаются от известных гравитационно-капиллярных волн. Фазовая скорость этих волн при интенсивных потоках теплоты может намного превышать скорость капиллярно-гравитационных волн и приводить к возникновению «ряби», не связанной с поверхностным натяжением. Эти явления играют определяющую роль в волновых процессах на границе раздела фаз. Они проявляются при любой стратификации фаз как при их движении, так и при покое. Испарение жидкости, приводящее к возникновению на фазовой границе потока массы, приводит к затуханию волн, распространяющихся по этой фазовой поверхности

раздела пар–жидкость.

В поле силы тяжести исследована устойчивость стационарных плоских слоев пара и жидкости (разд. 2) для двух типов стратификации: 1) плоский паровой слой толщины  $h$ , находящийся над слоем холодной жидкости  $h_1$  ( $h_1 \gg h$ ) — разд. 3; 2) паровой слой ( $h_1 \gg h$ ), находящийся под слоем холодной жидкости — разд. 4, 5. В разд. 4 слой пара и холодной жидкости неподвижны, а в разд. 5 покоящийся паровой слой находится под слоем движущейся с постоянной скоростью холодной жидкости.

Показано, что во всех случаях определяющую роль играет эффект, в результате которого деформация фазовой поверхности приводит к изменению температуры кипения и зависящего от нее давления насыщения. При наличии стационарного теплового потока и выполнении определенных условий эти эффекты приводят к генерации поверхностных волн, отличных от капиллярно-гравитационных. В поле сил тяжести даже при неустойчивой стратификации пара и жидкости именно процессы, связанные с изменением температуры и давления насыщения при деформации фазовой поверхности, могут обеспечить существование волнообразной паровой пленки под слоем тяжелой жидкости, если тепловой поток превышает некоторое критическое значение.

## 2. СТАЦИОНАРНОЕ СОСТОЯНИЕ ПАРОВОЙ ПЛЕНКИ И СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ДИНАМИКУ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

### 2.1. Стационарное состояние

Стационарный режим существования тонкого парового слоя и слоя холодной жидкости возможен только в частном случае, когда потоки теплоты из пара в жидкость равны, т. е. не происходит образования новых порций пара, а давление пара уравнивается внешним давлением. Такой стационарный режим не является устойчивым — возникают нестационарные процессы, в которых поток массы отличен от нуля. Считается, что верхняя поверхность слоя поддерживается при постоянной температуре  $T_1$ , превышающей температуру кипения жидкости  $T_b(P)$  при давлении  $P$ , а нижняя стенка сосуда находится при температуре  $T_2$ , меньшей температуры кипения жидкости:  $T_2 < T_b(P) < T_1$ . Сила тяжести направлена противоположно оси  $z$  (рис. 2б). Это соответствует устойчивой стратификации легкой и тяжелой сред и позволяет продемонстриро-

вать существенное отличие рассматриваемой задачи от стандартной задачи об устойчивости изотермических слоев легкой и тяжелой сред в поле сил тяжести.

Режим со стационарной толщиной паровой пленки возможен лишь при строго определенных значениях теплового потока  $|q_0| = \text{const}$  от нагретой поверхности к холодной жидкости. В переходном процессе, сопровождающемся кипением жидкости и образованием слоя пара, возникает и поддерживается стационарное двухфазное состояние с паровой пленкой конечной толщины. В стационарном состоянии поток массы  $\dot{m}_0$  отсутствует:

$$\dot{m}_0 = \left( \lambda_s \frac{d}{dz} T_{0s} - \lambda_L \frac{d}{dz} T_{0L} \right) \Lambda^{-1} = 0.$$

Здесь  $T_{0s}$ ,  $T_{0L}$ ,  $\lambda_s$ ,  $\lambda_L$  — соответственно стационарные температуры и коэффициенты теплопроводности пара и жидкости,  $\Lambda$  — удельная теплота испарения (конденсации). Давление пара постоянно и равно давлению насыщения  $P_b(T_b) = P_s$ , соответствующем температуре кипения на поверхности жидкости  $T_{0L}$ . Несмотря на то что в стационарном состоянии поток масс отсутствует, рассматриваемая система с термодинамической точки зрения не является равновесной. Она неизотермична и при возникновении возмущения температуры в ней изменяется давление насыщенного пара, а на границе раздела сред может возникать поток масс.

Стационарные распределения температуры в паре ( $0 \leq z \leq h$ ) и жидкости ( $0 \leq z \leq -h_L$ ), если поток масс отсутствует ( $\dot{m}_0 \equiv 0$ ) и среды покоятся, находятся из решения одномерных уравнений теплопроводности. С учетом граничных условий на стенках сосуда

$$\begin{aligned} z = h: \quad T_{0s} = T_1 = \text{const}; \\ z = -h_L: \quad T_{0L} = T_2 = \text{const}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

и на границе раздела фаз

$$z = 0: \quad T_{s0}(0) = T_{L0}(0) = T_b(P), \quad (2.2a)$$

$$\lambda_L \frac{d}{dz} T_{L0} = \lambda_s \frac{d}{dz} T_{s0} = |q_0| = \text{const}, \quad (2.2b)$$

распределения температур в паре и жидкости имеют вид

$$\begin{aligned} T_{s0}(z) &= T_b(P) + |q_{0s}| z \lambda_s^{-1}, \\ T_{L0}(z) &= T_b(P) + |q_{0L}| z \lambda_L^{-1}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Потоки в паре и жидкости можно выразить через разности температур поверхностей и температуры кипения:

$$|q_{0s}| = \frac{\lambda_s(T_1 - T_b)}{h} = |q_{0L}| = \frac{\lambda_s(T_b - T_2)}{h_1}.$$

При равенстве температур и потоков теплоты на фазовой поверхности (2.2)  $z = 0$  также должно выполняться условие равенства давлений в паре и жидкости  $P_s = P_L = P_b(T_b)$ , взятое при температуре кипения  $T_b$  ( $T_2 < T_b(P) < T_1$ ). С учетом этого обстоятельства отношение толщины паровой пленки  $h$  к толщине слоя холодной жидкости  $h_1$  имеет вид [20]

$$\frac{h}{h_1} = \frac{\lambda(1 + t_2 + \eta - p)}{p - 1},$$

где

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\lambda_s}{\lambda_L}, \quad t_2 = \frac{T_2}{T_1}, \\ p &= \frac{P_b(T_1)}{P_L}, \quad \eta = \frac{P_L}{T_1} \left( \frac{\partial}{\partial T} P \right)_{T=T_1}. \end{aligned}$$

## 2.2. Система уравнений, описывающих динамику линейных возмущений

Поведение возмущений рассмотренного выше стационарного состояния сводится к системе уравнений неразрывности, движения и энергии в жидкости и паре:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_j + (\rho_j \nabla \cdot \mathbf{u}_j) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u}_j + (u_j \cdot \nabla) \mathbf{u}_j &= -\frac{1}{\rho_j} \nabla P_j + \mathbf{g}, \\ \frac{\partial}{\partial t} T_j + (\mathbf{u}_j \cdot \nabla) T_j - \chi_j \Delta T_j &= 0. \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{u}_j$ ,  $\rho_j$ ,  $P_j$ ,  $T_j$ ,  $\chi_j$  — соответственно скорости, плотности, давления, температуры, коэффициенты теплопроводности.

Далее нижний индекс «s»,  $j = s$ , используется для обозначений характеристик пара, нижний индекс «L» — жидкости. Нижний индекс «0» используется для обозначения стационарных состояний в жидкости и паре. Возмущения температур в паре и жидкости обозначены величинами со штрихом. При исследовании устойчивости стационарных неизотермических состояний пара и жидкости  $T_{s0}(z)$ ,  $T_{L0}(z)$  ограничимся в декартовой системе координат плоскими потенциальными течениями  $\mathbf{u} = (u, 0, w)$  и  $\mathbf{u}_s = (u_s, 0, w_s)$ ;  $\mathbf{u} = \nabla \psi$ ,  $\mathbf{u}_s = \nabla \psi_s$  (возмущения скорости и потенциала скоростей жидкости и пара не отмечены штрихами). Жидкость считается несжимаемой и потенциал скоростей для жидкости  $\psi$  удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\Delta \psi = 0. \quad (2.4a)$$

Пар, естественно, не является несжимаемой средой. Хорошо известно, что при выполнении неравенства  $u_s/c_s \ll 1$  (где  $u_s$  — характерная скорость пара,

$c_s$  — скорость звука в паре) в уравнении неразрывности можно пренебречь первым (нестационарным) членом и находить потенциал скорости пара также из уравнения Лапласа:

$$\Delta\psi_s = 0. \tag{2.4b}$$

Распределения малых возмущений температур в жидкости и паре находятся из уравнений теплопроводности:

$$\frac{\partial}{\partial t} T'_L - \chi_L \Delta T'_L = -w \frac{\partial}{\partial z} T_{L0} = -w \left( \frac{|q_0|}{\lambda_L} \right), \tag{2.5a}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} T'_s - \chi_s \Delta T'_s = -w_s \frac{\partial}{\partial z} T_{s0} = -w_s \left( \frac{|q_0|}{\lambda_s} \right). \tag{2.5b}$$

Для потенциальных течений в жидкости и паре для уравнений движения существуют интегралы Коши–Лагранжа:

$$P'_L + \rho_L \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \psi + 0.5 \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \psi \right)^2 + \left( \frac{\partial}{\partial z} \psi \right)^2 \right] + gz \right\} = C_L(t), \tag{2.6a}$$

$$P'_s + \rho_s \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \psi_s + 0.5 \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \psi_s \right)^2 + \left( \frac{\partial}{\partial z} \psi_s \right)^2 \right] + gz \right\} = C_s(t). \tag{2.6b}$$

Легко проверить, что выражения (2.6) действительно являются интегралами уравнения движения;  $C_L(t)$ ,  $C_s(t)$  — функции от температуры.

