

ВКЛАД КОСМОЛОГИЧЕСКИХ СКАЛЯРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В УГЛОВОЙ СПЕКТР СКОРОСТЕЙ ВНЕГАЛАКТИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ

А. О. Маракулин^{a,}, О. С. Сажина^{a,b}, М. В. Сажин^{a,b}*

*^a Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119992, Москва, Россия*

*^b Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга
119992, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 октября 2011 г.

Рассматривается возможность влияния адиабатических скалярных возмущений на угловой спектр скоростей внегалактических источников. Вычисляются мультипольные коэффициенты разложения поля угловых скоростей по векторным сферическим функциям. Показано, что для пространственно-плоской Вселенной на пылевидной стадии вклад адиабатических возмущений в угловой спектр отсутствует, а на стадии доминирования Λ -члена имеется вклад только в электрические мультипольные коэффициенты. Отдельно рассмотрены случаи длинноволновых и коротковолновых возмущений. Обсуждается связь мультипольного спектра угловых скоростей с первичным спектром скалярных возмущений.

1. ВВЕДЕНИЕ

При построении опорной системы отсчета ICRF (International Celestial Reference Frame) [1, 2], основанной на результатах многолетних наблюдений внегалактических источников с помощью сети РСДБ (радиоинтерферометров со сверхдлинными базами), использовался кинематический принцип построения систем отсчета [3]. Предполагалось, что квазары и другие объекты, определяющие ICRF, расположены на таких больших расстояниях от наблюдателя, что их возможные перемещения по небесной сфере намного меньше современной точности наблюдений, и поэтому собственные движения и параллаксы этих объектов можно считать пренебрежимо малыми. Однако наблюдения показали, что внегалактические источники обладают большими угловыми скоростями [4], так что видимые линейные скорости таких источников оказываются зачастую большими скорости света.

Существует несколько причин для объяснения таких видимых движений. Одна из них — кинематический эффект Блэнфорд–Риса, связанный с

тем, что астрономы наблюдают проекцию выброса (джета) квазара или джета из ядра активной галактики и эта проекция движется с видимой скоростью, значительно превышающей скорость света [5, 6].

Следующая причина заключается в том, что траектория луча света от внегалактического источника не является прямой линией, а представляет собой искривленную траекторию из-за нестационарности пространства-времени. Такое явление возникает из-за переменного гравитационного поля, которое может представлять собой либо гравитационное поле скалярного типа с источниками, либо поле без источников — гравитационные волны.

В ряде работ исследовалось воздействие гравитационных волн на видимое положение внегалактических радиосточников [7–10]. Такой метод детектирования космологических гравитационных волн оказался очень перспективным, и ряд авторов использовали этот метод для определения верхних пределов плотности энергии космологических гравитационных волн. Поскольку в этом случае видимые движения внегалактических источников (даже сильно разнесенных на сфере) являются коррелированными, удобно использовать разложение угловых скоростей по векторным сферическим функциям и даль-

*E-mail: marakulin@physics.msu.ru

ше работать уже с мультипольными коэффициентами углового спектра видимых движений. Так, мультипольный спектр угловых скоростей источников может быть интерпретирован как детектирование космологических гравитационных волн [11, 12].

Отдельно следует упомянуть, что вклад в самую низкую гармонику — дипольную — дает ускорение по направлению к центру нашей Галактики [10, 13–16] (ускоренное движение относительно реликтового излучения).

Другой причиной видимого перемещения внегалактических источников может быть слабое микролинзирование этих источников звездами и телами нашей Галактики [17–21]. При этом движения радиоисточников, разнесенных на большие углы, не будут коррелированными, поскольку значимое влияние эффекта слабого микролинзирования происходит на угловых расстояниях порядка ста размеров конуса Эйнштейна, что не превышает одной угловой секунды.

Согласно современным наблюдательным данным [22], дипольная и квадрупольная гармоники углового спектра видимых скоростей внегалактических источников не могут быть объяснены только случайными движениями [23]. В связи с этим становится актуальным поиск возможных механизмов, искривляющих траектории лучей света от внегалактических источников и вносящих существенный вклад в угловой спектр видимых скоростей. Среди них могут быть как космологические гравитационные волны, так и гравитационные поля скалярной и векторной природы, которые также могут создавать ахроматический коэффициент преломления лучей света на пути от источника к наблюдателю.

В настоящей работе рассматривается влияние скалярных космологических адиабатических возмущений на наблюдаемый угловой спектр скоростей внегалактических источников. Особое внимание уделено скалярным возмущениям в случае пространственно-плоской Вселенной, когда основной вклад в суммарную плотность энергии вносит Λ -член (стадия доминирования Λ -члена или, иначе, стадия современного ускоренного расширения). Показано, что скалярные возмущения вносят вклад только в электрические мультипольные коэффициенты (E -компонента векторного поля скоростей) и не дают вклада в магнитные мультипольные коэффициенты (M -компонента), что хорошо согласуется с наличием сигнала в электрических дипольной и квадрупольной гармониках в наблюдаемом угловом спектре видимых движений.

2. СВЕТОПОДОБНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ВО ВСЕЛЕННОЙ С ВОЗМУЩЕНИЯМИ

Видимое направление на источник на фоне нестационарного пространства-времени можно вычислить двумя способами. Первый заключается в том, чтобы решить уравнение геодезической линии с краевыми условиями: геодезическая кривая выходит из положения внегалактического радиоисточника и приходит к наблюдателю. Второй способ более простой, он был использован при вычислении задержки, которая возникает в поле гравитационной волны при распространении импульса от пульсара к наблюдателю [24, 25]. Уравнение, описывающее задержку в поле гравитационных волн, получается из равенства нулю интервала, $ds = 0$, и имеет вид

$$T_d = \frac{1}{2} \int h_{\mu\nu} u^\mu u^\nu dl. \quad (1)$$

Вообще говоря, вычисление задержки (1) между двумя телескопами системы РСДБ исчерпывает задачу определения направления на источник. Авторы статьи [9] в подробностях рассмотрели эту задачу, в частности, показали эквивалентность двух перечисленных выше методов. Кратко повторим основные аргументы этой статьи и найдем видимое направление на далекий источник не только в случае поля гравитационных волн, как сделали авторы предыдущих работ, но и в случае возмущений скалярного типа. Мы будем рассматривать только адиабатические возмущения.

Запишем метрику, включающую малые возмущения на фоне пространственно-плоской, однородной и изотропной Вселенной модели Фридмана, в конформном виде:

$$ds^2 = a^2 (d\eta^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2) + a^2 h_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (2)$$

Светоподобные геодезические, по которым распространяются фотоны в расширяющейся Вселенной, инвариантны относительно масштабных преобразований [26], поэтому для удобства дальнейших вычислений мы будем использовать конформные величины. Введем параметризацию геодезических с помощью аффинного параметра λ и обозначим невозмущенную геодезическую как $x^{(0)\mu}(\lambda)$, а геодезическую с учетом возмущений первого порядка малости — как $x^\mu(\lambda) = x^{(0)\mu}(\lambda) + x^{(1)\mu}(\lambda)$. В случае светоподобных геодезических роль аффинного параметра будет играть конформное время.

Коэффициенты аффинной связности, согласованные с метрикой, можно также представить в ви-

де суммы слагаемых нулевого и первого порядков малости:

$$\Gamma_{\alpha\beta}^{\mu} = \Gamma_{\alpha\beta}^{(0)\mu} + \Gamma_{\alpha\beta}^{(1)\mu}. \quad (3)$$

В случае, когда мы используем конформные координаты, метрика (2) в нулевом порядке представляет собой метрику Минковского и $\Gamma_{\alpha\beta}^{(0)\mu} = 0$. Для слагаемого первого порядка справедливо выражение

$$\Gamma_{\alpha\beta}^{(1)\mu} = \frac{1}{2} \left(h_{\beta,\alpha}^{\mu} + h_{\alpha,\beta}^{\mu} - h_{\alpha\beta}^{\mu} \right). \quad (4)$$

Введем также обозначения

$$k^{(0)\mu}(\lambda) = \frac{dx^{(0)\mu}(\lambda)}{d\lambda},$$

$$k^{(1)\mu}(\lambda) = \frac{dx^{(1)\mu}(\lambda)}{d\lambda}.$$

Для невозмущенной геодезической справедливо равенство

$$x^{(0)\mu}(\lambda_2) = x^{(0)\mu}(\lambda_1) + (\lambda_2 - \lambda_1) k^{(0)\mu}. \quad (5)$$

В первом порядке малости по возмущениям метрики уравнение геодезической имеет вид

$$\frac{d^2 x^{(1)\mu}}{d\lambda^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^{(1)\mu} \frac{dx^{(0)\alpha}}{d\lambda} \frac{dx^{(0)\beta}}{d\lambda} = 0. \quad (6)$$

Введя обозначение [9, 27]

$$\begin{aligned} f^{(1)\mu} &= -\Gamma_{\alpha\beta}^{(1)\mu} \frac{dx^{(0)\alpha}}{d\lambda} \frac{dx^{(0)\beta}}{d\lambda} = \\ &= \frac{1}{2} \partial^{\mu} h_{\alpha\beta} k^{(0)\alpha} k^{(0)\beta} - \partial_{\beta} h_{\alpha}^{\mu} k^{(0)\alpha} k^{(0)\beta}, \end{aligned} \quad (7)$$

можно записать решение уравнения (6)

$$\begin{aligned} x^{(1)\mu}(\lambda_2) &= x^{(1)\mu}(\lambda_1) + (\lambda_2 - \lambda_1) k^{(1)\mu} + \\ &+ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (\lambda_2 - \lambda) f^{(1)\mu}(\lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (8)$$

После подстановки (7) в формулу (8) и интегрирования по частям получается выражение (1) для временной координаты.

