

О СВЯЗИ СПЕКТРА РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ПУЛЬСАРОВ С ОСОБЕННОСТЯМИ УСКОРЕНИЯ ЧАСТИЦ В ПОЛЯРНОМ ЗАЗОРЕ

В. М. Конторович^{a,b}, А. Б. Фланчик^a*

^a*Радиоастрономический институт Национальной академии наук Украины
61002, Харьков, Украина*

^b*Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина
61077, Харьков, Украина*

Поступила в редакцию 18 июля 2012 г.

Найдено аналитическое выражение для частоты максимума интенсивности радиоизлучения в пульсарах со свободным выходом электронов с поверхности звезды. Рассмотрены особенности ускорения электронов в полярном зазоре. Дано объяснение известной из наблюдений связи между частотами высокочастотного и низкочастотного завалов в спектре радиоизлучения пульсаров.

DOI: 10.7868/S0044451013010092

1. ВВЕДЕНИЕ

Как показали исследования, проведенные в Пушчинской радиоастрономической обсерватории АКЦ ФИАН, у ряда пульсаров, образующих выборку из 46 достаточно мощных объектов [1–4], наблюдается высокочастотный излом спектра на частоте, зависящей от периода P пульсара [4]

$$\tilde{\nu}_{cf} = 1.4 \cdot 10^9 \text{ Гц} \sqrt{\frac{1 \text{ с}}{P}}. \quad (1a)$$

Предложенное нами ранее в [5–7] объяснение этого явления связывает излом со сменой механизма радиоизлучения. Излучение электронов за счет их продольного ускорения во внутреннем зазоре над полярной шапкой пульсара, ответственное за радиоизлучение в нашей модели, прекращается на частотах

$$\tilde{\nu}_{cf} = \sqrt{2} \cdot 10^9 \text{ Гц} \sqrt{\frac{B}{2 \cdot 10^{12} \text{ Гс}} \frac{1 \text{ с}}{P}}, \quad (1b)$$

где B — значение магнитного поля на поверхности пульсара. При этом существенно, что ускоряющее поле в зазоре нарастает (линейно) от нуля на поверхности звезды (см. ниже). В таком поле ускорение электрона, вылетевшего с поверхности пульсара, также нарастает от нуля и проходит через

максимум в области субрелятивистских скоростей электрона. По мере приближения к скорости света ускорение электрона убывает и данный механизм излучения выключается. В узком конусе направленный вдоль силовой линии магнитного поля он сменяется одним из релятивистских механизмов излучения [8–10].

Как следует из наблюдений, для части пульсаров из Пушчинской выборки с изломом спектра высокочастотный излом коррелирует с низкочастотным завалом спектра. А именно, согласно Малофееву и Малову [4], для этой подвыборки, содержащей 32 пульсара с известными положениями обеих частот, существует связь

$$\tilde{\nu}_{tr} = 0.1 \tilde{\nu}_{cf}. \quad (2)$$

Через $\tilde{\nu}_{tr}$ (индекс «tr» от turnover) здесь обозначена частота, на которой интенсивность радиоизлучения достигает максимума и начинается завал спектра к более низким частотам. Для многих астрофизических объектов, в том числе внегалактических источников, частоты завала определяются действием диссипативных механизмов либо специфической плазменной дисперсией [11]. В интересующем нас случае пульсаров эти механизмы не могут иметь места. В то же время соотношение (2) подсказывает, что за низкочастотный завал должен быть ответствен тот же механизм ускорения, который приводит к высо-

*E-mail: vkont1001@yahoo.com

кочастотному излому. Мы покажем, что это действительно так.

2. УСКОРЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ВБЛИЗИ ОТ ПОВЕРХНОСТИ ПУЛЬСАРА

Вакуумный зазор под магнитосферой открытых силовых линий был введен в работе Рудермана и Сазерленда [12]. Сильное ускоряющее электрическое поле практически мгновенно сообщает электронам, в том числе вырванным из поверхности звезды за счет автоэлектронной эмиссии, релятивистскую скорость, доводя гамма-фактор до весьма больших значений $\Gamma \sim 10^7$. Кратковременный всплеск ускорения, напоминающий δ -функцию по времени, после разложения в интеграл Фурье приводит к плоскому спектру — ступеньке — с частотой обрыва порядка обратного времени ускорения. Эта частота попадает в рентгеновский диапазон, и на радиочастоты, соответственно, приходится ничтожная часть излучаемой энергии. Поэтому разрабатывались другие, в частности плазменные, механизмы радиоизлучения в магнитосфере. Обсуждались, главным образом, варианты двухпоточковых неустойчивостей [13], которые возникают в плазме с гамма-фактором $\Gamma \sim 10^3$, пронизываемой электронными пучками с $\Gamma \sim 10^7$, а также некоторые другие плазменные механизмы (см. обзоры [4, 9, 14]). Несмотря на целый ряд достижений, эти механизмы не позволили построить количественную теорию радиоизлучения пульсаров, которая бы детально объясняла все данные наблюдений (см. обсуждение в [4, 9]).

