

УСКОРЕНИЕ НЕМОНОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ СГУСТКОВ, ИНЖЕКТИРОВАННЫХ В КИЛЬВАТЕРНУЮ ВОЛНУ

*С. В. Кузнецов**

*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 27 декабря 2010 г.
после переработки 25 ноября 2011 г.

Проведено исследование процесса захвата и ускорения немонэнергетических электронных сгустков в кильватерной волне, возбуждаемой лазерным импульсом в плазменном канале. Электроны инжектируются в окрестность максимума потенциала кильватерной волны со скоростью, меньшей фазовой скорости волны. Изучено явление группировки электронов сгустка в энергетическом пространстве, возникающее в процессе ускорения при определенных условиях их инжекции в кильватерную волну и приводящее к минимизации разброса по энергии между ними. Определены факторы, влияющие на величину минимального разброса по энергии между электронами сгустка. Исследуется возможность монэнергетического ускорения в кильватерной волне электронных сгустков, генерируемых современными инжекторами.

1. ВВЕДЕНИЕ

Современное развитие лазерной техники, способной производить интенсивные лазерные импульсы, позволяет генерировать в плазме кильватерные волны, характеристики которых значительно отличаются от свойств линейной волны. Данное обстоятельство имеет большое значение для лазерно-плазменных методов ускорения электронов [1], исследуемых в настоящее время [2–4].

Одной из важных задач, которую необходимо решить для многих практических приложений при реализации процесса лазерно-плазменного ускорения, является получение после ускорения сгустка электронов достаточно высокой степени монэнергетичности [5]. Желательная степень монэнергетичности сгустка после ускорения (т.е. относительный разброс по энергии между электронами) должна быть не хуже 1%. Качество (монэнергетичность) ускоренного электронного сгустка зависит как от способа инжекции в лазерно-плазменную систему электронного сгустка и от его исходных характеристик, так и от свойств кильватерной волны, в которой происходит его захват и ускорение.

Теоретически было показано, что сгусток элек-

тронов для ускорения в кильватерной волне может быть сформирован из фоновых электронов плазмы. Например [3, 4], фоновые электроны плазмы могут быть захвачены нелинейной кильватерной волной при ее опрокидывании или при ее распространении в неоднородной плазме. Из плазмы захватываются ускоряемые электроны также и при взаимодействии лазерного импульса с плазмой в так называемом пузырьковом (bubble) режиме. Все эти процессы существенно нестационарны, причем инжекция электронов в кильватерную волну и последующее их ускорение кильватерной волной происходят в течение одного неразрывного процесса. Именно так было реализовано квазимоноэнергетическое ускорение электронных сгустков в недавних экспериментах [6].

Однако для успешной реализации эксперимента по монэнергетическому ускорению электронов в такой неразрывной схеме инжекции и ускорения подбор параметров лазерно-плазменной системы должен удовлетворять одновременному решению двух задач: формированию сгустка захваченных фоновых электронов с подходящими параметрами и генерации такой кильватерной волны, в которой возможно его монэнергетическое ускорение. Можно полагать, что управление экспериментом будет надежнее, а решение задачи монэнергетического ускоре-

*E-mail: shenau@rambler.ru

ния электронного сгустка станет более достижимым, если разделить инжекцию электронов в кильватерную волну и процесс генерации волны. Это возможно, если для получения ускоряемого сгустка электронов используется внешний инжектор.

В схемах ускорения электронов кильватерной волной с внешним инжектором при условии, что заряд электронного сгустка не столь велик, чтобы существенно влиять на генерацию кильватерной волны лазерным импульсом, проблема моноэнергетического лазерно-плазменного ускорения электронов распадается на две независимые задачи, которые теоретически и технологически можно решать раздельно — генерацию кильватерной волны, обладающей нужными характеристиками, и собственно ускорение электронного сгустка в ней. В настоящем исследовании вопросы генерации кильватерной волны лазерным импульсом не рассматриваются. Считается, что кильватерная волна стационарна, т. е. распространяется по волноводной структуре без изменения своей амплитуды и фазовой скорости, и все ее характеристики изначально известны и обладают нужными свойствами. Цель исследования состоит в выявлении такого режима инжекции и ускорения в заданной кильватерной волне сгустка электронов, чтобы величина разброса по энергии между электронами сгустка после ускорения была достаточно малой.

