

# ГИГАНТСКИЕ КВАНТОВЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ СКИН-СЛОЯ В ПОЛУМЕТАЛЛАХ

*В. Г. Скобов<sup>a,\*</sup>, А. С. Чернов<sup>b</sup>*

<sup>a</sup> Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»  
197376, Санкт-Петербург, Россия

<sup>b</sup> Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 28 июля 2013 г.

Теоретически изучено влияние квантования энергии электронов в магнитном поле на проникновение радиоволн в полуметаллы в геометрии, когда постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}$  направлено вдоль тригональной оси кристалла. В этой геометрии в полуметаллах существует сильное магнитное затухание Ландау, которое препятствует волновому распространению и обуславливает скин-эффект. Показано, что квантование поперечной энергии электронов оказывает существенное влияние на эффективность бесстолкновительного поглощения волны. В результате магнитное затухание Ландау и глубина скин-слоя испытывают гигантские осцилляции при изменении поля  $H$ .

DOI: 10.7868/S0044451014010180

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Бесстолкновительное поглощение играет важную роль в металлах при низких температурах. Оно препятствует распространению радиоволн и обуславливает скин-эффект. При наличии постоянного магнитного поля  $\mathbf{H}$  ситуация усложняется. Вращение носителей в таком поле приводит к появлению недиссипативной холловской проводимости и существенно меняет бесстолкновительное поглощение. Имеются два вида поглощения — циклотронное поглощение и магнитное затухание Ландау (МЗЛ) (см., например, [1]). Первое из них обусловлено носителями, смещение которых вдоль поля  $\mathbf{H}$  за циклотронный период равно длине радиочастотной (РЧ) волны в металле, а второе — носителями, которые в среднем движутся в фазе с волной. Волновые свойства металла зависят от соотношения между этими тремя частями проводимости. В умеренных магнитных полях недиссипативная холловская проводимость и циклотронное поглощение одного порядка. В этой области полей волновое распространение невозможно и в металле имеет место аномальный скин-эффект. В области сильных полей, где макси-

мальное смещение носителей за циклотронный период мало по сравнению с длиной РЧ-волны, циклотронное поглощение отсутствует. Величина же МЗЛ существенно зависит от ориентации поля  $\mathbf{H}$  относительно оси симметрии поверхности Ферми и вектора распространения волны. Если векторы  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{H}$  направлены вдоль оси симметрии поверхности Ферми, то МЗЛ может обратиться в нуль и недиссипативная часть проводимости оказывается основной. В этом случае в металле становится возможным распространение РЧ-мод. В случае металла с неравными концентрациями электронов и дырок это геликоны (см., например, [1]), а в случае металла с равными концентрациями электронов и дырок — доплероны, моды, обусловленные доплер-сдвинутым циклотронным резонансом носителей (см., например, [2]). Возможна и обратная ситуация: МЗЛ велико при любых ориентациях поля  $\mathbf{H}$  относительно оси симметрии кристалла, а холловская проводимость ослаблена вследствие компенсации вкладов электронов и дырок. В этом случае распространяющиеся моды отсутствуют, а скин-эффект определяется МЗЛ. Такая ситуация имеет место в полуметаллах. В работе [3] теоретически изучалось проникновение радиоволн в полуметаллы в геометрии, когда поле  $\mathbf{H}$  направлено вдоль тригональной оси кристалла. Вследствие сильной вытянутости электрон-

\*E-mail: vskobov@mail.ru

ных эллипсоидов и их наклона по отношению к базовой плоскости в этой геометрии существует сильное МЗЛ, которое является превалирующим и определяет скин-эффект. Были определены зависимость глубины скин-слоя от поля  $H$  и закон изменения амплитуды РЧ-поля с расстоянием от поверхности. Было рассмотрено влияние нелинейности на МЗЛ и характер скин-эффекта. Было показано, что захват электронов магнитным полем РЧ-волны большой амплитуды уменьшает МЗЛ. Это приводит к тому, что глубина скин-слоя в полуметалле становится функцией амплитуды возбуждающего РЧ-поля и может возрасти во много раз.

