

# АНОМАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА И СОСУЩЕСТВОВАНИЕ АНТИФЕРРОМАГНЕТИЗМА СО СВЕРХПРОВОДИМОСТЬЮ ВБЛИЗИ КВАНТОВОЙ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ В РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ИНТЕРМЕТАЛЛИДАХ

*В. В. Вальков<sup>a,b\*</sup>, А. О. Злотников<sup>a</sup>*

<sup>a</sup> *Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук  
660036, Красноярск, Россия*

<sup>b</sup> *Сибирский государственный аэрокосмический университет им. М. Ф. Решетнёва  
660014, Красноярск, Россия*

Статья написана по материалам доклада  
на 36-м Совещании по физике низких температур  
(Санкт-Петербург, 2–6 июля 2012 г.)

Изучены механизмы возникновения аномальных свойств, экспериментально наблюдаемых при переходе через квантовую критическую точку в редкоземельных интерметаллидах. Квантовые фазовые переходы в этих материалах индуцируются внешним давлением и проявляются как разрушение дальнего антиферромагнитного порядка при нулевой температуре. Подавление дальнего упорядочения сопровождается увеличением площади поверхности Ферми, а в окрестности квантовой критической точки происходит сильная ренормировка эффективной массы электронов. Показано, что такая ренормировка обусловлена перестройкой квазичастичной зоны, ответственной за формирование тяжелых фермионов. Установлено, что эти особенности сохраняются и в том случае, когда вблизи квантовой критической точки реализуется фаза сосуществования антиферромагнетизма и сверхпроводимости.

DOI: 10.7868/S0044451013050170

1. Разрушение дальнего порядка при квантовом фазовом переходе связано с возрастанием в системе квантовых флуктуаций, интенсивность которых управляется контрольным параметром (например, давлением) [1, 2]. В цериевых интерметаллидах приложение гидростатического давления при температурах ниже температуры Нееля подавляет дальний антиферромагнитный порядок, приводя к его резкому разрушению при квантовом фазовом переходе. При этом в окрестности квантовой критической точки наблюдается переход в сверхпроводящее состояние.

В последнее время особый интерес вызывает соединение  $\text{CeRhIn}_5$ , поскольку в нем реализуется однородная на микроскопических масштабах фаза сосуществования сверхпроводимости и антиферромагнетизма [3]. В формировании электронной

структуры этого соединения существенную роль играют ионы церия и коллективизированные  $d$ -состояния атомов индия [4]. Было показано, что между  $4f$ -состояниями Ce и  $d$ -состояниями In реализуется гибридационное смешивание [5]. Эти факторы лежат в основе предположения о том, что для качественного описания особенностей низкоэнергетического спектра фермиевских возбуждений  $\text{CeRhIn}_5$  может быть выбрана периодическая модель Андерсона. При этом считается, что подсистема  $4f$ -электронов является ответственной за формирование как антиферромагнитного упорядочения, так и куперовской неустойчивости.

Первый подход к проблеме квантовых критических точек связан с обобщением флуктуационной теории фазовых переходов для случая нулевых температур [6]. Было показано [7], что квантовые флуктуации могут вносить существенные поправки в термодинамические свойства коллективизированной электронной системы. Позднее для определения роли локализованных электронов в критической области

\*E-mail: vvv@iph.krasn.ru

было предложено представление о локальной квантовой критической точке [8]. При переходе из парамагнитной области через такую критическую точку наряду с появлением дальнего антиферромагнитного порядка происходит нарушение кондо-режима, индуцируемого за счет  $s$ - $d(f)$ -связи между коллективизированными и локализованными электронами.

