

ОСОБЕННОСТИ ГЕНЕРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ВАВИЛОВА – ЧЕРЕНКОВА ПРИ ПРОЛЕТЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ВБЛИЗИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МИШЕНИ

М. В. Шевелёв, А. С. Коньков***

*Томский политехнический университет
634050, Томск, Россия*

Поступила в редакцию 13 мая 2013 г.

Рассмотрено излучение Вавилова – Черенкова, возникающее при равномерном движении точечного заряда в вакууме вблизи призматической мишени конечных размеров, обладающей произвольной диэлектрической проницаемостью. Полученное выражение спектрально-угловой плотности излучения содержит в себе полюс излучения Вавилова – Черенкова, зависящий от угла пролета точечного заряда относительно мишени. Полученные результаты указывают на то, что в образование излучения Вавилова – Черенкова основной вклад вносят поляризационные токи, возникающие на границе раздела сред.

DOI: 10.7868/S0044451014040016

1. ВВЕДЕНИЕ

Эффект Вавилова – Черенкова состоит в том, что электрический заряд, движущийся в среде с постоянной скоростью, излучает электромагнитные волны с непрерывным спектром и со специфическим угловым распределением. При этом излучение имеет место, только если скорость заряда превышает фазовую скорость света в рассматриваемой прозрачной среде. Упомянутая специфичность углового распределения заключается в следующем: волновой вектор \mathbf{k} испускаемых волн образует со скоростью \mathbf{v} угол Θ , причем $n\beta \cos \Theta = 1$, где n — показатель преломления прозрачной среды. В 1947 г. в работе Франка и Гинзбурга [1] было рассмотрено излучение, генерируемое зарядом, равномерно движущимся по оси цилиндрического канала, сделанного в среде с диэлектрической постоянной ϵ_1 и заполненного веществом с диэлектрической постоянной ϵ_2 . Рассмотренная задача является важной в связи с тем, что при движении заряда в среде потери его энергии на излучение Вавилова – Черенкова (ИВЧ) сравнительно невелики, основными являются ионизационные потери, локализованные в непосредственной близости от траектории. Поэтому при движе-

нии в каналах, щелях или вблизи среды ионизационные потери исключаются, а ИВЧ сохраняется. В последние несколько лет ведутся интенсивные исследования в области неразрушающей диагностики релятивистских пучков [2–7] и создания новых методов ускорения заряженных частиц [8, 9] на основе ИВЧ, генерируемого при пролете коротких ступок заряженных частиц вблизи мишеней конечных размеров.

Стоит отметить, что точных решений задачи об ИВЧ для сред с резкими границами известно немного. Важнейшими из точно решаемых задач являются следующие: упомянутая выше задача об излучении равномерно движущегося заряда по оси цилиндрического канала [1, 10], задача об излучении, возникающем при пролете заряженной частицы через сферу [11] и вблизи периодической структуры, состоящей из сферических мишеней, обладающих конечной проводимостью [12]. Решение подобных задач в более сложных геометриях затруднено в связи со сложностью постановки граничных условий.

В работе [13] авторы исследовали характеристики переходного излучения от идеально проводящих фокусирующих мишеней, используя при этом метод, в котором поляризационное излучение представлено как поле тока, индуцированного на поверхности мишени полем равномерно и прямолинейно движущегося точечного заряда. В дальнейшем этот метод был обобщен в работах [14–16] для сред, обладаю-

*E-mail: mvshev@tpu.ru

**E-mail: ekwinus@tpu.ru

щих конечной проводимостью и конечными размерами. С помощью метода поляризационных токов в работе [15] была решена задача об излучении, возникающем при движении заряда по оси вакуумного цилиндрического канала в экране конечного радиуса. В зависимости от параметров полученное решение описывает различные типы излучения: переходное, Вавилова–Черенкова, дифракционное. В случае прозрачной среды решение полностью совпадает с аналитическим выражением, полученным в теории черенковского излучения в слое конечной толщины [17], для слоя большей толщины решение дает известную формулу Тамма–Франка для ИВЧ в безграничной прозрачной среде. Преимущества данного метода заключаются в возможности находить характеристики различных видов поляризационного излучения для мишеней со сложным профилем поверхностей с учетом реальных диэлектрических свойств вещества.

Предлагаемая статья посвящена применению метода поляризационных токов к решению задачи об ИВЧ, возникающем при равномерном движении точечного заряда в вакууме вблизи призматической мишени конечных размеров, обладающей произвольной диэлектрической проницаемостью, и разбору тех особенностей, которыми обладает поле излучения.

2. ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА – ЧЕРЕНКОВА ОТ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО КЛИНА

ИВЧ относится к поляризационному излучению, испускаемому атомами среды под воздействием внешнего поля \mathbf{E}^0 частицы с энергией

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

движущейся с постоянной скоростью $v = \beta c$ в веществе (или вблизи). Поэтому поле излучения является решением «вакуумных» макроскопических уравнений Максвелла с поляризационным током в правой части, плотность которого для немагнитной среды имеет вид

$$\mathbf{j}_{pol} = \sigma(\omega) (\mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{pol}(\mathbf{j}_{pol})), \quad (1)$$

где $\mathbf{E}^0 \equiv \mathbf{E}^0(\mathbf{r}, \omega)$, $\mathbf{E}^{pol} \equiv \mathbf{E}^{pol}(\mathbf{r}, \omega)$ — соответственно фурье-образ поля частицы в вакууме и поля токов, индуцированных в веществе. Входящая в уравнение (1) проводимость среды $\sigma(\omega)$ связана с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$ известным соотношением:

$$\sigma(\omega) = \frac{i\omega}{4\pi} (1 - \varepsilon(\omega)). \quad (2)$$

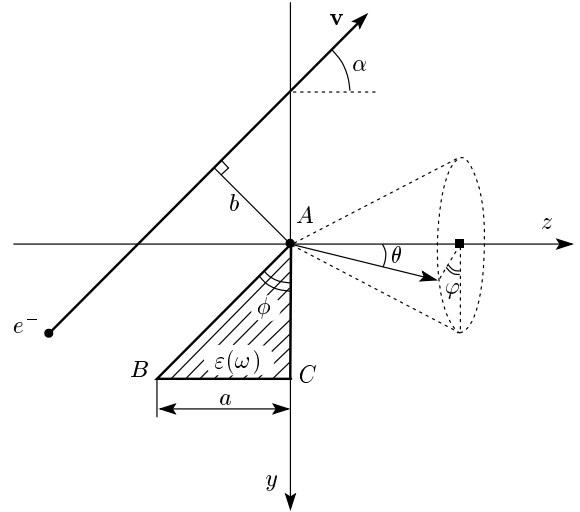


Рис. 1. Схема генерации поляризационного излучения заряженной частицей, движущейся равномерно вблизи призматического клина

Из уравнений Максвелла получим следующее уравнение для магнитного поля поляризационного излучения \mathbf{H}^{pol} :

$$\left(\Delta + \varepsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \right) \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{4\pi}{c} \sigma(\omega) \text{rot } \mathbf{E}^0(\mathbf{r}, \omega). \quad (3)$$

Решение данного уравнения в волновой зоне дает поле поляризационного излучения, испущенного атомами и молекулами вещества под воздействием поля частицы в результате так называемых далеких столкновений, когда потери энергии частицей пренебрежимо малы по сравнению с ее полной энергией.