### 2.3. Граничные условия для возмущений на твердых стенках сосуда

Уравнения для потенциалов скоростей пара и жидкости (2.4) решаются с граничными условиями на непроницаемых стенках сосуда, где компонента скорости, перпендикулярная к непроницаемой поверхности, должна обращаться в нуль,

$$z = -h_1, \quad w = \frac{\partial}{\partial z} \psi = 0, \tag{2.7a}$$

$$z = h, \quad w_s = \frac{\partial}{\partial z} \psi_s = 0. \tag{2.7b}$$

Предполагая, что температура стенок поддерживается постоянной, решаем уравнения (2.5) со следующими граничными условиями на стенках канала:

$$T'_L(x, t, -h_1) = 0, \quad T'_s(x, t, h) = 0. \tag{2.8}$$

### 2.4. Граничные условия для возмущений на фазовой границе

На фазовой поверхности, особенно при интенсивных тепловых потоках в нестационарных процессах, следует учитывать целый ряд явлений, часть из них была рассмотрена нами в работах [15–20]. В данном подходе считается, что возмущенная поверхность раздела фаз  $z = \xi(x, t)$  представляет собой изотерму, отвечающую изменившейся температуре кипения и соответствующего ей давления насыщения  $P_b(T_b(x, t, z = \xi))$ .

Учитывая условие стационарного состояния

$$T_{L0} = T_{s0} = T_{b0}$$

и полагая, что смещение фазовой границы может приводить к изменению температуры  $\delta T_b(x, t, 0)$  и давления насыщения

$$\delta P_b(x, t, 0) = \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \delta T_b,$$

$$T_b(z = \xi(x, t), t) = T_{b0} + \delta T_b(x, t, 0), \tag{2.9}$$

получаем граничное условие, связывающее малые возмущения температур в паре и жидкости и  $\delta T_b(x, t, 0)$ :

$$T_{L0} + \left( \frac{d}{dz} T_{0L} \right)_{z=0} \xi + T'_L(x, t, 0) = T_{s0} + \left( \frac{d}{dz} T_{0s} \right)_{z=0} \xi + T'_s(x, t, 0) = T_{b0} + \delta T_b(x, t, 0)$$

или

$$T'_L(x, t, 0) + \left( \frac{d}{dz} T_{0L} \right)_{z=0} \xi = T'_s(x, t, 0) + \left( \frac{d}{dz} T_{0s} \right)_{z=0} \xi = \delta T_b. \tag{2.10}$$

Как отмечалось во Введении, учет изменения температуры насыщения  $\delta T_b$  при деформации фазовой поверхности  $\xi$  сродни эффекту Гиббса–Томсона или близкого к нему эффекту Джоуля–Томсона, проявляющемуся в твердом теле [21]. Эффект Гиббса–Томсона учитывает изменение температуры фазового перехода (в данном случае кипения) при деформации фазовой поверхности, но не связан с поверхностным натяжением.

В стационарном состоянии подводимый к фазовой поверхности поток теплоты равнялся отводимому, но при возмущении поверхности раздела подводимый и отводимый потоки могут не быть равными.

В этом случае их разность может тратиться на испарение жидкости. Граничное условие, учитывающее возникновение потока масс, имеет вид

$$-\lambda_s \nabla_n T'_s + \lambda_L \nabla_n T'_L = \Lambda \dot{m}. \quad (2.11)$$

Здесь  $\dot{m}$  — поток массы,  $\Lambda$  — удельная теплота испарения (конденсации), которая в данном анализе считается не зависящей от температуры кипения.

Наряду с граничными условиями (2.10), (2.11) необходимо учесть условия, вытекающие из законов сохранения потоков массы и равенства нормальных напряжений:

$$\rho_L (w_L - w_F) = \rho_s (w_s - w_F) = \dot{m}, \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} P_s - P_L &= P_{s0} + \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \delta T_b + P'_s - P_{L0} - P'_L = \\ &= \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \delta T_b + P'_s - P'_L = \sigma \frac{\partial^2}{\partial x^2} \xi. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Здесь  $\sigma$  — поверхностное натяжение, эффекты, связанные с зависимостью от  $\sigma$  температуры в данном рассмотрении не учитываются. Как было отмечено ранее, слагаемое  $(\partial P_b / \partial T)_0 \delta T_b$  отражает в линейном приближении изменение давления насыщения, связанное с изменением температуры насыщения. Ниже будет показано, что  $\delta T_b$  напрямую связано с деформацией поверхности нагрева  $\xi$ .

Для малых возмущений на возмущенной фазовой поверхности раздела жидкость–пар,

$$F(x, z, t) = z - \xi(x, t) = 0,$$

движущейся в направлении ее нормали со скоростью  $w_F$ ,

$$w_F = \left( \frac{\partial}{\partial t} \xi + u \frac{\partial}{\partial x} \xi \right) \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \xi \right)^2 + 1 \right]^{-1/2},$$

из (2.12) при  $\rho_s / \rho_L \ll 1$  получаем граничное условие для вертикальной компоненты скорости жидкости:

$$w(\xi) = w_F = \frac{\partial}{\partial t} \xi. \quad (2.14)$$

При  $\dot{m} \neq 0$  из (2.12) и (2.14) следует

$$w_s(x, z = \xi(x, t)) \neq w_F = \frac{\partial}{\partial t} \xi.$$

Различие скоростей  $w_s \neq w_F$  связано с испарением жидкости. С учетом вязкости связь между  $w_s$  и  $w_F$  вытекает из равенства касательных напряжений на фазовой поверхности. В данной работе, в отличие

от наших предыдущих исследований [15–19], считается, что испарение жидкости на фазовой поверхности может приводить к относительному движению пара и жидкости. В этом случае имеем

$$\gamma w(x, z = \xi(x, t), t) = w_s(x, z = \xi(x, t)). \quad (2.15)$$

Коэффициент  $\gamma$  принимается постоянной величиной и, как будет показано ниже, зависит от доли испарившейся жидкости.

### 3. ЛИНЕЙНЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНОЙ ПАРОВОЙ ПЛЕНКИ, НАХОДЯЩЕЙСЯ НАД СЛОЕМ НЕПОДВИЖНОЙ ЖИДКОСТИ. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

#### 3.1. Поля малых возмущений скоростей и температур в жидкости и паре

Как и в работе [15], считаем, что для характерного времени задачи  $t_c$  и времен установления стационарного распределения возмущений температур в жидкости  $t_L = \rho_L C_{PL} / \lambda_L k^2$  и паре  $t_s = \rho_s C_{Ps} / \lambda_s k^2$  выполняются неравенства

$$t_s < t_c, \quad t_L < t_c. \quad (3.1)$$

Для  $t_c \approx 10^{-5}$  с и длины волны возмущения  $l = 100$  мкм неравенства (3.1) выполняются с большим запасом.

