

МОДЕЛЬНЫЕ ПРЕДСКАЗАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ ЗВЕЗД В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ НА ЧЕРНЫХ ДЫРАХ И КРОТОВЫХ НОРАХ

A. A. Шацкий^a, Ю. Ю. Ковалев^a, И. Д. Новиков^{a,b}

*^a Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук, Астрокосмический центр
117997, Москва, Россия*

*^b The Niels Bohr International Academy, The Niels Bohr Institute
DK-2100, Copenhagen, Denmark*

Поступила в редакцию 21 октября 2014 г.

Рассмотрены характерные и отличительные особенности амплитуды функции видности интерферометрических наблюдений у компактных объектов типа звезд в ближайшей окрестности центральной черной дыры в нашей галактике. Эти особенности связаны со спецификой сильного гравитационного рассеяния точечных источников черными дырами, кротовыми норами или черно-белыми дырами. Найденные особенности помогут определить важнейшие топологические характеристики центрального объекта в нашей галактике: обладает ли этот объект свойствами только черной дыры или также имеет характеристики, присущие только кротовым норам или черно-белым дырам. Данные исследования могут быть использованы для интерпретации результатов интерферометрических наблюдений в оптическом, инфракрасном и радио диапазонах.

DOI: 10.7868/S0044451015050067

1. ВВЕДЕНИЕ

Наблюдения многих объектов Вселенной на одиночных телескопах, даже космических, не дают возможности исследовать их структуру ввиду малости угловых размеров. В то же время угловое разрешение современных интерферометров с большой базой в оптическом, инфракрасном и радиодиапазонах (последние — так называемые радиоинтерферометры со сверхдлинными базами, РСДБ) приближается к десяти угловым микросекундам дуги¹⁾ (см., например, [1–6]). Однако интерферометр регистрирует не само изображение компактного объекта, а его комплексный фурье-образ V , или, как его еще называют, «функцию видности» (см. подробнее [1]):

$$V(u, v) = \iint I(x, y) \exp \left[-\frac{2\pi i(xu + yv)}{\lambda} \right] dx dy. \quad (1)$$

*E-mail: shatskiy@asc.rssi.ru

1) Угловая микросекунда дуги $1\mu\text{as} \approx 4.8 \cdot 10^{-12}$ рад.

Здесь I — яркость изображения; x, y — его угловые координаты; (u, v) — координаты проекции базы интерферометра на плоскость (x, y) ; λ — длина волны, на которой наблюдают интерференционную картину. У комплексного выражения (1) есть амплитуда и фаза (которая определяется разностью фаз прихода сигнала на телескопы интерферометра). Для синтеза изображения из фурье-образа необходимо выполнить обратное фурье-преобразование:

$$I(x, y) = \iint V(u, v) \exp \frac{2\pi i(xu + yv)}{\lambda} du dv. \quad (2)$$

Как известно (см., например, [1]), при восстановлении изображения из фурье-образа фаза является не менее важной функцией, чем амплитуда. Более того, без знания фазы корректно восстановить изображение практически невозможно. Однако не все интерферометры обладают возможностью измерять фазу функции видности. Кроме этого, данные реальных интерферометрических наблюдений не дают заполненную плоскость в координатах u, v , что усложняет процесс восстановления изображения объекта и ограничивает динамический диапазон результирую-

щей карты. Для решения этих проблем может быть использован метод прямого моделирования и сопоставления результатов измерений амплитуды функции видности (АФВ) исследуемого компактного объекта и модели методом минимизации χ^2 .

В данной работе мы попытаемся найти характерные особенности в АФВ компактных объектов, которые могут быть связаны с сильным гравитационным рассеянием звезд в поле черной дыры или кротовой норы. Аналогичный подход применяется группой телескопа горизонта событий, см. [7, 8]. Сразу оговоримся — рассматриваемые нами звезды являются яркими, точечными и компактными объектами, которые невозможно разрешить. Однако за счет сильного гравитационного рассеяния звезды могут создавать систему достаточно ярких точечных изображений. Эта система даст характерный вклад в формирование АФВ, так как размеры этой системы изображений будут достаточно большими для углового разрешения ее интерферометром, но все еще недостаточны для наблюдения одиночным телескопом. Типичным примером такой системы изображений от близких к черной дыре звезд может быть тонкое светящееся кольцо, которое согласно теоретическим предсказаниям должно быть видно вокруг черной дыры Шварцшильда (видимый диаметр этого кольца в линейных единицах равен $3\sqrt{3}r_g/2$, где r_g — гравитационный радиус).

В качестве основного объекта исследования выберем объект в центре нашего Млечного пути — массивную черную дыру с массой $M \approx 4.3 \cdot 10^6 M_\odot$ и гравитационным радиусом $R \approx 13 \cdot 10^6$ км (см., например, [9]).

Еще одним возможным кандидатом на роль объекта наблюдения могла бы стать сверхмассивная черная дыра в квазаре M87 с массой приблизительно $3.4 \cdot 10^9 M_\odot$ (см., например, [8]), так как угловой размер радиуса горизонта этой черной дыры оказывается достаточноенным ($r_g/r \approx 4.7 \mu\text{as} \approx 2.3 \cdot 10^{-11}$ рад). Однако чрезмерная удаленность от нас этого квазара (≈ 16 Мпк) не позволяет рассчитывать на детектирование интерферометрами отдельных звезд, включая яркие радиопульсы.

Поскольку исследуемые нами эффекты предполагается наблюдать на пределе чувствительности интерферометров, для звезд типа Солнца имеет смысл рассматривать наблюдения инфракрасного и оптического диапазонов, т. е. для $\lambda \approx 1$ мкм. Именно в этом диапазоне яркость звезд максимальна. Однако в оптическом и инфракрасном диапазонах необходимо также сделать предположение о характере спектра излучения звезд и фона (как, напри-

мер, это было сделано в работе [8]). Дело в том, что относительная ширина детектируемой полосы спектра ($\Delta\lambda/\lambda$) в оптическом и инфракрасном диапазонах велика. Например, можно предположить плоский спектр или выбрать спектр, характерный для звезды типа Солнца.

В радиодиапазоне РСДБ-системы регистрируют относительно узкополосные сигналы и необходимости делать предположения о форме спектра нет. Но яркость обычных звезд недостаточна, и в качестве необходимых нам ярких и точечных источников, в принципе, можно рассматривать пульсы.

Наши дальнейшие вычисления будут проведены в рамках предположения о монохромном спектре.