К сожалению, такое подавление МЗЛ и возрастание глубины скин-слоя возможны только в низкочастотном диапазоне, поскольку происходящий при высоких частотах перегрев образца не позволяет реализовать нелинейный режим. В то же время в высокочастотном диапазоне возможен другой механизм подавления МЗЛ. Он состоит в переходе к квантовому режиму, в котором расстояние между уровнями Ландау электронов  $\hbar\omega_c$  сильно превышает тепловую энергию  $k_0T$ , здесь  $\omega_c = eH/m_c c$  — циклотронная частота,  $m_c$  — циклотронная масса,  $-e$  — заряд электрона,  $c$  — скорость света,  $k_0$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура. То, что квантование может существенно влиять на бесстолкновительное поглощение, было продемонстрировано Гуревичем, Скобовым и Фирсовым [4] при изучении поглощения ультразвука в металлах. При низких температурах поглощение определяется электронами, движущимися в фазе со звуковой волной. В условиях квантования поперечная энергия электрона кратна  $\hbar\omega_c$ . Вследствие этого продольные скорости электронов на поверхности Ферми имеют только дискретные значения:

$$v_{zn} = \sqrt{\frac{2}{m_z} (\varepsilon_F - \hbar\omega_c n)}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми,  $m_z$  — продольная масса,  $n$  — номер уровня Ландау,  $z \parallel \mathbf{H}$ . Если ни одно из  $v_{zn}$  не совпадает со скоростью звука  $c_s$ , то на поверхности Ферми нет электронов, которые движутся в фазе с волной и эффективно поглощают ее. Если же одно из  $v_{zn}$  совпадает с  $c_s$ , то такие электроны есть. При изменении  $H$  значения  $v_{zn}$  изменяются и при определенных значениях  $H$  одно из  $v_{zn}$  оказывается равным  $c_s$ . В результате коэффициент поглощения ультразвука как функция  $H$  испытывает гигантские квантовые осцилляции. Подобные осцилляции испытывает и нелокальное затухание геликонов (см. [1]). Подавление МЗЛ в минимумах гигантских осцилля-

ций может быть весьма сильным и приводит к возрастанию глубины скин-слоя во много раз. Теоретическому изучению этого эффекта в полуметаллах и посвящена настоящая работа.

## 2. МАГНИТНОЕ ЗАТУХАНИЕ ЛАНДАУ В КВАНТОВОМ РЕЖИМЕ

### 2.1. Классический случай

Рассмотрим скин-эффект в полуметалле в геометрии, когда нормаль к поверхности образца  $\mathbf{n}$  (вектор распространения  $\mathbf{k}$ ) и поле  $\mathbf{H}$  параллельны тригональной оси:  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3 \parallel \mathbf{z}$ . В отсутствие квантования выражение для нелокальной поперечной проводимости, определяющей свойства скин-слоя, может быть записано в форме [3]

$$\begin{aligned} \sigma(k) = & \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty d\varepsilon \frac{df}{d\varepsilon_F} \times \\ & \times \int_{-p_M}^{p_M} dp_z \frac{3\pi}{2} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^{1/2} \left(\varepsilon - \frac{\alpha p_z^2}{2m}\right) \times \\ & \times \sum_{l=-\infty}^{\infty} [J_{l-1}(kR) - J_{l+1}(kR)]^2 \times \\ & \times \left[\nu + i\left(l\omega_c + k\frac{\alpha p_z}{m}\right)\right]^{-1}, \quad (2) \end{aligned}$$

где  $f$  — функция Ферми от аргумента  $(\varepsilon - \varepsilon_F)/k_0T$ ,  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми электронов,  $\nu$  — частота их столкновений с рассеивателями,  $J_l$  — функции Бесселя,

$$p_M = \sqrt{\frac{2m\varepsilon}{\alpha}}, \quad \alpha = \alpha_3 - \frac{\alpha_4^2}{\alpha_2}, \quad m_c = \frac{m}{\sqrt{\alpha_1\alpha_2}}, \quad (3)$$

$$R(\varepsilon, p_z) = \frac{\alpha_4}{\sqrt{\alpha_1\alpha_2}} \frac{c\sqrt{2m\varepsilon - \alpha p_z^2}}{eH}. \quad (4)$$