Временная и пространственная компоненты 4-вектора $k^{(1)\mu}(\lambda)$ даются выражениями [9]

$$k^{(1)0} = -\frac{1}{2} k^{(0)\mu} h_{\mu\nu} k^{(0)\nu} - k^{(0)i} \eta_{ij} k^{(1)j}, \quad (9)$$

$$(\lambda_2 - \lambda_1) k^{(1)i}(\lambda_1) = - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (\lambda_2 - \lambda) f^{(1)i}(\lambda) d\lambda. \quad (10)$$

Приведенные формулы позволят нам вычислить угловые скорости внегалактических источников, возникающие вследствие влияния скалярных возмущений на светоподобные геодезические.

3. СКАЛЯРНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ И УГЛОВЫЕ СКОРОСТИ ИСТОЧНИКОВ

Обозначим как \mathbf{n} единичный трехмерный вектор, направленный от точки наблюдения (в нулевом порядке по возмущениям) к источнику. Пусть источник находится в точке $x^{(0)\mu}(\lambda_2 = \eta_0 - L) = (\eta_0 - L, 0^i)$. Нулевая геодезическая соединяет ее с точкой $x^{(0)\mu}(\lambda_1 = \eta_0 + \Delta_A)$. Текущая точка на нулевой геодезической в этом случае будет иметь координаты $x^{(0)\mu}(\lambda) = (\lambda, -(\lambda - \eta_0 + L) \mathbf{n})$, а конечная — $x^{(0)\mu}(\lambda_1) = (\eta_0 + \Delta_A, -(\Delta_A + L) \mathbf{n})$. Индекс «A» обозначает антенну-приемник.

В действительности при наличии возмущений свет не будет распространяться по нулевой геодезической, и в точку пространства $x^{(0)i}(\lambda_1)$ сигнал придет в другой момент времени. Точка реального приема сигнала будет иметь координаты $x^{(0)\mu}(\lambda_1) + (x^{(1)0}(\lambda_1), 0^i)$. При наблюдениях с помощью РСДБ это будет интерпретироваться как задержка сигнала.

Рассмотрим скалярные возмущения метрики в космологической модели Фрийдмана в импульсном пространстве в конформной ньютоновой калибровке:

$$h_{00} = 2\Phi(\eta, \mathbf{p}) \exp\{-i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n})(\eta - \eta_0 + L)\}, \quad (11)$$

$$h_{0i} = 0, \quad (12)$$

$$h_{ij} = -2\Psi(\eta, \mathbf{p}) \exp\{-i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n})(\eta - \eta_0 + L)\} \delta_{ij}. \quad (13)$$

В приближении идеальной жидкости справедливо соотношение

$$\Psi(\eta, \mathbf{p}) = -\Phi(\eta, \mathbf{p}). \quad (14)$$

В этом случае из (10) следует, что

$$\begin{aligned} k^{(1)i} &= \frac{1}{L + \Delta_A} \int_{\eta_0 + \Delta_A}^{\eta_0 - L} d\eta (\eta_0 - L - \eta) \times \\ &\times \exp\{-i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n})(\eta - \eta_0 + L)\} \{-2i\Phi(\eta, \mathbf{p}) p^i + \\ &+ 2ip(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_p) \Phi(\eta, \mathbf{p}) n^i - 2\partial_{\eta} \Phi(\eta, \mathbf{p}) n^i\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Временную задержку с точностью до первого порядка малости мы можем найти по формуле [1]

$$T_d = \mathbf{b} \cdot \mathbf{s}, \quad (16)$$

где \mathbf{b} — вектор базы интерферометра, \mathbf{s} — единичный вектор в направлении на источник.

Введем декартову систему координат таким образом, чтобы векторы имели вид

$$\mathbf{n} = \alpha \hat{\mathbf{x}} + \beta \hat{\mathbf{y}} + \gamma \hat{\mathbf{z}}, \quad (17)$$

$$\mathbf{p} = p \hat{\mathbf{z}}. \quad (18)$$

Осуществим координатное преобразование:

$$\eta' = \eta (1 + \Phi \exp \{-i (\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}) (\Delta_A + L)\}), \quad (19)$$

$$x'^i = x^i (1 - \Phi \exp \{-i (\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}) (\Delta_A + L)\}). \quad (20)$$

В новых координатах (19), (20) в точке приема сигнала метрика (2) принимает вид метрики модели Фридмана. При этом временная задержка (16) может быть вычислена в любой системе координат как

$$T_d = \mathbf{b} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{b}' \cdot \mathbf{s}'. \quad (21)$$

Единичный вектор в направлении на источник имеет вид [9]

$$s^\mu = -\frac{k^\mu}{|u \cdot k|} + u^\mu \frac{u \cdot k}{|u \cdot k|}. \quad (22)$$

Легко видеть, что этот вектор пространственно-подобен и имеет единичную норму. Используя (9), имеем

$$s^i = n^i - k^{(1)i} - k^{(1)0} n^i = n^i - k^{(1)i} + \frac{1}{2} n^m h_{mj} n^j n^i + \frac{1}{2} h_{00} n^i - n_m k^{(1)m} n^i. \quad (23)$$