Переход через квантовую критическую точку в части тяжелофермионных систем сопровождается появлением аномальных свойств. Это относится, прежде всего, к эффективной массе электронов, зависимость которой от контрольного параметра демонстрирует расхожимость в области квантового фазового перехода. Кроме того, происходит увеличение поверхности Ферми [9]. Эти эффекты были обнаружены при исследовании зависимости частот осцилляций де Гааза–ван Альфена в  $\text{CeRhIn}_5$  от давления [10]. Дополнительная особенность связана с реализацией нефермижидкостного режима [11]. В частности, в соединении  $\text{CeRhIn}_5$  температурная зависимость электросопротивления в области, прилегающей к квантовой критической точке, становится почти линейной [12]. Такая зависимость реализуется, например, в рамках двухзонной модели [13].

Отклонения от фермижидкостного поведения не всегда связываются с близостью к квантовой критической точке. Так, например, в рамках феноменологической двухжидкостной модели [14] предполагается, что ниже температуры когерентности термодинамические характеристики определяются двумя вкладами. Первый вклад связан с возникновением тяжелофермионного когерентного состояния, обусловленного гибридизацией между локализованными электронами и электронами проводимости. Второй вклад характеризуется оставшимися в системе изолированными кондо-примесями, на которых происходит спин-флуктуационное рассеяние.

К настоящему времени обсуждаются несколько сценариев аномального поведения эффективной массы и сечения поверхности Ферми. Один из них связан с нарушением кондо-режима в локальной квантовой критической точке [9]. В соответствии с этим сценарием при нарушении кондо-режима поверхность Ферми образуется только коллективизированными электронами. Поэтому площадь поверхности Ферми уменьшается. Другой механизм связан с наличием сильных валентных флуктуаций [15].

В настоящей работе в рамках расширенной периодической модели Андерсона проанализирована возможность реализации фазы сосуществования антиферромагнетизма и сверхпроводимости в тяжелофермионных интерметаллидах и показано, что

в окрестности квантовой критической точки имеет место аномальное увеличение эффективной массы электронов. При этом квантовый фазовый переход сопровождается резким изменением поверхности Ферми.

**2.** Для описания аномального поведения квазичастичных характеристик, наблюдаемого вблизи границы реализации антиферромагнитного состояния в тяжелофермионных соединениях, рассмотрим модель Андерсона в атомном представлении [16, 17]. В гамильтониане такой системы выделим эффективное взаимодействие, ответственное за формирование дальнего антиферромагнитного порядка:

$$\hat{H}_{eff} = \hat{H}_{PAM} + \hat{H}_{exch}. \quad (1)$$

Оператор  $\hat{H}_{PAM}$  представляет собой привычную запись гамильтониана периодической модели Андерсона в режиме сильных электронных корреляций:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{PAM} = & \sum_{m\sigma} (\varepsilon_0 - \mu) c_{m\sigma}^\dagger c_{m\sigma} + \sum_{ml\sigma} t_{ml} c_{m\sigma}^\dagger c_{l\sigma} + \\ & + \sum_{m\sigma} (E_0 - \mu) X_m^{\sigma\sigma} + \\ & + \sum_{ml\sigma} [V_{ml} c_{m\sigma}^\dagger X_l^{0\sigma} + V_{ml}^* X_l^{\sigma 0} c_{m\sigma}]. \quad (2) \end{aligned}$$

Здесь  $c_{m\sigma}$  — фермиевские операторы, записанные в представлении Ванье,  $\varepsilon_0$  — одноузельная энергия электронных состояний,  $t_{ml}$  — интеграл перескока. Затравочная энергия локализованных состояний обозначена посредством  $E_0$ ,  $\mu$  — химический потенциал системы,  $X_l^{0\sigma}$  — квазифермиевские операторы Хаббарда. Интенсивность гибридизации волновых функций коллективизированных и локализованных электронов определяется матричными элементами  $V_{ml}$ .

Оператор  $\hat{H}_{exch}$  описывает взаимодействие между локализованными электронами:

$$\hat{H}_{exch} = \frac{1}{4} \sum_{ml\sigma} J_{ml} (X_m^{\sigma\bar{\sigma}} X_l^{\bar{\sigma}\sigma} - X_m^{\sigma\sigma} X_l^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}). \quad (3)$$

В периодической модели Андерсона такое взаимодействие возникает после учета высокоэнергетических гибридизационных процессов [18].