Решения для малых возмущений будем искать в виде

$$\begin{aligned} \xi(x, t) &= \xi_{00} \exp [i(kx + \omega t)], \\ \psi(x, z, t) &= f_0(z) \exp [i(kx + \omega t)], \\ \psi_s(x, z, t) &= f_s(z) \exp [i(kx + \omega t)], \\ T'_L &= f_L(z) \exp [i(kx + \omega t)], \\ T'_s &= f_s(z) \exp [i(kx + \omega t)]. \end{aligned} \quad (3.2)$$

#### 3.2. Распределения возмущений в паре и жидкости

Используя уравнения (2.4), (2.5) и граничные условия на твердых стенках (2.7), (2.8), представим решения для потенциалов скоростей, самих скоростей и температуры в виде

$$\begin{aligned} \psi(x, z, t) &= f_{00} \operatorname{sh}^{-1}(kh_1) \operatorname{ch}[k(z + h_1)] \times \\ &\quad \times \exp [i(kx + \omega t)], \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \psi_s(x, z, t) &= -f_{0s} \operatorname{sh}^{-1}(kh) \operatorname{ch}[k(z - h)] \times \\ &\quad \times \exp [i(kx + \omega t)], \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$u(x, z, t) = \frac{\partial}{\partial x} \psi = ikf_{00} \operatorname{sh}^{-1}(kh_1) \operatorname{ch}[k(z + h_1)] \times \exp[i(kx + \omega t)], \quad (3.5)$$

$$w(x, z, t) = \frac{\partial}{\partial z} \psi = kf_{00} \operatorname{sh}^{-1}(kh_1) \operatorname{ch}[k(z + h_1)] \times \exp[i(kx + \omega t)], \quad (3.6)$$

$$u_s(x, z, t) = \frac{\partial}{\partial x} \psi_s = -ikf_{0s} \operatorname{sh}^{-1}(kh) \operatorname{ch}[k(z - h)] \times \exp[i(kx + \omega t)], \quad (3.7)$$

$$w_s(x, z, t) = \frac{\partial}{\partial z} \psi_s = -kf_{0s} \operatorname{sh}^{-1}(kh) \operatorname{sh}[k(z - h)] \times \exp[i(kx + \omega t)], \quad (3.8)$$

$$T'_L(x, t, z) = \left\{ C \operatorname{sh}^{-1}(\alpha_L h_1) \operatorname{sh}[\alpha_L(z + h_1)] + \left[ \frac{|q_0|}{\lambda_L} ikf_{00} \frac{\operatorname{sh}[k(z + h_1)]}{\omega \operatorname{sh}(kh_1)} \right] \right\} \times \exp[i(kx + \omega t)] + \text{c.c.}, \quad (3.9)$$

$$T'_s(x, t, z) = \left\{ -C_1 \frac{\operatorname{sh}[\alpha_s(z - h)]}{\operatorname{sh}(\alpha_s h)} - |q_0| \frac{ikf_{s0}}{\lambda_s \omega \operatorname{sh}(kh)} \operatorname{sh}[k(z - h)] \right\} \times \exp[i(kx + \omega t)] + \text{c.c.} \quad (3.10)$$

Здесь

$$\alpha_s = \sqrt{k^2 + \frac{i\omega}{\chi_s}}, \quad \alpha_L = \sqrt{k^2 + \frac{i\omega}{\chi_L}},$$

$f_{00}, f_{s0}, C, C_1$  — неизвестные константы, которые могут быть определены из граничных условий на возмущенной фазовой поверхности  $z = \xi(x, t)$ .

С использованием решений (3.5) и (3.7) и соотношения (2.15) имеем связь между константами  $f_{00}, f_{0s}$ :

$$f_{0s} = \gamma f_{00}.$$

Данный подход позволяет рассмотреть процессы, в которых не происходит испарения ( $\dot{m} = 0$ ) и случаи, когда существует испарение жидкости ( $\dot{m} \neq 0$ ) и возникает проскальзывание пара относительно жидкости. Если существует проскальзывание, то коэффициент  $\gamma$  связан с долей испарившейся жидкости. Покажем это, используя решения (3.6) и (3.8) при

$z = 0$  и граничное условие (2.14). Для малых возмущений с точностью до  $\rho_s/\rho_L \ll 1$  получаем

$$f_{00} = i\omega \xi_{00}/k. \quad (3.11)$$

Используя (3.11), находим  $f_{0s}$ :

$$f_{0s} = i\gamma\omega \xi_{00}/k. \quad (3.12)$$

Из (2.11) и второго уравнения (2.12) имеем

$$-\lambda_s \nabla_n T'_s + \lambda_L \nabla_n T'_L = \dot{m} \rho_s,$$

$$\Lambda = \rho_s \Lambda(w_s - w_F) = \rho_s \Lambda i(\gamma - 1)\omega \xi_{00}.$$

Из этого равенства ясно видно, что при  $\gamma = 1$  поток массы отсутствует ( $\dot{m} = 0$ ) и, следовательно, коэффициент  $\gamma$  можно выразить через коэффициент аккомодации (испарения) [22]  $0 \leq \zeta \leq 1$ :

$$\gamma = 1 + \zeta. \quad (3.13)$$

Подставив константы  $f_{00}$  и  $f_{0s}$  в уравнения (3.9), (3.10) и используя граничные условия (2.10), (2.11), представим возмущение температуры в жидкости и паре в виде

$$T'_L(x, t, z) = \left\{ C \operatorname{sh}^{-1}(\alpha_L h_1) \operatorname{sh}[\alpha_L(z + h_1)] - \frac{|q_0|}{\lambda_L \operatorname{sh}(kh_1)} \xi_{00} \operatorname{sh}[k(z + h_1)] \right\} \times \exp[i(kx + \omega t)] + \text{c.c.}, \quad (3.14)$$

$$T'_s(x, t, z) = \left\{ -C_1 \frac{\operatorname{sh}[\alpha_s(z - h)]}{\operatorname{sh}(\alpha_s h)} + \frac{|q_0| \gamma}{\lambda_s \operatorname{sh}(kh)} \xi_{00} \operatorname{sh}[k(z - h)] \right\} \times \exp[i(kx + \omega t)] + \text{c.c.} \quad (3.15)$$

Здесь

$$C = C_1 - \zeta |q_0| \xi_{00} / \lambda_s, \quad (3.16)$$

$$C_1 = \xi_{00} \left\{ |q_0| \left[ k \frac{\gamma \operatorname{cth}(kh) + \operatorname{cth}(kh_1)}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} + \frac{\zeta}{\lambda_s} \right] + \frac{i\omega \rho_s \zeta \Lambda}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} \right\} \times \left[ 1 + \frac{\lambda_s \alpha_s \operatorname{cth}(\alpha_s h)}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} \right]^{-1}. \quad (3.17)$$

Согласно (2.10) изменение температуры кипения

$$\delta T_b = (C_1 - |q_0| \zeta / \lambda_s) \xi_{00}. \quad (3.18)$$



Для кипения воды при атмосферном давлении на линии насыщения  $\lambda_s/\lambda_L = 3.54 \cdot 10^{-2}$ ,  $\chi_L/\chi_s = 0.8 \cdot 10^{-2}$ . Далее, будем считать, что кроме неравенств  $\rho_s/\rho_L \ll 1$  выполнены условия (3.1) для волнового числа (длины волны) возмущений, которые сводятся к следующим:

$$\left(\frac{h^2\omega}{\chi_L}\right)^{1/2} \ll kh \leq 1. \quad (3.19)$$

В этом случае

$$\alpha_s = \sqrt{k^2 + \frac{i\omega}{\chi_s}} \approx k, \quad \alpha_L = \sqrt{k^2 + \frac{i\omega}{\chi_L}} \approx k, \quad (3.20)$$

$$\frac{\text{cth}(kh)}{\text{cth}(\alpha_L h_1)} \approx \frac{h_1}{h} \gg 1.$$

С учетом (3.13), (3.20), (2.10) и (2.11) возмущение температуры пара на фазовой границе и изменение температуры насыщения связаны со смещением фазовой границы следующими соотношениями:

$$T'_s = \left\{ |q_0| \frac{1 + \lambda_L \zeta}{\lambda_s} \frac{h}{\lambda_s h_1} + \frac{i\omega \rho_s \zeta \Lambda h}{\lambda_s} \right\} \xi_{00}, \quad (3.21)$$

$$\delta T_b = F \xi_{00}, \quad (3.22)$$

где

$$F \approx \frac{|q_0|}{\lambda_s} + \frac{i\omega \rho_s \zeta \Lambda h}{\lambda_s}. \quad (3.23)$$

Из (3.22) следует, что деформация фазовой поверхности ведет к изменению температуры насыщения и зависящего от нее давления насыщения (слагаемое  $(\partial P_b/\partial T)_0 \delta T_b$  в (2.13)).