Определим следующую тройку векторов:

$$\mathbf{b}_{(1)} = B \hat{\mathbf{x}}', \quad (24)$$

$$\mathbf{b}_{(2)} = B \hat{\mathbf{y}}', \quad (25)$$

$$\mathbf{b}_{(3)} = B \hat{\mathbf{z}}'. \quad (26)$$

Каждый из этих векторов будем рассматривать как базу интерферометра и найдем компоненты единичного вектора в направлении на источник \mathbf{s}' в декартовой системе координат $\hat{\mathbf{x}}'$, $\hat{\mathbf{y}}'$, $\hat{\mathbf{z}}'$. Во введенных обозначениях они примут вид

$$s'^x = \alpha - \frac{2ip\alpha\gamma}{L + \Delta_A} \int_{\eta_0 + \Delta_A}^{\eta_0 - L} d\eta (\eta_0 - L - \eta) \times \exp \{-ip\gamma (\eta - \eta_0 + L)\} \Phi (\eta, \mathbf{p}) + \alpha \exp \{-ip\gamma (\Delta_A + L)\} \Phi (\eta_0 + \Delta_A, \mathbf{p}), \quad (27)$$

$$s'^y = \beta - \frac{2ip\beta\gamma}{L + \Delta_A} \int_{\eta_0 + \Delta_A}^{\eta_0 - L} d\eta (\eta_0 - L - \eta) \times \exp \{-ip\gamma (\eta - \eta_0 + L)\} \Phi (\eta, \mathbf{p}) + \beta \exp \{-ip\gamma (\Delta_A + L)\} \Phi (\eta_0 + \Delta_A, \mathbf{p}), \quad (28)$$

$$s'^z = \gamma - \frac{2ip\gamma^2}{L + \Delta_A} \int_{\eta_0 + \Delta_A}^{\eta_0 - L} d\eta (\eta_0 - L - \eta) \times \exp \{-ip\gamma (\eta - \eta_0 + L)\} \Phi (\eta, \mathbf{p}) + \gamma \exp \{-ip\gamma (\Delta_A + L)\} \Phi (\eta_0 + \Delta_A, \mathbf{p}) + \frac{2ip}{L + \Delta_A} \int_{\eta_0 + \Delta_A}^{\eta_0 - L} d\eta (\eta_0 - L - \eta) \times \exp \{-ip\gamma (\eta - \eta_0 + L)\} \Phi (\eta, \mathbf{p}). \quad (29)$$

Вектор угловой скорости источника вычисляется по формуле

$$\boldsymbol{\mu}' = \partial_{\eta'_0} \mathbf{s}'. \quad (30)$$

Запишем компоненты угловой скорости $\boldsymbol{\mu}'$ в более удобной для наших целей сферической системе координат. Поскольку угловая скорость является величиной первого порядка малости по возмущениям, нам достаточно будет выражений для α , β и γ в нулевом порядке:

$$\alpha \approx \sin \theta' \cos \phi', \quad (31)$$

$$\beta \approx \sin \theta' \sin \phi', \quad (32)$$

$$\gamma \approx \cos \theta'. \quad (33)$$

Компоненты угловой скорости в сферической системе координат будут иметь вид

$$\mu'_r = \exp \{-ip \cos \theta' (\Delta_A + L)\} \times \partial_{\eta_0} \Phi (\eta_0 + \Delta_A, \mathbf{p}), \quad (34)$$

$$\mu'_\theta = \frac{2ip}{L + \Delta_A} \partial_{\eta_0} \int_{\eta_0 - L}^{\eta_0 + \Delta_A} d\eta (\eta_0 - L - \eta) \times \exp \{-ip \cos \theta' (\eta - \eta_0 + L)\} \Phi (\eta, \mathbf{p}) \sin \theta', \quad (35)$$

$$\mu'_\phi = 0. \quad (36)$$

Компонента μ'_ϕ равна нулю при любом законе эволюции потенциала $\Phi(\eta)$. Компонента μ'_r в общем случае нулю не равна, однако ее измерение с требуемой точностью невозможно. Радиальную компоненту угловой скорости, связанную с отклонением света от нулевой геодезической, можно было бы отличить от таковой, связанной с хаббловским потоком, только если бы мы имели возможность определить расстояние до источника независимым методом с требуемой точностью. Поэтому основной интерес для нас представляет компонента угловой скорости μ'_θ .

4. СКАЛЯРНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ НА ПЫЛЕВИДНОЙ И Λ -ДОМИНИРОВАННОЙ СТАДИЯХ

Легко видеть, что в частном случае Вселенной, заполненной нерелятивистским веществом, скалярные возмущения не будут вносить вклад в наблюдаемый спектр угловых скоростей. Для стадии доминирования нерелятивистского вещества преобладающей является постоянная мода [26]

$$\Phi(\eta) = \Phi = \text{const.} \quad (37)$$

Отклонения света от невозмущенной геодезической являются стационарными, и поэтому видимая угловая скорость, вызванная адиабатической скалярной модой, на пылевидной стадии отсутствует:

$$\mu = 0. \quad (38)$$

Для применения полученных результатов к нашей Вселенной в рамках стандартной космологической Λ CDM-модели, необходимо знать закон эволюции гравитационного потенциала $\Phi(\eta)$. В аналитическом виде эта зависимость не выражается и, как следствие, аналитических выражений для компонент угловой скорости и мультипольных коэффициентов углового спектра получить не удается. Однако ряд качественных особенностей можно обнаружить, рассматривая возмущения глубоко на Λ -доминированной стадии, имея в виду, конечно, что численные оценки в этом случае справедливы лишь по порядку величины.