**3.** Для получения уравнений самосогласования воспользуемся методом неприводимых двухвременных температурных функций Грина [19] и техникой проецирования Цванцига–Мори. При описании антиферромагнитной фазы достаточно ограничиться двухподрешеточным набором базисных опе-

раторов (узлы  $f$  принадлежат F-подрешетке,  $g$  — G-подрешетке):

$$(X_f^{0\sigma}, Y_g^{0\sigma}, a_{f\sigma}, b_{g\sigma}). \quad (4)$$

Составляя уравнения движения для функций Грина по отмеченной методике и решая получающуюся систему уравнений, находим явные выражения для искоемых функций Грина:

$$\begin{aligned} \langle\langle X_{p\sigma} | X_{p\sigma}^\dagger \rangle\rangle_\omega &= \frac{\alpha_\sigma S_{p\sigma}(\omega)}{d_4(p, \omega)}, \\ \langle\langle a_{p\sigma} | a_{p\sigma}^\dagger \rangle\rangle_\omega &= \frac{C_{p\sigma}(\omega)}{d_4(p, \omega)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Первое выражение соответствует функции Грина для электронов в локализованной подсистеме. Второе — функции Грина для коллективизированных электронов. При этом использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned} S_{p\sigma}(\omega) &= (\omega - E_{\bar{\sigma}}) \left[ (\omega - \xi_p)^2 - \Gamma_p^2 \right] - \\ &\quad - \alpha_{\bar{\sigma}} (\omega - \xi_p) (V_p^2 + W_p^2) - 2\alpha_{\bar{\sigma}} \Gamma_p V_p W_p, \\ C_{p\sigma}(\omega) &= (\omega - E_\sigma) (\omega - E_{\bar{\sigma}}) (\omega - \xi_p) - \\ &\quad - \alpha_{\bar{\sigma}} (\omega - E_\sigma) V_p^2 - \alpha_\sigma (\omega - E_{\bar{\sigma}}) W_p^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Дисперсионное уравнение, определяющее энергетический спектр системы, получается приравнением к нулю знаменателя найденных функций Грина:

$$\begin{aligned} d_4(p, \omega) &= (\omega - E_\sigma) (\omega - E_{\bar{\sigma}}) \left[ (\omega - \xi_p)^2 - \Gamma_p^2 \right] + \\ &\quad + \alpha_\sigma \alpha_{\bar{\sigma}} (V_p^2 - W_p^2)^2 - [\alpha_\sigma (\omega - E_{\bar{\sigma}}) + \alpha_{\bar{\sigma}} (\omega - E_\sigma)] \times \\ &\quad \times [(\omega - \xi_p) (V_p^2 + W_p^2) + 2\Gamma_p V_p W_p] = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Физический смысл введенных обозначений следующий. Ренормированное выражение для энергии локализованного уровня  $E_\sigma = E_0 - \mu - J(n_L + 2\eta_\sigma R)$  включает поправку, связанную со среднеполевым влиянием обменного взаимодействия (вклад порядка  $-Jn_L$ ), и вклад порядка  $-2\eta_\sigma J R$  ( $\eta_\sigma = \pm 1$ ,  $\sigma = \uparrow, \downarrow$ ), приводящий к снятию вырождения этого уровня по проекции спинового момента. Величина  $\xi_p = \varepsilon_0 + t_p - \mu$  соответствует отсчитанной от химического потенциала  $\mu$  такой части кинетической энергии коллективизированных электронов, которая связана с внутриподрешеточными перескоками. Функции  $t_p$ ,  $\Gamma_p$ ,  $V_p$  и  $W_p$  определяются соответственно через фурье-преобразования  $t_{ff'}$ ,  $t_{fg}$ ,  $V_{ff'}$ ,  $V_{fg}$ .