Таким образом, подтверждено высказанное ранее соображение о связи между изменением температуры кипения  $\delta T_b$  и деформацией фазовой поверхности  $\xi$ . Такая связь демонстрирует аналогичность рассматриваемого явления известному эффекту Гиббса–Томсона. Однако, как это следует из (3.23), связь между  $\delta T_b$  и деформацией фазовой поверхности  $\xi$  имеет более сложный характер, чем в эффекте Гиббса–Томсона. Прямая пропорциональность между изменением температуры кипения  $\delta T_b(k, \omega)$  и деформацией фазовой поверхности  $\xi(k, \omega)$  имеет место в  $(k, \omega)$ -пространстве. Следовательно, в общем случае в пространстве физических переменных эта связь между  $\delta T_b(r, t)$  и  $\xi(r, t)$  может быть дифференциальной или интегродифференциальной.

### 3.3. Дисперсионное уравнение

Для получения дисперсионного уравнения положим  $C_{s0}(t) = C_{L0}(t) = 0$ . Используя (3.3), (3.4), преобразуем граничное условие (2.13) к виду

$$\left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 \delta T_b - \rho_s [-k^{-1} i\omega f_{0s} \text{cth}(kh) + g\xi_{00}] + \rho_L [i\omega k^{-1} f_{00} \text{cth}(kh_1) + g\xi_{00}] + k^2 \sigma \xi_{00} = 0$$

или с учетом (3.12), (3.13), (3.22) и (3.23) к виду

$$\left\{ k \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 F - \rho_s (\omega^2 \gamma \text{cth}(kh) + kg) + \rho_L (-\omega^2 \text{cth}(kh_1) + kg + k^3 \sigma) \right\} \xi_{00} = 0.$$

Отсюда приходим к дисперсионному уравнению для колебаний фазовой поверхности раздела:

$$D(\omega, k) \equiv \omega^2 [\rho_s \gamma \text{cth}(kh) + \rho_L \text{cth}(kh_1)] - i\omega \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 \frac{\rho_s \zeta k \Lambda h}{\lambda_s} - \left[ \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 |q_0| \frac{k}{\lambda_s} + g(\rho_L - \rho_s)k + k^3 \sigma \right] = 0. \quad (3.24)$$

По аналогии с волнами на поверхности жидкости запишем это уравнение в виде

$$D(\omega, k) = \omega^2 - i\omega \delta_1 - \text{th}(kh_1) \left\{ k \left( g_f + g \frac{\rho_L - \rho_s}{\rho_\Sigma} \right) + \frac{\sigma k^3}{\rho_\Sigma} \right\} = 0. \quad (3.25)$$

Здесь обозначено

$$\rho_\Sigma = \rho_L + \gamma \rho_s \frac{h_1}{h}, \quad (3.26)$$

$$\delta_1 = \text{th}(kh_1) \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 \frac{\zeta \rho_s \Lambda k h}{\lambda_s \rho_\Sigma}, \quad (3.27)$$

$$g_f = \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 \frac{|q_0|}{\lambda_s \rho_\Sigma}. \quad (3.28)$$

Из (3.25) находим корни дисперсионного уравнения:

$$\omega = i \frac{\delta_1}{2} \pm \text{th}(kh_1)^{1/2} \times \left\{ \left( kg_f + \frac{\sigma k^3}{\rho_\Sigma} + kg \frac{\rho_L - \rho_s}{\rho_\Sigma} \right) - \frac{\delta_1^2}{4} \right\}^{1/2}. \quad (3.29)$$

Из (3.29) следует, что при выполнении неравенства

$$g_f + \frac{\sigma k^2}{\rho_\Sigma} + g \frac{\rho_L - \rho_s}{\rho_\Sigma} \gg \frac{\delta_1^2}{4k} = \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 \frac{\zeta \rho_s \Lambda h}{4\lambda_s \rho_\Sigma} \quad (3.30)$$

существуют слабо затухающие поверхностные волны, распространяющиеся при выполнении неравенства (3.30) с частотой

$$\omega_r = \left[ \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \frac{|q_0|}{\lambda_s \rho_\Sigma} \right]^{1/2} \quad (3.31)$$

и декрементом

$$\omega_i = \delta_1/2. \quad (3.32)$$

Используя неравенство (3.30), оценим значение критического потока теплоты  $|q_{0cr}|$ , при котором отношение декремента колебаний к частоте одного порядка. Для удобства введем безразмерные параметры

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_{ch}}, \quad \omega_{ch} = \left( \frac{g_{eff}}{h} \right)^{1/2}, \quad q = \frac{|q_0|}{q_m},$$

$$g_{eff} = 2 \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \frac{q_m}{\rho_L \lambda_L}, \quad K = kh \approx 1,$$

$$\begin{aligned} H &= \frac{\sigma}{g_{eff} \rho_L h^2}, \quad \varepsilon = \frac{g}{g_{eff}}, \quad \delta_c = \frac{\delta_1^2}{4hg_{eff}} = \\ &= h \left[ \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \frac{\zeta \rho_s \Lambda}{2\lambda_s \rho_\Sigma} \right]^2 \lambda_s \rho_\Sigma \left\{ \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 |q_m| \right\}^{-1} = \\ &= h \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 k (\gamma - 1)^2 (\rho_s \Lambda)^2 \frac{\lambda_s \rho_\Sigma}{8|q_m|}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Здесь  $q_m = \lambda_L \Delta T_m / h_1$  — максимальный поток теплоты, отводимый от парового слоя в жидкость за счет теплопроводности,  $\Delta T_m = T_b - T_f$  — максимальный «недогрев» жидкости до температуры кипения ( $T_f$  — температура замерзания жидкости), для воды при атмосферном давлении  $\Delta T_m \approx T_b - 273$  К. В этих переменных безразмерное значение критического теплового потока принимает вид

$$q_{cr} = K\delta - HK^2 - \varepsilon. \quad (3.34)$$

Для кипения воды при атмосферном давлении критический поток теплоты, при котором возникают колебания, в зависимости от параметра  $\zeta$  составляет величину  $|q_{0cr}| \approx (0.1-1.0)$  МВт/м<sup>2</sup> (при  $\zeta = 0.1$  значение  $|q_{0cr}| = 0.32$  МВт/м<sup>2</sup>).

Как видно из (3.29), характер дисперсии волн на фазовой поверхности по внешнему виду аналогичен гравитационно-капиллярным волнам на свободной поверхности жидкости, однако обнаруживается ряд принципиальных различий. В волнах на фазовой поверхности из-за изменения температуры насыщения и тем самым давления насыщения возникает ускорение

$$g_f \approx \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \frac{T_1 - T_{b0}}{h\rho_L},$$

аналогичное гравитационному. Принципиальным является то, что из-за возмущения теплового потока, проходящего через поверхность раздела фаз, волны данного типа могут возникать даже в отсутствие силы тяжести, в том числе и на вертикальной поверхности.

Учет потоков массы с поверхности раздела согласно (3.29) приводит к затуханию возмущений поверхности. Возникновение затухания объясняется тем, что уменьшение толщины паровой пленки приводит к дополнительному испарению жидкости и расходу энергии на испарение.

При выполнении условия

$$\left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \frac{1}{h(T_1 - T_{b0})} > \sigma k^2 > g\rho_L \quad (3.35)$$

можно пренебречь капиллярными эффектами и влиянием сил гравитации. В этом случае определяющими являются эффекты, связанные с зависимостью давления насыщения от температуры и наличием теплового потока через поверхность раздела жидкости–пар.

Если выполняются условия  $1 \ll kh_1$ ,  $q > q_{cr}$ , то частота колебаний и фазовая скорость волны малой амплитуды аналогичны величинам для гравитационных волн, но с эффективным ускорением  $g_f$ , зависящим от перепада температур в паровой пленке:

$$\begin{aligned} \omega &= \pm (kg_f)^{1/2} = \left[ k \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \frac{T_1 - T_{b0}}{h\rho_L} \right]^{1/2}, \\ V_f &= \omega k^{-1} = \pm (g_f k^{-1})^{1/2}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Механизм генерации волн на поверхности раздела фаз под воздействием теплового потока объясняется тем, что случайное смещение фазовой границы к нагретой поверхности уменьшает толщину парового слоя, вызывает рост температуры и давления насыщения. Повышение давления насыщенного пара приводит к возвратному движению фазовой поверхности — в сторону от поверхности нагрева. При удалении фазовой поверхности от нагретого тела происходит увеличение толщины слоя пара, уменьшение температуры и понижение давления насыщения. Понижение давления насыщенного пара ведет к смещению границы раздела в обратном направлении — в сторону поверхности нагрева. Происходящие при смещении фазовой поверхности изменения теплового потока вызывают дополнительное испарение жидкости и приводят к затуханию колебаний поверхности раздела, так как часть энергии тратится на испарение.