2. ИЗМЕНЕНИЕ ЯРКОСТИ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ТОНКОГО ПУЧКА СВЕТА

Во избежание недоразумений сразу оговоримся — под сильным гравитационным рассеянием мы будем понимать не усиление яркости источников (как это обычно понимается в гравитационном линзировании), а в основном, наоборот, уменьшение их яркости за счет рассеивания света гравитационной линзой. Поэтому нас не будут интересовать стандартные формулы и выводы гравитационного линзирования, в которых предполагается, что наблюдатель находится почти в фокальной плоскости линзы. В нашем случае все наоборот — наблюдатель находится далеко от фокальной плоскости линзы, так как это крайне маловероятные совместные условия для источника, гравитационного центра и наблюдателя. Действительно, только очень небольшая часть небесных источников (от их общего числа) оказывается гравитационно-линзированной какими-либо телами во Вселенной для наблюдателя на Земле.

Рассмотрим тонкий пучок света от далекой звезды, распространяющейся в гравитационном поле. Предположим, что гравитационное поле является сферически-симметричным, поэтому пучок света лежит вблизи одной плоскости (в которой находится источник гравитационного поля). Перед гравитационным рассеянием параметры пучка обозначим индексом «1», после гравитационного рассеяния наблюдатель на Земле регистрирует параметры света звезды в пучке, соответствующие индексу «2». Пусть источник находится на удалении l_1 от гравитационного центра, а наблюдатель находится на Земле (на удалении l_2 от гравитационного центра), причем $l_1 \ll l_2$. Для удобства ограничим пучок света малым

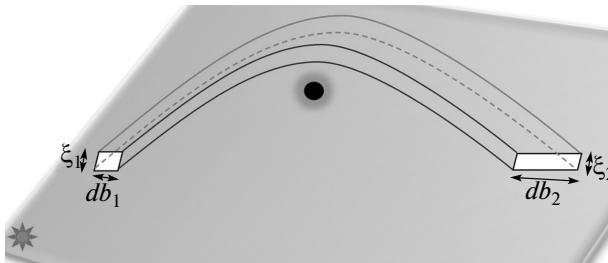


Рис. 1. Схематическая иллюстрация распространения тонкого прямоугольного пучка света в сферически-симметричном гравитационном поле. Расстояние от центрального объекта до источника предполагается много меньшим расстояния до наблюдателя (Земли), высота и ширина пучка в процессе распространения в гравитационном поле меняются

прямоугольным сечением, причем в параллельном рассматриваемой плоскости направлении предполагаем ширину пучка равной db (см. рис. 1). Пусть крайние лучи света вдоль ширины пучка отличаются друг от друга на величину dh , где h — прицельный параметр фотонов в луче относительно гравитационного центра (это интеграл движения для фотона, см. [10]). Вдоль ширины пучка гравитационное поле меняется, поэтому ширина db меняется из-за девиации нулевых геодезических фотонов в неоднородном гравитационном поле. Вдали от гравитационного центра (до рассеяния) ширина пучка db_1 должна совпадать с величиной dh . В направлении, ортогональном плоскости ширины пучка, предполагаем толщину пучка равной ξ .

Все нулевые геодезические (лучи света), имеющие одинаковые прицельные параметры, после гравитационного отклонения сходятся в одной точке, а после этого снова начинают расходиться (см., например, [11]).

Пусть $\varphi^{tot}(h)$ — полный угол отклонения фотонов²⁾ (на пути от источника к наблюдателю). В наиболее общей сферически-симметричной метрике, зависящей только от радиальной координаты, этот угол определяется выражением (см. [10])

$$\varphi^{tot}(h) = 2 \int_{r_{min}(h)}^{\infty} \frac{-h dr}{R^2 \sqrt{f_r(1/f_t - h^2/R^2)}}, \quad (3)$$

$$R^2(r_{min}) = h^2 f_t(r_{min}).$$

²⁾ Полный угол отклонения фотонов $\varphi^{tot}(h) > \pi$ измеряется из центра поля относительно источника света.

Метрические функции в этом выражении определяются метрикой:

$$ds^2 = f_t(r) dt^2 - \frac{dr^2}{f_r(r)} - R^2(r) d\Omega^2, \quad (4)$$

$$d\Omega^2 := d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2.$$

Для метрики Шварцшильда, например, имеем

$$f_t = f_r = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right), \quad R^2 = r^2.$$

Нас будет интересовать сильное гравитационное рассеяние (когда полное изменение направления пучка света больше или приблизительно равно $\pi/2$), поэтому точка, в которой лучи вновь сходятся, находится на расстоянии $l_{eins} \ll l_2$ от гравитирующего центра. Следовательно, вблизи Земли параметры пучка света определяются соотношениями³⁾:

$$\xi_2 = \left| \xi_1 \frac{l_2}{l_1} - l_2 \xi_1 \frac{\sin \varphi^{tot}}{h} \right|, \quad (5)$$

$$db_2 = \left| db_1 \frac{l_2}{l_1} + l_2 \delta \varphi^{tot} \right| \approx \left| dh \frac{l_2}{l_1} - l_2 \partial_h \varphi^{tot} dh \right|. \quad (6)$$

При слабом гравитационном рассеянии массивным телом имеем: $\partial_h \varphi^{tot} < 0$ и $\sin \varphi^{tot} < 0$, следовательно для этого случая в выражениях (5) и (6) суммируются только положительные величины.

Поскольку полный поток энергии в пучке должен быть одинаковым до и после рассеяния на гравитирующем центре, видимая яркость света I в пучке должна быть обратно пропорциональна площади поперечного сечения пучка $dS := \xi db$, т. е. $I_2/I_1 = \xi_1 db_1 / \xi_2 db_2$.

Пусть $I_2^{ordinary}$ — интенсивность света в пучке около Земли такая, какая она была бы, если бы гравитационного поля не было:

$$\frac{I_2^{ordinary}}{I_1} := \frac{l_1^2}{l_2^2}. \quad (7)$$

Эта формула описывает естественную расходимость пучка и естественное ослабление яркости в нем.

³⁾ В выражениях (5)–(6) мы учли естественную расходимость рассматриваемого пучка света, т. е. увеличение сечения пучка dS , не связанное с гравитационным полем; это увеличение dS должно быть обратно пропорционально квадрату расстояния от звезды l , так как $\xi \propto 1/l$ и $db \propto 1/l$ (это первые члены в правых частях выражений (5), (6)). А также мы учли пропорцию, вытекающую из соотношения для конусов света до и после рассеяния: $\xi_1/h = \Delta \xi_2/l_2 \sin \varphi^{tot}$.

