

ШЛАНГОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕЛЯТИВИСТСКИ СИЛЬНЫХ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ С НЕБОЛЬШИМ ЧИСЛОМ КОЛЕБАНИЙ ПОЛЯ В ПЛАЗМЕ В УСЛОВИЯХ ВОЗБУЖДЕНИЯ КИЛЬВАТЕРНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ВОЛНЫ

А. А. Балакин^{}, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, С. А. Скобелев^{**}*

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 7 августа 2013 г.

Проведено детальное теоретическое исследование шланговой неустойчивости распространяющихся в плазме релятивистски сильных лазерных импульсов длительностью менее периода кильватерной плазменной волны. Получено аналитическое выражение для смещения центра масс волнового пучка и проанализировано влияние этой неустойчивости на процесс модификации спектра лазерного излучения для широкой области начальных параметров. Показано, что развитие неустойчивости характеризуется степенной (не экспоненциальной) зависимостью от времени на трассе распространения и не приводит к ухудшению режима самокомпрессии лазерных импульсов.

DOI: 10.7868/S0044451014040028

1. ВВЕДЕНИЕ

Непрерывное развитие лазерных технологий сопровождается созданием все более мощных оптических импульсов. В настоящее время реальностью стали лазерные системы петаваттного уровня мощности [1]. Это открывает новые возможности использования экстремально сильных лазерных импульсов для решения практически важных задач: ускорение заряженных частиц, генерация плазмой жесткого излучения и т. д. [2, 3]. Основные препятствия на пути реализации предлагаемых проектов связаны с возбуждением различных неустойчивостей в процессе взаимодействия лазерного излучения с плазмой. В случае ультрарелятивистских лазерных импульсов фемтосекундной длительности влияние неустойчивостей на динамику взаимодействия ослабевает в силу специфических особенностей излучения (малая длительность импульса; амплитуда осцилляций

электрона в поле, сравнимая с длиной волны; утяжеленные электроны и т. д.): в прозрачной плазме по мере укорочения длительности лазерного импульса становится возможным подавление одной из самых опасных неустойчивостей — филаментационной неустойчивости [4]. Для импульсов более коротких, чем длина кильватерной плазменной волны, процесс релятивистской самофокусировки протекает в условиях нестационарного нелинейного отклика среды и волновой пучок мощностью, заметно превышающей критическую мощность самофокусировки, фокусируется как целое (без расслоения) [4]. В этом случае создаются благоприятные условия для проявления другой, менее изученной, шланговой неустойчивости [5, 6]. Механизм возбуждения ее принципиально связан с инерцией нелинейного отклика среды [7]; развитие неустойчивости на нелинейной стадии приводит к нарушению осевой симметрии волнового пучка [5–9]. В данной статье представлены результаты исследования особенностей развития шланговой неустойчивости ультрарелятивистского лазерного импульса длительностью, меньшей длины плазменной волны. Отметим, что в последнее вре-

^{*}E-mail: balakin@appl.sci-nnov.ru

^{**}E-mail: sksa@ufp.appl.sci-nnov.ru

мя активно обсуждается самокомпрессия лазерных импульсов субпетаваттного и петаваттного уровней мощности в плазме в условиях возбуждения плазменной волны [10, 11]. В связи с этим необходимо выяснение влияния шланговой неустойчивости на самосжатие лазерных импульсов.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Динамика самовоздействия сверхкоротких релятивистски сильных лазерных импульсов сопровождается заметным преобразованием спектра излучения, связанным с возбуждением кильватерной плазменной волны. В этих условиях общепринятое приближение плавно меняющейся огибающей становится неприменимым. Для детального анализа исследования развития шланговой неустойчивости релятивистски сильного лазерного импульса в условиях возбуждения кильватерной плазменной волны с периодом, превышающим длительность лазерного импульса, используем хорошо зарекомендовавший себя подход.

Волновое уравнение для векторного потенциала $\mathbf{A}$, описывающее распространение пакета электромагнитных волн вдоль оси z , имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z^2} + \Delta_{\perp} \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\perp}, \quad (1)$$

где $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial r^2 + (1/r)\partial/\partial r$, $\mathbf{j}_{\perp}$ — поперечный ток. В случае лазерных импульсов с характерным поперечным масштабом, много большим длины плазменной волны, для определения материальной связи $\mathbf{j}_{\perp}(\mathbf{A})$ воспользуемся квазиодномерной системой уравнений релятивистской гидродинамики в поле циркулярно поляризованного излучения $\mathbf{A} = (\mathbf{x}_0 + i\mathbf{y}_0)A$:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{np}{\sqrt{1+p^2+a^2}} = 0, \quad (2a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\phi - \sqrt{1+p^2+a^2} \right), \quad (2b)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{\omega_{pl}^2}{\omega_0^2} (n-1). \quad (2c)$$

Здесь n — концентрация электронов, нормированная на значение концентрации N , когда поле отсутствует; импульс p нормирован на mc , $a = eA/mc^2$, $\phi = e\Phi/mc^2$ — нормализованный скалярный потенциал, $t = \omega_0 t_{old}$, $z = z_{old}\omega_0/c$, ω_0 — несущая частота, $\omega_{pl} = \sqrt{4\pi Ne^2/m}$ — плазменная частота.

Одномерная модель динамики возбуждения кильватерной волны (система уравнений (2))

оправдана для волновых полей с характерным поперечным масштабом $L_{\perp}$, много большим периода плазменной волны c/ω_p . Кроме того, в данной работе мы рассматриваем лазерные импульсы с продольным масштабом (длительностью) $L_{\parallel}$, меньшим периода плазменной волны ($L_{\parallel} < c/\omega_{pl}$).