Если поляризационные токи индуцируются в ограниченном объеме, т. е. среда имеет границы, то интегрирование при решении уравнения (3) будет выполняться лишь по области V_T , занимаемой токами:

$$\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = \text{rot } \frac{1}{c} \int_{V_T} \sigma(\omega) \mathbf{E}^0(\mathbf{r}', \omega) \times \frac{\exp(i\sqrt{\varepsilon(\omega)}|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|/c)}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} d^3r'. \quad (4)$$

Следует отметить, что выражение (4) является точным решением уравнений Максвелла, позволяющим избежать решения дифференциального уравнения (1). Учет второго слагаемого в правой части уравнения

(1) в конечном итоге привел лишь к замене «вакуумного» волнового числа ω/c на $\sqrt{\varepsilon(\omega)}\omega/c$. Такая замена описывает «перенормировку» поля заряда внутри среды за счет вклада поля поляризационного тока [15]. Данное выражение, несмотря на сравнительно простую форму, описывает все виды поляризационного излучения, генерируемые в среде произвольной проводимости и произвольной неоднородности (т. е. в мишени любой формы).

Применим данный метод к задаче об излучении, возникающем при равномерном пролете точечной заряженной частицы в вакууме вблизи призматической мишени конечных размеров, обладающей произвольной диэлектрической проницаемостью (см. рис. 1).

Поскольку мишень на рис. 1 предполагается бесконечной лишь вдоль оси x , для нахождения напряженности магнитного поля излучения выражение (4) необходимо переписать в следующем виде:

$$\mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{2\pi i}{c} \frac{\exp[i\omega\sqrt{\varepsilon}r/c]}{r} \mathbf{q} \int_{-a}^0 dz' \times \int_{-z' \operatorname{ctg} \phi}^{a \operatorname{ctg} \phi} \sigma(\omega) \mathbf{E}^0(q_x, y', z', \omega) e^{-q_y y'} e^{-q_z z'} dy', \quad (5)$$

где $\mathbf{q} = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon} \mathbf{e} - \text{волновой вектор}$, $\mathbf{e} = \mathbf{r}/r$.

Входящая в (5) фурье-компонента поля частицы может быть найдена из полного фурье-образа поля:

$$\mathbf{E}^0(\mathbf{q}, \omega) = \frac{4\pi i}{\omega} \frac{\mathbf{j}^0(\mathbf{q}, \omega)\omega^2/c^2 - \mathbf{q}(\mathbf{q} \cdot \mathbf{j}^0(\mathbf{q}, \omega))}{\mathbf{q}^2 - \omega^2/c^2}. \quad (6)$$

Фурье-образ плотности тока, создаваемого зарядом при наклонном пролете, для геометрии, представленной на рис. 1, имеет вид

$$\mathbf{j}^0(\mathbf{q}, \omega) = \frac{e\mathbf{v}}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{q} \cdot \mathbf{v} - \omega) \exp(iq_y h), \quad (7)$$

где e – заряд частицы, $\mathbf{v} = \nu\{0, -\sin \alpha, \cos \alpha\}$ – вектор скорости, $\delta(\mathbf{q} \cdot \mathbf{v} - \omega)$ – дельта-функция Дирака, $h = b/\cos \alpha$.

Далее из полного фурье-образа поля (6) определим фурье-компоненту поля равномерно и наклонно движущейся частицы:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^0(q_x, y, z, \omega) = & -\frac{ie}{2\pi\nu^2\sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon}} \times \\ & \times \left\{ \gamma\beta\nu e_x \sqrt{\varepsilon}, \gamma^{-1}\nu_y + i \operatorname{sign}\left(y' - \frac{\nu_y}{\nu_z} z' + h\right) \times \right. \\ & \left. \times \nu_z \sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon}, \right. \\ & \left. \gamma^{-1}\nu_z - i \operatorname{sign}\left(y' - \frac{\nu_y}{\nu_z} z' + h\right) \nu_y \sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon} \right\} \times \\ & \times \exp\left[i\frac{\omega}{\nu_z} z'\right] \exp\left[i\frac{\nu_y\omega}{\nu^2}\left(y' - \frac{\nu_y}{\nu_z} z' + h\right)\right] \times \\ & \times \exp\left[-\operatorname{sign}\left(y' - \frac{\nu_y}{\nu_z} z' + h\right) \times \right. \\ & \left. \times \frac{\nu_z\omega}{\nu^2\gamma} \sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon} \left(y' - \frac{\nu_y}{\nu_z} z' + h\right)\right]. \quad (8) \end{aligned}$$

Здесь функция $\operatorname{sign}(y' - (\nu_y/\nu_z)z' + h)$ принимает значение $+1$, если мишень расположена ниже траектории частицы, и -1 , если мишень расположена выше траектории частицы.

Подстановка выражения (8) в формулу (5) позволяет получить выражение для поля излучения в среде:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{pol}(\mathbf{r}, \omega) = & \frac{e\beta\sqrt{\varepsilon}(\varepsilon-1)\mathbf{F}}{4\pi c\sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon}} \frac{\exp[i\omega\sqrt{\varepsilon}r/c]}{r} \left(\frac{1 - \exp\left[-ia\frac{\omega}{\nu}\left(\cos\alpha - \beta\sqrt{\varepsilon}e_z + i\gamma^{-1}\sin\alpha\sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon}\right)\right]}{\cos\alpha - \beta\sqrt{\varepsilon}e_z + i\gamma^{-1}\sin\alpha\sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon}} + \right. \\ & \left. + \frac{\exp\left[-ia\frac{\omega}{\nu}\left(\cos\alpha - \beta\sqrt{\varepsilon}e_z + i\gamma^{-1}\sin\alpha\sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon}\right)\right] - \exp\left[ia\frac{\omega}{\nu}\operatorname{ctg}\phi\left(\sin\alpha + \beta\sqrt{\varepsilon}e_y - i\gamma^{-1}\cos\alpha\sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon}\right)\right]}{\operatorname{ctg}\phi\left(\sin\alpha + \beta\sqrt{\varepsilon}e_y - i\gamma^{-1}\cos\alpha\sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon}\right) + \cos\alpha - \beta\sqrt{\varepsilon}e_z + i\gamma^{-1}\sin\alpha\sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon}} \right) \times \\ & \times \frac{\exp\left[-\frac{\omega}{\gamma\nu}(h + a \operatorname{ctg}\phi)\cos\alpha\sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon}\right]}{\gamma^{-1}\cos\alpha\sqrt{1+(\gamma\beta e_x)^2\varepsilon} + i\sin\alpha + i\beta\sqrt{\varepsilon}e_y} \exp\left[-ih\frac{\omega}{\nu}\sin\alpha\right] \exp\left[-i\frac{\omega}{\nu}a \operatorname{ctg}\phi\left(\sin\alpha + \beta\sqrt{\varepsilon}e_y\right)\right], \quad (9) \end{aligned}$$