Обозначим коэффициент гравитационного ослабления интенсивности в пучке как $\kappa := I_2/I_2^{ordinary}$. Тогда из формул (5)–(7) для κ имеем

$$\kappa = \frac{1}{|(1 - l_1 \partial_h \varphi^{tot})(1 - l_1 \sin \varphi^{tot}/h)|}. \quad (8)$$

Для метрики Шварцшильда, при больших значениях h (при слабом гравитационном рассеянии согласно [12], § 101) имеем $\varphi^{tot} \approx \pi + 2r_g/h$, т. е. при $h \gg r_g$ получаем $\kappa \rightarrow 1$ — так, как и должно быть.

Оценим теперь сильное гравитационное рассеяние в метрике Шварцшильда для звезд ближайших к центральной в галактике черной дыре. Одна из ближайших к центральной черной дыре звезд — S2 (в созвездии Стрельца, см. [9]) — находится на расстоянии приблизительно $18 \cdot 10^9$ км от нее ($\approx 1500r_g$) и коэффициент ослабления для этой звезды оказывается равным $\kappa_{S2} \approx 3 \cdot 10^{-6}$ (при $\varphi^{tot} = 1.5\pi$).

Наблюдатель на Земле, разумеется, будет видеть источник напрямую (с естественным ослаблением яркости, приблизительно равным l_1^2/l_2^2), а также (гипотетически) после сильного гравитационного рассеяния — из кольца радиусом примерно $3\sqrt{3}r_g/2$ вокруг центральной черной дыры, где яркость источника у Земли определяется формулами (7) и (8). Если таких звезд (в самом центре Млечного Пути) набирается достаточно много, то все кольцо радиусом примерно $3\sqrt{3}r_g/2$ вокруг черной дыры оказывается светящимся.

Звезда типа нашего Солнца, помещенная в центр Млечного Пути, будет видна как звезда примерно 19-й звездной величины. Ослабление яркости в миллион раз соответствует $\Delta m = 15$, поэтому после рассмотренного выше сильного гравитационного рассеяния Солнце, помещенное в центр Млечного Пути, должно быть видно как звезда 34-й величины, что является пока недостижимым уровнем чувствительности для современных телескопов. Однако, как известно, существуют звезды, которые имеют абсолютную светимость на порядки больше, чем у Солнца.

3. ГРАВИТАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ ЧЕРНО-БЕЛОЙ ДЫРОЙ

В отличие от обычного (внешнего) гравитационного рассеяния массивным телом, при внутреннем гравитационном рассеянии света из другой Вселенной, чем больше h , тем больше полный угол откло-

нения⁴⁾ фотонов φ^{tot} на пути от источника до наблюдателя. Величина φ^{tot} может быть равной нулю (при $h = 0$), а производная $\partial_h \varphi^{tot}$ может быть положительной, поэтому величина коэффициента ослабления света κ_{wh} для кротовой норы или черно-белой дыры в общем случае может быть любой (большой, маленькой или порядка единицы)! Это дает возможность увидеть свет звезд из другой Вселенной и отличить его от света звезд в нашей Вселенной.

Рассмотрим основные свойства сильного гравитационного рассеяния кротовой норой [13] или черно-белой дырой [10]. Каждый точечный источник во Вселенной со стороны черной дыры будет виден как бесконечное число изображений во Вселенной со стороны белой дыры. При этом каждое изображение соответствует своему прицельному параметру h . Два главных изображения источника соответствуют полному отклонению фотонов на углы $\varphi_1^{tot} < 2\pi$ и $\varphi_{1'}^{tot} = 2\pi - \varphi_1^{tot}$, что отвечает обходу центра фотонами с разных сторон (эти два изображения будут видны на одной линии с центром и по разные стороны от него). Следующие два изображения (с большими прицельными параметрами h) соответствуют углам отклонения фотонов $\varphi_2^{tot} = 2\pi + \varphi_1^{tot}$ и $\varphi_2'^{tot} = 2\pi + \varphi_{1'}^{tot}$. Следующая пара: $\varphi_3^{tot} = 4\pi + \varphi_1^{tot}$ и $\varphi_3'^{tot} = 4\pi + \varphi_{1'}^{tot}$. И так далее.

Мы рассмотрели две модели: кротовой норы типа Бронникова–Эллиса (см. [14, 15]) и черно-белой дыры типа Рейснера–Нордстрема (см. [10]). Для модели кротовой норы типа Бронникова–Эллиса метрика записывается в виде

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{R}\right) dt^2 - dr^2 - R^2 d\Omega^2, \quad (9)$$

$$R^2 := r^2 + r_0^2, \quad r_g < r_0.$$

В этой модели для максимального прицельного параметра фотона, который проходит из другой Вселенной в нашу, имеем

$$h_{max} = \frac{r_g \sqrt{27}}{2} \quad \text{при} \quad \frac{2}{3}r_0 < r_g < r_0,$$

$$h_{max} = \frac{r_0^{3/2}}{\sqrt{r_0 - r_g}} \quad \text{при} \quad r_g \leq \frac{2}{3}r_0.$$

При $r_g = 0$ и $h \rightarrow 0$ имеем асимптотику $\varphi^{tot}(h) \rightarrow \pi h/r_0$, поэтому $\kappa_{wh}(h) \rightarrow r_0^2/2\pi l_1^2$; причем в более общем случае ($r_g > 0$) асимптотика κ_{wh} также не зависит от h (см. [13]).

⁴⁾ Прямолинейному распространению луча света в кротовой норе соответствует (по определению) прохождение луча с $h = 0$.

Для модели черно-белой дыры типа Рейнсера–Нордстрема

$$ds^2 = f(r) dt^2 - f^{-1}(r) dr^2 - r^2 d\Omega^2,$$

$$f(r) := \left(1 - \frac{r_c}{r}\right) \left(1 - \frac{r_h}{r}\right). \quad (10)$$

При этом заряд черной дыры $Q = \sqrt{r_c r_h}$, а ее масса $M = (r_c + r_h)/2$, где r_c и r_h — внутренний и внешний радиусы горизонтов. Для максимального прицельного параметра фотона в этой модели, который проходит из другой Вселенной в нашу, имеем

$$h_{max} = \frac{r_m^2}{\sqrt{Q^2 - 2M r_m + r_m^2}},$$

где

$$r_m := 1.5M + 0.5\sqrt{9M^2 - 8Q^2}.$$

При $h \rightarrow 0$ имеем асимптотику $\varphi^{tot}(h) \rightarrow 2\sqrt{h/Q}$, поэтому $\kappa_{wh}(h) \rightarrow \pi h Q / 4l_1^2$ (см. [10]).

На рис. 2 представлены зависимости относительной яркости $I_{rel}(h)$ изображений⁵⁾ одной звезды, видимой из другой Вселенной через кротовую нору и черно-белую дыру. Вертикальными линиями на этом рисунке отмечены места первых трех (четырех) пар видимых виртуальных изображений, а соответствующими числами — относительные яркости этих изображений. Яркости всех этих изображений в общем случае оказываются разными, причем начиная с третьей пары изображений яркость последующих пар изображений быстро уменьшается, поэтому имеет смысл рассматривать не более первых двух пар изображений звезды.