Гравитационный потенциал в случае Λ -доминированной стадии имеет следующий вид [26, 28]:

$$\Phi = \Phi_1(\eta_\infty - \eta) + \Phi_2(\eta_\infty - \eta)^3, \quad (39)$$

где η_∞ — конформный момент времени бесконечно удаленного будущего. Оба слагаемых представляют

собой падающие моды ($a \sim (\eta_\infty - \eta)^{-1}$), причем второе слагаемое убывает при расширении Вселенной значительно быстрее.

Выразим гравитационный потенциал на Λ -доминированной стадии через потенциал на стадии доминирования нерелятивистского вещества. Условия сшивки решений и их первых производных в момент перехода на стадию Λ -доминирования имеют вид

$$\Phi_0 = \Phi_1(\eta_\infty - \eta_\Lambda) + \Phi_2(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^3, \quad (40)$$

$$0 = 3\Phi_2(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2 + \Phi_1, \quad (41)$$

откуда для доминирующей моды имеем выражение

$$\Phi(\eta, \mathbf{p}) \approx \frac{3\Phi_0(\mathbf{p})}{2} \frac{\eta_\infty - \eta}{\eta_\infty - \eta_\Lambda} \times \exp\{-i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n})(\eta - \eta_0 + L)\}, \quad (42)$$

где через $\Phi_0(\mathbf{p})$ обозначен гравитационный потенциал на пылевидной стадии.

Применим результаты наших вычислений (35) и (36) к потенциалу, эволюционирующему таким образом. Интересующая нас компонента угловой скорости μ_θ в сферической системе координат имеют следующий вид:

$$\mu_\theta = 3\Phi_0(\mathbf{p}) \frac{ip}{\eta_\infty - \eta_\Lambda} \frac{\sin \theta}{L + \Delta_A} \partial_{\eta_0} \times \int_{\eta_0 - L}^{\eta_0 + \Delta_A} d\eta (\eta_0 - L - \eta)(\eta_\infty - \eta) \times \exp\{-ip \cos \theta (\eta - \eta_0 + L)\}. \quad (43)$$

Компонента μ_ϕ , как и в общем случае, равна нулю.

5. МУЛЬТИПОЛЬНЫЙ СПЕКТР УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ

Угловые скорости представляют собой векторное поле на сфере. Такие поля можно анализировать, разлагая их в ряд Фурье. При разложении векторного поля в ряд по обычным сферическим функциям $Y_l^m(\theta, \phi)$ возникнет «перемешивание». Амплитуды гармоник a_{lm} будут связаны с амплитудами гармоник со степенями, отличающимися на ± 1 . Такое разложение не будет вращательно-инвариантным, и в различных системах координат, повернутых друг относительно друга, амплитуды спектра, возникающего при разложении в ряд по сферическим функциям, являются разными. Для того чтобы тако-

го «перемешивания» не возникало, векторное поле надо раскладывать в ряд по векторным сферическим функциям [29]. Большинство исследователей, работающих с распределением угловых скоростей по небесной сфере, используют так называемые электрические и магнитные векторные сферические функции [10–12, 23, 30], которые определяются с точностью до несущественного коэффициента, по модулю равного единице, следующим образом:

$$\mathbf{Y}_{lm}^E(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \times \left(\mathbf{e}_\theta \frac{\partial Y_{lm}(\phi, \theta)}{\partial \theta} + \mathbf{e}_\phi \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Y_{lm}(\phi, \theta)}{\partial \phi} \right), \quad (44)$$

$$\mathbf{Y}_{lm}^M(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \times \left(-\mathbf{e}_\phi \frac{\partial Y_{lm}(\phi, \theta)}{\partial \theta} + \mathbf{e}_\theta \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Y_{lm}(\phi, \theta)}{\partial \phi} \right). \quad (45)$$

Будем проводить наши вычисления с указанным набором векторных сферических функций. Для дальнейших вычислений воспользуемся формулой разложения комплексной экспоненты в ряд по полиномам Лежандра [31]:

$$e^{-ix \cos \theta} = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (-i)^l j_l(x) P_l(\cos \theta). \quad (46)$$

Нетрудно видеть, что отличными от нуля будут только мультипольные коэффициенты разложения по электрическим векторным сферическим гармоникам для $m = 0$:

$$a_{l0}^E = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta d\phi (\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{Y}_{l0}^E) = \frac{6ip}{\eta_\Lambda - \eta_\infty} \Phi_0(\mathbf{p}) (-i)^{l+1} \sqrt{\pi l(l+1)(2l+1)} F_l, \quad (47)$$

где через F_l обозначено выражение

$$F_l = \frac{(-1)^{l+1}}{p^2 L} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^{pL} \frac{J_{l+1/2}(x)}{\sqrt{x}} dx. \quad (48)$$

Мультипольные коэффициенты разложения по магнитным векторным сферическим функциям будут равны нулю. Заметим, что отсутствие вклада в магнитные мультиполи справедливо не только на Λ -доминированной стадии, но является общим свойством скалярных возмущений и может служить тестом последних. В этом легко убедиться, воспользовавшись формулами (35) и (45).