Получим более точное условие для параметров лазерного импульса в случае, когда плазменная волна возбуждается преимущественно в продольном направлении. Оценку смещения электрона в поперечном направлении $\mathbf{x}_{\perp}$ можно получить из следующего уравнения:

$$\frac{d\mathbf{p}_{\perp}}{dt} \sim -\frac{e^2}{mc^2} \nabla_{\perp} |A|^2. \quad (3)$$

Смещение электронов в поперечном направлении $\mathbf{x}_{\perp} \approx a^2 L_{\parallel}^2 / L_{\perp}$ за длительность лазерного импульса будет мало по сравнению с радиусом пучка лазерного импульса при выполнении следующего соотношения:

$$a \ll L_{\perp} / L_{\parallel}. \quad (4)$$

Очевидно, что данное условие (4) будет легко выполнено при $L_{\parallel} \ll L_{\perp}$. Следовательно, плазменная волна будет возбуждаться только в продольном направлении.

В случае разреженной плазмы, в которой импульсы электромагнитного поля распространяются со скоростью, близкой к c (скорость света), нелинейный отклик среды (2) можно считать зависящим от $\tau = t - z/c$. Используя интегралы уравнений (2) для локализованных распределений плотности среды, импульса и поля $n + np/\sqrt{1+p^2+a^2} = 1$, $p + \sqrt{1+p^2+a^2} = 1 + \phi$, нетрудно получить материальное соотношение $\mathbf{j}_{\perp}(\mathbf{A})$:

$$\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\perp} = 4\pi Ne \frac{an}{\sqrt{1+p^2+a^2}} = \frac{\omega_{pl}^2}{c^2} \frac{A}{1+\phi} \quad (5)$$

и уравнение для скалярного потенциала

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} = \frac{\omega_{pl}^2}{2\omega_0^2} \left[\frac{1+a^2}{(1+\phi)^2} - 1 \right]. \quad (6)$$

Более подробный вывод для $\mathbf{j}_{\perp}(\mathbf{A})$ можно найти в нашей работе [11].

Волновое уравнение (1) для векторного потенциала $\mathbf{A}$ может быть упрощено за счет пренебрежения отраженной волной. Данное приближение оправдано, поскольку в работе рассматривается плазма с концентрацией N , много меньшей критического значения $N_{cr} = m\omega_0^2/(4\pi e^2)$ ($N \ll N_{cr}$), а поперечный размер пучка считается большим по сравнению с характерным продольным масштабом поля (квазиоптический пучок). Описанный подход обоснован в

работах [12] и использован для исследования распространения волновых полей с шириной спектра порядка центральной частоты в линейных и нелинейных средах [13–15].

В результате получаем безразмерную систему уравнений, описывающую самосогласованную нелинейную деформацию структуры сверхкороткого лазерного импульса в процессе нестационарного возбуждения кильватерного следа:

$$\frac{\partial^2 a}{\partial \tilde{z} \partial \tau} + \frac{\beta a}{1 + \phi} = \frac{\partial^2 a}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial a}{\partial \tilde{r}}, \quad (7a)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} = \frac{\omega_{pl}^2}{2\omega_0^2} \left[\frac{1 + a^2}{(1 + \phi)^2} - 1 \right]. \quad (7b)$$

Здесь $\tau = \omega_0(t - z/c)$ — время в сопровождающей системе координат, $z = \tilde{z}2\omega_0 r_0^2/c$, $r = \tilde{r}r_0$, $\beta = (\omega_{pl}r_0/c)^2$, r_0 — начальный размер лазерного пучка. Для простоты изложения далее по тексту знак тильда будет опущен.

Система уравнений (7a), (7b) существенно более сложная и описывает большее число нелинейных эффектов, чем соответствующая ей система для квазимонохроматического излучения [16–18], в которой отсутствуют дисперсионные эффекты

$$i \frac{2\omega_0}{c} \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \Delta_{\perp} \Psi + \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\Psi \Phi}{1 + \Phi} = 0, \quad (8a)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} = \omega_p^2 \frac{1 + |\Psi|^2 - (1 + \Phi)^2}{2(1 + \Phi)^2}, \quad (8b)$$

где Ψ — медленноменяющаяся комплексная амплитуда векторного потенциала. Как следует из уравнения (8a) для векторного потенциала в процессе эволюции системы сохраняется «число квантов»

$$W_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\mathbf{r}_{\perp}} |\Psi|^2 d\mathbf{r}_{\perp} d\tau, \quad (9)$$

т. е. не учитываются потери энергии на возбуждение плазменных колебаний. При качественном рассмотрении процессов мы будем обращаться к уравнениям (8a), (8b) и (9). Дело в том, что динамика самовоздействия квазимонохроматического излучения довольно хорошо изучена. Эффекты (самофокусировочная неустойчивость, волновой коллапс, преобразование частоты и др.), исследованные в рамках (8a), (8b), проявляются независимо и их можно описать в ряде случаев количественно по отдельности.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Численное исследование шланговой неустойчивости и обработка данных в рамках $(3 + 1)$ -мерной модели (7a), (7b) представляет собой очень сложную задачу. Поэтому для исследования физических процессов мы поступим, как при исследовании самофокусировки в условиях недостатка вычислительных ресурсов [19–22], — сохраняя скэйлинг уравнений, уменьшив число пространственных переменных, но увеличим степень нелинейности. На этом основании численное моделирование динамики самовоздействия релятивистски сильного лазерного импульса проведено с помощью следующей пространственно-двумерной системы уравнений:

$$\frac{\partial^2 a}{\partial z \partial \tau} + \frac{\beta a}{1 + \Phi} - \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} = 0, \quad (10a)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \frac{1 + |a|^4 - (1 + \Phi)^2}{2(1 + \Phi)^2}. \quad (10b)$$

Данная неустойчивость может приводить к дополнительному расслоению импульса в поперечном направлении и смещению центра масс пучка. Для демонстрации смещения центра масс пучка будем вычислять момент первого порядка

$$\langle x(z, \tau) \rangle = \frac{\tau_p}{W_0} \int_{-\infty}^{\infty} |a(z, x, \tau)|^2 x dx \quad (11)$$

с целью последующего сравнения с результатами аналитического исследования.