Среднее число локализованных электронов  $n_L = \sum_\sigma \langle X_f^{\sigma\sigma} \rangle$  и намагниченность антиферромагнитной подрешетки  $R = \sum_\sigma \eta_\sigma \langle X_f^{\sigma\sigma} / 2 \rangle$  являются неиз-

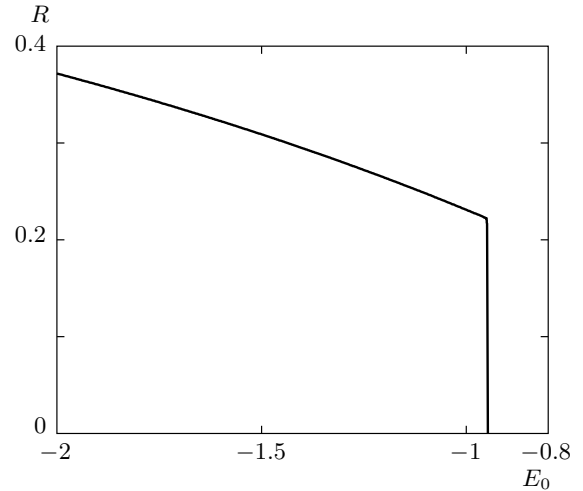


Рис. 1. Зависимость намагниченности антиферромагнитной подрешетки  $R$  от энергии локализованных состояний  $E_0$  при концентрации электронов  $n_e = 1.1$ . Выбраны следующие значения параметров модели:  $V_0 = 0.6$ ,  $J = 0.2$

вестными величинами и характеризуют основное состояние системы. Через эти параметры определяется величина хаббардовской ренормировки для антиферромагнитной фазы  $\alpha_\sigma = \alpha + \eta_\sigma R$  ( $\alpha = 1 - n_L/2$  — стандартная ренормировка в парамагнитной фазе). Для расчета  $n_L$  и  $R$  воспользуемся процедурой самосогласования в уравнении, полученном по спектральной теореме:

$$\langle X_f^{\sigma\sigma} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{kj} \alpha_\sigma \frac{S_{k\sigma}(E_{jk}) f(E_{jk}/T)}{\prod_{i \neq j} (E_{jk} - E_{ik})}, \quad (8)$$

где  $f(x) = 1/(e^x + 1)$  — функция Ферми–Дирака, значения индексов  $j, i$  изменяются от 1 до 4, что соответствует вкладу от четырех ветвей энергетического спектра  $E_{jk}$  в антиферромагнитной фазе.

На рис. 1 представлена зависимость намагниченности  $R$  от затравочной энергии локализованного уровня при нулевой температуре. Энергетические величины измеряются в единицах параметра перескока коллективизированных электронов между ближайшими соседями  $|t_1|$ . Видно, что по мере увеличения энергии  $E_0$  величина намагниченности уменьшается. Когда величина  $E_0$  достигает критического значения (квантовая критическая точка), намагниченность системы становится равной нулю (дальний антиферромагнитный порядок разрушается). Отметим, что подавление антиферромагнитного упорядочения в данном случае определяется изменением контрольного параметра  $E_0$ . Изменение этого параметра, как обычно, связывается с действием внешнего давления.

4. Определение формы поверхности Ферми и значения эффективной массы проводятся на основе решения дисперсионного уравнения (7). Для упрощения выкладок ограничимся областью энергий, в пределах которой находится узкая гибридная зона,

$$E_p^{HF} = -(1 - \alpha\gamma_p)|E_J| - \frac{\tau_p}{\Gamma_p^2 - E_J^2},$$

$$\tau_p = \sqrt{(\alpha^2 - R^2)\Gamma_p^2 V_p^4 + (2J(\Gamma_p^2 - E_J^2) - |E_J|V_p^2)^2 R^2}. \quad (9)$$

Считается, что смещенный локализованный уровень  $E_J = E_0 - Jn_L$  пересекает нижнюю антиферромагнитную подзону коллективизированных электронов ( $E_J < 0$ ). При выводе использовалось приближение ближайших соседей для электронных перескоков, а также учитывались только одноузельные и внутри-подрешеточные гибридационные процессы.