Числа  $\alpha_i$  характеризуют форму и наклон электронных эллипсоидов: в системе координат, в которой ось  $x$  направлена вдоль лежащей в базовой плоскости главной оси одного из эллипсоидов, зависимость энергии электрона этого эллипсоида  $\varepsilon$  от импульса  $\mathbf{p}$  имеет вид

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{1}{2m} (\alpha_1 p_x^2 + \alpha_2 p_y^2 + \alpha_3 p_z^2 + 2\alpha_4 p_y p_z), \quad (5)$$

где  $m$  — масса свободного электрона,

$$\alpha_1 = 197, \quad \alpha_2 = 1.64, \quad \alpha_3 = 81.1, \quad \alpha_4 = 9.4.$$

Величина  $m/\alpha$  представляет продольную массу электрона. Энергия Ферми висмута  $\varepsilon_F \sim 0.02$  эВ. Электронные ферми-поверхности сурьмы и мышьяка подобны ферми-поверхности висмута, но концентрация электронов в сурьме примерно в сто раз больше, а в мышьяке — в тысячу [5]. Соответственно, энергия Ферми сурьмы составляет примерно 0.4 эВ, а мышьяка — 2 эВ. В выражении (2) мы пренебрегли зависимостью  $\sigma$  от частоты волны  $\omega$ , поскольку нас интересует случай умеренных частот:  $\omega \leq \nu$ .

Величина  $R$  характеризует наклон электронных орбит, обусловленный наклоном эллипсоидов относительно базовой плоскости. Если бы эллипсоиды не были наклонены ( $\alpha_4 = 0$ ), то  $R$  и, следовательно,  $J_1(kR)$  также равнялись бы нулю. В этом случае электроны с  $p_z = 0$  вращались бы в плоскости равной фазы волны и при  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H}$  МЗЛ отсутствовало бы. В полуметаллах эллипсоиды наклонены,  $R$  имеет величину порядка циклотронного радиуса, МЗЛ существует и является превалирующим.

При низких температурах реализуется случай сильной пространственной дисперсии, когда длина РЧ-волны в полуметалле  $1/k$  много меньше длины пробега электронов  $v/\nu$ . В то же время, в квантовом режиме, имеющем место в сильных магнитных полях, эта длина становится много больше циклотронного радиуса и максимального смещения электронов за циклотронный период. Поэтому мы будем считать выполненными неравенства

$$\nu \ll kv \ll \omega_c, \quad kR \ll 1, \quad (6)$$

где  $v = p_M \alpha / m$  — скорость электронов в опорной точке эллипсоида. В этом случае в сумме по  $l$  в формуле (2) достаточно сохранить лишь член с  $l = 0$ , знаменатель в котором много меньше знаменателей других членов, и использовать разложение  $J_1$  при малых значениях аргумента. Тогда выражение для нелокальной проводимости принимает вид

$$\sigma(k) = \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty d\varepsilon \int_{-p_M}^{p_M} dp_z \frac{df}{d\varepsilon_F} \times \\ \times \frac{3\pi}{2} \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^{1/2} \left( \varepsilon - \frac{\alpha p_z^2}{2m} \right) \frac{k^2 R^2(\varepsilon, p_z)}{\nu + ik p_z \alpha / m}. \quad (7)$$

В классическом случае производную  $df/d\varepsilon_F$  можно с хорошей точностью заменить на  $\delta(\varepsilon - \varepsilon_F)$ , а  $\text{Re}(\nu + ik p_z \alpha / m)^{-1}$  — на  $\pi \delta(k p_z \alpha / m)$ . Тогда интегрирование по  $p_z$  и  $\varepsilon$  в формуле (7) дает

$$\sigma(k) = \sigma_c(k) \equiv \frac{3\pi\alpha_4^2}{16\alpha_2^2\alpha} \frac{n_e m c^2}{H^2} kv, \quad (8)$$

где  $n_e = (2m\varepsilon_F)^{3/2} / \pi^2 \hbar^3 (\alpha_1 \alpha_2 \alpha)^{1/2}$  — концентрация электронов всех трех эллипсоидов. В формуле (8) мы учли, что нечетная по  $p_z$  часть подынтегральной функции не дает вклада в интеграл.