Для детального исследования шланговой неустойчивости зададим начальное распределение лазерного поля, близкое к тому, которое рассматривалось в работе [9]

$$a(x, \tau) = a_0 \exp \left(-\ln 4 \frac{\tau^2}{\tau_p^2} - \ln 4 \left(x - \frac{\tau d_1}{\tau_p} \right)^2 + i\tau \right). \quad (12)$$

Как следует из данного выражения, при увеличении значения коэффициента d_1 имеет место поворот главной оси эллиптической структуры пространственно-ограниченного импульса, что соответствует все большему отклонению направления распространения лазерного импульса от оси z .

Численное моделирование показывает следующее. На рис. 1 представлена динамика интенсивности лазерных импульсов для трех разных значений коэффициента d_1 . Здесь черными штриховыми линиями показаны начальные временное и пространственное распределения импульса по продольной и

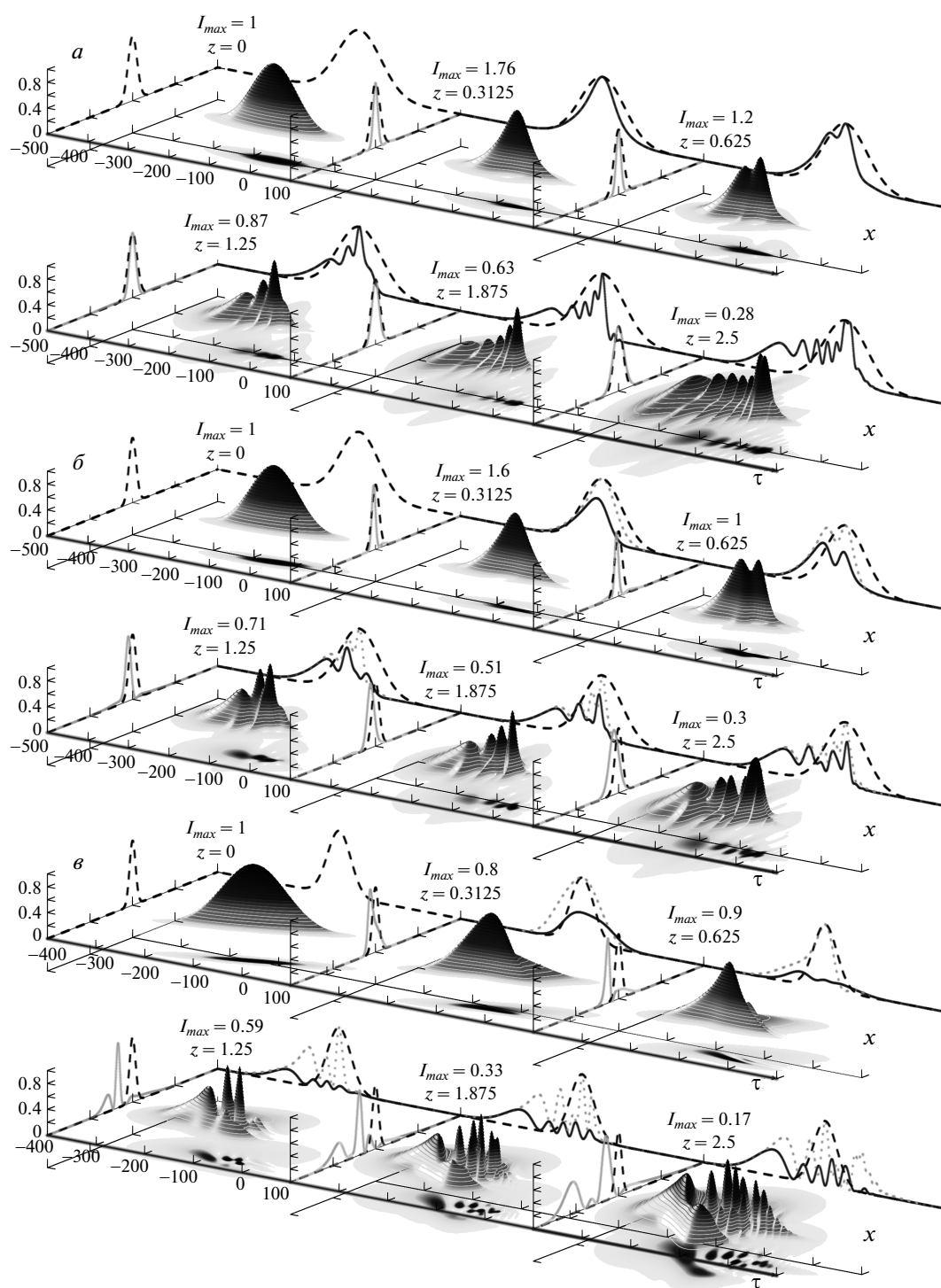


Рис. 1. Динамика интенсивности лазерного импульса $I(z, x, \tau) = |E(z, x, \tau)|^2$ ($E = \partial a / \partial \tau$) с начальной длительностью $\tau_p = 40\pi = 0.18T_{pl}$ для трех разных случаев: а — $a_0 = 1.3$, $d_1 = 0$; б — $a_0 = 1.3$, $d_1 = 0.5$; в — $a_0 = 1.6$, $d_1 = 2$

поперечной координатам в точке максимума; сплошной линией показано текущее временное и пространственное распределения импульса по продольной и поперечной координатам в точке максимума; пунктир (по продольной координате) — временной профиль импульса в сечении пучка $x = x^*$, где интенсивность достигает максимального значения для данного z . На рис. 1а представлена пространственно-временная динамика лазерного импульса для случая $d_1 = 0$. Как видно на рисунке, пространственно-временное распределение импульса в результате нестационарной самофокусировки принимает форму рупора, раскрывающегося в направлении переднего фронта импульса, а центр масс волнового пучка не смещается в поперечном направлении, т.е. $\partial \langle x(\tau, z) \rangle / \partial z = 0$. Отметим, что в результате нестационарного самовоздействия происходит коротковолновая модуляция импульса только в продольном направлении.