Аргументы в пользу свободного выхода электронов с поверхности [15] привели к иной картине распределения ускоряющего поля. Удобно по-прежнему говорить об области, в которой существует ускоряющее поле, как о «зазоре», который, строго говоря, уже нельзя назвать вакуумным [16]. В этих моделях продольное электрическое поле обращается в нуль на поверхности звезды, нарастает внутрь зазора, и опять обращается в нуль на его границе с магнитосферной плазмой либо экспоненциально убывает в магнитосфере [17, 18]. При этом ускорение электронов происходит на значительно больших временах, чем в модели Рудермана и Сазерленда, и при типичных параметрах пульсаров рассматриваемое излучение за счет продольного ускорения практически полностью попадает в радиодиапазон.

Поскольку обсуждаемые ниже процессы происходят на малых возвышениях над поверхностью звезды, будет достаточно в дальнейшем считать ускоря-

ющее электрическое поле изменяющимся от нуля по линейному закону, вне зависимости от причин, приведших к такой зависимости.

Удобно исходить из уравнения для Γ -фактора, т. е. выражения для набора энергии E электрона (z — ортогональная к поверхности координата, остальные обозначения стандартны)

$$\frac{d\Gamma}{dz} = \frac{eE(z)}{mc^2}, \quad \Gamma \equiv \frac{E}{mc^2} = \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}. \quad (3)$$

Считая ускоряющее электрическое поле $E(z)$ линейным вблизи поверхности,

$$E(z) = E_0 \frac{z}{h}, \quad z \ll h, \quad (4)$$

где h — высота зазора, для координатной зависимости Γ -фактора находим

$$\Gamma(z) = \Gamma_0 + az^2, \quad (5)$$

где

$$a = \frac{eE_0}{2mc^2h}, \quad (6)$$

а Γ_0 — гамма-фактор электрона на поверхности пульсара. Эта величина близка к единице, но, как мы увидим, для обсуждаемого вопроса окажется важным наличие у электрона тепловой скорости $V_T \ll c$, в связи с чем мы будем использовать для Γ_0 выражение (ср. (3))

$$\Gamma_0 \approx 1 + \frac{V_T^2}{2c^2}. \quad (7)$$

Более точное усреднение по тепловым скоростям здесь нам не понадобится. Выражая скорость электрона через Γ -фактор,

$$V(\Gamma) = c\sqrt{1 - \frac{1}{\Gamma^2}}, \quad (8)$$

найдем ускорение электрона $w = dV/dt$ [19, 20]:

$$w = \frac{c^2}{\Gamma^3} \frac{d\Gamma}{dz}. \quad (9)$$

Как видно из выражений (3) и (9), ускорение нарастает от нуля при $z = 0$, проходит через максимум при $z = z_m$ и стремится к нулю в пределе $z \gg z_m$ (рис. 1). При этом [4–7]

$$\Gamma(z_m) = \frac{6}{5}, \quad V(z_m) = c\frac{\sqrt{11}}{6}, \quad (10)$$

$$z_m = \sqrt{\frac{2mc^2h}{5eE_0}}.$$

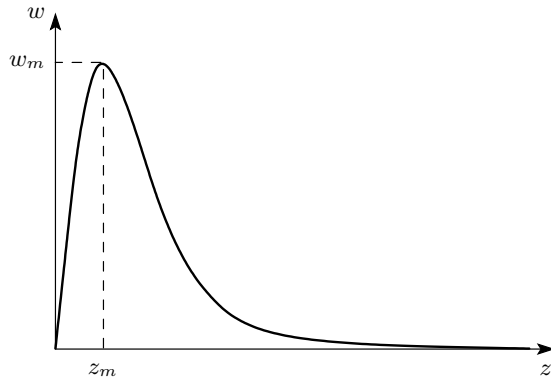


Рис. 1. Зависимость ускорения в линейно нарастающем от нуля электрическом поле от высоты над поверхностью звезды

Поскольку ускоряющее поле возникает благодаря вращению звезды с угловой скоростью Ω в магнитном поле \mathbf{B} , на масштабах вакуумного зазора h верна оценка [17, 18]

$$E_0 = \frac{\Omega h}{c} B. \quad (11)$$

При этом коэффициент a в (6) и координата максимума ускорения z_m не зависят от h :

$$a = \frac{eB}{2mc^2} \frac{\Omega}{c}, \quad z_m = \sqrt{\frac{2mc^3}{5e\Omega B}} \ll h. \quad (12)$$