При использовании внешнего инжектора возникает проблема, препятствующая реализации моноэнергетического ускорения электронов. Известно [5], что для моноэнергетического ускорения сгустка электронов необходимо, чтобы его длина на стадии ускорения была много меньше длины кильватерной волны, размер которой довольно мал. Например, в случае использования импульса CO_2 -лазера, с помощью которого можно генерировать наиболее длинные кильватерные волны, ее длина составляет около 1000 мкм. Чтобы обеспечить моноэнергетичность сгустка ускоренных электронов в несколько процентов, его длина на стадии ускорения должна быть менее 10 мкм, иначе разные по величине силы, действующие со стороны кильватерного потенциала на разные электроны сгустка, приведут к накоплению слишком большого разброса по энергии между ними. Иными словами, величина энергии, получаемая электроном сгустка в поле кильватерной волны, очень чувствительна к начальным условиям процесса его ускорения в ней. Чем компактнее сгусток электронов в начале ускорения и чем меньше различаются начальные условия движения электронов в кильватерном поле по энергии инжекции, тем более моноэнергетичен будет процесс лазерно-плазменного

ускорения электронного сгустка.

Но современные инжекторы не могут приготовить столь короткие (10 мкм и менее) сгустки электронов. Поэтому в случае использования внешнего инжектора как генератора сгустков электронов для ускорения предполагается, что процесс взаимодействия электронов сгустка с кильватерным полем организован таким образом, что на стадии их захвата в кильватерную волну происходит существенное сокращение длины сгустка. Существует несколько основных схем ввода электронного сгустка в лазерно-плазменную систему.

На конференциях [7, 8] была предложена схема, в которой сгусток электронов инжектируется в плазменный канал впереди лазерного импульса, генерирующего кильватерную волну, но со скоростью, меньшей фазовой скорости волны. Было показано, что после стадии захвата длина сгустка может сокращаться в сотни раз, что в принципе позволяет использовать сгустки от современных инжекторов, которые к началу стадии ускорения могут быть приведены к достаточно малой длине и затем ускорены до больших значений энергии с очень малым энергетическим разбросом (около 0.1 %) между электронами [9]. Большую роль в достижении этого результата играет то обстоятельство, что в этой схеме инжекции сгусток инжектируется в область пространства перед лазерным импульсом, свободную от внешних полей. Поэтому если сгусток моноэнергетичен в момент инжекции и влиянием собственного заряда сгустка на движение электронов можно пренебречь, то все электроны сгустка начинают свое движение с одинаковыми начальными условиями в энергетическом плане и их траектории подобны друг другу. Учет начальной немоноэнергетичности инжектированного сгустка электронов [10, 11] приводит к разбросу начальных условий движения электронов сгустка, что сразу ухудшает моноэнергетичность процесса ускорения сгустка. Тем не менее и в этом случае при выборе подходящих условий инжекции возможно ускорение сгустка электронов до энергий в несколько гигаэлектронвольт при относительном разбросе по энергии между ними менее 1 % [11].

Однако в этой схеме инжекции неизбежно возникает воздействие лазерного импульса на электроны, когда лазерный импульс обгоняет сгусток, что может ухудшать поперечный эмиттанс сгустка. Кроме того, стадия захвата сгустка кильватерной волной получается более длинной. Этих недостатков лишены схемы инжекции, в которых электронный сгусток инжектируется позади лазерного импульса, т. е. сразу в кильватерное поле.

Одна из давно известных схем ввода сгустка в лазерно-плазменную систему предлагает инжектировать электроны в область максимума потенциала кильватерной волны со скоростью, меньшей фазовой скорости волны, т. е. с энергией, меньшей резонансной, но достаточной для их захвата кильватерной волной для последующего ускорения. Было показано [12], что в этой схеме инжекции на стадии захвата также происходит продольное сжатие сгустка к меньшей длине, более подходящей для последующего моноэнергетического ускорения.