Однако при $d_1 \neq 0$ имеет место более сложная динамика пространственно-временной структуры волнового поля, а именно, происходит расслоение импульса как в продольном, так и в поперечном направлениях. Как следует из рис. 1б,в, в эволюции импульса можно выделить два этапа. Сначала происходит поворот главной оси эллиптической структуры пространственно-ограниченного импульса по часовой стрелке (в соответствии с направлением групповой скорости импульса), сопровождаемый процессом самофокусировки излучения в поперечном направлении. А затем, как видно на рисунках при $z \sim 0.3$, стартует процесс расслоения лазерного импульса в поперечном направлении. Причем, как видно на рисунках, положение сечения $x = x^*$, где интенсивность лазерного импульса достигает максимального значения, смещается в область отрицательных значений. Отметим, что с увеличением коэффициента d_1 происходит сильное дробление волнового пучка, сопровождаемое значительным смещением центра масс пучка $\langle x(z, \tau) \rangle$.

Формирование такой сложной структуры лазерного импульса можно понять из следующих соображений. Как следует из рис. 1а, при $d_1 = 0$ имело место дробление импульса только во временной области. Это расслоение можно трактовать как попутное рассеяние импульса на неоднородностях возмущения концентрации плазмы. Очевидно, что при $d_1 \neq 0$ имеет место уменьшение эффективной длительности импульса из-за поворота главной оси эллиптической структуры пространственно-ограниченного импульса относительно оси τ . Это ясно проиллюстрировано на рис. 1. Видно, что с уве-

личением значения коэффициента d_1 имеет место уменьшение длительности начального импульса на оси пучка (штриховая линия по продольной координате при $z = 0$ на рис. 1). Очевидно, что при фиксированной концентрации фоновой плазмы ухудшается возбуждение плазменной волны в продольном направлении, но под некоторым углом плазменная волна будет хорошо возбуждаться. Поэтому эффективное рассеяние импульса будет теперь происходить эффективно не на оси пучка. Следовательно, формируемую структуру импульса при $d_1 \neq 0$ можно рассматривать как следствие поворота структуры импульса при $d_1 = 0$ на некоторый угол в системе координат, связанной с центром масс пучка. В связи с чем происходит расслоение лазерного импульса как в продольном, так и в поперечном направлениях.

На рис. 2 приведены зависимости момента первого порядка $\langle x(z, \tau^*) \rangle$ от эволюционной переменной z при $\tau = \tau^*$ для двух разных значений коэффициента d_1 и при разных начальных амплитудах a_0 . Здесь τ^* — момент времени, когда $\langle x(z, \tau) \rangle$ достигает максимального значения при фиксированном z . Как видно на рисунках, центр масс волнового пучка смещается по линейному закону ($\langle x \rangle \sim z$). В целом, как следует из рисунка, с увеличением значения коэффициента d_1 при фиксированной длине нелинейной среды для наблюдения одинакового смещения центра масс пучка необходимо также увеличивать начальную амплитуду a_0 . Это можно пояснить следующим образом. С увеличением коэффициента d_1 увеличивается угол между главной осью эллиптической структуры пространственно-ограниченного импульса и оси распространения импульса, следовательно, для компенсации данного поворота необходимо увеличивать амплитуду, поскольку, как было показано ранее, на начальной стадии неустойчивости (см. рис. 1) происходит самофокусировка и поворот профиля интенсивности в плоскости (τ, x) и скорость данного поворота зависит от начальной амплитуды. Обратимся теперь к качественному анализу.

Для качественного исследования смещения центра масс волнового пучка $\langle x(z) \rangle$ из-за нестационарности нелинейного отклика среды для ультракороткого импульса ($\tau_p \ll 2\pi/\omega_p$) в разреженной плазме ($\omega_p^2/\omega_0^2 \ll 1$) мы обратимся к следующей системе уравнений для огибающей волнового пакета:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \Delta_{\perp} \Psi + \Psi \Phi = 0, \quad (13a)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} = \frac{1}{2} |\Psi|^4, \quad (13b)$$

в которой отсутствуют эффекты, связанные с дис-

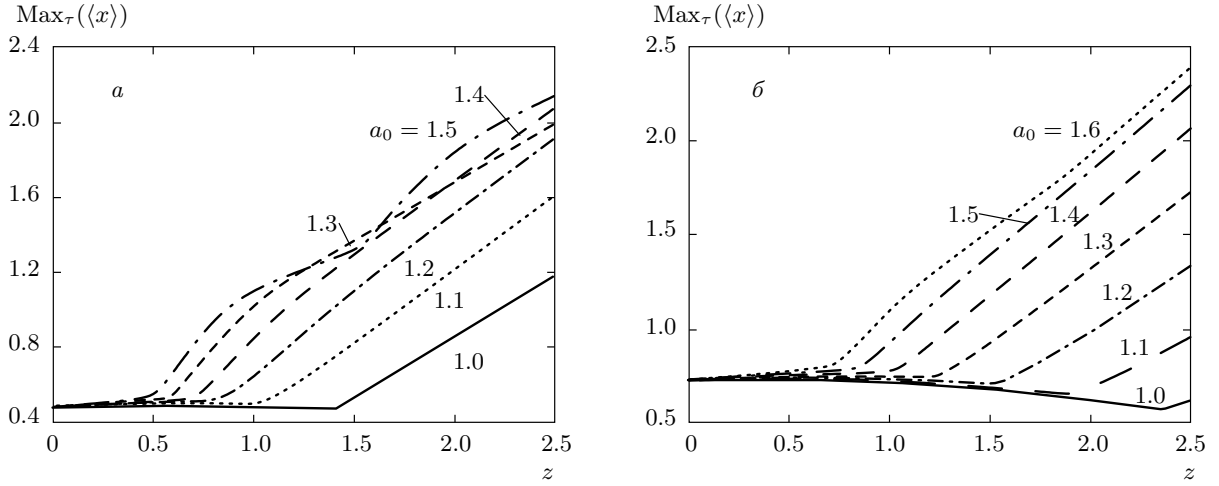


Рис. 2. Зависимости момента первого порядка $\langle x(z, \tau^*) \rangle$ от эволюционной переменной z при $\tau = \tau^*$ для двух разных значений коэффициента d_1 : а — $d_1 = 2$; б — $d_1 = 3$ и при разных начальных амплитудах a_0 . Здесь τ^* — момент времени, когда $\langle x(z, \tau) \rangle$ достигает максимального значения при фиксированном z