На рис. 2 приведены дисперсионные зависимости тяжелофермионной зоны вдоль главного направления магнитной зоны Бриллюэна при различных значениях энергии  $E_0$ . Нижние два графика определяют спектр тяжелых фермионов в антиферромагнитном состоянии, а верхний — в парамагнитном состоянии. Штриховые линии соответствуют зависимостям, полученным по приближенной формуле (9), сплошные линии — зависимостям, рассчитанным из уравнения (7). Видно, что увеличение энергии  $E_0$ , приводящее согласно рис. 1 к понижению намагниченности, сопровождается сужением зоны тяжелых фермионов, а при переходе в парамагнитную фазу происходит качественное изменение структуры такой зоны.

Уменьшение ширины зоны тяжелых фермионов приводит к увеличению их эффективной массы. Величина эффективной массы электронов, нормированная на затравочную массу коллективизированных электронов  $m_0 = \hbar^2/|t_1|b$  ( $b$  — параметр решетки), оценивается из выражения

$$\frac{m^*}{m_0} = \frac{(\Gamma_0^2 - E_J^2)^2 \tau_0}{|\Gamma_0|V_0^2} \{2\alpha|E_J|\tau_0 - [(\alpha^2 - R^2)\Gamma_0^2 + (\alpha^2 + R^2)E_J^2] V_0^2 + 4JR^2|E_J|(\Gamma_0^2 - E_J^2)\}^{-1}.$$

Характер увеличения эффективной массы электронов при росте энергии  $E_0$  продемонстрирован на рис. 3. Видно, что в окрестности квантовой критической точки ( $E_0 \approx -0.95$ ) проявляется аномальная зависимость массы от контрольного параметра. В правой окрестности перехода антиферромагнетик–парамагнетик эффективная масса становится отрицательной. Это означает, что при переходе че-

на, связываемая с зоной тяжелых фермионов. Для этой энергетической полосы можно получить приближенное аналитическое выражение [20], определяющее квазиимпульсную зависимость зоны тяжелых фермионов в антиферромагнитной фазе:

рез квантовую критическую точку происходит смена типа носителей тока.

Условие, определяющее сильную ренормировку массы, имеет вид

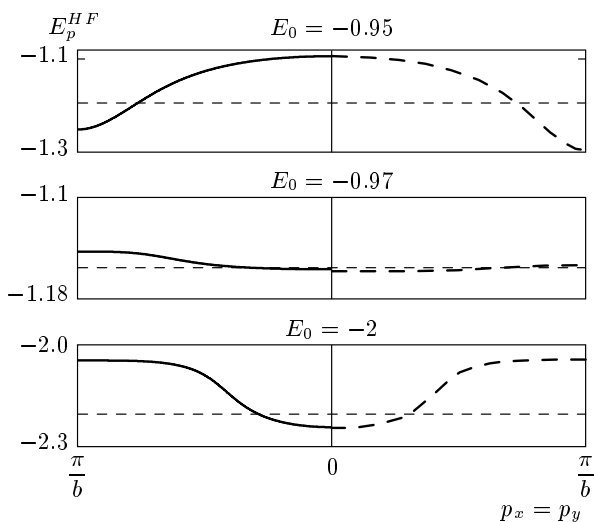
$$E_0 = -\frac{V_0^2}{4J} \frac{\alpha - R}{R} + Jn_L. \quad (10)$$

При анализе этого выражения учтено, что концентрация локализованных электронов и намагниченность зависят от энергии  $E_0$ .