Но инжекция относительно длинного сгустка электронов в область фаз кильватерной волны вблизи максимума кильватерного потенциала приводит к тому, что разные его электроны, ввиду конечной длины сгустка, изначально оказываются в точках пространства с очень разными значениями кильватерного потенциала. С одной стороны, именно в результате этого в дальнейшем происходит продольное сжатие сгустка на стадии захвата, а с другой стороны, влияние начальных условий на движение электронов в поле кильватерной волны усиливается. В общем случае это обстоятельство не благоприятствует моноэнергетическому ускорению электронов.

Настоящая работа посвящена исследованию процесса захвата и ускорения электронного сгустка, когда электроны инжектируются в окрестность максимума потенциала такой кильватерной волны, которая характеризуется, по сравнению с линейной кильватерной волной, бóльшим перекрытием ускоряющей и фокусирующей фаз. Данное обстоятельство позволяет при некоторых условиях ослабить влияние размеров сгустка на моноэнергетичность его лазерно-плазменного ускорения. Помимо конечной длины сгустка учитывается также его исходная немоноэнергетичность как дополнительный фактор, приводящий к различию в начальных условиях движения электронов сгустка в поле кильватерной волны и влияющий на разброс по энергии электронов в ускоряющемся сгустке. Для одномерного сгустка аналитически показано, что, хотя начальные условия движения индивидуальных электронов сгустка, инжектированного в кильватерное поле, различны и их траектории не совпадают, в энергетическом пространстве траектории электронов при определенных условиях инжекции сгустка на некоторой длине ускорения одновременно сходятся в очень малую область. В результате это явление обеспечивает высокую моноэнергетичность сгустка при большой средней энергии ускоренных электронов. Посредством численного моделирования показано, что такой же

эффект в аналогичных условиях проявляется и при ускорении неоднородных электронных сгустков.

2. УСКОРЕНИЕ КОРОТКОГО НЕМОНОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СГУСТКА ЭЛЕКТРОНОВ В КИЛЬВАТЕРНОЙ ВОЛНЕ

Для описания движения релятивистских электронов ускоряемого сгустка в кильватерном поле, генерируемом осесимметричным лазерным импульсом, распространяющимся вдоль оси z , будем использовать уравнения движения в форме [13]

$$\frac{dp_z}{d\tau} = F_z(\xi, \rho), \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{p}_r}{d\tau} = \mathbf{F}_r(\xi, \rho), \quad (2)$$

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{p_z}{\sqrt{1+p_z^2+p_r^2}} - \beta, \quad (3)$$

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \frac{\mathbf{p}_r}{\sqrt{1+p_z^2+p_r^2}}, \quad (4)$$

где p_z и $\mathbf{p}_r = \{p_x, p_y\}$ — нормированные на mc продольный и перпендикулярный к оси z компоненты импульса электрона сгустка,

$$\xi = k_p(z - V_{ph}t),$$

$$\rho = k_p \mathbf{r} = k_p \{x, y\} = k_p r \{\cos \phi, \sin \phi\},$$

$$\phi = \arctg(y/x)$$

— его безразмерные координаты, $\tau = \omega_p t$, электронная плазменная частота $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m}$ определяется по фоновой плотности плазмы n_0 , $k_p = \omega_p/c$, V_{ph} — фазовая скорость кильватерной волны, $\beta = V_{ph}/c$.

Осевая и радиальная компоненты нормированной силы, действующие на электрон, движущийся вдоль оси z со скоростью, близкой к скорости света c , могут быть выражены в терминах потенциала φ кильватерного поля следующим образом ($\mathbf{F}_r = \{F_x, F_y\} = F_r \{\cos \phi, \sin \phi\}$):

$$F_z \equiv \frac{eE_z}{mc\omega_p} = \frac{|e|}{mc^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}, \quad (5)$$

$$F_r \equiv \frac{eE_r}{mc\omega_p} - \frac{eB_\varphi}{mc\omega_p} = \frac{|e|}{mc^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho}. \quad (6)$$

В данном исследовании для упрощения теоретического анализа движения электронов в кильватерном поле считается, что кильватерный потенциал помимо радиуса ρ зависит еще только от со-

путствующей переменной ξ (и не зависит от времени прямым образом), что предполагает стационарность волноводного распространения лазерного импульса в плазменном канале. Заметим также, что выражение (6) для радиальной силы с учетом магнитного поля B_φ правильно и достаточно точно только для электронов, имеющих радиальные скорости много меньше скорости света c . Но в случае не очень сильной нелинейности кильватерного поля ($|e\varphi|/mc^2 \leq 1$) и его характерного поперечного масштаба, значительно превышающего скинговую длину k_p^{-1} , магнитное поле кильватерной волны мало в сравнении с ее электрическим полем [14] и обе компоненты силы, (5) и (6), не зависят от радиальных скоростей ускоряемых электронов.