где используется обозначение

$$\mathbf{F} = \left\{ \left(\gamma^{-1} \cos \alpha + i \sin \alpha \sqrt{1 + (\gamma \beta e_x)^2 \varepsilon} \right) e_y + \right. \\ \left. + \left(\gamma^{-1} \sin \alpha - i \cos \alpha \sqrt{1 + (\gamma \beta e_x)^2 \varepsilon} \right) e_z, \right. \\ \left(\gamma \beta \sqrt{\varepsilon} e_z - \gamma^{-1} \cos \alpha - i \sin \alpha \sqrt{1 + (\gamma \beta e_x)^2 \varepsilon} \right) e_x, \\ \left. \left(i \cos \alpha \sqrt{1 + (\gamma \beta e_x)^2 \varepsilon} - \gamma^{-1} \sin \alpha - \gamma \beta \sqrt{\varepsilon} e_y \right) e_x \right\}.$$

В выражении (9) учтено, что мишень расположена ниже траектории движения частицы, т. е.

$$\text{sign} \left(y' - \frac{\nu_y}{\nu_z} z' + h \right) = +1$$

(см. рис. 1). Данная формула определяет полное поле излучения в среде. Входящие в выражение (9) компоненты вектора \mathbf{e} записываются через полярный угол Θ в среде следующим образом:

$$\mathbf{e} \{ \sin \Theta \sin \varphi, \sin \Theta \cos \varphi, \cos \Theta \}.$$

Для нахождения поля излучения в вакууме нельзя напрямую использовать законы преломления Френеля, так, например, для хороших проводников излучающие диполи сосредоточены вблизи поверхности раздела, а поле вблизи поверхности не соответствует волновой зоне. Для данных целей можно использовать теорему взаимности [18]:

$$\left| \mathbf{E}^{pol(vac)} \right| = \left| \frac{\sin \Theta}{\sin \theta} \mathbf{E}^{pol(m)} \right| = \\ = \left| \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \mathbf{E}^{pol(m)} \right| = \frac{1}{|\varepsilon|^2} \left| \mathbf{H}^{pol(m)} \right|, \quad (10)$$

где $\mathbf{E}^{pol(vac)}$ — искомое поле излучения в вакууме, создаваемое диполем, расположенным в среде, $\mathbf{E}^{pol(m)}$ — поле излучения в среде, создаваемое таким же диполем, но расположенным в вакууме на значительном отдалении от границы раздела. Для связи «вакуумного» угла θ и угла в среде Θ в выражении (10) использован закон Снеллиуса. Так же при формулировке теоремы взаимности (10) учтена связь напряженности электрического и магнитного полей в вакууме для сферической волны:

$$\left| \mathbf{E}^{pol(m)} \right| = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \left| \mathbf{H}^{pol(m)} \right|.$$

Для нахождения электрического поля в вакууме в случае, когда поле падающей из вакуума на границу раздела волны определяется формулой (10), необходимо напряженность магнитного поля в среде

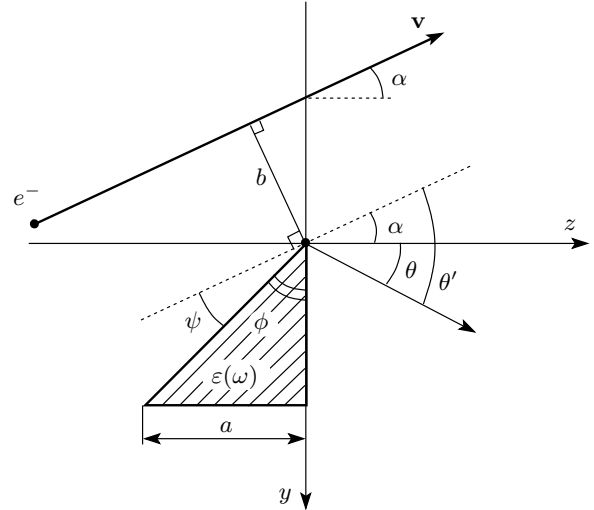


Рис. 2. Схема, иллюстрирующая переход к новым углам наблюдения и поворота мишени относительно траектории движения заряженной частицы

разложить на компоненты относительно плоскости падения волны:

$$\left| \mathbf{H}^{pol(m)} \right|^2 = \left| H_{\parallel}^{pol(m)} \right|^2 + \left| H_{\perp}^{pol(m)} \right|^2,$$

где

$$\left| H_{\perp}^{pol(m)} \right|^2 = |f_H|^2 \left| H_{\perp}^{pol} \right|^2, \\ \left| H_{\parallel}^{pol(m)} \right|^2 = |\sqrt{\varepsilon} f_E|^2 \left| H_{\parallel}^{pol} \right|^2.$$

Следовательно, напряженность электрического поля в вакууме будет определяться по формуле

$$\left| \mathbf{E}^{pol(vac)} \right|^2 = \frac{1}{|\varepsilon|^2} \times \\ \times \left(|f_H|^2 \left| H_{\perp}^{pol} \right|^2 + |\sqrt{\varepsilon} f_E|^2 \left| H_{\parallel}^{pol} \right|^2 \right). \quad (11)$$

Здесь введены обозначения:

$$H_{\perp}^{pol} = H_x^{pol} \cos \varphi - H_y^{pol} \sin \varphi, \\ H_{\parallel}^{pol} = \sqrt{(H_z^{pol})^2 + (H_x^{pol} \sin \varphi + H_y^{pol} \cos \varphi)^2} \quad (12)$$

— составляющие магнитного поля (9), перпендикулярная и параллельная плоскости падения волны на границу раздела, а также

$$f_H = \frac{2\varepsilon \cos \theta}{\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}}, \\ f_E = \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \quad (13)$$

— коэффициенты Френеля для одной бесконечной границы раздела. Для того чтобы найти интенсивность излучения в вакууме с помощью выражения (11), необходимо выразить углы излучения в среде через соответствующие углы в вакууме:

$$e = \{\sin \Theta \sin \varphi, \sin \Theta \cos \varphi, \cos \Theta\} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \left\{ \sin \theta \sin \varphi, \sin \theta \cos \varphi, \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \right\}. \quad (14)$$

Таким образом, спектрально-угловая плотность поляризационного излучения будет определяться из соотношения:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = cr^2 \left| \mathbf{E}^{pol(vac)} \right|^2 = \frac{cr^2}{|\varepsilon|^2} \left(|f_H|^2 |H_{\perp}^{pol}|^2 + |\sqrt{\varepsilon} f_E|^2 |H_{\parallel}^{pol}|^2 \right). \quad (15)$$

Выражение для спектрально-углового распределения поляризационного излучения (15) получено с привязкой углов наблюдения к декартовой системе

координат, связанной с мишенью (см. рис. 1), что является необычным для подобных задач, поскольку при рассмотрении ИВЧ принято откладывать углы излучения от направления импульса частицы. Поэтому перейдем к системе наблюдения от траектории заряженной частицы, тогда соотношение между углами θ и θ' можно записать в виде $\theta = \theta' - \alpha$. Обратим внимание, что для случая $\theta' > \alpha$ азимутальный угол $\varphi = 0$, а при $\theta' < \alpha$ азимутальный угол $\varphi = \pi$ (см. рис. 1).

Также при проведении эксперимента зачастую проще поворачивать мишень относительно траектории пучка заряженных частиц, нежели изменять направление движения пучка, поэтому связь между углом пролета частицы, углом раствора клина и углом поворота мишени можно представить в следующем виде: $\alpha = \pi/2 - \phi - \psi$ (см. рис. 2).