персией фоновой плазмы и насыщением нелинейного отклика среды. Используя уравнение непрерывности для векторного потенциала

$$i \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial z} = \nabla_\perp (\Psi \nabla_\perp \Psi^* - \Psi^* \nabla_\perp \Psi), \quad (14)$$

можно получить выражение для изменения центра масс волнового пучка $R(z, \tau)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \Phi}{\partial x} |\Psi|^2 dx, \\ R(z, \tau) &= \frac{1}{W_0} \int_{-\infty}^{\infty} x |\Psi|^2 dx. \end{aligned} \quad (15)$$

Как следует из выражения (15) для $R(z, \tau)$, по мере распространения лазерного импульса в среде в условиях возбуждения кильватерной плазменной волны будет происходить смещение пучка в поперечном направлении. Очевидно, что для упрощения анализа задачи удобно перейти в систему координат, связанную с центром масс пучка $\xi = x + R$ подобно тому, как было сделано в работе [7].

С учетом соотношения

$$\frac{\partial \Psi(z, x, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial \Psi(z, \xi, \tau)}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial z} \frac{\partial \Psi(z, \xi, \tau)}{\partial \xi} \quad (16)$$

уравнение (13а) примет следующий вид:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} + i \frac{\partial R}{\partial z} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + \Phi \Psi = 0. \quad (17)$$

Если перейти к новой функции $A(z, \xi, \tau)$

$$\Psi = A \exp \left(\frac{i}{4} \int_0^z \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2 dz - \frac{i}{2} \frac{\partial R}{\partial z} \xi \right), \quad (18)$$

то уравнение для огибающей векторного потенциала (17) можно переписать в следующем виде:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + \left(\Phi + \frac{\xi}{2} \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \right) A = 0. \quad (19)$$

Теперь обратимся к уравнению для плазменной волны (13б) и перепишем его также в системе координат, связанной с центром масс пучка. Принимая во внимание, что

$$\frac{\partial \Phi(z, x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial \Phi(z, \xi, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial R}{\partial \tau} \frac{\partial \Phi(z, \xi, \tau)}{\partial \xi}, \quad (20)$$

получаем уравнение для плазменной волны

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} + 2 \frac{\partial R}{\partial \tau} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau \partial \xi} + \frac{\partial^2 R}{\partial \tau^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \\ + \left(\frac{\partial R}{\partial \tau} \right)^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = \frac{1}{2} |A|^4. \end{aligned} \quad (21)$$

Будем искать решение этого уравнения в следующем виде:

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1 \xi + \Phi_2 \frac{\xi^2}{2}. \quad (22)$$

Как следует из результатов численного моделирования (см. рис. 2), радиус кривизны траектории центра масс пучка $(R_c = (dR/dz)^2 / (d^2R/dz^2))$ много

больше радиуса волнового пучка. Это позволяет в дальнейшем рассматривать симметричные (относительно траектории центра масс пучка) распределения поля. Коэффициент Φ_1 выберем из условия обращения в нуль линейно зависящей от ξ части показателя преломления среды в уравнении (19). В результате находим

$$\Phi_1 = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 R}{\partial z^2}. \quad (23)$$

Далее будем полагать, что распределение интенсивности лазерного излучения имеет гауссову форму:

$$|A|^2 = \frac{p(\tau)}{a^2} \exp\left(-\frac{\xi^2}{a^2}\right), \quad (24)$$

где p определяется превышением мощности излучения над критической для самофокусировки, a — ширина пучка. В результате для коэффициентов разложения (22) в приосевом приближении находим

$$\frac{d^2 \Phi_1}{d\tau^2} + 2 \frac{\partial R}{\partial \tau} \frac{d\Phi_2}{d\tau} + \frac{\partial^2 R}{\partial \tau^2} \Phi_2 = 0, \quad (25a)$$

$$\frac{d^2 \Phi_2}{d\tau^2} = -\frac{p^2}{a^4}. \quad (25b)$$

Кроме того, из уравнения для лазерного поля (19) в автомодельном режиме нестационарного самовоздействия, как в [16], нетрудно получить

$$\Phi_2 \approx -\frac{1}{a^4}, \quad (26)$$

и преобразовать (25b) к виду

$$\frac{d^2 \Phi_2}{d\tau^2} = p^2 \Phi_2. \quad (27)$$

Используя соответствующее решение $\Phi_2 = -\exp(p\tau)$, из формулы (27) найдем уравнение для траектории центра масс пучка:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^4 R}{\partial z^2 \partial \tau^2} + 2p \frac{\partial R}{\partial \tau} \exp(p\tau) + \frac{\partial^2 R}{\partial \tau^2} \exp(p\tau) = 0. \quad (28)$$

Данное уравнение можно записать более компактно, если ввести следующие переменные: $z = \tilde{z}/\sqrt{2p}$, $\eta = \exp(p\tau)/p$, $U = \partial R/\partial \tau$,

$$\frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}^2} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial U}{\partial \eta} + 2U = 0. \quad (29)$$

Как отмечалось ранее, для проведения качественного анализа системы мы пренебрегли влиянием дисперсией фоновой плазмы и насыщением нелинейности на динамику лазерного импульса, поэтому

мы ограничены малыми $\tilde{z}$. В связи с этим будем искать решение уравнения (29) в виде

$$U(\tilde{z}, \eta) \approx a_0(\eta) + a_1(\eta)\tilde{z} + a_2(\eta)\tilde{z}^2 + a_3(\eta)\tilde{z}^3. \quad (30)$$

Подставляя (30) в уравнение (29), получим решение

$$U(\tilde{z}, \eta) \approx \frac{1}{\eta^2} (C_0 + C_1 \tilde{z} + C_2 \tilde{z}^2 + C_3 \tilde{z}^3) - \frac{4}{\eta^3} (C_2 + 3C_3 \tilde{z}), \quad (31)$$