Рассмотрим возможности экспериментальной проверки полученных решений. На рис. 3 приведено

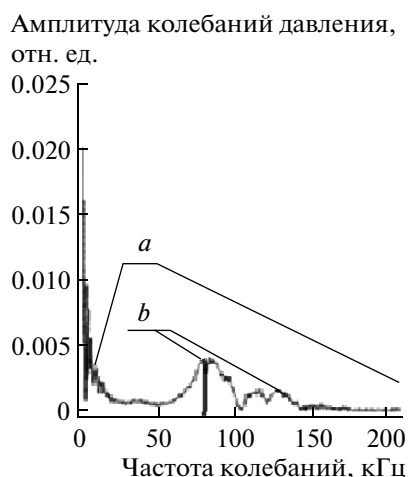


Рис. 3. Быстрое преобразование Фурье изменения давления при погружении горячей металлической полусферы в жидкость

быстрое преобразование Фурье импульса давления, полученного в экспериментах [6–8] при опускании нагретой до высоких температур металлической полусферы в жидкость (рис. 2а). Анализ этого спектра колебаний, состоящего из сплошной части (а) и «уширенных» линий (b), проведен в работе [19]. Сплошная часть спектра колебаний соответствует переходному процессу, связанному с образованием и расширением паровой пленки. Линии b, по нашему мнению, соответствуют волнам, распространяющимся по фазовой поверхности. Характерные частоты, рассчитанные по формуле (3.36) и отмеченные на рис. 3 линиями b, согласуются с данными экспериментов [6–8].

Колебания паровой пленки, связанные с изменением температуры кипения и давления насыщения, могут существовать даже в отсутствие силы тяжести, тогда как гравитационные волны в поле силы тяжести возникают лишь при устойчивой стратификации фаз—легкая среда находится над тяжелой. При условии (3.35) волны с частотой колебаний (3.36) могут возникать и на поверхности паровой пленки, образующейся при кипении на вертикальной стенке нагреваемого сосуда.

Суммируя сказанное выше, можно считать, что при устойчивой стратификации пара и жидкости задача о волнах на поверхности раздела пар—жидкость аналогична задаче о распространении гравитационных волн в жидкости со свободной границей, но с учетом дополнительного ускорения  $g_f$ . Это дополнительное ускорение  $g_f$  связано с изменением темпе-

ратуры кипения и давления насыщения и действует аналогично гравитационному ускорению  $g$ . Скорость распространения поверхностных волн зависит от теплового потока, идущего от поверхности нагрева через пар к жидкости, и может существенно превышать скорость гравитационных волн.

Наличие теплового потока через поверхность раздела фаз может приводить к еще одному специфическому эффекту распространения волн по поверхности пар—жидкость. Волны на поверхности изотермической жидкости, находящейся в поле сил тяжести, с длиной  $l < l_{cg} = 2\pi(\sigma/g)^{1/2}$  являются капиллярными. Как следует из (3.29), при условиях

$$\omega_i/\omega_r \ll 1, \quad g_f \gg g$$

по границе раздела пар—жидкость могут распространяться короткие волны (рябь). Хотя длины этих волн лежат в диапазоне  $l_c = 2\pi(\sigma/g_f)^{1/2} < l < l_{cg}$ , поверхностное натяжение для них несущественно.

#### 4. ПЛОСКАЯ ПАРОВАЯ ПЛЕНКА ПОД СЛОЕМ НЕПОДВИЖНОЙ ХОЛОДНОЙ ЖИДКОСТИ

Стационарное состояние, рассмотренное в разд. 2, допускает обобщения на случаи, когда пар и жидкость движутся с постоянными скоростями  $\mathbf{U}_0$  и  $\mathbf{U}_{0s}$  ( $\mathbf{U}_0 \neq \mathbf{U}_{0s}$ ) в направлении оси  $x$  или когда одна из сред покоится, а другая движется с постоянной скоростью. Поскольку среда в направлении оси  $x$  безгранична, переходом в новую систему координат можно добиться того, что одна из сред неподвижна, а другая движется с относительной скоростью.

Сначала рассмотрим устойчивость плоской паровой пленки толщиной  $h$ , находящейся под слоем неподвижной ( $\mathbf{U}_0 = 0$ ) холодной жидкости толщиной  $h_1$  ( $h \ll h_1$ ), см. рис. 4. В разд. 5 рассмотрим влияние движения жидкости с постоянной скоростью  $\mathbf{U}_0 \neq 0$  на устойчивость стационарной системы.

Аналогично разд. 3, стационарные распределения температуры в неподвижном паре ( $0 \leq z \leq -h$ ) и жидкости ( $0 \leq z \leq h_L$ ) и при отсутствии в стационарном состоянии потока масс ( $\dot{m}_0 \equiv 0$ ), найдутся из решения одномерных уравнений теплопроводности. С учетом изменений расположений пара и жидкости распределения температур при прежних граничных условиях на стенках сосуда

$$T_{s0}(-h) = T_1 \gg T_{L0}(h_1) = T_2 = \text{const}$$

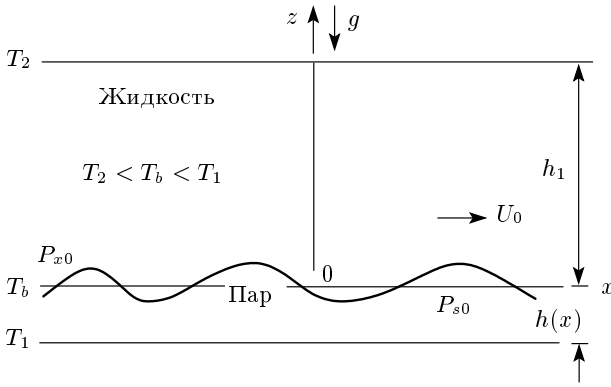


Рис. 4. Расположение паровой пленки и слоя жидкости при неустойчивой, с точки зрения силы тяжести, стратификации сред

и на границе раздела фаз  $z = 0$

$$T_{s0}(0) = T_{L0}(0) = T_{b0}$$

имеют вид

$$\begin{aligned} T_{s0}(z) &= T_b(P) - |q_0|z\lambda_s^{-1}, & -h \leq z \leq 0, \\ T_{L0}(z) &= T_b(P) - |q_0|z\lambda_L^{-1}, & 0 \leq z \leq h, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где  $|q_0| = \lambda_s(T_1 - T_{b0})/h$ .

#### 4.1. Уравнения и граничные условия для возмущений стационарного состояния

Как и в разд. 2, потенциалы скоростей для жидкости  $\psi$  и пара  $\psi_s$  определяются из уравнений Лапласа (2.3). Распределения возмущений температуры в жидкости  $T'_L(x, z, t)$  и паре  $T'_s(x, z, t)$  находятся из решений уравнений теплопроводности (2.4), (2.5) с учетом другого направления потоков теплоты в невозмущенном состоянии.

Аналогично (2.6), (2.7), (2.8) граничные условия для возмущений температур и скоростей жидкости и пара на стенках канала имеют вид

$$T'_L(x, t, h_1) = 0, \quad T'_s(x, t, -h) = 0, \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} z = h_1, \quad w &= \frac{\partial}{\partial z} \psi = 0; \\ z = -h, \quad w_s &= \frac{\partial}{\partial z} \psi_s = 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

По-прежнему считается, что возмущенная поверхность раздела фаз  $z = \xi(x, t)$  представляет собой изотерму, соответствующую температуре кипения при изменившемся давлении насыщения

$P_b(T_b(x, t, z = \xi))$ . На этой поверхности выполняется условие равенства температур пара и жидкости температуре кипения:

$$T_L(x, t, z = \xi) = T_s(x, t, z = \xi) = T_{b0} + \delta T_b.$$

Для малых возмущений температур в паре и жидкости это соотношение сводится к виду

$$T'_L(x, t, 0) - \frac{|q_0|}{\lambda_L} \xi - T'_s(x, t, 0) + \frac{|q_0|}{\lambda_s} \xi = \delta T_b. \quad (4.4)$$

Снова считаем, что возмущение поверхности раздела приводит к возникновению потока массы  $\dot{m} \neq 0$ , отсутствующего в стационарном состоянии:

$$-\lambda_s \frac{\partial}{\partial z} T'_s + \lambda_L \frac{\partial}{\partial z} T'_L = \Lambda \dot{m}. \quad (4.5)$$

Граничные условия на поверхности раздела пар-жидкость  $z = \xi(x, t)$  для нормальных напряжений сводятся к (2.12).

Для малых возмущений вида (3.2) решения для потенциалов скоростей, самих скорости и температуры в паре и жидкости с граничными условиями (4.2)–(4.4) имеют вид, аналогичный уравнениям (3.3)–(3.15), в которых надо заменить  $g$  на  $-g$ ,  $h_1$  на  $-h_1$ ,  $h$  на  $-h$ ,  $|q_0|$  на  $-|q_0|$ .