Следовательно, спектрально-угловое распределение поляризационного излучения по направлению «вперед» (в положительном направлении оси z) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = & \frac{e^2 \beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha)}{4\pi^2 c} \frac{|\varepsilon - 1|^2}{|P|^2} \left| 1 - \frac{P \exp \left[i \frac{\omega}{\beta c} \Sigma a \operatorname{ctg} \phi \right] + \Sigma \operatorname{ctg} \phi \exp \left[-i a \frac{\omega}{\beta c} P \right]}{P + \Sigma \operatorname{ctg} \phi} \right|^2 \times \\ & \times \left\{ \left| \frac{\varepsilon}{\varepsilon \cos(\theta' - \alpha) + \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)}} \right|^2 \left| \cos \alpha \left(\gamma^{-1} \sin(\theta' - \alpha) - i K \cos \varphi \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)} \right) \right. \right. \\ & + \left. \left. \sin \alpha \left(i K \sin(\theta' - \alpha) + \gamma^{-1} \cos \varphi \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)} \right) - \gamma \beta \sin(\theta' - \alpha) \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)} \sin^2 \varphi \right|^2 + \right. \\ & + \left. \left| \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\cos(\theta' - \alpha) + \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)}} \right|^2 \left(\gamma \sin \varphi \right)^2 \left(\sin^2(\theta' - \alpha) + \left| \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)} \right|^2 \right) \right\} \times \\ & \times \left[1 - \beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha) + 2\beta \gamma^{-2} \sin \alpha \sin(\theta' - \alpha) \cos \varphi - \gamma^{-2} \sin^2 \alpha (K^2 - \gamma^{-2}) \right] \times \\ & \times \frac{\exp \left[-2 \frac{\omega}{\gamma \beta c} (h + a \operatorname{ctg} \phi) K \cos \alpha \right]}{K^2 \left(1 - \beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha) + \beta^2 \sin^2 \alpha \left[1 - \sin^2(\theta' - \alpha) \sin^2 \varphi \right] + 2\beta \sin \alpha \cos \varphi \sin(\theta' - \alpha) \right)}, \quad (16) \end{aligned}$$

где введены обозначения:

$$P = \cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)} + i \gamma^{-1} K \sin \alpha, \\ \Sigma = \sin \alpha + \beta \cos \varphi \sin(\theta' - \alpha) - i \gamma^{-1} K \cos \alpha, \\ K = \sqrt{1 + (\gamma \beta \sin(\theta' - \alpha) \sin \varphi)^2}.$$

Полученное выражение спектрально-угловой плотности поляризационного излучения учитывает как дифракционное излучение (ДИ), так и ИВЧ, которому отвечает полюс в знаменателе

$$\left| \cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)} + i \gamma^{-1} K \sin \alpha \right| \rightarrow 0.$$

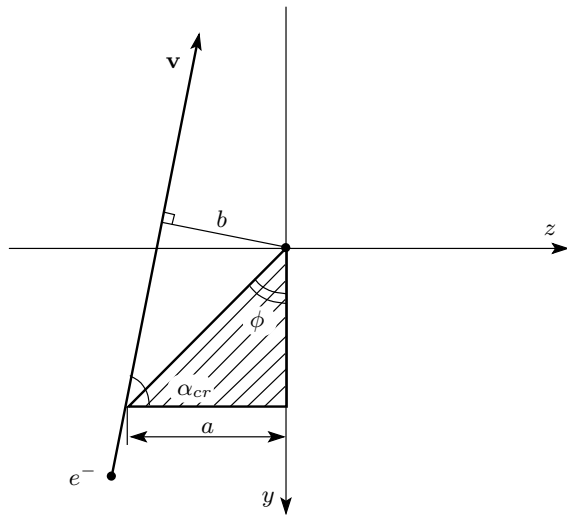


Рис. 3. Схема генерации поляризационного излучения заряженной частицей, движущейся под критическим углом к призматическому клину

Данное выражение при $\alpha \rightarrow 0$ переходит в известное условие Вавилова–Черенкова, записанное в вакуумных переменных. Однако при $\alpha \neq 0$ будет наблюдаться смещение пика ИВЧ в угловом распределении. Следует заметить, что в выражении (16) присутствует также дополнительный полюс ИВЧ, который обеспечивает смещение пиков поляризационного излучения в зависимости от геометрии выбранной мишени, характеризующейся в данном случае углом раствора призмы ϕ . Поэтому даже при рассмотрении случая пролета заряженной частицы под углом α , равным нулю (см. рис. 1), пик ИВЧ будет смещен относительно углов излучения, удовлетворяющих известному условию генерации данного излучения в среде.

Необходимо отметить, что полученное выражение (16) справедливо только для углов пролета частицы, значения которых меньше критического угла α_{cr} , дальнейшее увеличение угла приведет к случаю, когда траектория частицы будет пересекать мишень (см. рис. 3), и, как следствие, к генерации переходного излучения дополнительно к дифракционному и черенковскому. Величина критического угла определяется геометрией пролета заряженной частицы и размерами мишени из простого соотношения

$$\alpha_{cr} = \arcsin\left(\frac{b}{a/\sin\phi}\right) + \frac{\pi}{2} - \phi.$$

Геометрия мишени также накладывает естественные ограничения на полученный результат. Для сохранения треугольного профиля призмы

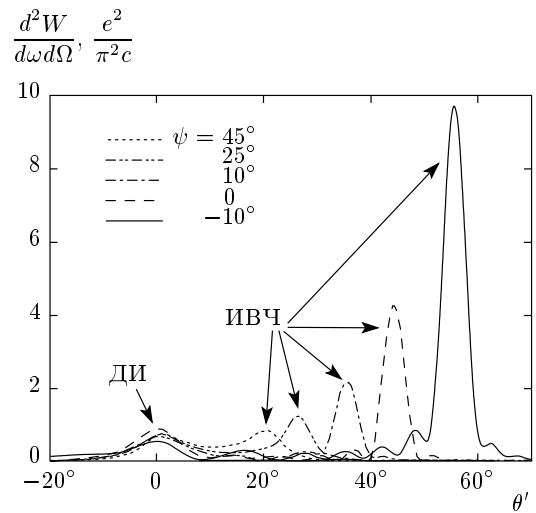


Рис. 4. Угловое распределение поляризационного излучения, генерируемого заряженной частицей с энергией $\gamma = 12$ при пролете вблизи диэлектрического клина. Параметры: $\sqrt{\epsilon} = 1.41$, $b = 15$ мм, $\phi = \pi/4$, $a = 45$ мм, $\lambda = 4$ мм

необходимо, чтобы угол раствора призмы удовлетворял условию $0 < \phi < \pi/2$. Следующее ограничение является следствием применения в модели коэффициентов Френеля (13) для плоской бесконечной границы раздела. Данное приближение справедливо, если параметр мишени $a/\text{tg}\phi$ значительно превосходит длину волны испущенного излучения, т. е. когда выполняется условие $a/\text{tg}\phi \gg \lambda$. В этом случае грань призмы AC (см. рис. 1), через которую происходит выход излучения в вакуум, можно считать бесконечной по отношению к длине волны, и можно не учитывать вклад, вносимый ребрами.