Последнее неравенство ($z_m \approx 1$ см, $h \approx 10^3$ – 10^4 см для обычных пульсаров при $P \sim 1$ с и $B \sim 10^{12}$ Гс [4, 9]) подтверждает, что в области максимума мы не выходим из области применимости линейного закона (4) для ускоряющего поля. При этом квадратичное слагаемое в Γ -факторе (5) равно $1/5$. В этой же области ($z \ll h$) оказывается и частота обрыва спектра $\omega_{cf} = V_{cf}/z_{cf}$, определяемая стремлением ускорения к нулю по мере достижения электроном релятивистских скоростей [5–7]

$$\Gamma(z_{cf}) = 2, \quad V(z_{cf}) = c \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad z_{cf} = \sqrt{5} z_m. \quad (13)$$

Эти соотношения задаются условием [5–7]

$$e \int_0^{z_{cf}} E(z) dz = mc^2, \quad (14)$$

следующим из независимых физических соображений и определяющим положение z_{cf} обрыва спек-

тра¹⁾ радиоизлучения при ускорении электрона в описанных условиях. Подобное поведение спектра излучения следует также из численного анализа его спектральной плотности (см. [5–7] и ниже).

3. ВРЕМЯ РАЗГОНА ЭЛЕКТРОНА ДО СУБРЕЛЯТИВИСТСКИХ СКОРОСТЕЙ

Выражение для спектра излучения определяется интегралом (см. Приложение)

$$L_\omega = \int_0^\infty dt \frac{w(z(t))}{\left(1 - \frac{V(t)}{c} \cos \theta\right)^2} \times \exp \left[i\omega \left(t - \frac{z(t)}{c} \cos \theta \right) \right], \quad (15)$$

через который выражается спектрально-угловое распределение излучаемой энергии [19, 20]

$$d\varepsilon_{\mathbf{n}\omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c^3} \sin^2 \theta |L_\omega|^2 d\omega d\theta, \quad (16)$$

где θ — угол между скоростью электрона и волновым вектором излучаемой волны, $d\theta = 2\pi \sin \theta d\theta$. На самых низких частотах выражение (15) можно разложить в ряд Тэйлора по частоте, так как оно как функция частоты не имеет особенностей в нуле. Поскольку частота входит в показатель экспоненты в комбинации ωt , определяющим для дальнейшего является поведение времени ускорения t . Рассмотрим время ускорения как функцию Γ -фактора, $t(\Gamma)$. Переписывая

$$dt = \frac{dz}{V} = \frac{1}{V(\Gamma)} \frac{dz}{d\Gamma} d\Gamma \quad (17)$$

и учитывая, что в рассматриваемой области, согласно (5),

$$z(\Gamma) = \sqrt{\frac{\Gamma - \Gamma_0}{a}}, \quad (18)$$

получаем

$$t(\Gamma) = \frac{1}{2c\sqrt{a}} \int_{\Gamma_0}^\Gamma d\Gamma \frac{\Gamma}{\sqrt{(\Gamma - \Gamma_0)(\Gamma^2 - 1)}}. \quad (19)$$

Рассмотрим вначале естественный предельный случай нулевых скоростей электронов на поверхности звезды, $\Gamma_0 \rightarrow 1$. Тогда

$$2c\sqrt{a}t(\Gamma) \rightarrow \int_{\Gamma_0 \rightarrow 1}^\Gamma d\Gamma \frac{\Gamma}{(\Gamma - 1)\sqrt{\Gamma + 1}}. \quad (20)$$

¹⁾ Условие (14) допускает уточнения при более детальном сравнении с поведением спектра, описываемым интегралом (15).

Стоящий в правой части выражения (20) интеграл расходится логарифмически на нижнем пределе, что мы проиллюстрируем, выделяя в подынтегральном выражении особую часть²⁾ — вклад окрестности нижнего предела:

$$\int_{\Gamma_0}^{\Gamma} d\Gamma \frac{\Gamma}{(\Gamma - 1)\sqrt{\Gamma + 1}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\Gamma_0}^{\Gamma} \frac{d\Gamma}{\Gamma - 1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{1}{\Gamma_0 - 1}. \quad (21)$$

Это означает, что в линейно нарастающем от нуля ускоряющем поле электрону с нулевой начальной скоростью требуется логарифмически бесконечное время, чтобы достичь конечных скоростей. Физически это условие совершенно понятно. При нулевой начальной скорости и нулевом ускорении на поверхности звезды электрон вообще не будет двигаться и останется на поверхности неограниченно долго. Поэтому наличие начальных (тепловых) скоростей у электронов становится принципиально важным. Как мы покажем, в этой расходимости и кроется причина низкочастотного завала.