Аналогично разд. 3, из перечисленных выше граничных условий (2.14), (2.15) и (4.5) на возмущенной фазовой поверхности  $z = \xi(x, t)$  находим значения неизвестных констант  $f_{00}$ ,  $f_{s0}$ ,  $C$ ,  $C_1$ :

$$C = C_1 + (\bar{\gamma} - 1) |q_0| \xi_{00} / \lambda_s, \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} C_1 = -\xi_{00} \left\{ |q_0| \left( k \frac{\bar{\gamma} \operatorname{cth}(kh) + \operatorname{cth}(kh_1)}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} + \frac{\bar{\gamma} - 1}{\lambda_s} \right) + \right. \\ \left. + \frac{i \omega \rho_s (\bar{\gamma} - 1) \Lambda}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} \right\} \left[ 1 + \frac{\lambda_s \alpha_s \operatorname{cth}(\alpha_s h)}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Из (4.4) находим изменение температуры кипения:

$$\delta T_b = \left[ C_1 - |q_0| \frac{\xi_{00} (1 - \bar{\gamma})}{\lambda_s} \right] \xi_{00}. \quad (4.8)$$

Для кипения воды при атмосферном давлении на линии насыщения, когда выполняются условия (3.19) и (3.20), имеем

$$\delta T_b = F \xi_{00}, \quad (4.9)$$

где

$$F \approx -\frac{|q_0|}{\lambda_s} - \frac{i \omega \rho_s (\bar{\gamma} - 1) \Lambda h}{\lambda_s}. \quad (4.10)$$

Полагая  $C_{s0}(t) = C_{L0}(t) = 0$ , используя соотношение Лагранжа–Коши в виде (2.6) и учитывая влияние

рассмотренного в разд. 3 эффекта, связанного с искривлением паровой поверхности, сведем граничное условие (2.13) к виду

$$-\left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 \delta T_b - \rho_s (k^{-1} i \omega f_{0s} \operatorname{cth}(kh) + g \xi_{00}) - \rho_L (i \omega f_{00} \operatorname{cth}(kh_1) + g \xi_{00}) - k^2 \sigma \xi_{00} = 0. \quad (4.11)$$

Заменяя  $f_{00}$ ,  $f_{s0}$  и  $\delta T_b$  согласно (2.15), (3.11), (3.12) и (4.9), приходим к соотношению

$$\left\{ -k \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 F + \rho_s [\omega^2 \gamma \operatorname{cth}(kh) + kg] + \rho_L [\omega^2 \operatorname{cth}(kh_1) - kg] - k^3 \sigma \right\} \xi_{00} = 0.$$

Отсюда мгновенно следует дисперсионное уравнение, описывающее поведение малых возмущений фазовой поверхности раздела жидкость–пар в состоянии, когда в поле силы тяжести паровая пленка находится под слоем холодной жидкости:

$$D(\omega, k) = \omega^2 - i \omega \delta_1 - \operatorname{th}(kh_1) \times \left\{ k \left[ g_f - \frac{g(\rho_L - \rho_s)}{\rho_\Sigma} \right] + \frac{\sigma k^3}{\rho_\Sigma} \right\} = 0. \quad (4.12)$$

Здесь введены обозначения

$$\rho_\Sigma = \rho_L + \bar{\gamma} \rho_s \frac{h_1}{h}, \quad (4.13)$$

$$\delta_1 = \operatorname{th}(kh_1) \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 \frac{\zeta \rho_s \Lambda kh}{\lambda_s \rho_\Sigma}, \quad (4.14)$$

$$g_f = \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 \frac{|q_0|}{\lambda_s \rho_\Sigma}. \quad (4.15)$$

Из (4.12) для корней дисперсионного уравнения имеем

$$\omega = i \frac{\delta_1}{2} \pm \operatorname{th}^{1/2}(kh_1) \times \left\{ \left[ kg_f + \frac{\sigma k^3}{\rho_\Sigma} - \frac{kg(\rho_L - \rho_s)}{\rho_\Sigma} \right] - \frac{\delta_1^2}{4} \right\}^{1/2}. \quad (4.16)$$

Из (4.16) находим неравенство

$$g_f + \frac{\sigma k^2}{\rho_\Sigma} \gg \left[ \operatorname{th}(kh_1) \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 \frac{\zeta \rho_s \Lambda kh}{2 \lambda_s \rho_\Sigma} \right]^2 + \frac{g(\rho_L - \rho_s)}{\rho_\Sigma}, \quad (4.17)$$

при выполнении которого, несмотря на то что паровая пленка находится под слоем тяжелой жидкости, существуют затухающие поверхностные волны. При

выполнении условия (4.17) из (4.16) следует, что наличие теплового потока в системе, где тяжелая жидкость находится над слоем пара, могут существовать поверхностные волны, отличные от капиллярных. Эти волны при условии

$$1 \gg \left\{ \left[ \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 \frac{\zeta \rho_s \Lambda h}{2 \lambda_s \rho_\Sigma} \right]^2 + \frac{g(\rho_L - \rho_s)}{\rho_\Sigma} - \frac{\sigma k^2}{\rho_\Sigma} \right\} \times \frac{1}{g_f} \quad (4.18)$$

распространяются с частотой

$$\omega_r = \left[ \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0 \frac{|q_0|}{\lambda_s \rho_\Sigma} \right]^{1/2} \quad (4.19)$$

и декрементом

$$\omega_i = \delta_1 / 2. \quad (4.20)$$

Рассмотрим частные случаи.

1. При  $q_0 = 0$ ,  $\zeta = 0$  приходим к известным результатам: к неустойчивости Рэля–Тейлора, которая может быть стабилизирована поверхностным натяжением, при неустойчивой стратификации сред возможно существование капиллярных волн, длина которых меньше критической.

2. При  $q_0 = 0$ ,  $\zeta \neq 0$  капиллярные волны, длина которых меньше критической, затухают за счет расхода энергии на испарение жидкости.

3. При  $\dot{m} = 0$ ,  $\zeta = 0$  ( $\gamma = 1$ ) поток масс через фазовую поверхность отсутствует. В этом случае  $\omega_i = 0$  и, как следует из дисперсионного уравнения (4.12), гармонические колебания существуют, если выполнено неравенство (4.17), которое в этом частном случае имеет вид

$$g_f + \frac{\sigma k^2}{\rho_\Sigma} \gg \frac{g(\rho_L - \rho_s)}{\rho_\Sigma}. \quad (4.21)$$

Другими словами, неравенство (4.21) позволяет представить критерий стабилизации неустойчивости Рэля–Тейлора, обеспечивающей существование паровой пленки под слоем жидкости, в виде неравенства для потока теплоты  $q_0$ :

$$q_0 > q_{0cr1} = [g(\rho_L - \rho_s) - \sigma k^2] \lambda_s / \left(\frac{\partial P_b}{\partial T}\right)_0. \quad (4.22)$$

Для кипения воды при атмосферном давлении  $q_{0cr1} \approx 0.3 \text{ Вт/м}^2$ .

4. При  $\dot{m} \neq 0$ ,  $\zeta \neq 0$  присутствует поток масс через фазовую поверхность. В этом случае гармонические колебания могут существовать, если интенсивность потока теплоты превышает критическое значение  $q_{0cr2} > q_{0cr1}$ :

$$q_0 > q_{0cr2} = \left\{ \left[ \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \frac{\zeta \rho_s \Lambda h}{2 \lambda_s \rho_\Sigma} \right]^2 + g(\rho_L - \rho_s) - \sigma k^2 \right\} \frac{\lambda_s}{(\partial P_b / \partial T)_0}. \quad (4.23)$$

Подчеркнем еще раз, что в изотермических средах в поле сил тяжести при неустойчивой стратификации (тяжелая жидкость находится над газом) на поверхности раздела возникает неустойчивость Рэля – Тейлора. При кипении возможна динамическая стабилизация неустойчивости Рэля – Тейлора, обеспечивающая существование колеблющейся паровой пленки под слоем тяжелой жидкости. Такая динамическая стабилизация неустойчивости Рэля – Тейлора объясняется тем, что деформация фазовой поверхности приводит к изменению температуры кипения (аналог эффекта Гиббса – Томсона) и зависящего от нее давления насыщения. Поверхностные волны малой амплитуды при кипении жидкости могут существовать, если интенсивность потока теплоты через поверхность раздела пар – жидкость превышает некоторое критическое значение.