Величина  $\sigma_c$  и представляет магнитное затухание Ландау, обусловленное электронами с  $p_z = 0$ . При  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$  затухание существует вследствие того, что орбиты этих электронов наклонены к поперечной плоскости ( $\alpha_4 \neq 0$ ) и они вращаются в неоднородном волновом поле.

## 2.2. Квантовый случай

В квантовом случае,  $\hbar\omega_c \gg k_0 T$ , энергия поперечного движения электронов принимает дискретные значения  $\hbar\omega_c n$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots$  (слагаемым  $\hbar\omega_c/2$  мы пренебрегаем, поскольку характерные значения  $n$  очень велики). Выражение для проводимости  $\sigma$  в этом случае можно получить из формулы (7), если  $\varepsilon$  заменить на  $\varepsilon_{np_z} = \hbar\omega_c n + \alpha p_z^2 / 2m$ , а интегрирование по  $\varepsilon$  — на суммирование по  $n$  с одновременным умножением на  $\hbar\omega_c$ . При этом интегрирование по  $p_z$  нужно распространить на всю вещественную ось. В результате формула для проводимости приобретает вид

$$\sigma_q = \frac{6\pi e^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\alpha_4^2}{\alpha_2^2} \left( \frac{kc}{eH} \right)^2 m_c (\hbar\omega_c)^3 \times \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \frac{df(\varepsilon_{np_z})}{d\varepsilon_F} \frac{\nu n^2}{\nu^2 + (k\alpha p_z / m)^2}. \quad (9)$$

Это выражение можно представить в форме

$$\sigma_q = \frac{3\alpha_4^2}{4\pi\alpha_2^2} \frac{e^2 k^2 \omega_c}{m_c} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(p_z) D(p_z) dp_z, \quad (10)$$

где введены обозначения

$$D(p_z) = \frac{\nu/\pi}{\nu^2 + (k\alpha p_z / m)^2}, \quad (11)$$

$$\Phi(p_z) \equiv \sum_{n=0}^{\infty} n^2 \frac{df(\varepsilon_{np_z})}{d\varepsilon_F} = \\ = \frac{1}{4k_0 T} \sum_{n=0}^{\infty} n^2 \text{ch}^{-2} \left( \frac{\varepsilon_F - \hbar\omega_c n - p_z^2 \alpha / 2m}{2k_0 T} \right). \quad (12)$$

Функция  $D(p_z)$  имеет максимум при  $p_z = 0$  с шириной

$$\delta p = \frac{m\nu}{\alpha k}. \quad (13)$$

Функция  $\Phi(p_z)$  представляет собой совокупность узких пиков, находящихся при значениях

$$p_z = p_n \equiv [2m(\varepsilon_F - \hbar\omega_c n)/\alpha]^{1/2}, \quad (14)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N,$$

где  $N$  — наибольшее значение  $n$ , при котором подкоренное выражение в формуле (14) положительно ( $N = [\varepsilon_F/\hbar\omega_c]$  — число уровней Ландау на поверхности Ферми). Соответствующий пик функции  $\Phi$  находится ближе всех к началу координат. Расстояние между этим и соседним пиком с номером  $N - 1$  порядка

$$\Delta = \left(2\frac{m}{\alpha}\hbar\omega_c\right)^{1/2}. \quad (15)$$

Произведение  $\Phi(p_z)D(p_z)$  и, следовательно, нелокальная проводимость  $\sigma_q$  весьма чувствительны к соотношению между  $\delta p$  и расстоянием между соседними пиками функции  $\Phi$ . Наиболее интересен случай, когда ширина максимума  $D$ -функции  $\delta p$  много меньше  $\Delta$ . С учетом формул (13) и (15) это условие сводится к неравенству

$$k^2 l^2 \gg N, \quad (16)$$

где  $l = v/\nu$  — длина свободного пробега электронов.