Рассмотрим некоторые особенности поляризационного излучения при наклонном пролете заряженной частицы вблизи диэлектрического клина. Для прозрачного вещества при выполнении условия Вавилова–Черенкова интенсивность ДИ мала и основной вклад вносит черенковское излучение (см. рис. 4). Интенсивность ДИ остается практически постоянной и его распространение соответствует направлению движения заряженной частицы. По мере увеличения угла пролета α интенсивность в пике ИВЧ увеличивается, так как эффективный прицельный параметр уменьшается. Случай, при котором угол поворота ψ равен нулю, соответствует параллельному пролету заряженной частицы вдоль грани AB , при этом направление распространения ИВЧ удовлетворяет известному соотношению

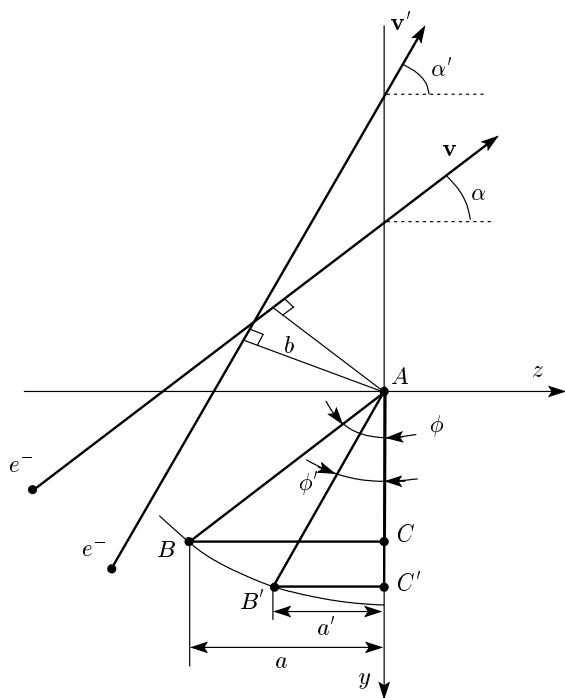


Рис. 5. Схема генерации поляризационного излучения, иллюстрирующая изменение объема мишени при вариации угла раствора в вершине призматического клина

$n\beta \cos \Theta = 1$ с учетом преломления излучения на выходной грани AC . Следует еще раз заметить, что при изменении угла поворота мишени ψ в большую или меньшую сторону направление распространения ИВЧ не подчиняется требованиям известного черенковского соотношения. Обратим внимание на выбранные параметры расчета, результаты которого представлены на рис. 4: значения энергии заряженной частицы, диэлектрической проницаемости материала мишени, основные размеры и выбор геометрии мишени подобраны из соображений проведения экспериментального исследования по подтверждению полученных результатов.

Для объяснения эффекта смещения пика в распределении ИВЧ рассмотрим зависимость интенсивности поляризационного излучения от объема призматической мишени.

Выражение (16) позволяет определить спектрально-угловую плотность поляризационного излучения от призматических мишеней различного объема: варьируя угол раствора ϕ в вершине призматической мишени (см. рис. 5), мы тем самым изменяем объем мишени, подверженный процессу поляризации заряженной частицей. Для всех последующих

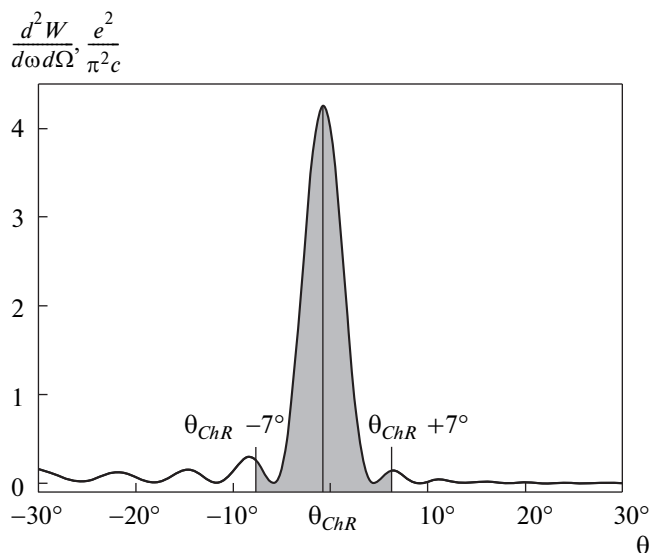


Рис. 6. Угловое распределение поляризационного излучения, генерируемого заряженной частицей с энергией $\gamma = 12$ при наклонном пролете вблизи диэлектрического клина. Параметры: $\sqrt{\epsilon} = 1.41$, $b = 15$ мм, $l = 45\sqrt{2}$ мм, $\phi = \pi/4$, $\lambda = 4$ мм

расчетов будем рассматривать только случаи пролета заряженной частицы параллельно грани AB призматической мишени, таким образом, связь между углом пролета α и углом раствора ϕ в вершине клина примет следующий вид: $\phi + \alpha = \pi/2$. В традиционном представлении интенсивность ИВЧ в максимуме углового распределения пропорциональна квадрату длины пробега заряженной частицы в среде, поэтому размер грани призматической мишени AB (со стороны движения заряженной частицы) остается постоянным, следовательно, в выражении (16) a можно записать в следующем виде: $a = AB \cdot \sin \phi$.

Спектрально-угловое распределение поляризационного излучения при параллельном пролете заряженной частицы вблизи мишени ($\phi = \pi/4$) с привязкой углов к системе координат приведено на рис. 6. Пик излучения под углом $\theta_{ChR} = -0.73^\circ$ указывает на то, что ИВЧ распространяется под прямым углом к грани AC , тем самым коэффициенты Френеля вносят наименьший вклад в процессы рассеяния и преломления излучения при выходе его из материала мишени.

Проведем исследование зависимости интенсивности в максимуме углового распределения излучения от угла раствора клина ϕ и, следовательно, от толщины клина a (см. рис. 7).

Как видно из рис. 7, при изменении угла раство-

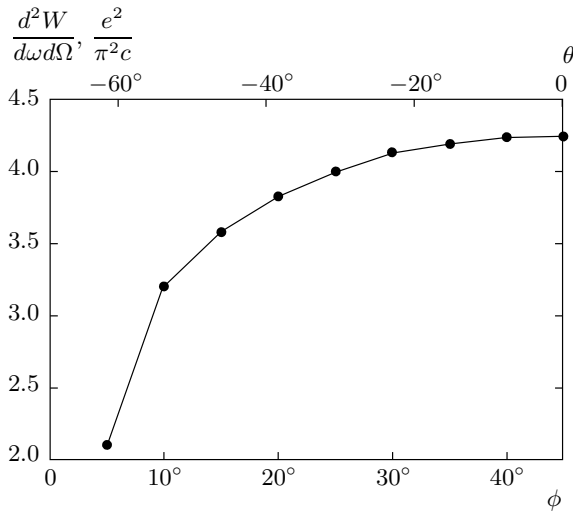


Рис. 7. Зависимость интенсивности ИВЧ в максимуме углового распределения от угла раствора клина ϕ . Параметры: $\gamma = 12$, $\sqrt{\epsilon} = 1.41$, $b = 15$ мм, $l = 45\sqrt{2}$ мм, $\lambda = 4$ мм