Если подставить в (20) нижний предел $\Gamma_0 \neq 1$, то мы получаем (оставляя вначале только вклад от окрестности нижнего предела и, соответственно, заменяя под знаком интеграла $\Gamma/\sqrt{\Gamma + 1} \rightarrow 1/\sqrt{2}$) значение характерного времени \bar{t} разгона (предускорения) электрона

$$2c\sqrt{a}\bar{t} = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{2c^2}{V_T^2}. \quad (22)$$

Дальнейшие уточнения относятся к числовому коэффициенту порядка единицы под знаком логарифма. Так, если сохранить Γ_0 не только в пределе, но и в подынтегральном выражении в (19), то вместо (22) получим от нижнего предела вклад [22]

$$2c\sqrt{a}\bar{t} = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{4c^2}{V_T^2}. \quad (23)$$

Таким образом, логарифмическое поведение времени разгона (рис. 2) от тепловых до логарифмиче-

²⁾ При $\Gamma_0 \rightarrow 1$ в подынтегральном выражении величина $1/(\Gamma - 1)$ является острой функцией переменной интегрирования, максимум которой достигается на нижнем пределе. Поэтому основной вклад в интеграл дает его окрестность. В медленно меняющиеся множители подставляем значение переменной на нижнем пределе: $\Gamma_0 = 1$. (Это соответствует методу Лапласа, но из-за недостаточно быстрого убывания острой функции требуется корректировка численного коэффициента под знаком логарифма.)

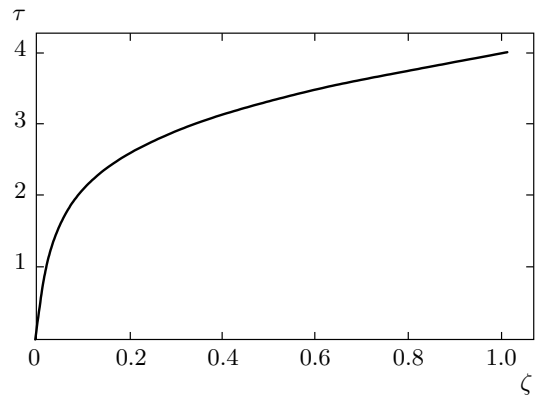


Рис. 2. Зависимость безразмерного времени разгона $\tau \equiv \omega_{cf}t/2\pi$ от безразмерного расстояния $\zeta \equiv z/z_{cf}$ в ускоряющем поле вида $E(z) = z\Omega B/c$ для $\Gamma_0^2 - 1 = 10^{-4}$. Видны два существенно различающихся масштаба времени на малых и больших расстояниях

ски больших надтепловых скоростей приводит к логарифмически большой временной ступеньке \bar{t} , которую необходимо преодолеть электрону, прежде чем он войдет в режим ускорения. Такое поведение приводит к низкочастотному завалу в спектре (рис. 3).

Выражая величину a через частоту ω_{cf} высокочастотного обрыва согласно

$$\omega_{cf} = \frac{2\pi c}{z_{cf}}, \quad z_{cf} = \frac{1}{\sqrt{a}}, \quad \omega_{cf} = 2\pi c\sqrt{a}, \quad (24)$$

для временной ступеньки получим

$$\bar{t} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{1}{\omega_{cf}} \ln \frac{4c^2}{V_T^2}. \quad (25)$$

4. ОЦЕНКА ЧАСТОТ ЗАВАЛА СПЕКТРА И МАКСИМУМА ИЗЛУЧЕНИЯ

При $\omega = 0$ интеграл (15) сходится, и функция L_ω может быть разложена в ряд Тейлора по частоте. В интеграл частота входит в показатель экспоненты в виде произведения ωt . Характерное время на начальном этапе пути — это время предускорения \bar{t} (25). Возможность разложения функции L_ω в ряд по малым частотам определяется условием

$$\omega\bar{t} \ll 1, \quad (26)$$

когда экспоненту можно разложить в ряд, а логарифмическая особенность интеграла (15) еще не сказывается на его поведении. В этой области частот