### 5. ПЛОСКАЯ ПАРОВАЯ ПЛЕНКА ПОД СЛОЕМ ДВИЖУЩЕЙСЯ НАД НЕЙ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ ХОЛОДНОЙ ЖИДКОСТИ

Теперь рассмотрим более сложный случай, когда находящаяся над паром жидкость движется в направлении оси  $x$  с постоянной скоростью  $U_0$  (рис. 4). В этом случае интеграл Коши – Лагранжа для малых возмущений в жидкости имеет вид

$$P'_L + \rho_L \left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} + U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi + gz \right] = C_L(t). \quad (5.1)$$

Интеграл Коши – Лагранжа для малых возмущений в паре соответствует уравнению (2.6b). Уравнение (2.14) теперь принимает вид

$$w_F = \frac{\partial}{\partial t} \xi + U_0 \frac{\partial}{\partial x} \xi. \quad (5.2)$$

Для малых возмущений вида (3.2) решения для потенциалов скоростей, самих скорости и температуры в паре и жидкости с граничными условиями (4.2)–(4.4) имеют вид, аналогичный уравнениям (3.3)–(3.15), в которых надо заменить  $h_1$  на  $-h_1$ ,  $h$  на  $-h$ ,  $|q_0|$  на  $-|q_0|$ . При этом  $\alpha_s, \alpha_L$  записываются в виде

$$\alpha_s = \sqrt{k^2 + \frac{i\omega}{\chi_s}}, \quad \alpha_L = \sqrt{k^2 + \frac{i(\omega + kU_0)}{\chi_L}}. \quad (5.3)$$

Аналогично разд. 3 из перечисленных там граничных условий на возмущенной фазовой поверхности  $z = \xi(x, t)$  (2.14), (2.15) и (4.5) находим значения неизвестных констант  $f_{00}, f_{0s}, C, C_1$ :

$$f_{00} = \frac{i(\omega + kU_0)\xi_{00}}{k}, \quad f_{0s} = f_{00}\bar{\gamma}, \quad (5.4)$$

$$C = C_1 + \frac{(\bar{\gamma} - 1)|q_0|\xi_{00}}{\lambda_s}, \quad (5.5)$$

$$C_1 = -\xi_{00} \left\{ |q_0| \left( k \frac{\bar{\gamma} \operatorname{cth}(kh) + \operatorname{cth}(kh_1)}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} + \frac{\bar{\gamma} - 1}{\lambda_s} \right) + \frac{i\omega \rho_s (\bar{\gamma} - 1) \Lambda}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} \right\} \left[ 1 + \frac{\lambda_s \alpha_s \operatorname{cth}(\alpha_s h)}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} \right]^{-1}, \quad (5.6)$$

$$C_1 = -\xi_{00} F_1 / F_2. \quad (5.7)$$

Здесь

$$F_1 = |q_0| \left( \frac{\operatorname{cth}(kh_1) + \bar{\gamma} \operatorname{cth}(kh)(1 + kU_0/\omega)}{\lambda_L} - \frac{\bar{\gamma}(1 + kU_0/\omega) - 1}{\lambda_s} \right) - \rho_s i \omega \Lambda \frac{\bar{\gamma}(1 + kU_0/\omega) - 1}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)},$$

$$F_2 = 1 + \frac{\lambda_s \alpha_s \operatorname{cth}(\alpha_s h)}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)}.$$

Изменение температуры насыщения имеет вид

$$\delta T_b = -(F_r + iF_i \omega) \xi_{00}, \quad (5.8)$$

где

$$F_r = |q_0| \frac{\bar{\gamma}(1 + kU_0/\omega) - 1}{\lambda_s} - |q_0| \left( \frac{\operatorname{cth}(kh_1) + \bar{\gamma} \operatorname{cth}(kh)(1 + kU_0/\omega)}{\lambda_L} - \frac{\bar{\gamma}(1 + kU_0/\omega) - 1}{\lambda_s} \right) \left[ 1 + \frac{\lambda_s \alpha_s \operatorname{cth}(\alpha_s h)}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} \right]^{-1}, \quad (5.9)$$

$$F_i = \rho_s \Lambda \frac{\bar{\gamma}(1 + kU_0/\omega) - 1}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} \times \left[ 1 + \frac{\lambda_s \alpha_s \operatorname{cth}(\alpha_s h)}{\lambda_L \alpha_L \operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} \right]^{-1}. \quad (5.10)$$

При условиях, аналогичных (3.19), (3.20)

$$\left( \frac{h^2 \omega}{\chi_L} \right)^{1/2} \ll kh < 1, \quad \alpha_s = \sqrt{k^2 + \frac{i\omega}{\chi_s}} \approx k,$$

$$\alpha_L = \sqrt{k^2 + \frac{i(\omega + kU_0)}{\chi_L}} \approx k, \quad (5.11)$$

$$\frac{\operatorname{cth}(kh)}{\operatorname{cth}(\alpha_L h_1)} \approx \frac{h_1}{h} \gg 1$$

имеем

$$F_r = -\frac{|q_0|}{\lambda_s}, \quad (5.12)$$

$$F_i = \rho_s \Lambda h \frac{\bar{\gamma}(1 + kU_0/\omega) - 1}{\lambda_s}. \quad (5.13)$$

Из (5.8) следует, что связь между  $\delta T_b$  и деформацией фазовой поверхности  $\xi$  имеет более сложный характер, чем (3.23), и зависит также от скорости относительного движения фаз.

Используя граничное условие (3.10) при  $z = \xi_{00} \exp(\omega t + kx)$ , можно получить

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \delta T_b + P'_s - P'_L - \sigma \frac{\partial^2}{\partial x^2} \xi = \\ & = \left\{ - \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 (F_r + iF_i \omega) - \right. \\ & - \rho_s (-k^{-1} \omega^2 \bar{\gamma} \operatorname{cth}(kh) + g) + \rho_L (k^{-1} (\omega + kU_0)^2 \times \\ & \left. \times \operatorname{cth}(kh_1) + g + k^2 \sigma) \right\} \xi_{00} = 0. \quad (5.14) \end{aligned}$$

Из (5.14) следует дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} D(\omega, k) = & [\operatorname{cth}(kh_1) \rho_L + \rho_s \bar{\gamma} \operatorname{ch}(kh)] \omega^2 + \\ & + 2\omega k U_0 \rho_L \operatorname{cth}(kh_1) + (kU_0)^2 \rho_L \operatorname{cth}(kh_1) - \\ - i\omega \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 F_i - k \left[ \sigma k^2 - \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 F_r - g(\rho_L - \rho_s) \right] = 0, \end{aligned}$$

которое удобно представить в виде, аналогичном (4.12):

$$\begin{aligned} \omega^2 + \omega \left( 2kU_0 \frac{\rho_L}{\rho_\Sigma} - i\delta_1 \right) + (kU_0)^2 \frac{\rho_L}{\rho_\Sigma} - \\ - \operatorname{th}(kh_1) \frac{k [\sigma k^2 + g_f - g(\rho_L - \rho_s)]}{\rho_\Sigma} = 0. \quad (5.15) \end{aligned}$$

Здесь обозначено, аналогично (4.13)–(4.15):

$$\begin{aligned} \rho_\Sigma &= \rho_L + \gamma \rho_s \frac{\operatorname{ch}(kh)}{\operatorname{cth}(kh_1)}, \\ \delta_1 &= \operatorname{th}(kh_1) \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \frac{\zeta \rho_s \Lambda k h}{\lambda_s \rho_\Sigma}, \\ g_f &= \left( \frac{\partial P_b}{\partial T} \right)_0 \frac{|q_0|}{\lambda_s \rho_\Sigma}. \end{aligned}$$

Корни дисперсионного уравнения (5.15) имеют вид

$$\begin{aligned} \omega = & - \left( kU_0 \frac{\rho_L}{\rho_\Sigma} - \frac{i\delta_1}{2} \right) \pm \\ & \pm \left\{ \operatorname{th}(kh_1) \frac{kg_f - kg(\rho_L - \rho_s) + \sigma k^3}{\rho_L} - \right. \\ & \left. - \frac{\rho_L}{\rho_\Sigma} \left( 1 - \frac{\rho_L}{\rho_\Sigma} \right) (kU_0)^2 - ikU_0 \delta_1 \frac{\rho_L}{\rho_\Sigma} - \frac{\delta_1^2}{4} \right\}^{1/2}. \quad (5.16) \end{aligned}$$

При

$$\zeta = 0 \quad (5.17)$$

из (5.16) приходим к более простому представлению корней дисперсионного уравнения (5.15):

$$\begin{aligned} \omega = & -kU_0 \frac{\rho_L}{\rho_\Sigma} \pm \left\{ \operatorname{th}(kh_1) \frac{kg_f - kg(\rho_L - \rho_s) + \sigma k^3}{\rho_L} - \right. \\ & \left. - \frac{\rho_L}{\rho_\Sigma} \left( 1 - \frac{\rho_L}{\rho_\Sigma} \right) (kU_0)^2 \right\}^{1/2}. \quad (5.18) \end{aligned}$$

Рассмотрим частные случаи.