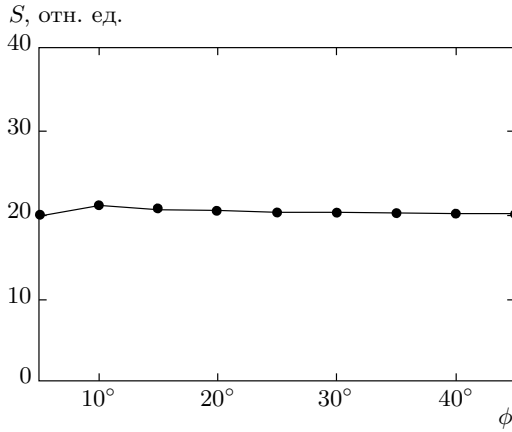


Рис. 8. Зависимость полной интенсивности ИВЧ S от угла раствора клина ϕ . Параметры: $\gamma = 12$, $\sqrt{\epsilon} = 1.41$, $b = 15$ мм, $l = 45\sqrt{2}$ мм, $\lambda = 4$ мм

ра клина ϕ интенсивность ИВЧ в максимуме углового распределения уменьшается. Заметим, что и полярный угол распространения ИВЧ в вакууме θ также претерпевает изменение от нуля (см. рис. 7), таким образом, коэффициенты Френеля вносят заметный вклад в рассеяние излучения при его переходе из материала мишени в вакуум. Следовательно, для учета полного вклада, вносимого ИВЧ в спектрально-угловое распределение поляризационного излучения, необходимо вычислить интеграл по всей площади, занимаемой пиком ИВЧ (см. рис. 8):

$$S = \int_{\theta_{ChR} - 7^\circ}^{\theta_{ChR} + 7^\circ} \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} d\theta.$$

Сравнение данных, представленных на рис. 7 и рис. 8, показывает, что полная интенсивность излучения не зависит от толщины диэлектрической мишени. Рассматриваемый эффект можно объяснить, во-первых, ослаблением поля заряженной частицы с увеличением расстояния от ее траектории. Во-вторых, ИВЧ является когерентным, следовательно, конструктивная интерференция излучения возможна только в достаточно тонком слое вещества. Отметим, что эффект генерации ИВЧ в поверхностном слое мишени впервые был экспериментально показан в работе [19], в которой авторы при исследовании эффекта одновременной генерации дифракционного и черенковского излучений в диэлектрической мишени наблюдали исчезновение последнего при установке металлической фольги перед границей мишени со стороны пучка электронов.

Рассмотрим качественно физическую природу ИВЧ при наклонном пролете заряженной частицы вблизи диэлектрического экрана. Если релятивистская заряженная частица движется в вакууме ($n_1 = 1$) рядом с диэлектрической средой ($n_2 \neq 1$) с постоянной скоростью, то связанное с ней электромагнитное поле временно поляризует среду вблизи траектории частицы, в нашем случае наибольшая поляризация атомов среды будет наблюдаться на границе раздела двух сред. Таким образом, колебания молекул среды, возбуждаемых электромагнитным полем заряженной частицы, становятся излучателями электромагнитной волны. В общем случае испускаемые ими волны, идущие от всех частей границы раздела двух сред, интерферируют так, что в точке, находящейся на некотором расстоянии от границы раздела, интенсивность результирующего поля оказывается равной нулю.

Если скорость движения заряженной частицы превышает фазовую скорость света в среде, то элементарные волны, испущенные от всех частей границы раздела, могут совпасть по фазе в некоторой точке наблюдения и дать в ней результирующее поле. Из построений Гюйгенса, приведенных на рис. 9, видно, что это излучение может наблюдаться лишь под некоторым углом $\psi + \Theta$ по отношению к пути распространения возмущения на границе раздела двух сред; это угол, при котором элементарные волны из точек P_1 , P_2 и P_3 , находящихся на траектории распространения возмущения $A'B'$, когерентны и образуют плоский фронт волны $B'C$. Эта когерент-

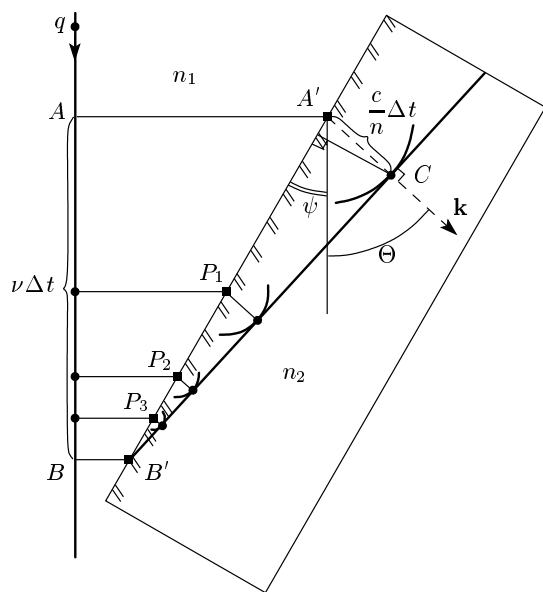


Рис. 9. Построение Гюйенса, иллюстрирующее образование когерентного излучения

ность имеет место, когда частица проходит путь AB за то же время, за которое свет проходит путь от A' до C .

Условие когерентности, таким образом, заключается в том, чтобы за интервал времени Δt частица проходила путь от A до B , в то время как фронт волны излучения проходит отрезок от A' до C . Если скорость частицы равна βc , где c — скорость света, и если n_2 — показатель преломления диэлектрической среды, то

$$A'B' = \frac{\beta c}{\cos \psi} \Delta t, \quad A'C = \frac{c}{n} \Delta t.$$

Отсюда следует, что

$$\cos(\psi + \Theta) = \frac{\cos \psi}{\beta n}. \tag{17}$$

Это соотношение является основным и, как мы видим, при ψ равном нулю, оно переходит в хорошо известное условие Вавилова – Черенкова.

В качестве подтверждения наших рассуждений проведем сравнение зависимостей угла распространения ИВЧ от угла поворота мишени (см. рис. 10). Кривая 1 на рис. 10 получена при помощи метода поляризационных токов (схема генерации излучения приведена на рис. 1), кривая 2 — формулы (17) и закона Снеллиуса. Заметим, что кривые, представленные на рис. 10, полностью совпадают в области отрицательных значений угла поворота мишени ψ , для положительных углов наблюдается небольшое

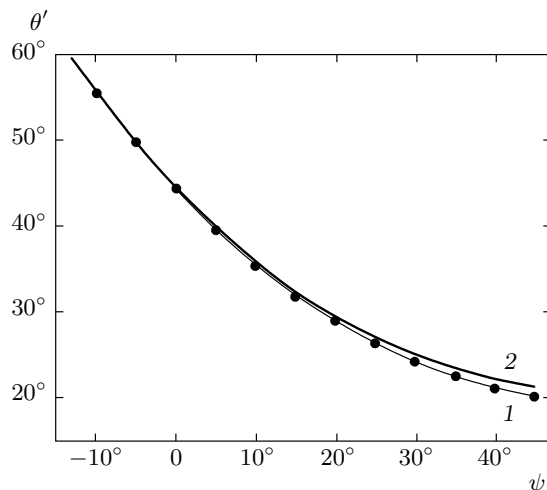


Рис. 10. Зависимости угла распространения ИВЧ от угла поворота мишени относительно траектории движения заряженной частицы: 1 — согласно методу поляризационных токов (схема генерации излучения приведена на рис. 1), 2 — по формуле (17) и закону Снеллиуса. Параметры: $\sqrt{\epsilon} = 1.41$, $b = 15$ мм, $\phi = \pi/4$, $a = 45$ мм, $\lambda = 4$ мм