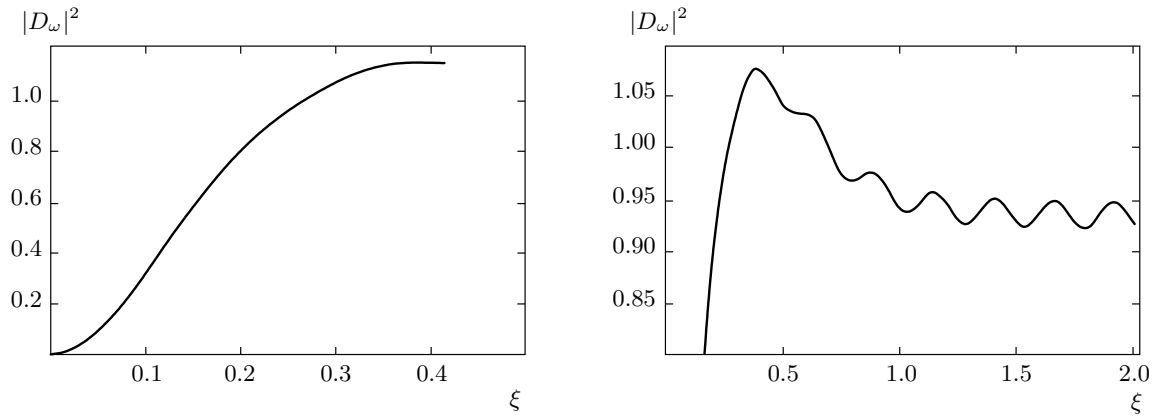


Рис. 3. Низкочастотный завал спектра при ускорении электронов в продольном электрическом поле, линейно нарастающем от нуля на поверхности звезды. Масштаб безразмерной частоты $\xi = \omega/\omega_{cf}$ отличается на левой и правой частях рисунка

интенсивность излучения нарастает с ростом частоты.

Согласно выражению для \bar{t} , даваемому формулой (25), имеем из (26)

$$\omega \ll \frac{\omega_{cf}}{\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln \frac{4c^2}{V_T^2}}. \quad (27)$$

В то же время спектр излучения пульсара на высоких частотах, согласно обсуждаемому механизму нарастающий к низким частотам степенным образом [5–7], будет ограничен частотой, определяемой из неравенства (27). Для частоты максимума спектра $\omega_{max} = \omega_{tr}$ с точностью до безразмерного множителя порядка единицы мы можем принять оценку, определяемую правой частью этого неравенства. Определяя частоту завала спектра ω_{tr} , выберем 1/2 в качестве такого дополнительного множителя:

$$\omega_{tr} = \frac{\omega_{cf}}{\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln \frac{4c^2}{V_T^2}}. \quad (28)$$

Такое определение ω_{tr} с хорошей точностью соответствует связи (2) между частотой излома и частотой максимума спектра [4]. Действительно, согласно [23], температура поверхности пульсара достигает миллиона градусов. Тогда

$$\frac{4c^2}{V_T^2} \approx 10^4, \quad \lg \frac{4c^2}{V_T^2} \approx 4, \quad \ln \frac{4c^2}{V_T^2} \approx 9.2,$$

что приводит к требуемой оценке (2)

$$\omega_{tr} \approx 0.1\omega_{cf}. \quad (29)$$

Входящая в (28) зависимость от температуры поверхности пульсара, по-видимому, позволит использовать (28) как своеобразный термометр, измеряющий электронную температуру поверхности.

5. ПОВЕДЕНИЕ СПЕКТРА НА НИЗКИХ ЧАСТОТАХ

Ускорение электрона до релятивистских энергий, как видно из рис. 2, происходит в два этапа. Вначале, при малой (тепловой) начальной скорости и медленно нарастающем от нуля ускорении, электрон логарифмически долго движется со скоростью порядка тепловой и начинает медленно входить в режим ускорения. Этот интервал времени (порядка обратной частоты обрыва спектра, деленной на большой логарифмический фактор (22)) определяет также частоту максимума спектра (28).

На последующем, значительно более кратком временном участке, электрон быстро набирает скорость от надтепловых до релятивистских значений (см. рис. 2). Длительность этого участка траектории порядка обратной частоты обрыва спектра. Движение в этой области определяется ускорением в продольном поле E_{\parallel} .

На еще больших частотах (из-за быстрых осцилляций под знаком интеграла Фурье) излучение в широком интервале углов прекращается. Это соответствует переходу к релятивистскому движению с исчезающе малым ускорением. При больших Г-факторах существенным остается излучение только в узком конусе аберрации вдоль направления движения (силовой линии магнитного поля). Низкочастотный

хвост этого излучения попадает и в радиодиапазон наряду с низкочастотным хвостом излучения кризисны. Здесь мы его не рассматриваем (см. [6]).