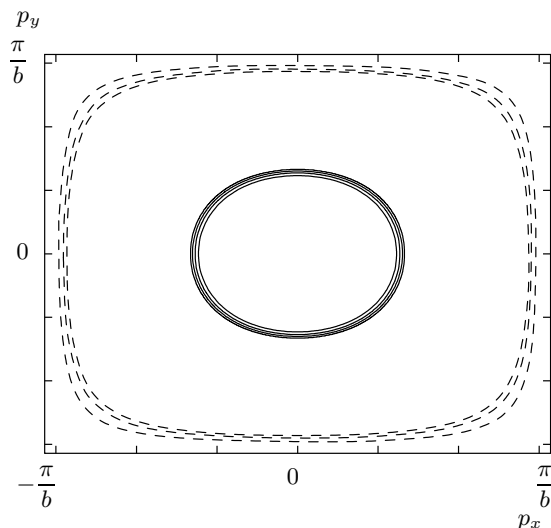
Согласно условию (10) при самосогласованном подходе расходимость массы тяжелых фермионов происходит вблизи квантовой критической точки. При этом расходимость массы коррелирует с модификацией зоны тяжелых фермионов при квантовом фазовом переходе (рис. 2). В качестве параметра, описывающего представленную модификацию, выберем ширину зоны тяжелых фермионов для главного направления:

$$W_{HF} = -\frac{\alpha V_0^2 \Gamma_0^2}{(\Gamma_0^2 - E_J^2)|E_J|} + \frac{1}{|E_J|} (2J|E_J| + V_0^2) R + \frac{\tau_0}{\Gamma_0^2 - E_J^2}. \quad (11)$$

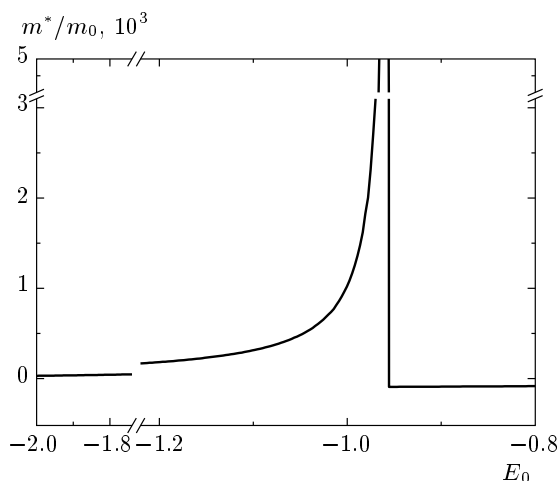
Нетрудно убедиться, что при уменьшении намагниченности и увеличении энергии  $E_0$  ширина зоны уменьшается. В парамагнитной области происходит инверсия квазиимпульсной зависимости энергетического спектра по сравнению с зависимостью спектра в антиферромагнитной фазе. Отсюда следует, что по мере уменьшения ширины зоны в антиферромагнитной фазе может реализоваться ситуация, когда возникнет предельно узкая зона с большой эффективной массой. Можно показать, что одним из решений уравнения  $W_{HF} = 0$  является выражение (10), при котором ранее была показана расходимость эффективной электронной массы. Таким образом, расходимость массы электронов связана с сильным редуцированием зоны тяжелых фермионов. Образование слабодисперсной узкой зоны, в свою очередь, свидетельствует о близости квантового фазового перехода.



**Рис. 2.** Модификация квазичастичной зоны, соответствующей тяжелым фермионам, при увеличении энергии  $E_0$  и переходе из антиферромагнитной фазы (два нижних графика) в парамагнитную фазу (верхний график). Тонкая штриховая линия определяет положение химического потенциала. Расчетные параметры такие же, что и на рис. 1



**Рис. 4.** Поверхности Ферми в антиферромагнитной фазе (сплошные линии), построенные при значениях энергии  $E_0 = -2, -1.5, -1.2, -0.97$ , и в парамагнитной фазе (штриховые линии) при  $E_0 = -0.95, -0.8, -0.5$ . Наименьшей энергии соответствует наименьший размер поверхности Ферми



**Рис. 3.** Аномальное увеличение эффективной электронной массы при квантовом фазовом переходе из антиферромагнитной фазы в парамагнитную