Если неравенство (16) удовлетворяется, то величина МЗЛ, определяемая интегралом (10), сильно зависит от перекрытия функций  $\Phi$  и  $D$ , т. е. от близости  $p_N$  к нулю. Если  $p_N = 0$ , то величина  $\sigma_q$  является максимальной. Если же  $p_N \sim \Delta/2$ , то  $\sigma_q$  оказывается намного меньше. Величины  $p_n$  зависят от  $H$ . Поэтому при изменении  $H$  значения продольного импульса электронов, соответствующие различным уровням Ландау на поверхности Ферми, смещаются вдоль оси  $p_z$  и поочередно обращаются в нуль. В результате график  $\sigma_q$  как функции  $H$  представляет собой последовательность узких и высоких квантовых пиков, разделенных широкими минимумами. Эта квантовая структура магнитного затухания Ландау подобна гигантским квантовым осцилляциям поглощения ультразвука в металлах [4].

В настоящей работе мы не будем интересоваться формой линий квантовых осцилляций МЗЛ и ограничимся вычислением значений  $\sigma_q$  в максимумах и минимумах. Пусть значение  $H = H_N$  таково, что уровень Ландау с номером  $N$  находится на центральном сечении эллипсоида,  $p_N = 0$ , и максимумы функций  $\Phi$  и  $D$  совпадают. Представим выражение для  $\sigma_q$  в виде  $\sigma_q = \sigma_N + \sigma_m$ , где  $\sigma_N$  — член с  $n = N$ , а

$\sigma_m$  — сумма всех остальных членов. Вычислим сначала  $\sigma_N$ . Если температура удовлетворяет условиям

$$\frac{\alpha(\delta p)^2}{2m} \ll k_0 T \ll \hbar\omega_c, \quad (17)$$

то максимум функции  $D$  намного уже максимума производной функции Ферми и аргумент гиперболического косинуса можно считать равным нулю. Полагая

$$D(p_z) \approx \delta\left(\frac{k\alpha p_z}{m}\right) \quad (18)$$

и проводя интегрирование по  $p_z$ , находим

$$\sigma_N \approx \frac{\hbar\omega_c}{4k_0 T} \sigma_c, \quad (19)$$

где  $\sigma_c$  — предельное классическое значение МЗЛ, даваемое формулой (8).

Величина  $\sigma_N$  представляет вклад в МЗЛ, обусловленный электронами, которые находятся на  $N$ -м уровне Ландау. При  $H = H_N$  все эти электроны в среднем движутся в фазе с волной. Поэтому их вклад в проводимость оказывается большим и в квантовом случае,  $\hbar\omega_c \gg k_0 T$ , превышает  $\sigma_c$ .

В выражении для  $\sigma_m$  пики функции  $\Phi$  приходятся на плавные крылья функции  $D$ . Поэтому производную функции Ферми можно считать дельта-функцией, а функцию  $D$  — плавной, так что

$$\sigma_m \approx \frac{3\alpha_4^2}{4\pi^2\alpha_2^2} \frac{e^2 k^2 \omega_c}{m_c} \times \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} n^2 \frac{2m}{\alpha} \delta(p_z^2 - p_n^2) \frac{\nu dp_z}{\nu^2 + (k\alpha p_z/m)^2}. \quad (20)$$

Вычисляя интеграл по  $p_z$  и сумму по  $n$  с учетом того, что  $N \gg 1$ , находим

$$\sigma_m \approx 0.4 \frac{\sigma_c(k)}{kl} \sqrt{N}. \quad (21)$$

Величина (21) обратно пропорциональна  $l$  и в силу условия (16) является малой по сравнению с  $\sigma_c$ . Причина состоит в том, что продольные скорости всех электронов с  $n < N$  во много раз больше фазовой скорости волны и эти электроны дают вклад в поглощение только вследствие их рассеяния. В результате их суммарный вклад в проводимость оказывается пренебрежимо малым по сравнению со вкладом электронов с  $n = N$ . Таким образом, при  $H = H_N$  проводимость  $\sigma_q$  практически равна  $\sigma_N$ .