где C_0, C_1, C_2, C_3 — константы, определяемые из начальных условий задачи. Таким образом, можно получить окончательное решение для координаты центра тяжести пучка $R(\tilde{z}, \tau)$:

$$R(\tilde{z}, \tau) \approx \frac{p}{2} (C_0 + C_1 \tilde{z} + C_2 \tilde{z}^2 + C_3 \tilde{z}^3) (1 - e^{-2p\tau}) - \frac{4}{3} p^2 (C_2 + 3C_3 \tilde{z}) (1 - e^{-3p\tau}). \quad (32)$$

Как следует из выражения (32), центр масс пучка $R(\tilde{z})$ при значительном превышении мощности над критической мощностью самофокусировки ($p \gg 1$) в основном определяется только вторым слагаемым, т. е. $R \sim p^{3/2} C_3 z$, где C_3 определяется коэффициентом d_1 . Это очень хорошо согласуется с результатами численного моделирования (см. рис. 2).

Как отмечалось во Введении, мотивацией исследования шланговой неустойчивости является анализ влияния шланговой неустойчивости на процесс укорочения лазерного импульса. Очевидно, необходимым условием для укорочения лазерного импульса является уширение спектра излучения. Поэтому рассмотрим далее влияние шланговой неустойчивости на процесс уширения спектра. На рис. 3 представлены результаты по модификации спектра релятивистски сильного лазерного импульса (12) в условиях возбуждения плазменной волны, основанные на численном решении системы уравнений (10). Зависимости величины сдвига средней несущей частоты

$$W_0 \langle \omega(z) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\mathbf{r}_{\perp}} \omega |a(z, \omega, r)|^2 dr_{\perp} d\omega$$

и средней ширины спектра

$$[W_0 \langle \Delta \omega(z) \rangle]^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\mathbf{r}_{\perp}} (\omega - \langle \omega \rangle)^2 |a(z, \omega, r)|^2 dr_{\perp} d\omega$$

от начальных параметров импульса (a_0, d) представлены на рис. 3. Как следует из рис. 3, сдвиг несущей

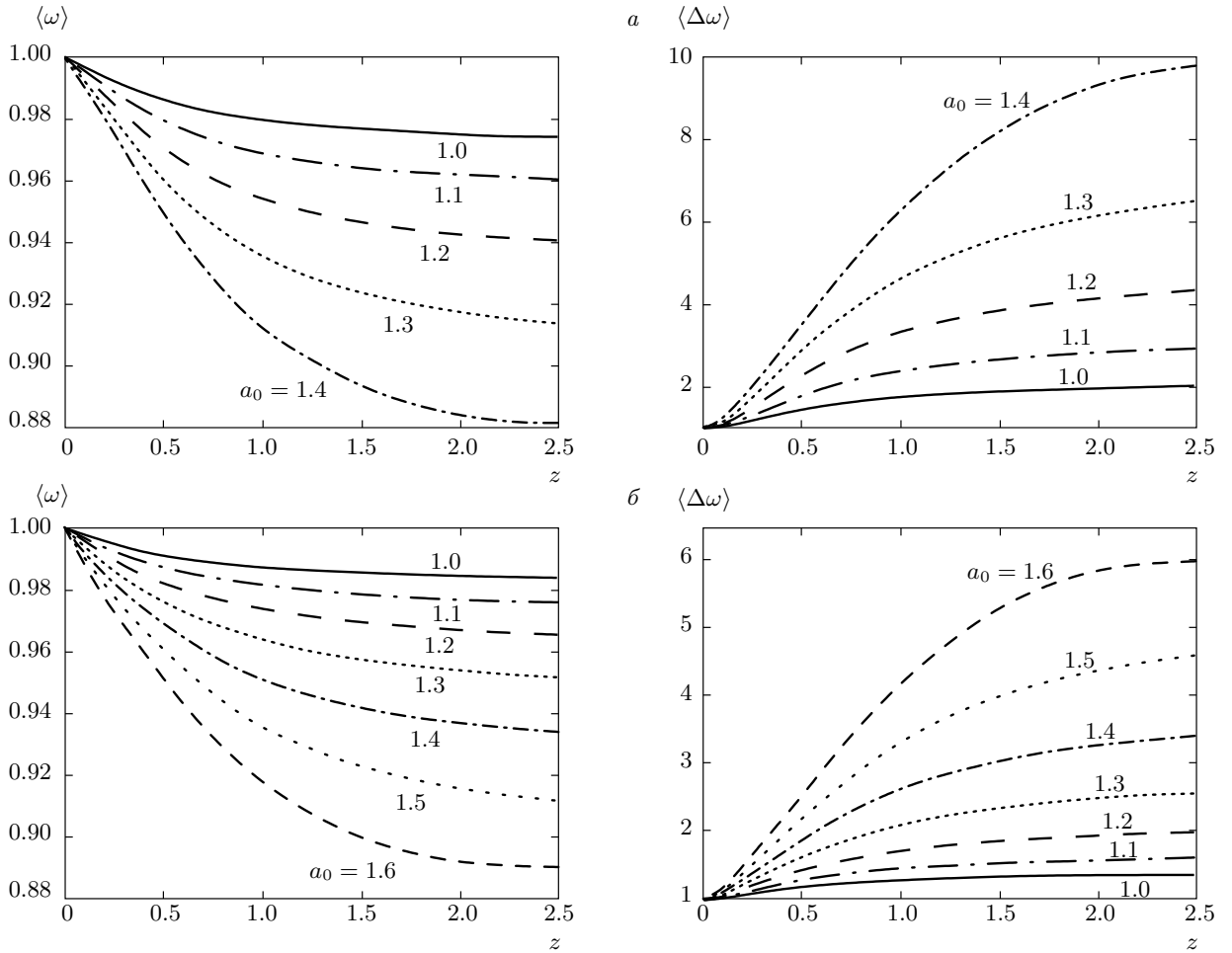


Рис. 3. Зависимости средней частоты $\langle \omega \rangle$ (слева) и средней ширины спектра лазерного импульса (справа) в зависимости от начальных амплитуд a_0 и значений коэффициента d_1 : а — $d_1 = 1$, б — $d_1 = 2$. Лазерный импульс задавался в виде (12) при $\tau_p = 40\pi$