Важным выводом этого раздела является то, что все изображения одиночной звезды, наблюдаемой из другой Вселенной через кротовую нору, лежат на одной прямой, а их количество (для соизмеримых по яркости главных изображений) всегда больше единицы. В этом также заключается принципиальное отличие от сильного гравитационного рассеяния на обычной черной дыре (когда луч света всегда остается в нашей Вселенной) — будет только одно яркое изображение, а яркостью остальных изображений уже можно пренебречь.

⁵⁾Относительно самого яркого изображения.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ АМПЛИТУДЫ ФУНКЦИИ ВИДНОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ ГРАВИТАЦИОННОМ РАССЕЯНИИ В ЦЕНТРАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

Рассмотрим разные случаи моделирования источников вокруг черной дыры.

Отдельные точечные источники моделируются дельта-функциями:

$$I_i(x, y) = A_i \delta(x - x_i) \delta(y - y_i).$$

Тогда для нескольких точечных источников АФВ есть модуль суммы их фурье-образов:

$$|V_i(u, v)| = \left| \sum_i A_i \exp \left[-\frac{2\pi i(x_i u + y_i v)}{\lambda} \right] \right|. \quad (11)$$

1. Модель одиночного точечного источника. АФВ равна константе: $|V_1(u, v)| = A_1 = \text{const.}$

2. Модель двух точечных источников на одной прямой. Результаты по такой модели отображены на рис. 3а. Из этих результатов видно, что точечные источники, расположенные на одной прямой, дают характерную картину для АФВ: АФВ в этом случае меняется только вдоль одного направления, оставаясь константой в ортогональном направлении. Можно показать, что эта модель принципиально не меняется, если число соизмеримых по яркости точечных источников (на одной прямой) будет больше двух⁶⁾. При этом по периодичности изменения АФВ можно судить о расстоянии между источниками (или о параметрах кротовой норы).

3. Модель трех точечных источников, которые не лежат на одной прямой. АФВ будет меняться в обоих ортогональных направлениях, и эти изменения также будут периодическими (см. рис. 3б). Опять же по этим периодам можно будет судить о взаимном расстоянии между источниками.

4. Модель десяти соизмеримых по яркости точечных источников, которые на одинаковом расстоянии друг от друга лежат на одной окружности. АФВ этой модели показана на рис. 4. По виду этой АФВ уже не важно, лежат эти источники на одной окружности или нет (при таком количестве соизмеримых по яркости и равноудаленных точечных источников).

⁶⁾ Такая ситуация характерна для случая прохождения света звезды через кротовую нору или черно-белую дыру (несколько изображений с соизмеримой яркостью от одного точечного источника находятся на одной линии, см. [10]).

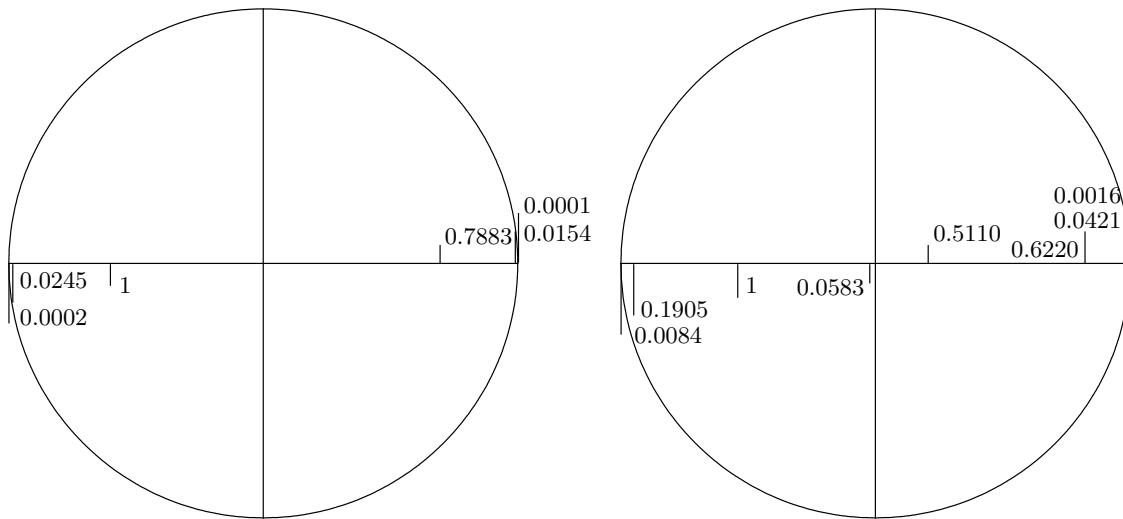


Рис. 2. Система изображений от одного точечного источника в другой Вселенной, наблюдаемого через кротовую нору типа Бронникова – Эллиса (a) и черно–белую дыру Рейнсера – Нордстрема (б). Радиусы окружностей — h_{max} . Параметры кротовой норы: $r_g = 0.9r_0$, $\varphi_1^{tot} = 0.9\pi$. Параметры черно–белой дыры: $Q = 0.6M$, $\varphi_1^{tot} = 0.5\pi$