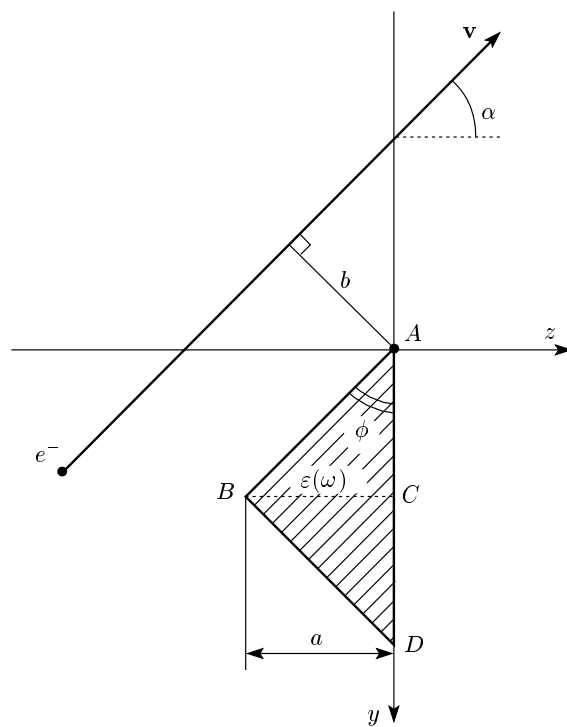


Рис. 11. Схема генерации поляризационного излучения заряженной частицей, равномерно движущейся вблизи удвоенного призматического клина

различие в поведении кривых, которое может быть объяснено влиянием пика ДИ, так как при больших значениях ψ интенсивность ИВЧ становится соизмеримой с интенсивностью дифракционного излучения и происходит частичное наложение пиков.

Дополнительным доказательством рассматриваемого эффекта будет сравнение спектрально-угловых распределений интенсивности ИВЧ, ге-

нерируемых клинообразными мишенями разного объема. На рис. 11 приведена схема генерации поляризационного излучения от удвоенной мишени.

Проводя вычисления, аналогичные выполненным ранее для поляризационного излучения от диэлектрического клина, приходим к следующему выражению для интенсивности поляризационного излучения в направлении «вперед»:

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = & \frac{e^2\beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha)}{4\pi^2c} \frac{|\varepsilon - 1|^2}{|P|^2} \left| 1 - \exp \left[-ia \frac{\omega}{\beta c} (P + \Sigma \operatorname{ctg} \phi) \right] - \frac{P \exp \left[ia \frac{\omega}{\beta c} \Sigma \operatorname{ctg} \phi \right]}{P + \Sigma \operatorname{ctg} \phi} + \right. \\ & \left. + \frac{P^2 + \Sigma^2 \operatorname{ctg}^2 \phi}{P^2 - \Sigma^2 \operatorname{ctg}^2 \phi} \exp \left[-ia \frac{\omega}{\beta c} P \right] - \frac{\Sigma \operatorname{ctg} \phi \exp \left[-ia \frac{\omega}{\beta c} \Sigma \operatorname{ctg} \phi \right]}{P - \Sigma \operatorname{ctg} \phi} \right|^2 \times \\ & \times \left\{ \left| \frac{\varepsilon}{\varepsilon \cos(\theta' - \alpha) + \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)}} \right|^2 \left| \cos \alpha \left(\gamma^{-1} \sin(\theta' - \alpha) - iK \cos \varphi \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \sin \alpha \left(iK \sin(\theta' - \alpha) + \gamma^{-1} \cos \varphi \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)} \right) - \gamma \beta \sin(\theta' - \alpha) \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)} \sin^2 \varphi \right|^2 + \right. \\ & \left. + \left| \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\cos(\theta' - \alpha) + \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)}} \right|^2 (\gamma \sin \varphi)^2 \left(\sin^2(\theta' - \alpha) + \left| \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)} \right|^2 \right) \times \right. \\ & \left. \times [1 - \beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha) + 2\beta\gamma^{-2} \sin \alpha \sin(\theta' - \alpha) \cos \varphi - \gamma^{-2} \sin^2 \alpha (K^2 - \gamma^2)] \right\} \times \\ & \times \frac{\exp \left[-2 \frac{\omega}{\gamma \beta c} (h + a \operatorname{ctg} \phi) K \cos \alpha \right]}{K^2 [1 - \beta^2 \cos^2(\theta' - \alpha) + \beta^2 \sin^2 \alpha (1 - \sin^2(\theta' - \alpha) \sin^2 \varphi) + 2\beta \sin \alpha \sin(\theta' - \alpha) \cos \varphi]}. \quad (18) \end{aligned}$$

Данное выражение описывает как ДИ, так и ИВЧ. Последнему, так же как и для предыдущего случая, отвечает основной полюс интенсивности

$$\left| \cos \alpha - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2(\theta' - \alpha)} + i\gamma^{-1} K \sin \alpha \right| \rightarrow 0$$

и полюс смещения, определяемый геометрией рассматриваемой мишени.

Результаты теоретического исследования представлены на рис. 12, 13. Сравнение спектрально-угловых распределений поляризационного излучения, генерируемого призматическими мишенями различного объема, позволяют сделать вывод, что в процессе генерации ИВЧ участвует только грань мишени (AB), обращенная к траектории заряженной

частицы, в то время как за генерацию ДИ отвечают остальные грани мишени (AC и BC).

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В настоящей работе представлены результаты теоретического исследования ИВЧ при пролете заряженной частицы вблизи призматических мишеней, обладающих произвольной диэлектрической проницаемостью. Полученные результаты позволяют сделать основной вывод о природе исследуемого эффекта: ИВЧ генерируется в поверхностном слое ближайшей к траектории частицы границы раздела двух сред (грань AB , см. рис. 1) и его интенсивность будет определяться длиной рассматриваемой грани.

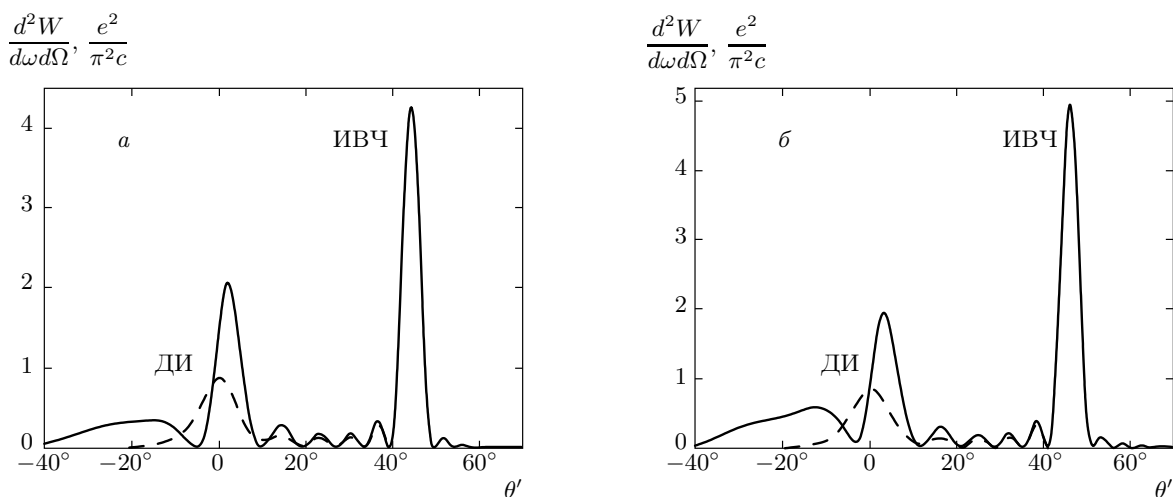


Рис. 12. Угловые распределения поляризационного излучения, генерируемого заряженной частицей с энергией $\gamma = 12$ при пролете вблизи диэлектрического клина. Параметры: $\sqrt{\varepsilon} = 1.41$, $b = 15$ мм, $\phi = \pi/4$, $a = 45$ мм, $\lambda = 4$ мм. Угол пролета $\alpha = 45^\circ$ (а), 47° (б). Сплошные кривые соответствуют удвоенной мишени, штриховые — исходной мишени