Будем теперь увеличивать поле  $H$ . При этом  $N$ -й уровень Ландау уходит с поверхности эллипсоида, число электронов на этом уровне и их вклад в МЗЛ, представляемый  $\sigma_N$ , экспоненциально уменьшаются с ростом  $H - H_N$ . Величина же  $\sigma_{N-1}$  начинает возрастать, — сначала медленно, а затем все быстрее. В результате сумма  $\sigma_N + \sigma_{N-1}$ , дающая основной вклад в  $\sigma_q$ , резко падает, имеет минимум, а затем возрастает, достигая значения (19) при  $H = H_{N-1}$ . Минимум  $\sigma_q$  следует вскоре за максимумом, поэтому величина проводимости в минимуме близка к значению (21):  $\sigma_{min} \approx \sigma_m$ . Таким образом, при изменении  $H$  проводимость  $\sigma_q$  колеблется между значениями  $\sigma_N$  (19) и  $\sigma_m$  (21). Период осцилляций равен

$$\Delta H \equiv H_{N-1} - H_N \approx H/N.$$

В случае меньших значений  $k$ , удовлетворяющих неравенствам

$$1 \ll k^2 l^2 \ll N, \quad (22)$$

бесстолкновительное поглощение определяется большим числом уровней Ландау, близких к центральному сечению  $p_z = 0$ . В этом случае тепловое движение и рассеяние электронов размывают квантовые пики и их амплитуда уменьшается. При выполнении неравенств

$$1 \ll k^2 l^2 \ll N \frac{2k_0 T}{\hbar \omega_c} \quad (23)$$

квантовые осцилляции представляют малую поправку к классической проводимости  $\sigma_c$ .

### 3. СВОЙСТВА СКИН-СЛОЯ

Глубина скин-слоя и закон распределения РЧ-поля в полуметалле определяются дисперсионным уравнением волны

$$k^2 c^2 = 4\pi i \omega \sigma, \quad (24)$$

где  $\omega$  — круговая частота волны. Подставляя (8) в (24), находим волновой вектор в классическом случае:

$$k_c = \frac{i}{\delta_c}, \quad \delta_c = \frac{4\alpha_2^2 \alpha}{3\pi^2 \alpha_4^2} \frac{H^2}{\omega n_e m \nu}, \quad (25)$$

где  $\delta_c$  — глубина скин-слоя. Поскольку величина  $k_c$  является чисто мнимой, поле в полуметалле экспоненциально затухает с расстоянием:

$$E(z) = E_0 \exp\left(-\frac{z}{\delta_c}\right), \quad (26)$$

где  $E_0$  — значение поля на поверхности. Поверхностный импеданс полуметалла

$$Z_c = -\frac{4\pi i \omega \delta_c}{c^2}. \quad (27)$$

Видно, что скин-эффект в рассматриваемом случае существенно отличается как от нормального, так и от аномального скин-эффекта. Во-первых, волновой вектор  $k_c$  и поверхностный импеданс  $Z_c$  являются чисто мнимыми, что означает полное отражение внешней РЧ-волны от полуметалла. Во-вторых, глубина скин-слоя  $\delta_c$  пропорциональна квадрату постоянного магнитного поля. В-третьих, эта глубина обратно пропорциональна частоте волны и концентрации электронов.

В квантовом случае,  $\hbar \omega_c \gg k_0 T$ , волновой вектор  $k_q$  и глубина скин-слоя  $\delta_q$  испытывают квантовые осцилляции. При выполнении условия (16) в максимумах гигантских осцилляций МЗЛ величина  $k_q$  также максимальна и равна  $k_{max} = k_c \hbar \omega_c / (4k_0 T)$ , а глубина скин-слоя  $\delta_q$  — минимальна и равна

$$\delta_{min} = \frac{4k_0 T}{\hbar \omega_c} \delta_c. \quad (28)$$

В минимумах гигантских осцилляций величина МЗЛ (21) не зависит от  $k$  и решение дисперсионного уравнения (24) является существенно комплексным:

$$k_{min} = \frac{1+i}{\delta_{max}}, \quad \delta_{max} \approx \frac{0.8\alpha_2}{\alpha_4} \left[ \frac{\alpha}{\omega n_e m \nu} \left( \frac{\hbar \omega_c}{\varepsilon_F} \right)^{1/2} \right]^{1/2} H, \quad (29)$$

величина  $\delta_{max}$  пропорциональна  $H^{5/4}$ . При этом закон распределения поля в скин-слое похож на тот, который имеет место при нормальном скин-эффекте: на экспоненциальное затухание поля накладываются осцилляции,

$$E(z) = E_0 \exp\left(\frac{(i-1)z}{\delta_{max}}\right). \quad (30)$$

Поверхностный импеданс полуметалла,

$$Z_{max} = (1-i) \frac{2\pi \omega \delta_{max}}{c^2}, \quad (31)$$

также оказывается существенно комплексным: его вещественная и мнимая части одинаковы.