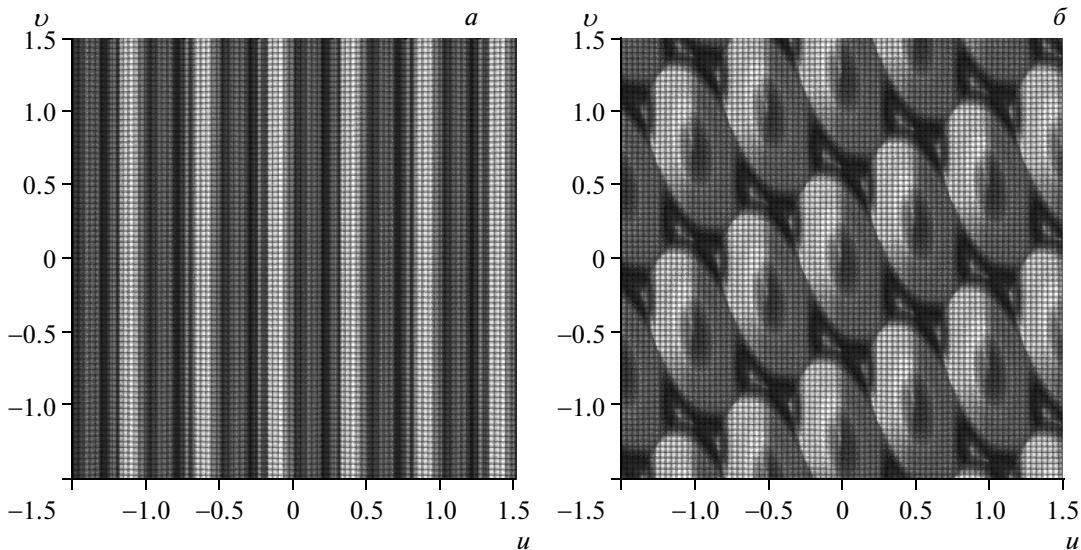


Рис. 3. Вид АФВ от нескольких (разных) точечных источников в координатах u, v . а) Два точечных источника, угловое расстояние между источниками равно $2a$ [рад], относительная яркость одного источника есть 2 условные единицы, а второго — 3 (он в полтора раза ярче). б) Три точечных источника (не на одной прямой), их угловые координаты (x_i, y_i) и относительные яркости I_i : $x_1 = a, y_1 = 0, I_1 = 3$; $x_2 = -a, y_2 = 0, I_2 = 3$; $x_3 = 0.6a, y_3 = 0.8a, I_3 = 4$. Масштаб единицы в координатах u, v соответствует λ/a [рад]

5. Модель равномерно светящейся окружности. АФВ фурье-образа для этой модели имеет вид

$$|V_{ring}(u, v)| = \text{const} \cdot |J_0(\eta r_{ring})|, \\ \eta := \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{\lambda}. \quad (12)$$

Здесь $J_p(x)$ — функция Бесселя порядка p (см. рис. 5).

6. Модель полумесяца (имитирует модель неравномерно светящейся окружности). Внутри однородно светящегося диска с диаметром r_{out} находится смещенный относительно его центра темный диск меньшего диаметра r_{in} (см. [7]):

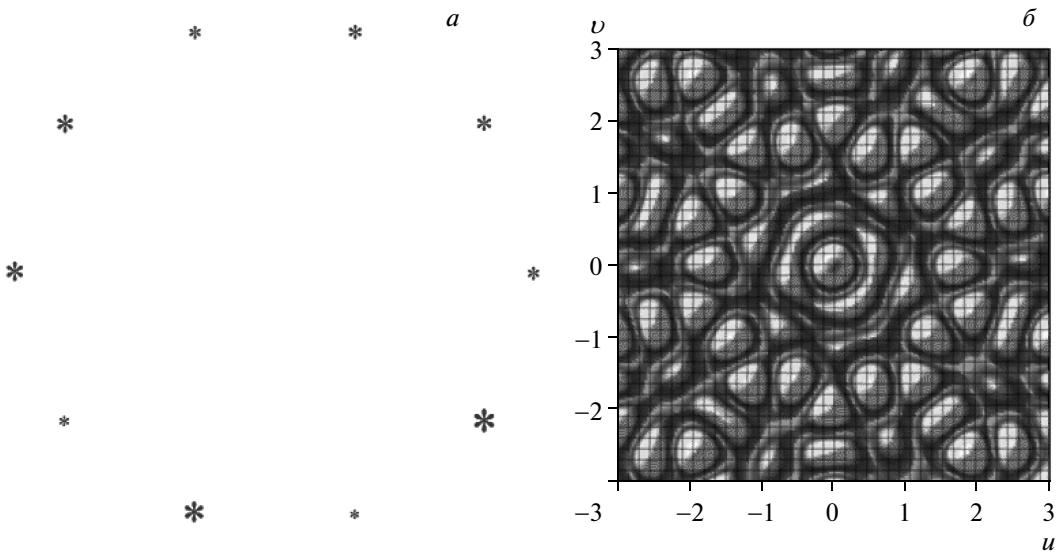


Рис. 4. *a)* Модель десяти соизмеримых по яркости точечных источников, которые на одинаковом расстоянии друг от друга лежат на одной окружности с угловым радиусом R [рад]. Относительные яркости этих источников: $I_1 = 1$, $I_2 = 0.9$, $I_3 = 0.8$, $I_4 = 1.1$, $I_5 = 1.2$, $I_6 = 0.7$, $I_7 = 1.3$, $I_8 = 0.6$, $I_9 = 1.4$, $I_{10} = 0.8$. *б)* АФВ этой модели. Масштаб единицы в координатах u , v соответствует λ [см]/ R [рад])

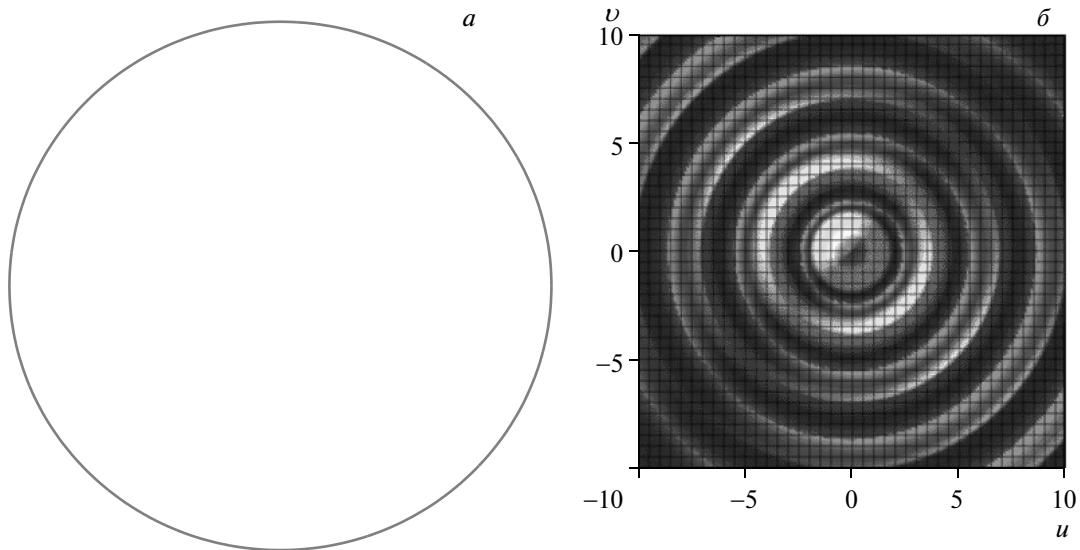


Рис. 5. *a)* Модель равномерно светящейся окружности с видимым радиусом r_{ring} [рад]. *б)* АФВ фурье-образа этой модели. Масштаб единицы в координатах u , v соответствует λ [см]/ r_{ring} [рад]

$$|V_{crescent}(u, v)| = \frac{\text{const}}{\eta} \left| r_{out} J_1(\eta r_{out}) - \exp\left(-\frac{(2\pi i(x_c u + y_c v)}{\lambda}\right) r_{in} J_1(\eta r_{in}) \right|. \quad (13)$$

Здесь x_c и y_c — координаты смещения центра внутреннего диска относительно центра внешнего диска (см. рис. 6).