Для анализа указанных свойств излучения в области предускорения, соответствующей низким частотам, удобно исходить из выражения для излучаемой энергии в виде

$$d\varepsilon_{\mathbf{n}\omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} \sin^2 \theta \left| \frac{V_T}{c} + iD_\omega \right|^2 d\omega d\theta, \quad (30)$$

$$D_\omega = \frac{\omega}{c} \int_0^\infty V(t) \exp \left\{ i\omega \left(t - \frac{z}{c} \cos \theta \right) \right\} dt,$$

которое получается интегрированием по частям выражения (15) (см. [20] и Приложение). Слагаемое V_T/c возникло от вклада нижнего предела во внеинтегральном члене. Благодаря его вкладу на самых низких частотах, как и должно быть согласно [19, 20], зависимость от частоты исчезает. Разобьем интервал интегрирования на несколько частей: участок предускорения от 0 до \bar{t} (25), участок ускорения в поле от \bar{t} до субрелятивистских скоростей, определяемый высокочастотным завалом спектра $\bar{t} = 2\pi/\omega_{cf}$, и участок релятивистского движения от \bar{t} до ∞ (см. Приложение). Поскольку мы интересуемся низкочастотным излучением вне конуса релятивистской абберации, можно опустить второе слагаемое в показателе экспоненты в (30) и рассматривать в основном приближении чисто нерелятивистское движение. На первом, самом длинном, участке пути, используя теорему о среднем, при $\omega\bar{t} \ll 1$ имеем оценку

$$D_\omega \approx \frac{V_T}{c} \ln \frac{2c^2}{V_T^2} [\exp(i\omega\bar{t}) - 1] \rightarrow i\omega\bar{t} \frac{V_T}{c} \ln \frac{2c^2}{V_T^2}. \quad (31)$$

Соответственно, интенсивность растет с ростом частоты по квадратичному закону (см. рис. 3). На участке ускорения в интервале частот $1/\bar{t} \ll \omega \ll \omega_{cf}$ скорость электрона можно принять равной $c/2$, что дает

$$D_\omega \approx \frac{1}{2} \exp(i\omega\bar{t}) \left[\exp\left(\frac{i\omega}{\omega_{cf}}\right) - 1 \right]. \quad (32)$$

Другую оценку можно получить, если считать, что на этом участке пути скорость изменяется быстрее, чем по экспоненте. Поэтому можно вынести $\exp(i\omega\bar{t})$ из-под знака интеграла,

$$D_\omega = \frac{\omega}{c} \exp(i\omega\bar{t}) \int_{\bar{t}}^{\omega_{cf}^{-1}} V(t) dt =$$

$$= \frac{\omega}{c} \exp(i\omega\bar{t}) \int_{z(\bar{t})}^{z_{cf}} dz \approx \frac{\omega}{c} z_{cf} \exp(i\omega\bar{t}). \quad (33)$$

Поскольку интервал частот мал, при оценках можно множитель ω заменить на ω_{cf} . Мы видим модуляцию величины D_ω по частоте с периодом $1/\bar{t}$, которая в данном грубом описании может исчезать при подстановке в выражение для интенсивности. При более точном анализе осцилляции с частотой максимума спектра (периодом \bar{t}) должны сохраняться. Эти осцилляции хорошо видны при численном вычислении интеграла (30) (см. рис. 3). По-видимому, осцилляции по частоте не противоречат имеющимся наблюдательным данным для некоторых пульсаров (см. примеры спектров в [2, 3]), однако здесь необходим специальный анализ, тем более, что спектры пульсаров уже содержат усреднение, избавляющее от мерцаний. При более высоких частотах должен наступать обрыв спектра. Интеграл в виде (30), однако, плохо приспособлен для численного анализа в области высоких частот из-за плохой сходимости. Исходное выражение (15) уверенно показывает высокочастотный обрыв спектра [5–7].

Полный анализ поведения спектра излучения на низких частотах при рассматриваемом механизме излучения требует учета когерентности радиоизлучения на высоких частотах и его «выключения» при переходе к низким частотам, что не проведено еще ни в одном случае. По необходимости он должен опираться на модельные представления о структуре излучающей области, более детальные, чем это использовалось в [5–7] и в данной работе.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложено теоретическое объяснение известной для Пуцинской выборки [5–7] связи между частотами высокочастотного излома и низкочастотного завала спектра пульсаров. Полученное нами выражение (28) для частоты завала (она же частота максимума в спектре пульсаров) допускает независимую наблюдательную проверку, поскольку частота максимума зависит кроме периода пульсара от магнитного поля и температуры поверхности. Вместе с тем, изучение зависимости частоты ω_{tr} от параметров пульсаров, у которых не наблюдались

изломы, может пролить свет на физическую природу излучения, формирующую их спектр.