частоты $\langle \omega(z) \rangle$ и уширение спектра $\langle \Delta \omega(z) \rangle$ ухудшаются с увеличением значения коэффициента d_1 . Очевидно, что изменение коэффициента d_1 (что соответствует изменению эффективной длительности волнового пакета τ_p) при неизменной концентрации фоновой плазмы n_0 будет приводить к изменению эффективности возбуждения кильватерной плазменной волны. Это видно из выражения для возмущения концентрации плазмы $\delta n/n_0$ при $a_0 < 1$:

$$\frac{\delta n(\tau)}{n_0} \sim \frac{a_0^2}{2} \omega_{pl} \tau_p \exp\left(-\frac{\omega_{pl}^2 \tau_p^2}{4}\right) \sin(\omega_{pl} \tau). \quad (33)$$

Увеличение коэффициента d_1 будет приводить к ухудшению самовоздействия волнового пакета (из-за уменьшения $\delta n/n_0$) и, соответственно, к ухуд-

шению уширения спектра лазерного излучения. Следовательно, это будет приводить к уменьшению степени самокомпрессии лазерного импульса, поскольку уширение спектра является необходимым условием сжатия волнового пакета.

Как видно на рис. 1, заметное расслоение импульса как в продольном, так и в поперечном направлениях происходит на трассе порядка $z \sim 1$, что соответствует четырем рэлеевским длинам. Поэтому для наблюдения возможного самосжатия импульса нужно подобрать такие начальные параметры импульса (профиль импульса, начальная амплитуда), чтобы длина нелинейной среды, на которой импульс укоротится значительно, была меньше $z \sim 1$. На рис. 4 приведены результаты самокомпрессии импульса, заданного на входе нелинейной среды в виде

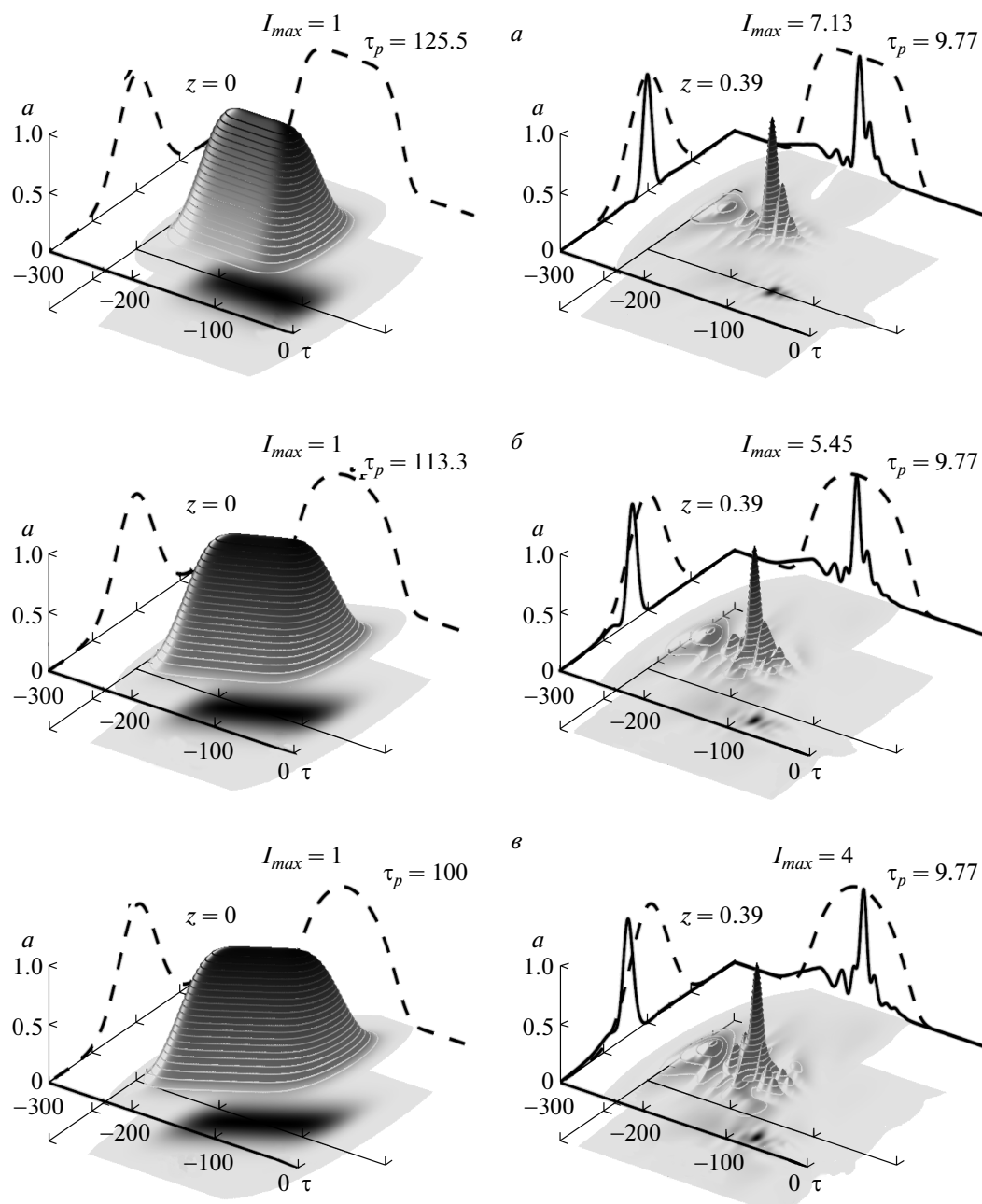


Рис. 4. Результаты самокомпрессии лазерного импульса, заданного на вход в нелинейную среду в виде (12) ($a_0 = 1.2$, $\kappa = 0.83$, $\tau_p = 40\pi$), при разных значениях коэффициента d_1 : *а* — $d_1 = 0$, *б* — $d_1 = 1.5$, *в* — $d_1 = 2.5$. Слева представлено начальное распределение интенсивности поля, справа — результат численного моделирования системы уравнений (10). Штриховые линии — начальные распределения импульса в продольном и в поперечных направлениях

$$a(x, \tau) = a_0 \exp \left(-\frac{\ln 2}{2} \left(x - \frac{\tau d_1}{\tau_p} \right)^2 - 32 \ln 2 \left(\frac{\tau}{\tau_p} \right)^6 \right) \quad (34)$$