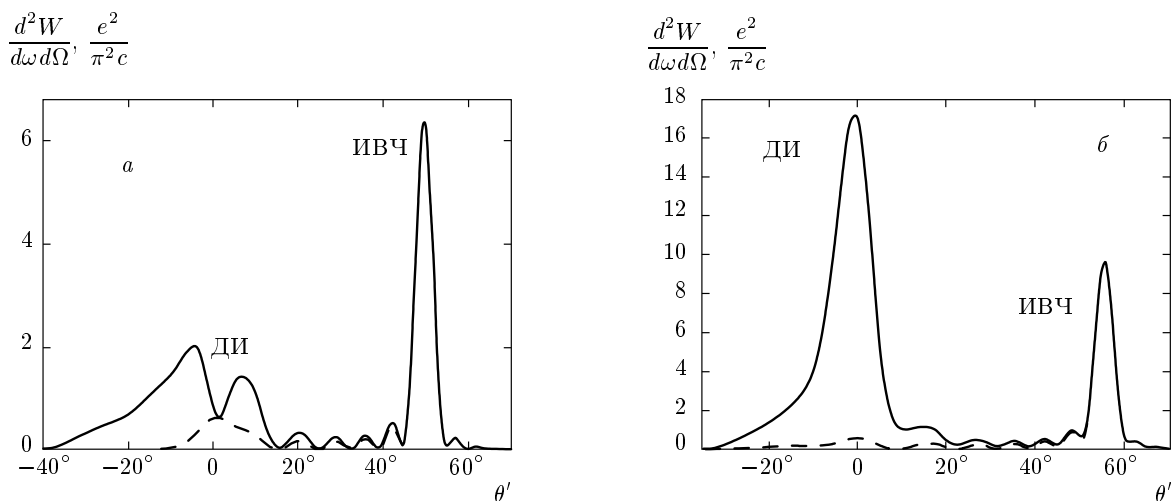


Рис. 13. Угловые распределения поляризационного излучения, генерируемого заряженной частицей с энергией $\gamma = 12$ при пролете вблизи диэлектрического клина. Параметры: $\sqrt{\varepsilon} = 1.41$, $b = 15$ мм, $\phi = \pi/4$, $a = 45$ мм, $\lambda = 4$ мм. Угол пролета $\alpha = 50^\circ$ (а), 55° (б). Сплошные кривые соответствуют удвоенной мишени, штриховые — исходной мишени

Второй вывод становится логическим продолжением первого: угловое распределение ИВЧ при пролете заряженной частицы вблизи диэлектрической мишени не подчиняется известному условию Вавилова – Черенкова, а определяется главным образом ориентацией излучающего слоя относительно траектории заряженной частицы. Таким образом, поляризационное излучение можно представить в виде излучения, возникающего в поверхностном слое мишени из-за динамических поляризационных токов,

возбужденных полем пролетающих заряженных частиц.

Следует заметить, что полученные результаты имеют ряд ограничений, вызванных как геометрическими условиями, так и используемым в статье подходом к расчету характеристик поляризационного излучения. Применение формул Френеля (13) требует, чтобы грань клина $a/\text{tg } \phi$ значительно превосходила длину волны испущенного излучения. При выполнении условия $a/\text{tg } \phi \gg \lambda$ выходную грань

призмы можно считать бесконечной и не учитывать влияние ребер на характеристики излучения. Также коэффициенты Френеля (13) не позволяют учесть возможные многократные переотражения поляризационного излучения внутри призмы. Другим не менее важным ограничением является условие, налагаемое геометрией мишени, которое можно представить в очень простой форме: $0 < \phi < \pi/2$. Однако указанное условие не будет нарушаться при увеличении объема призмы за счет достройки к исходной призме аналогичного сегмента (см., например, рис. 11).

Авторы благодарны А. П. Потылицыну, Г. А. Науменко и Д. В. Карловцу за поддержку и полезные замечания.

Существенная часть работы была выполнена при поддержке гранта № 14.В37.21.0775 в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» и финансирования в рамках государственного задания Министерства образования и науки РФ (НИР 2.1799.2011), а также при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-02-31642мол_а).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ДАН СССР **56**, 699 (1947).
2. А. Р. Potylitsyn, S. Yu. Gogolev, D. V. Karlovets et al., in *Proc. of IPAC'10*, Kyoto, Japan (2010), p. 1074.
3. K. Kan, J. Yang, A. Ogata et al., in *Proc. of DIPAC'11*, Hamburg, Germany (2011), p. 1.
4. M. V. Shevelev, G. A. Naumenko, A. P. Potylitsyn et al., *Il Nuovo Cimento* **34**(4), 297 (2011).
5. T. Takahashi, Y. Shibata, K. Ishi et al., *Phys. Rev. E* **62**, 8606 (2000).
6. A. P. Potylitsyn, Yu. A. Popov, L. G. Sukhikh et al., *J. Phys.: Conf. Ser.* **236**, 012025 (2010).
7. V. V. Vorobev and A. V. Tyukhtin, *J. Phys.: Conf. Ser.* **357**, 012006 (2012).
8. A. M. Cook, R. Tikhoplav, A. Y. Tichitsky et al., *Phys. Rev. Lett.* **103**, 095003 (2009).
9. C. Jing, A. Kanareykin, J. G. Power et al., *Phys. Rev. Lett.* **106**, 164802 (2011).
10. Б. М. Болотовский, УФН **75**, 295 (1961).
11. S. R. Arzumanyan, *J. Phys.: Conf. Ser.* **357**, 012008 (2012).
12. K. V. Lekomtsev, M. N. Strihanov, and A. A. Tishchenko, *J. Phys.: Conf. Ser.* **336**, 012023 (2010).
13. М. И. Рязанов, И. С. Тилинин, ЖЭТФ **71**, 2078 (1976).
14. Д. В. Карловец, А. П. Потылицын, Письма в ЖЭТФ **90**, 368 (2009).
15. Д. В. Карловец, ЖЭТФ **140**, 36 (2011).
16. К. О. Кручинин, Д. В. Карловец, Изв. вузов, физика **55**(1), 10 (2012).
17. М. И. Рязанов, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1984).
18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Физматлит, Москва (2005).
19. M. Shevelev, G. Naumenko, A. Potylitsyn et al., *J. Phys.: Conf. Ser.* **357**, 012020 (2012).