По-видимому, в такой сложной системе, как пульсары, могут сосуществовать различные механизмы излучения. Рассматриваемое нами излучение во внутреннем зазоре не исключает возможности излучения за счет других механизмов на других высотах. Преобладание того или иного механизма определяется соотношениями физических параметров.

Заметим, что кроме тепловых скоростей, от которых существенно зависит положение частоты завала (максимума спектра) в данной модели, альтернативную возможность дает учет флуктуаций ускоряющего поля на поверхности звезды. Такое рассмотрение (так же как и учет флуктуаций температуры) должно приводить к неоднородности процесса ускорения и формированию струй электронов, истекающих с поверхности звезды. Это может существенно влиять на общую картину физических процессов во внутреннем зазоре и, соответственно, на свойства и особенности радиоизлучения пульсаров.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Преобразуем выражение для спектрально-углового распределения излучаемой зарядом энергии,

$$d\varepsilon_{\mathbf{n}\omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} |\mathbf{L}_{\mathbf{n}\omega}|^2 d\omega, \quad (A.1)$$

$$\mathbf{L}_{\mathbf{n}\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{n} \times [\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}, \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2} \times \exp \left[i\omega \left(t - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}(t)}{c} \right) \right] dt, \quad \boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{V}}{c},$$

к виду, удобному для анализа низкочастотного излучения заряда в линейно нарастающем от нуля продольном электрическом поле. Для этого учтем [20], что

$$\frac{\mathbf{n} \times [\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}, \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2} = \frac{d}{dt} \frac{\mathbf{n} \times [\mathbf{n}, \boldsymbol{\beta}]}{1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}}. \quad (A.2)$$

При рассматриваемом продольном ускорении $\boldsymbol{\beta} = \beta \mathbf{e}_z$, $\dot{\boldsymbol{\beta}} = \dot{\beta} \mathbf{e}_z$ и векторный множитель может быть вынесен за знак интеграла по времени. Учитывая, что $\beta(t) = 0$ при $t < 0$, получаем

$$d\varepsilon_{\mathbf{n}\omega} = \frac{e^2 \sin^2 \vartheta}{4\pi^2 c} |L_{\omega}(\vartheta)|^2 d\omega, \quad (A.3)$$

$$L_{\omega}(\vartheta) = \int_0^{\infty} \frac{\dot{\beta}}{(1 - \beta \cos \vartheta)^2} \times \exp \left[i\omega \left(t - \frac{z(t)}{c} \cos \vartheta \right) \right] dt.$$

Проинтегрируем выражение для L_{ω} по частям с учетом того, что

$$\frac{\dot{\beta}}{(1 - \beta \cos \vartheta)^2} = \frac{d}{dt} \frac{\beta}{1 - \beta \cos \vartheta} :$$

$$L_{\omega}(\vartheta) = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ \alpha \rightarrow +0}} \int_0^T \frac{\dot{\beta}}{(1 - \beta \cos \vartheta)^2} \times \exp \left[i\omega \left(t - \frac{z(t)}{c} \cos \vartheta \right) \right] dt =$$

$$= \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ \alpha \rightarrow +0}} \left\{ \beta \exp \left[i(\omega + i\alpha) \left(t - \frac{z(t)}{c} \cos \vartheta \right) \right] \Big|_0^T - iD_{\omega}(\vartheta) \right\}, \quad (A.4)$$

$$D_{\omega}(\vartheta) = \omega \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ \alpha \rightarrow +0}} \int_0^T \beta \times \exp \left[i(\omega + i\alpha) \left(t - \frac{z(t)}{c} \cos \vartheta \right) \right] dt. \quad (A.5)$$

В отличие от результата, приведенного в [20], в нашем случае существен вклад внеинтегрального члена. Поскольку скорость электрона стремится к постоянному пределу $\beta \rightarrow 1$, интеграл (A.5) плохо сходится, и мы ввели регуляризацию в виде исчезающе малой мнимой добавки к частоте $\omega \rightarrow \omega + i\alpha$, $\alpha \rightarrow +0$. Тогда вклад от верхнего предела во внеинтегральном члене исчезает, и мы приходим к формуле (30) основного текста.