Вращательно-инвариантные мультипольные коэффициенты разложения по электрическим векторным сферическим функциям имеют вид

$$C_l^E = \frac{36}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2} p^2 |\Phi_0(\mathbf{p})|^2 \pi l(l+1) F_l^2. \quad (49)$$

Содержащийся в формуле (48) интеграл выражается через обобщенную гипергеометрическую функцию [32] как

$$\int_0^{pL} \frac{J_{l+1/2}(x)}{\sqrt{x}} dx = \frac{(pL)^{l+1}}{2^{l+1/2} (l+1) \Gamma(l+3/2)} \times {}_1F_2 \left(\frac{l+1}{2}, \frac{l+3}{2}, \frac{2l+3}{2}, -\frac{(pL)^2}{4} \right). \quad (50)$$

Вращательно-инвариантные величины принимают вид

$$C_l^E = \frac{18\pi^2}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2} |\Phi_0(\mathbf{p})|^2 \frac{l}{(l+1)} \frac{(pL)^{2l}}{2^{2l+1} \Gamma^2(l+3/2)} \times {}_1F_2 \left(\frac{l+1}{2}, \frac{l+3}{2}, \frac{2l+3}{2}, -\frac{(pL)^2}{4} \right). \quad (51)$$

Отдельно рассмотрим случай длинноволновых и коротковолновых возмущений. В коротковолновом случае, при $pL \gg 1$, обобщенная гипергеометрическая функция ${}_1F_2$ имеет следующую асимптотику [33]:

$${}_1F_2 \left(\frac{l+1}{2}, \frac{l+3}{2}, \frac{2l+3}{2}, -\frac{(pL)^2}{4} \right) = \Gamma \left(\frac{l+3}{2} \right) \Gamma \left(\frac{2l+3}{2} \right) \times \left(\frac{(pL)^{-l-1}}{2^{-l-1}} \frac{1}{\Gamma((l+2)/2)} + \frac{(pL)^{-l-2}}{2^{-l-2}} \right) \times \frac{1}{\sqrt{\pi} \Gamma((l+1)/2)} \cos \left(pL - \frac{\pi(l+2)}{2} \right). \quad (52)$$

Таким образом, в случае коротковолновых возмущений вращательно-инвариантные мультипольные коэффициенты примут вид

$$C_l^E = \frac{36\pi}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2} |\Phi_0(\mathbf{p})|^2 \frac{l(l+1)}{p^2 L^2} \times \left(\frac{\sqrt{\pi} \Gamma((l+1)/2)}{2 \Gamma((l+2)/2)} + \frac{\cos(pL - \pi(l+2)/2)}{pL} \right)^2. \quad (53)$$

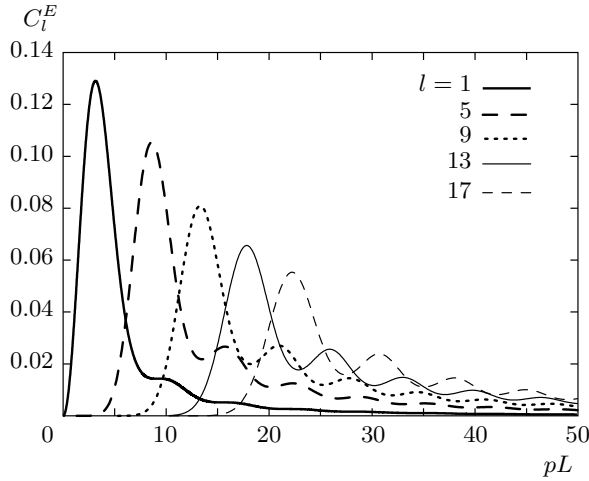


Рис. 1. Зависимости от pL относительных величин электрических мультипольных коэффициентов в случае плоской волны

В случае длинных волн, при $pL \ll 1$, обобщенная гипергеометрическая функция практически не отличается от единицы и

$$C_l^E = \frac{18\pi^2}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2} |\Phi_0(\mathbf{p})|^2 \frac{l}{l+1} \times \frac{(pL)^{2l}}{2^{2l+1}\Gamma^2(l+3/2)}. \quad (54)$$

Возмущения с более короткими длинами волн вносят вклад в более высокие мультиполи. Вращательно-инвариантный коэффициент C_l^E как функция p имеет характерный первый максимум, который достигается при тем большем значении, чем больше мультипольное число l (см. рис. 1).