Расширение поверхности Ферми при переходе через квантовую критическую точку продемонстрировано на рис. 4. Поверхности, обозначенные сплошными линиями, рассчитаны при различных значениях  $E_0$  в антиферромагнитной фазе, а поверхности Ферми в парамагнитной фазе отмечены штриховыми линиями. Видно, что в антиферромагнитной фазе раз-

мер поверхности Ферми практически не зависит от энергии  $E_0$  и несколько кривых сливаются в одну. Однако при переходе через границу антиферромагнетик–парамагнетик реализуется существенное расширение поверхности Ферми. Дальнейшее увеличение энергии  $E_0$  в парамагнитной фазе не приводит к столь большому увеличению импульса Ферми. Описанное поведение связывается со сменой типа носителей заряда в точке квантового фазового перехода. Таким образом в квантовой критической точке реализуется переход от эффективно электронных поверхностей Ферми к дырочным поверхностям Ферми. Из этого анализа можно сделать вывод о том, что при квантовом фазовом переходе будут наблюдаться существенные аномалии в эффекте Холла.

5. В предложенной модели взаимодействие (3) может индуцировать куперовскую неустойчивость. Экспериментальные данные по  $\text{CeRhIn}_5$  указывают на то, что при давлениях, больших критического сверхпроводящая фаза имеет симметрию  $d$ -типа. В фазе сосуществования сверхпроводимости и антиферромагнетизма симметрия параметра порядка до конца не определена, однако высказываются предположения также о симметрии  $d$ -типа, но с дополнительными нодальными точками на поверхности Ферми [21]. Существенно, что рассмотрение сверхпроводящих спариваний  $d$ -типа на фоне антифер-

ромагнитного упорядочения приводит к качественному согласию результатов с фазовой диаграммой  $\text{CeRhIn}_5$ .

Для исследования фазы сосуществования сверхпроводимости и антиферромагнетизма необходимо использовать базисный набор операторов, позволяющий учитывать как аномальные средние, так и аномальные функции Грина. Поэтому вместо используемого ранее базиса (4) введем расширенный базис:

$$\left( X_f^{0\sigma}, Y_g^{0\sigma}, a_{f\sigma}, b_{g\sigma}, X_f^{\bar{\sigma}0}, Y_g^{\bar{\sigma}0}, a_{f\bar{\sigma}}^\dagger, b_{g\bar{\sigma}}^\dagger \right). \quad (12)$$

Составляя уравнения движения для нормальных и аномальных функций Грина и проводя проецирование на набор неприводимых функций Грина, соответствующих базису (12), получаем замкнутую систему уравнений. При решении этой системы принимались во внимание экспериментальные сведения о предпочтительности  $d$ -типа симметрии сверхпроводящего параметра порядка. В нашем случае он описывается выражением

$$\Delta_p^d = 2\Delta_0^d \sin\left(\frac{p_x b}{2}\right) \sin\left(\frac{p_y b}{2}\right). \quad (13)$$

Ввиду малости амплитуды  $\Delta_0^d$  в фазе сосуществования сверхпроводимости и антиферромагнетизма энергетический спектр тяжелых фермионов незначительно модифицируется по сравнению со спектром, определяемым выражением (9). Поэтому квазичастичные характеристики фермионов в этой фазе будут хорошо описываться приведенными в предыдущем параграфе выражениями.

Уравнения самосогласования для сверхпроводящей фазы допускают решения, при которых симметрия параметра порядка может отличаться от симметрии  $d$ -типа. Проведенный анализ показал, что без антиферромагнитного порядка сверхпроводящая фаза с симметрией  $d$ -типа имеет более высокие значения критической температуры, а значит и большую энергию конденсации. Это соответствует экспериментальной ситуации. Появление антиферромагнитного упорядочения, как показывают расчеты, может приводить к изменению результата конкуренции между сверхпроводящими фазами с симметрией параметра порядка  $d$ - и  $s$ -типов. Однако при малых значениях антиферромагнитного параметра порядка его влияние будет мало и  $d$ -фаза будет предпочтительней. Полный анализ этого вопроса выходит за рамки данной статьи и будет выполнен в ходе дальнейших исследований.