Нам остается подставить выражение для  $k_{min}$  в неравенство (16) и записать условие применимости полученного выражения для  $k_{min}$  в явном виде:

$$\frac{|k_{min}|^2 l^2}{N} \approx \frac{6\alpha_4^2}{\alpha_2^2} \frac{\omega n_e (\varepsilon_F \hbar \omega_c)^{1/2}}{\nu H^2} \gg 1. \quad (32)$$

Таким образом, параметр, определяющий амплитуду квантовых осцилляций, пропорционален отношению  $\omega/\nu$  и обратно пропорционален  $H^{3/2}$ .

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обсудим возможность наблюдения гигантских квантовых осцилляций в различных полуметаллах. Если взять частоту  $\omega = \nu/2$ , то левая часть формулы (32) зависит только от  $H$ : она тем больше, чем меньше  $H$ . Это означает, что поле  $H$  не должно быть очень сильным. С другой стороны, для реализации квантового случая обязательно выполнение неравенства  $\hbar\omega_c \gg k_0T$ , которое, наоборот, требует сильных полей. Возьмем  $H$  таким, чтобы расстояние между уровнями Ландау  $\hbar\omega_c$  превышало  $k_0T$  в 20 раз. Поскольку в рассматриваемой геометрии  $m_c \sim m/20$ , при  $T = 1$  К это будет иметь место при  $H \sim 10$  кЭ и параметр, определяющий амплитуду квантовых осцилляций,

$$\eta \equiv \frac{|k_{min}|^2 l^2}{N} \approx 6 \cdot 10^{-20} n_e \varepsilon_F^{1/2}, \quad (33)$$

где  $n_e$  берется в  $\text{см}^{-3}$ , а  $\varepsilon_F$  — в эВ. В мышьяке концентрация электронов  $n_e \sim 3 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ , а энергия Ферми  $\varepsilon_F \sim 2$  эВ, так что  $\eta \sim 27$  и, следовательно, отношение  $\sigma_c/\sigma_m \sim 12$ . При взятых значениях  $T$  и  $H$  отношение  $\sigma_N/\sigma_c$  составляет 5. Таким образом, отношение  $\sigma_N/\sigma_m$  в мышьяке оказывается близким к 60, т. е. квантовые осцилляции скин-слоя действительно должны быть гигантскими. В сурьме концентрация электронов примерно в десять раз ниже,  $n_e \sim 3 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , энергия Ферми  $\varepsilon_F \sim 0.4$  эВ,

отношение  $\sigma_c/\sigma_m \sim 3$  и  $\sigma_N/\sigma_m \sim 15$ . В висмуте концентрация электронов еще на два порядка меньше и относительная амплитуда осцилляций должна быть порядка единицы.

Чтобы увеличить параметр  $k^2 l^2/N$ , а с ним и амплитуду квантовых осцилляций, можно было бы повысить частоту  $\omega$ , однако проведенное выше рассмотрение ограничено областью умеренных частот  $\omega < \nu$ . При  $\omega \gg \nu$  необходимо учитывать не только пространственную, но и временную дисперсию проводимости  $\sigma$ , у которой появляется и мнимая часть. Последняя также должна испытывать гигантские осцилляции, амплитуда которых весьма чувствительна к температуре и частоте столкновений электронов. Поэтому ситуация в высокочастотной области  $\omega \gg \nu$  является существенно более сложной, и ее рассмотрение выходит за рамки настоящей работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. E. A. Kaner and V. G. Skobov, *Plasma Effects in Metals: Helicon and Alfvén Waves*, Taylor and Francis, London (1971), p. 1.
2. A. S. Chernov and V. G. Skobov, *Phys. Rep.* **224**, 1 (1994).
3. В. Г. Скобов, А. С. Чернов, *ФТТ* **55**, 1903 (2013).
4. В. Л. Гуревич, В. Г. Скобов, Ю. А. Фирсов, *ЖЭТФ* **40**, 786 (1961).
5. А. Крэкнелл, К. Уонг, *Поверхность Ферми*, Атомиздат, Москва (1978).