Полученный спектр мультипольных электрических гармоник разложения поля угловых скоростей по векторным сферическим функциям связан с первичным спектром скалярных возмущений. В предположении гауссова характера возмущений спектр мощности для начальных значений гравитационного потенциала определяется соотношением [26]

$$\langle \Phi_{(i)}(\mathbf{p}) \Phi_{(i)}(\mathbf{p}') \rangle = \frac{P_\Phi(p)}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}'). \quad (55)$$

Гравитационный потенциал адиабатических возмущений, входящих под горизонт на пылевидной стадии, связан с начальным значением гравитационного потенциала следующим образом [26]:

$$\Phi_0 = \frac{9}{10} \Phi_{(i)}. \quad (56)$$

После интегрирования по трехмерному импульсу связь мультипольных коэффициентов с первичным спектром мощности гравитационного потенциала принимает следующий вид:

$$C_l^E = \frac{729}{100} \frac{l}{(l+1)} \int dp \frac{P_\Phi(p)}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2 L^2} \times \frac{(pL)^{2l+2}}{2^{2l+1}\Gamma^2(l+3/2)} \times {}_1F_2^2\left(\frac{l+1}{2}, \frac{l+3}{2}, \frac{2l+3}{2}, -\frac{(pL)^2}{4}\right). \quad (57)$$

Для случая плоского спектра Харрисона–Зельдовича,

$$P_\Phi(p) = \frac{2\pi^2}{p^3} A_\Phi, \quad (58)$$

где A_Φ — амплитуда возмущений, вращательно-инвариантные мультипольные коэффициенты имеют вид

$$C_l^E = \frac{729\pi^2}{50} \frac{A_\Phi}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2} \frac{l}{(l+1)} \int_0^\infty d(pL) \times \frac{(pL)^{2l-1}}{2^{2l+1}\Gamma^2(l+3/2)} \times {}_1F_2^2\left(\frac{l+1}{2}, \frac{l+3}{2}, \frac{2l+3}{2}, -\frac{(pL)^2}{4}\right). \quad (59)$$

Запишем это выражение в других обозначениях:

$$C_l^E = \mu_0^2 \kappa_l, \quad (60)$$

где величина

$$\mu_0^2 = \frac{A_\Phi}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2}$$

есть квадрат скорости видимого перемещения источников, а величина κ_l содержит зависимость мультипольных коэффициентов от номера мультиполя l (см. рис. 2). Для адиабатических скалярных возмущений амплитуда спектра известна из наблюдений анизотропии температуры космического микроволнового фона и составляет $A_\Phi = (4/9)A_R \approx 1.08 \cdot 10^{-9}$ [34], конформный момент времени смены замедленного расширения на ускоренное $\eta_\Lambda \approx 2.82H_0^{-1}$, а конформный момент бесконечно удаленного будущего $\eta_\infty \approx 4.57H_0^{-1}$ [28]. Хаббловское время $H_0^{-1} \approx 14$ млрд лет.

В результате имеем $\mu_0^2 \approx 7.65 \times 10^{-8}$ (мкс дуги/год)².

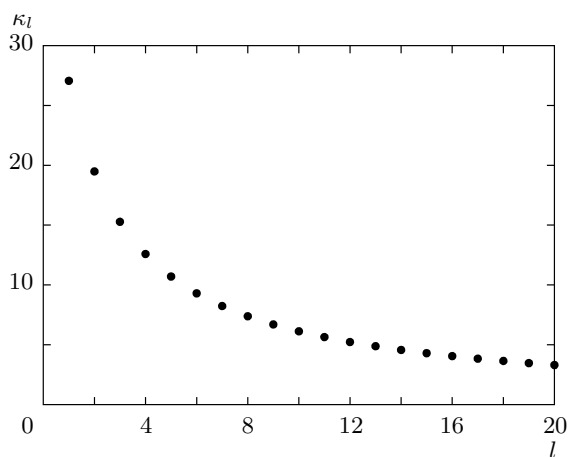


Рис. 2. Зависимость относительных величин электрических мультипольных коэффициентов κ_l в случае плоского спектра Харрисона–Зельдовича от номера мультиполя

В частности, для дипольной электрической гармоники справедлива оценка $C_1^E \approx 2.07 \times 10^{-6} \text{ (мкс дуги/год)}^2$, а для квадрупольной — $C_2^E \approx 1.49 \cdot 10^{-6} \text{ (мкс дуги/год)}^2$. Эти величины значительно меньше тех значений, которые получены в работе [23] на основании экспериментальных данных.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрен вклад скалярных возмущений в угловой спектр скоростей внегалактических источников в пространственно-плоской Вселенной. Вычислены мультипольные коэффициенты разложения поля угловых скоростей на сфере по векторным сферическим функциям. Показано, что для Вселенной, заполненной нерелятивистским веществом, такой вклад отсутствует, а в общем случае скалярные возмущения вносят вклад только в электрические мультипольные коэффициенты. Данный результат находится в согласии с экспериментальными данными, согласно которым в электрических дипольной и квадрупольной гармониках имеется сигнал, который нельзя объяснить только случайными движениями внегалактических источников [23], и скалярные возмущения могут вносить вклад в этот сигнал.