при $a_0 = 1.2$, $\tau_p = 40\pi$, что соответствует для двумерной задачи при коэффициенте $d_1 = 0$ лазерному импульсу мощностью 10 ПВт. Как видно на рис. 4, найденная ранее неустойчивость не влияет на процесс укорочения волнового пакета. Од-

нако поворот главной оси эллипса пространственно-ограниченного импульса (при изменении коэффициента d_1) приводит к уменьшению амплитуды сжатого импульса и к ухудшению временной структуры волнового пакета. Это проявляется в появлении в передней части волнового пакета осцилляций (см. рис. 4). Ухудшение качества временной формы импульса связано с ослаблением фазовой самомодуляции при увеличении коэффициента d_1 , так как возмущение концентрации плазмы зависит от длительности волнового пакета (см. (33)). Однако длительность выходного лазерного импульса (как следует из рис. 4), определяемая по уровню половины интенсивности, сохраняется при изменении коэффициента d_1 (данный коэффициент характеризует отклонение лазерного пучка от направления распространения) в рассматриваемых нами пределах $d_1 \leq 2.5$. Это связано с тем, что для устранения филаментационной неустойчивости [4] нами выбран режим, в котором не происходит резонансного возбуждения плазменной волны ($\omega_{pl} \tau_p \ll 1$).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено аналитическое и численное исследование шланговой неустойчивости в случае, когда длительность лазерного импульса меньше периода кильватерной плазменной волны. Показано, что для таких лазерных импульсов данная неустойчивость подавлена. Это подтверждает выводы, сделанные в наших предыдущих работах [10, 11], относительно возможности значительного укорочения вплоть до одного периода колебаний поля в плазме с докритической концентрацией электронов лазерного импульса мощностью около 10 ПВт.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 11-02-00225, 12-02-00650, 12-02-33074, 13-02-00755, 14-02-01180) и гранта президента РФ МК-5853.2013.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. H. Sung, S. K. Lee, T. J. Yu, T. M. Jeong, and Jo. Lee, *Opt. Express* **35**, 3021 (2010); X. Liang, Y. Leng, C. Wang, C. Li et al., *Opt. Express* **15**, 15335 (2007).
2. G. A. Mourou, T. Tajima, S. V. Bulanov, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 309 (2006).
3. E. Esarey, C. B. Schroeder, and W. P. Leemans, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 1229 (2009).
4. А. А. Балакин, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, С. А. Скобелев, *ЖЭТФ* **139**, 579 (2011).
5. P. Sprangle, J. Krall, and E. Esarey, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3544 (1994).
6. G. Shvets and J. S. Wurtele, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3540, (1994).
7. A. G. Litvak, V. A. Mironov, and E. M. Sher, *Phys. Rev. E* **55**, 7441 (1997).
8. G. Li, W. B. Mori, and C. Ren, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 155002 (2013).
9. M. C. Kaluza, S. P. D. Mangles, A. G. R. Thomas, Z. Najmudin, A. E. Dangor, C. D. Murphy et al., *Phys. Rev. Lett.* **105**, 095003 (2010).
10. А. А. Балакин, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, С. А. Скобелев, *EPL* **100**, 34002 (2012); A. Pipahl, E. A. Anashkina, M. Toncian, T. Toncian, S. A. Skobelev et al., *Phys. Rev. E* **87**, 033104 (2013).
11. А. А. Балакин, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, and С. А. Скобелев, *Phys. Rev. A* **88**, 023836 (2013).
12. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, *Письма в ЖЭТФ* **53**, 188 (1991); В. А. Миронов, *ЖЭТФ* **116**, 35 (1999).
13. Д. В. Карташев, А. В. Ким, С. А. Скобелев, *Письма в ЖЭТФ* **78**, 722 (2009); S. A. Skobelev, D. V. Kartashov, and A. V. Kim, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 203902 (2007); A. V. Kim, S. A. Skobelev, D. Anderson et al., *Phys. Rev. A* **77**, 043823 (2008).
14. С. А. Скобелев, Д. И. Кулагин, А. Н. Степанов и др., *Письма в ЖЭТФ* **89**, 641 (2009).
15. А. А. Балакин, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, С. А. Скобелев, *ЖЭТФ* **131**, 408 (2007); А. А. Балакин, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, and С. А. Скобелев, *Phys. Rev. A* **80**, 063807 (2009).
16. Л. А. Абрамян, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, А. М. Сергеев, *ЖЭТФ* **102**, 1816 (1992).
17. S. V. Bulanov, F. Pegoraro, and A. M. Pukhov, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 710 (1995); Н. Е. Андреев, Л. М. Горбунов, В. И. Кирсанов, А. А. Погосова, *Письма в ЖЭТФ* **60**, 694 (1994).
18. P. Sprangle, E. Esarey, J. Krall et al., *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2200 (1992).
19. J. J. Rasmussen and K. Rypdal, *Phys. Scripta* **33**, 481 (1986).
20. A. G. Litvak, A. M. Sergeev, V. A. Mironov, *Nonlinear Waves 3*, ed. by A. V. Gaponov-Grekhov, M. I. Rabinovich, and Engelbrecht, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg (1990), p. 240.
21. С. Н. Власов, В. И. Таланов, *Самофокусировка волн*, ИИФ РАН, Нижний Новгород (1997).