7. Модель полумесяца плюс два соизмеримых по яркости точечных источника (см.

рис. 7). Имеем

$$|V_{crescent+points}(u, v)| = \left| \frac{A_0}{\eta} \left[r_{out} J_1(\eta r_{out}) - \exp\left(-\frac{2\pi i(x_c u + y_c v)}{\lambda}\right) r_{in} J_1(\eta r_{in}) \right] + \sum_j A_j \exp\left(-\frac{2\pi i(y_j v)}{\lambda}\right) \right|. \quad (14)$$

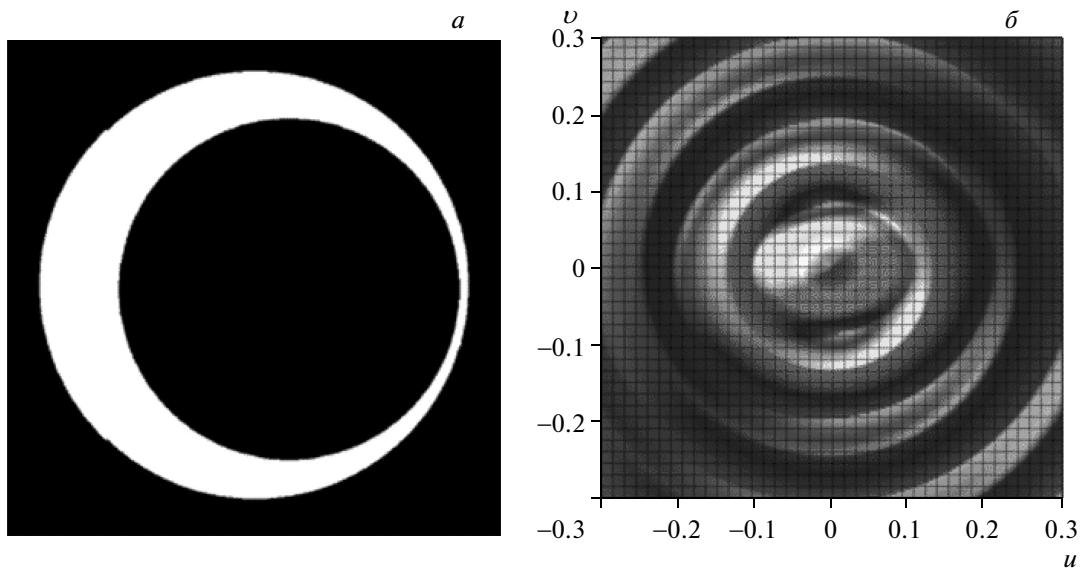


Рис. 6. а) Модель полумесяца (имитирует модель неравномерно светящейся окружности) — внутри однородно светящегося диска с видимым диаметром r_{out} [рад] находится смещенный относительно его центра темный диск меньшего диаметра; $r_{in} = 0.8r_{out}$, $x_c = 0.16r_{out}$, $y_c = 0.02r_{out}$. б) АФВ фурье-образа этой модели. Масштаб единицы в координатах u, v соответствует λ [см]/ r_{out} [рад]

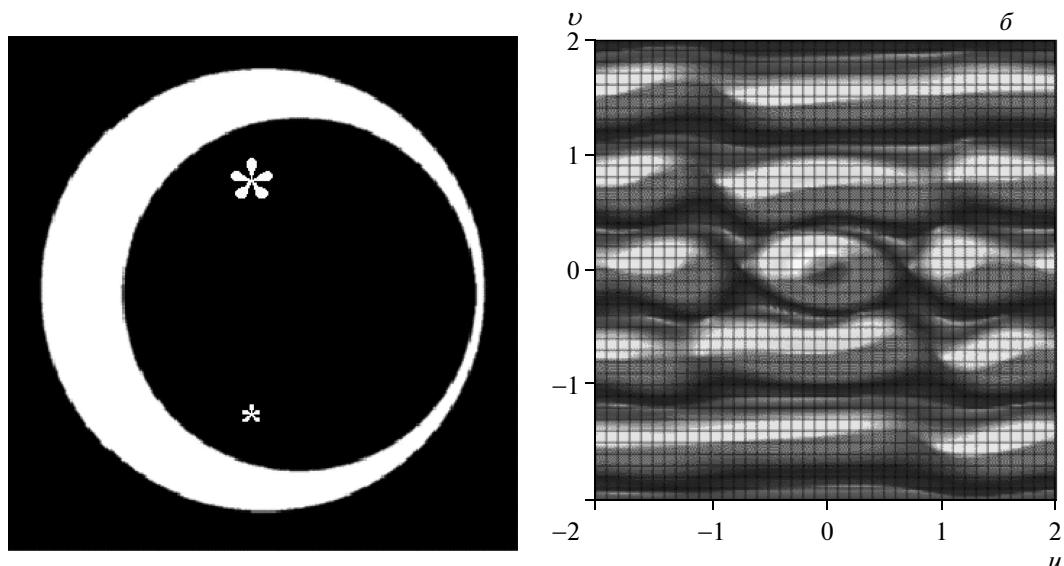


Рис. 7. а) Модель полумесяца $r_{in} = 0.8r_{out}$ (см. рис. 6) с весом $A_0 = 1$ (и соответствующей яркостью $\approx 1.13r_{out}^2$) плюс два соизмеримых по яркости точечных источника с весами $A_1 = 0.1$, $A_2 = 0.05$ и координатами $y_1 = 0.6r_{out}$, $y_2 = -0.7r_{out}$ — см. (14). б) АФВ фурье-образа этой модели. Масштаб единицы в координатах u, v соответствует λ [см]/ r_{out} [рад]

В этой модели важно сопоставить относительные яркости полумесяца и точечного источника, поэтому будем считать, что делта-функции (т. е. точечному источнику с единичным весом) соответствует единичная яркость — яркость площадки 1x1 с единичным весом. Тогда яркость полумесяца с единичным

весом будет равна $\pi(r_{out}^2 - r_{in}^2)$.

8. Модель толстой окружности плюс два противоположно смещенных точечных источника с такой же суммарной яркостью (см. рис. 8).