2. Рассмотрим интеграл

$$ct(z) = \int_0^z dx \frac{\Gamma_0 + ax^2}{\sqrt{(\Gamma_0 + ax^2)^2 - 1}}, \quad (A.6)$$

описывающий зависимость времени от координаты электрона, $t(z)$, при разгоне от тепловых до релятивистских скоростей в линейно нарастающем от нуля электрическом поле. Мы использовали зависимость (5) Γ -фактора от координаты, причем слагаемое az^2 ограничено лишь условием $z \ll h$ и может превышать единицу. В частности, в точке обрыва спектра [5–7] $\Gamma_{cf} = 2$ и $az_{cf}^2 = 1$. Перейдем к безразмерным переменным $\tau \equiv \omega_{cf} t / 2\pi$, $\zeta \equiv z / z_{cf}$. Коэффициент a в (5) равен $a = z_{cf}^{-2}$ и (5) переходит в выражение $\Gamma(z) = \Gamma_0 + \zeta^2$. Вместо (A.6) имеем

$$\tau(\zeta) = \int_0^{\zeta} d\xi \frac{\Gamma_0 + \xi^2}{\sqrt{(\Gamma_0 + \xi^2)^2 - 1}}. \quad (A.7)$$

Очевидно, что при нулевой «начальной» скорости в рассматриваемом поле электрон вообще не будет ускоряться. При малой тепловой скорости $V_T \ll c$ на самых малых высотах его движение будет очень медленным, и для того чтобы набрать скорость, заметно превышающую тепловую, ему потребуется очень большое время. Этому участку траектории (где мы положили $\Gamma_0 + 1 \rightarrow 2$ и опустили в подынтегральном выражении слагаемые с ξ^2) соответствует асимптотика интеграла (A.7), равная

$$\tau(\zeta) = \frac{\zeta}{2\sqrt{\Gamma_0 - 1}}, \quad \zeta \ll \sqrt{\Gamma_0^2 - 1}. \quad (\text{A.8})$$

В области, где скорость начинает существенно отличаться от тепловой, возникает логарифмическая асимптотика

$$\tau(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\Gamma_0 - 1}^{\zeta_*} \frac{d\xi}{\xi}, \quad \Gamma_0^2 - 1 \ll \zeta_* \ll 1 \quad (\text{A.9})$$

с вкладом от нижнего предела, определяющим временной масштаб начальной области ускорения $\tau = \bar{\tau}$ в соответствии с выражением (25) основного текста. Она соответствует разложению подынтегрального выражения в (A.7) по $(\Gamma_0^2 - 1)/\xi^2$ с учетом $\xi^2 \ll 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Малофеев, И. Ф. Малов, *Астрон. ж.* **57**, 90 (1980).
2. V. M. Malofeev, in *Pulsars: Problems and Progress*, ASP Conf. Series (1996), Vol. 105, p. 271.
3. В. М. Малофеев, *Каталог радиоспектров пульсаров*, ПРАО АКЦ ФИАН, Пушкино (1999).
4. И. Ф. Малов, *Радиопульсары*, Наука, Москва (2004).
5. V. M. Kontorovich and A. B. Flanchik, in *Actual Problems of Extragalactic Astronomy-2011*, ed. by R. Dagkesamancki, PRAO ASC LPI, Pushchino (2011); arXiv:astro-ph/1201.0261.
6. V. M. Kontorovich, in *JENAM 2011. Book of Abstracts*, St-Petersburg (2011), p. 70.
7. V. M. Kontorovich and A. B. Flanchik, in *Physics of Neutron Stars NS-2011. Book of Abstracts*, p. 75. <http://www.ioffe.ru/astro/NS2011/index.html>.
8. F. G. Smith, *Pulsars*, CUP, Cambridge (1977).
9. V. S. Beskin, *MHD Flows in Compact Astrophysical Objects*, Springer, Berlin-Heidelberg (2010).
10. R. N. Manchester, in *Neutron Stars and Pulsars*, ed. by W. Becker, Springer, Berlin-Heidelberg (2009).
11. В. В. Железняков, *Излучение в астрофизической плазме*, Янус-К, Москва (1997).
12. M. A. Ruderman and P. G. Sutherland, *Astrophys. J.* **196**, 51 (1975).
13. V. V. Usov, *Astrophys. J.* **320**, 333 (1987).
14. V. S. Beskin, A. G. Gurevich, and Ya. N. Istomin, *Physics of the Pulsar Magnetosphere*, CUP, Cambridge (1993).
15. P. B. Jones, *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **218**, 477 (1986).
16. J. Arons and E. T. Scharlemann, *Astrophys. J.* **231**, 854 (1979).
17. A. K. Harding and A. G. Muslimov, *Astrophys. J.* **508**, 328 (1998).
18. J. Dyks and B. Rudak, *Astron. Astrophys.* **362**, 1004 (2000); arXiv:astro-ph/0006256.
19. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1994).
20. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley, New York (1962).
21. В. Л. Гинзбург, *УФН* **103**, 393 (1971).
22. Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, А. П. Прудников, *Таблицы неопределенных интегралов*, Наука, Москва (1986).
23. P. Haensel, A. Potekhin, and D. Yakovlev, *Neutron Stars*, Kluwer Acad. Publ., Boston-Dordrecht-London (2009).