1. При  $q_0 = 0$ ,  $\delta_1 = 0$  ( $\zeta = 0$ ),  $\rho_L = \rho_s$ ,  $U_0 \neq 0$  приходим к известным результатам о неустойчивости тангенциального разрыва, которая может быть стабилизирована поверхностным натяжением — существуют капиллярные волны, длина которых меньше критической.

2. При  $q_0 = 0$ ,  $\delta_1 = 0$  ( $\zeta = 0$ ),  $\rho_L > \rho_s$ ,  $U_0 \neq 0$  приходим к известным результатам, о совместном развитии неустойчивостей Рэля–Тейлора и Кельвина–Гельмгольца, которые могут быть стабилизированы поверхностным натяжением для очень коротких длин волн.

3. При  $q_0 = 0$ ,  $\dot{m} \neq 0$ ,  $\delta_1 \neq 0$  ( $\zeta \neq 0$ ) из (5.15) следует, что при кипении жидкости на неустойчивости Рэля–Тейлора и Кельвина–Гельмгольца оказывает влияние испарение жидкости.

4. При  $\dot{m} = 0$ ,  $\delta_1 = 0$  ( $\zeta = 0$ ) поток масс через фазовую поверхность отсутствует. Как следует из (5.16), в этом случае при больших тепловых потоках,

$$\begin{aligned} q_0 > q_{0cr3} = & \left[ \frac{\rho_L}{\rho_\Sigma} \left( 1 - \frac{\rho_L}{\rho_\Sigma} \right) (kU_0)^2 + \right. \\ & \left. + g(\rho_L - \rho_s) - \sigma k^2 \right] \frac{\lambda_s}{(\partial P_b / \partial T)_0} > q_{0cr2}, \quad (5.19) \end{aligned}$$

по поверхности раздела распространяются волны, частота которых определяется формулой (5.18). Эти волны отличаются от капиллярных и могут существовать в диапазоне длин волн, превышающих капиллярные.

5. При  $\dot{m} \neq 0$ ,  $\delta_1 \neq 0$  колеблющаяся паровая пленка, находящаяся под слоем движущейся с постоянной скоростью жидкости, может существовать только при очень больших тепловых потоках:

$$q_0 > q_{0cr4} > q_{0cr3}. \quad (5.20)$$

Если неравенство (5.20) не выполнено, развивается конвективная неустойчивость [23], приводящая к разрушению паровой пленки. Этот механизм разрушения паровой пленки возникает и для малых возмущений и отличается от тех, которые рассматривались в работах [14–18].

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что основное влияние на волновые процессы на границе раздела фаз оказывает явление, связанное с тем, что деформация фазовой поверхности при наличии потока теплоты приводит к изменению температуры кипения и зависящего от нее давления насыщения. Это явление в некотором смысле аналогично эффекту Гиббса–Томсона — искривление фазовой поверхности приводит к изменению температуры кипения и давления насыщения. Вариации температуры кипения и давления насыщения приводят к генерации поверхностных волн, которые отличаются от известных гравитационно-капиллярных волн. Фазовая скорость этих волн при интенсивных потоках теплоты может намного превышать скорость капиллярно-гравитационных волн и приводить к возникновению «ряби, не связанной с поверхностным натяжением». Эти явления играют определяющую роль в волновых процессах на границе раздела жидкости и ее пара. Они проявляются при любой стратификации фаз, как при их движении, так и при покое. Испарение жидкости — возникновение на фазовой границе потока массы — приводит к затуханию волн, распространяющихся по фазовой поверхности раздела между тонкой паровой пленкой и слоем жидкости.

Суммируя полученные выше результаты, можно считать, что нелинейные эффекты, рассмотренные нами в работах [15–20] для устойчивой стратификации пара и жидкости, могут также приводить к взрывному разрушению паровой пленки и выбросу пузырьков пара в жидкость, даже когда паровой слой находится над жидкостью. Качественный и количественный анализ данных, полученных в работах [15–21], позволяет предположить, что явления, наблюдавшиеся в ряде многочисленных экспериментов по пленочному кипению, могут быть связаны с образованием специфических нелинейных волн, солитонов и их последующим разрушением. Возможны также режимы пленочного кипения с развитой турбулентностью, подобной турбулентности В. Е. Захарова для гидродинамических волн [24]. Кинетическое уравнение для турбулентности при пленочном кипении может быть получено в формализме, развитом в работах [15–21]. Отметим, что зависимость поверхностного натяжения от температуры и наличие растворенных в жидкости газов могут приводить к ряду эффектов, не рассмотренных в данной работе.

Автор выражает благодарность участникам XXIII Научной сессии Совета РАН по нелинейной динамике за полезное обсуждение результатов работ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Кутателадзе, В. Е. Накоряков, *Тепломассообмен и волны в газо-жидкостных средах*, Наука, Новосибирск (1984).
2. С. С. Кутателадзе, *ЖТФ* **20**, 1389 (1950).
3. N. Zuber, *Trans. of ASME* **80**, 711 (1958).
4. В. В. Глазков, В. Г. Жилин, Ю. А. Зейгарник, Ю. П. Ивочкин, О. А. Синкевич, В. Р. Цой, *Докл. РАН* **376**, 328 (2001).
5. В. В. Глазков, В. Г. Жилин, Ю. А. Зейгарник, Ю. П. Ивочкин, В. С. Игумнов, О. А. Синкевич, В. Р. Цой, В. Г. Швеиц, *ТВТ* **38**, 935 (2000).
6. V. V. Glazkov, Yu. A. Zeigarnik, V. G. Zhilin, Yu. P. Ivochkin, O. A. Sinkevich, and V. R. Tsoy, *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics*, ed. by G. P. Celata et al., Pisa, Italy, Edizioni ETS (2001), p. 337.
7. В. С. Григорьев, В. Г. Жилин, Ю. А. Зейгарник, Ю. П. Ивочкин, В. В. Глазков, О. А. Синкевич, *ТВТ* **43**, 100 (2005).
8. Ю. А. Зейгарник, В. В. Глазков, Ю. П. Ивочкин, К. Г. Кубриков, О. А. Синкевич, *Труды 4-й Росс. науч. конф. по теплообмену*, Москва (2006), т. 4, с. 208.
9. K. Suzuki, in *Proc. 6<sup>th</sup> ECI Int. Conf. on Boiling Heat Transfer*, Spoleto, Italy (2006), CD ROM. KL7.
10. K. Suzuki and R. Inagaki, *Proc. 1<sup>st</sup> Int. Forum on Heat Transfer* (2004), p. 277.
11. T. G. Theofanous, T. N. Dinh, J. P. Tu, and A. T. Dinh, *Exp. Thermal and Fluid Sci.* **26**, 775 (2002).
12. T. G. Theofanous, T. N. Dinh, J. P. Tu, and A. T. Dinh, *Exp. Thermal and Fluid Sci.* **26**, 793 (2002).
13. K. Stephan, *Heat Transfer in Condensation and Boiling*, Springer, Berlin (1992).
14. О. А. Синкевич, В. В. Глазков, Ю. П. Ивочкин, and Yu. A. Zeigarnik, *6<sup>th</sup> ECI Int. Conf. on Boiling Heat Transfer*, Spoleto, Italy (2006), CD ROM, Rep. 39.



15. О. А. Синкевич, Ю. А. Зейгарник, Ю. П. Ивочкин, *Труды 4-й Росс. нац. конф. по теплообмену*, Москва (2006), т. 4, с. 204.
16. О. А. Синкевич, ТВТ **45**, 243 (2007).
17. О. А. Sinkevich, Phys. Rev. E **78**, 036318 (2008).
18. О. А. Синкевич, Изв. РАН, сер. МЖГ № 5, 66 (2010).
19. О. А. Sinkevich, V. V. Glazkov, Yu. P. Ivochkin, and A. N. Kireeva, Int. J. Nonlinear Sci. Numer. Simul. **14**, 1 (2013).
20. О. А. Синкевич, В. В. Глазков, А. Н. Киреева, ТВТ **50**, 555 (2012).
21. O. Petrov and I. Furo, Phys. Rev. **73**, 7 (2006).
22. В. Е. Накоряков, Б. Г. Покусаев, И. Р. Шрейбер, *Волновая динамика газо- и парожидкостных сред*, Энергоатомиздат, Москва (1990).
23. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
24. В. Е. Захаров, Е. А. Кузнецов, УФН **182**, 569 (2012).