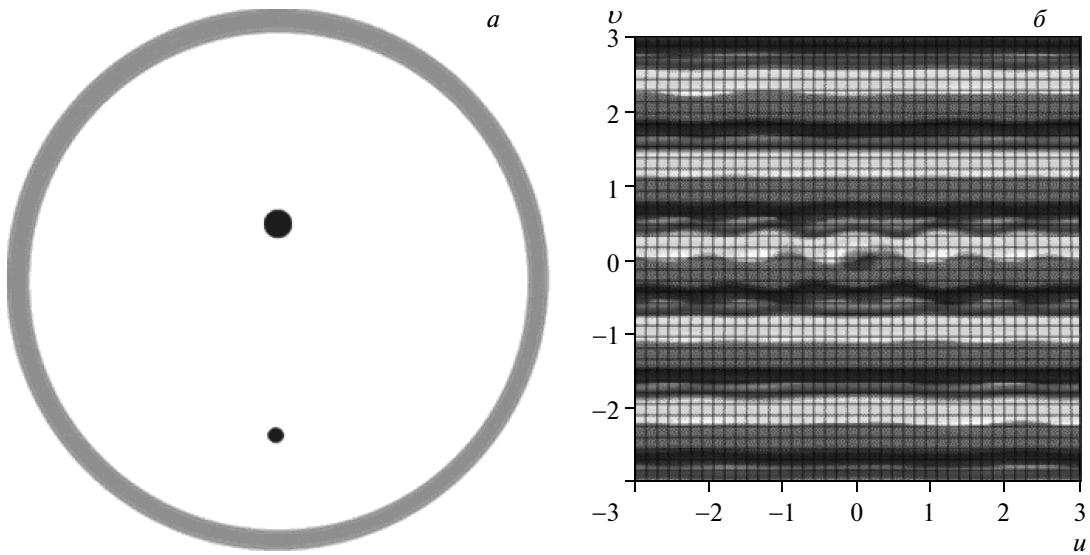


Рис. 8. а) Модель толстой окружности плюс два противоположно смещенных точечных источника с такой же суммарной яркостью $I_{ring} = 1$. Координаты источников: $y_1 = 0.2r_{out}$ и $y_2 = -0.7r_{out}$, относительные яркости источников: $I_1 = 0.8$ и $I_2 = 0.2$. б) АФВ этой модели. Масштаб единицы в координатах u, v соответствует λ [см]/ r_{out} [рад]

$$\begin{aligned} |V_{ring+points}(u, v)| &= \\ &= A_1 \left| \frac{r_{out} J_1(\eta r_{out}) - r_{in} J_1(\eta r_{in})}{\eta r_{out}^2} + \right. \\ &\quad + I_1 \exp\left(-\frac{2\pi i y_1 v}{\lambda}\right) + (1 - I_1) \times \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{2\pi i y_2 v}{\lambda}\right) \Big|. \quad (15) \end{aligned}$$

Яркость толстой окружности и суммарная яркость обоих точечных источников в модели выбираются одинаковыми, для этого полагаем: $r_{in} := r_{out} \sqrt{1 - 1/\pi}$ и $I_1 \in [0, 1]$.

В этой модели важно также определить минимальные отношения y_1/r_{out} и y_2/r_{out} , при которых еще видна визуальная асимметрия картины.

5. АСИММЕТРИЯ АМПЛИТУДЫ ФУНКЦИИ ВИДНОСТИ

Как стало понятно из предыдущего раздела, одной из характерных особенностей в АФВ при наблюдении кротовых нор или черно-белых дыр может быть ее асимметрия в координатах u, v . Поэтому имеет смысл ввести меру этой асимметрии. Предположим, что рассматриваемая модель полностью симметрична с центром симметрии в начале координат на плоскости (u, v) . Тогда для любых двух лучей на этой плоскости, исходящих из начала координат, величина

АФВ будет идентичной на одинаковых расстояниях от центра. Величина асимметрии в этом случае равна нулю, как, например, у моделей 1 и 5, рассмотренных в предыдущем разделе.

Определим степень асимметрии As следующим образом:

$$\begin{aligned} As &:= \frac{\max\{\text{Int}(\tau)\} - \min\{\text{Int}(\tau)\}}{\max\{\text{Int}(\tau)\} + \min\{\text{Int}(\tau)\}}, \\ \text{Int}(\tau) &:= \int_0^\infty \left| \frac{d|V(\eta, \tau)|}{d\eta} \right| d\eta. \quad (16) \end{aligned}$$

Здесь вместо декартовых координат u, v мы ввели полярные координаты η, τ :

$$u(\eta, \tau) := \lambda\eta \cos \tau, \quad v(\eta, \tau) := \lambda\eta \sin \tau. \quad (17)$$

При таком определении максимально возможная степень асимметрии равна единице: $\max\{As\} = 1$. Для моделей 2, 3, 4, 6, 7 и 8 степень асимметрии лежит в пределах $0 < As < 1$. Мы численно рассчитали асимметрию для двух из этих моделей.

Модель 6: $As^6 \approx 0.47$ при $x_c = 0.2r_{out}$, $y_c = 0$ и $As^6 \approx 0.36$ при $x_c = 0.1r_{out}$.

Модель 8: $As^8 \approx 0.13$ при $y_1 = 0.2r_{out}$, $y_2 = -0.7r_{out}$ и $a_1 = 0.8$.

Для моделей 6 и 8 при расчете асимметрии в ин-

теграле (16) мы взяли конечный диапазон интегрирования⁷⁾ $\eta \in [0, 10]$.

Как видно из этих данных, при таком определении модель 6 обладает даже большей асимметрией, чем модель 8. Однако модель 6 используется также и для описания тени от черной дыры, см. [7], поэтому только по величине асимметрии (16) в диапазоне интегрирования $\eta \in [0, 10]$ невозможно однозначно отличить эффекты, связанные с нецентральными точечными источниками, от других эффектов (связанных, например, с обычными черными дырами).

С целью усовершенствования нашего метода модифицируем выражение (16) так, чтобы в определении асимметрии были исключены аналогичные эффекты от других объектов (от обычных черных дыр, например). С этой целью обратим внимание, что на больших расстояниях от начала координат основной вклад в асимметрию дают только колебания АФВ, связанные с парными точечными источниками, которые лежат на одной прямой с началом координат. Это как раз то, что нам нужно для описания пар изображений одного точечного источника при наблюдении сквозь кротовую нору или черно-белую дыру. Поэтому для выявления в асимметрии искомых эффектов (именно от таких точечных источников) модифицируем одну из формул (16):

$$\text{Int}_{mod}(\tau) := \int_{\eta_1}^{\eta_2} \left| \frac{d|V(\eta, \tau)|}{d\eta} \right| d\eta, \quad (18)$$

где $1 \ll \eta_2 - \eta_1 \ll \eta_1 < \eta_2$. В таком модифицированном варианте для параметров $\eta_1 = 100$ и $\eta_2 = 110$ получаем следующие значения для моделей 6 и 8.