**6.** В заключение отметим, что включение обменного взаимодействия в подсистеме локализованных

электронов приводит к возможности реализации антиферромагнитной фазы, сверхпроводящей фазы, а также микроскопически однородной фазы сосуществования сверхпроводимости и антиферромагнетизма. Обнаружен режим, при котором происходят аномально резкое увеличение эффективной массы электронов и расширение поверхности Ферми аналогично тому, как это имеет место в ряде редкоземельных интерметаллических систем при увеличении давления. Показано, что расходимость массы тяжелых фермионов реализуется внутри антиферромагнитной фазы, но в близкой окрестности к точке квантового фазового перехода в парамагнитную фазу. Расходимость массы сопровождается формированием слабодисперсной зоны тяжелых фермионов. Такое поведение  $f$ -электронов реализуется только вблизи квантовой критической точки. В области антиферромагнитной фазы, удаленной от квантового фазового перехода, увеличение намагниченности антиферромагнитной подрешетки приводит к уменьшению эффективной электронной массы.

Авторы благодарны К. Кикоину и Д. Дзедзисавили за полезные замечания.

Работа выполнена в рамках Программы Президиума РАН «Квантовые мезоскопические и неупорядоченные структуры», а также при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-02-00251), регионального РФФИ (грант «Сибирь» № 11-02-98007), РФФИ для молодых ученых (грант № 12-02-31130) и в рамках Соглашения 14.132.21.1410 Министерства образования и науки РФ, а также гранта Президента РФ (МК-526.2013.2).

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. М. Стишов, УФН **174**, 853 (2004).
2. В. Ф. Гантмахер, В. Т. Долгополов УФН **178**, 3 (2008).
3. T. Mito, S. Kawasaki, Y. Kawasaki et al., Phys. Rev. Lett. **90**, 077004 (2003).
4. S. Elgazzar, I. Opahle, R. Hayn, and P. M. Oppeneer, Phys. Rev. B **69**, 214510 (2004).
5. K. Haule, C.-H. Yee, K. Kim, Phys. Rev. B **81**, 195107 (2010).
6. J. A. Hertz, Phys. Rev. B **14**, 1165 (1976).
7. A. J. Millis, Phys. Rev. B **48**, 7183 (1993).

8. Q. Si, S. Rabello, K. Ingersent, and J. L. Smith, *Nature* **413**, 804 (2001).
9. P. Gegenwart, Q. Si, and F. Steglich, *Nature Phys.* **4**, 186 (2008).
10. H. Shishido, R. Settai, H. Harima, and Y. Ōnuki, *J. Phys. Soc. Jpn.* **74**, 1103 (2005).
11. Л. Б. Иоффе, А. Дж. Миллис, *УФН* **168**, 672 (1998).
12. T. Park, V. A. Sidorov, F. Ronning et al., *Nature* **456**, 366 (2008).
13. M. Yu. Kagan and V. V. Val'kov, *ЖЭТФ* **140**, 179 (2011).
14. S. Nakatsuji, D. Pines, and Z. Fisk, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 016401 (2004).
15. S. Watanabe and K. Miyake, *J. Phys. Soc. Jpn.* **79**, 033707 (2010).
16. А. Ф. Барабанов, К. А. Кикоин, Л. А. Максимов, *ТМФ* **20**, 364 (1974).
17. В. А. Москаленко, *ТМФ* **110**, 308 (1997).
18. В. В. Вальков, Д. М. Дзедзисашвили, *ТМФ* **157**, 235 (2008).
19. Н. М. Плакида, *ТМФ* **5**, 147 (1970).
20. В. В. Вальков, Д. М. Дзедзисашвили, *ЖЭТФ* **137**, 341 (2010).
21. Y. Bang, M. J. Graf, A. V. Balatsky, and J. D. Thompson, *Phys. Rev. B* **69**, 014505 (2004).