В то же время вклад, вносимый адиабатическими скалярными возмущениями для Вселенной, в которой доминирующий вклад в плотность энергии вносит Λ -член, в мультипольный спектр угловых скоростей внегалактических источников, весьма

мал. Характерные значения низших мультипольных коэффициентов, которые возникают вследствие наличия скалярных адиабатических возмущений, имеют порядок $10^{-6} \text{ (мкс дуги/год)}^2$. Это не позволяет полностью объяснить наблюдаемый сигнал в электрических гармониках влиянием адиабатических скалярных возмущений, эволюционирующих на Λ -доминированной стадии.

Авторы выражают благодарность А. Ф. Захарову за плодотворные обсуждения и ценные замечания. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-02-00961а), Программы Президента РФ (грант МК-473.2010.2) (О. С.), а также Министерства образования РФ (грант № 14.740.11.0085).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Е. Жаров, *Сферическая астрономия*, Век-2, Фрязино (2006).
2. С. Ма, Е. F. Arias, Т. М. Eubanks et al., *Astron. J.* **116**, 516 (1998).
3. Ж. Ковалевский, *Современная астрометрия*, Век-2, Фрязино (2004).
4. D. C. MacMillan, *Future Directions in High Resolution Astronomy*, ed. by J. D. Romney, M. J. Reid, The 10th Anniversary of the VLBI ASP Conf. Ser. (2003).
5. R. D. Blandford and A. Konigl, *Astrophys. J.* **232**, 34 (1979).
6. M. C. Begelman, R. D. Blandford, and M. J. Rees, *Rev. Mod. Phys.* **56**, 255 (1984).
7. M. V. Sazhin, D. G. Blair, and S. K. Jones, *Marcell Grossman Proc.* 1829 (1990).
8. V. B. Braginsky, N. S. Kardashev, A. G. Polnarev et al., *Nuovo Cimento* **105**, 1141 (1990).
9. T. Pyne, G. R. Gwinn, M. Birkinshaw et al., *Astrophys. J.* **465**, 566 (1996); arXiv:astro-ph/9507030v1.
10. C. R. Gwinn, T. M. Eubanks, T. Pyne et al., *Astrophys. J.* **485**, 87 (1997).
11. O. Titov, arXiv:0804.1403v4 [astro-ph].
12. O. Titov, arXiv:0805.1099v1 [astro-ph].
13. O. J. Sovers, J. L. Fanelow, and O. S. Jacobs, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 1393 (1998).
14. J. Kovalevsky, *Astron. Astrophys.* **404**, 743 (2003).

15. S. Klioner, *Astron. Astrophys.* **125**, 1580 (2003).
16. S. M. Koreikin and V. V. Makarov, *Astron. J.* **131**, 1471 (2005).
17. М. В. Сажин, *Письма в астрон. ж.* **22**, 643 (1996).
18. M. V. Sazhin, V. E. Zharov, A. V. Volynkin, and T. A. Kalinina, *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **300**, 287 (1998).
19. M. V. Sazhin, V. E. Zharov, and T. A. Kalinina, *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **323**, 952 (2001).
20. М. В. Сажин, В. Е. Жаров, К. В. Куимов и др., в кн.: *Космический астрометрический эксперимент ОЗИРИС*, гл. 3, под ред. Р. В. Рыхловой и К. В. Куимова, Век-2, Фрязино (2005).
21. М. В. Сажин, О. С. Сажина, М. С. Пширков, *Астрон. ж.* **88**, 1036 (2011).
22. O. Titov, S. B. Lambert, and A.-M. Gontier, arXiv:1009.3698v1[astro-ph.CO].
23. М. В. Сажин, О. С. Сажина, А. О. Маракулин, *Астрон. ж.* **88**, 1027 (2011).
24. М. В. Сажин, *Астрон. ж.* **55**, 65 (1978).
25. S. Detweiler, *Astrophys. J.* **234**, 1100 (1979).
26. Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков, *Введение в теорию ранней Вселенной*, т. 2, УРСС, Москва (2009).
27. T. Ruge and M. Birkinshaw, arXiv:astro-ph/9393020v1.
28. M. V. Sazhin, O. S. Sazhina, and U. Chadayammuri, arXiv:1109.2258v1 [astro-ph.CO].
29. И. М. Гельфанд, Р. А. Минлос, З. Я. Шапиро, *Представления группы вращений и группы Лоренца, их применения*, Физматлит, Москва (1958).
30. O. Titov and Z. Malkin, arXiv:0911.3221v1 [astro-ph.CO].
31. А. Ф. Никифоров, В. В. Уваров, *Основы теории специальных функций*, Наука, Москва (1969).
32. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, *Интегралы и ряды. Специальные функции*, Физматлит, Москва (1983).
33. Generalized hypergeometric function ${}_1F_2$, 07.22.06.0012.01; <http://functions.wolfram.com/PDF/Hypergeometric1F2.pdf>.
34. D. Larson, J. Dunkley, G. Hinshaw et al., *Astroph. J. Suppl. Ser.* **192**, 16 (2011).