Модель 6: $As_{mod}^6 \approx 0.30$ при $x_c = 0.2r_{out}$, $y_c = 0$ и также при $x_c = 0.1r_{out}$.

Модель 8: $As_{mod}^8 \approx 0.93$ при $y_1 = 0.2r_{out}$, $y_2 = -0.7r_{out}$ и $a_1 = 0.8$.

Таким образом, в модифицированном определении (18) асимметрия доминирует и приближается к единице в интересующих нас случаях: при наличии в изображении парных точечных источников, которые лежат на одной прямой с началом координат. Разумеется, конкретная величина As_{mod} зависит от выбора $\eta_1 < \eta_2$, но нас интересует лишь факт близости As_{mod} к единице — для различения разных возможных топологий наблюдаемого объекта.

⁷⁾ Заметим, что величина $\text{Int}(\tau)$ не зависит от единиц измерения λ , так как масштабный фактор сокращается при интегрировании.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из сказанного выше понятно, что сделать однозначные выводы только по виду функции распределения АФВ можно не всегда.

Например, практически сложно будет по виду распределения АФВ (на рис. 4) определить, расположены многочисленные точечные источники на окружности или они распределены внутри нее.

Рассмотренная выше модель полумесяца также может соответствовать разным физическим ситуациям: например, модели неравномерно светящейся окружности (см. рис. 6) либо модели аккреционного диска, который с одной стороны затенен черной дырой. При этом иногда для наилучшего согласия с наблюдениями используют модель «размытого» полумесяца (для учета эффектов межзвездного рассеяния — см., например, [7]). Разного рода «размытия» также часто применяются и в других моделях. Все это делает многочисленные симуляции такого рода трудноотличимыми друг от друга.

Однако важное исключение из сказанного выше составляют модели, где есть распределения источников вдоль одной прямой (см. рис. 3, 7, 8). В этих случаях характерной особенностью таких моделей является существование направления на плоскости (u, v) , в котором АФВ остается постоянной (на больших расстояниях от центра). И именно эти случаи особенно интересны для обнаружения кротовых нор и черно-белых дыр (см. [10]).

Неким промежуточным случаем (модель 7) является комбинация (суперпозиция) моделей 2 и 6, результаты которых представлены на рис. 7. Здесь также можно выявить признаки, которые будут характерны, скорее, для кротовой норы или черно-белой дыры. Важно, что даже при яркости полумесяца, примерно в семь с половиной раз большей, чем суммарная яркость точечных источников, все еще отчетливо просматривается периодичность по координате v (при отсутствии явной периодичности по координате u). Таким образом, данная модель имеет устойчивый признак черно-белой дыры или кротовой норы. Этот признак проявляет себя все больше и больше при удалении от центра, так как АФВ полумесяца (или другого симметричного по углу τ распределения яркости) уменьшается пропорционально $\eta^{-3/2}$, а АФВ парных точечных источников с сизимерной яркостью осциллирует с постоянной амплитудой и в итоге ее вклад становится доминирующим.

Модель 8 показывает, что наличие в изображе-

нии парных источников, которые лежат на одной прямой с началом координат, кардинально меняет ситуацию. Такая модель (так же, как и модель 7) будет обладать асимметрией, близкой к единице! Обнаружение этого признака позволит говорить об открытии объекта типа кротовая нора или черно-белая дыра. Это будет возможно при условии, если угловое расстояние между парными источниками в модели окажется меньше или порядка углового размера диаметра горизонта соответствующей черной дыры. Однако для реализации этого условия необходимо еще и наличие достаточно яркого источника в другой вселенной, фотоны которого (приходящие к нам) образовывали бы систему парных изображений (см. рис. 2). В этом случае пары таких изображений будут удовлетворять условию, соответствующему рис. 8 и $A_{\text{mod}} \approx 1$.

Заметим, что мы рассмотрели в настоящей работе случай монохромного спектра излучения и определенного соотношения плотностей потоков от разных деталей изображений (см. подробнее разд. 4). Вид АФВ, представленный нами для разных характерных случаев, может варьироваться при изменении этих предположений. Рассмотренные в работе модели напрямую применимы только в случае достаточно высокой разрешающей способности телескопа по ширине регистрируемой спектральной полосы $\Delta\lambda/\lambda$. Для РСДБ-систем это условие, $\Delta\lambda/\lambda \ll 1$, выполняется. Но для оптических и инфракрасных интерферометров $\Delta\lambda/\lambda \approx 0.2$. Поэтому для применения наших моделей в оптическом и инфракрасном диапазонах необходимо сделать предположение о спектрах излучения деталей изображения в детектируемой полосе $\Delta\lambda$.

Авторы благодарны всем участникам семинаров в АКЦ ФИАН и ГАИШ МГУ за многочисленные полезные дискуссии по этой теме и за высказанные ценные предложения и замечания.

Работа частично поддержана в рамках программы фундаментальных исследований Отделения физических наук РАН «Межзвездная и межгалактическая среда: активные и протяженные объекты», а также РФФИ (грант № 15-02-00554-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. A. R. Thompson, J. M. Moran, and G. W. Swenson, Jr., *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*, Wiley (2001).
2. K. I. Kellermann and J. M. Moran, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **39**, 457 (2001).
3. A. Quirrenbach, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **39**, 353 (2001).
4. A. Quirrenbach, *ISSI Sci. Rep. Ser.* **9**, 293 (2010).
5. R.-S. Lu, A. E. Broderick, F. Baron, J. D. Monnier, V. L. Fish, S. S. Doeleman, and V. Pankratius, *Astrophys. J.* **788**, 120 (2014).
6. Н. С. Кардашев и др., *Астрон. ж.* **90**, 179 (2013).
7. A. B. Kamruddin and J. Dexter, *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **434**, 765 (2013).
8. A. E. Broderick and A. Loeb, *Astrophys. J.* **697**, 1164 (2009).
9. F. Eisenhauer et al., *Astrophys. J.* **598**, 121 (2003).
10. Н. С. Кардашев, Л. Н. Липатова, И. Д. Новиков, А. А. Шацкий, *ЖЭТФ* **146**, 75 (2014).
11. А. Ф. Захаров, *Гравитационные линзы и микролинзы*, Янус-К, Москва (1997).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика, т. 2, Теория поля*, Наука, Москва (1988).
13. А. Шацкий, *УФН* **179**, 861 (2009).
14. H. G. Ellis, *J. Math. Phys.* **14**, 104 (1973).
15. K. A. Bronnikov, *Acta Phys. Polon. B* **4**, 251 (1973).