Влиянием собственного заряда сгустка на процесс его ускорения также пренебрегается, что для не слишком узких сгустков с характерным поперечным размером $10^{-4} < k_p R_{b0}$, где R_{b0} — радиус сгустков инжектируемых электронов, оправдано при выполнении условия [5, 15]

$$N_e \ll n_0 (c/\omega_p)^3 = 4 \cdot 10^6 \lambda_p [\text{мкм}], \quad (7)$$

где N_e — число электронов в сгустке, λ_p — длина волны плазменных колебаний. Условие (7) означает, что поля, создаваемые зарядом сгустка, значительно меньше кильватерного поля, в котором происходит ускорение электронов.

Аналитическое исследование процесса захвата и ускорения сгустка электронов в нелинейной кильватерной волне будем проводить в одномерной постановке. Такой подход можно использовать для электронов инжектируемых сгустков радиуса R_{b0} , много меньшего в сравнении с характерным поперечным размером кильватерного поля R_p . Для приосевых электронов ($R_{b0} \ll R_p$) потенциал φ нелинейной кильватерной волны в лабораторной системе координат зависит только от сопутствующей переменной в продольном направлении, $\xi = k_p(z - V_{ph}t)$. Отметим, что фазовая скорость волны близка к скорости света ($V_{ph} \approx c$), как это имеет место для кильватерного поля, возбуждаемого лазерным импульсом в разреженной плазме ($\omega \gg \omega_p$).

Будем считать, что в стационарную кильватерную волну, распространяющуюся без изменения своей формы, в момент времени t_{inj} инжектируется релятивистский короткий немоноэнергетический сгусток электронов таким образом, что область инжекции сгустка включает в себя координату (или фазу) ξ_m , в которой потенциал кильватерной волны максимален, $\varphi_{max} = \varphi(\xi_m)$. Направление инжекции

сгустка совпадает с направлением фазовой скорости V_{ph} кильватерной волны, причем энергия инжекции электронов $E_{inj} \ll E_{res} = \gamma_{ph} mc^2$, где $\gamma_{ph} = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ — гамма-фактор, определяемый фазовой скоростью кильватерной волны. Влиянием полей лазерного импульса на последующее медленное (низкочастотное) движение электронов можно пренебречь, так как в системе координат, связанной с волной, пондеромоторный потенциал лазерного поля, пропорциональный a^2 , мал в сравнении с потенциалом кильватерного поля, пропорциональным $\gamma_{ph}\varphi$ ($a = |e|E_L/mc\omega$, E_L — амплитуда высокочастотного лазерного импульса, ω — его частота), при условии $a \leq 1$.

Стационарность кильватерного поля в системе координат, связанной с волной (т.е. в сопутствующей системе координат, движущейся со скоростью V_{ph} вдоль оси z), позволяет в этой системе координат для произвольного электрона сгустка написать закон сохранения энергии, который в одномерной постановке задачи имеет вид

$$E' - |e|\varphi'(\xi) = E'_{inj} - |e|\varphi'(\xi_{inj}) = H, \quad (8)$$

где штрихи здесь и далее означают, что эти величины взяты в волновой системе отсчета, ξ_{inj} и E_{inj} — координата и энергия инжекции электрона в кильватерную волну, H — полная энергия электрона в потенциальном поле кильватерной волны, определенная в волновой системе отсчета. Используя затем интеграл (8), можно для траектории любого электрона одномерного сгустка, прошедшего точку захвата, записать в квадратурах общее выражение:

$$\begin{aligned} \gamma_{ph}^{-2} ck_p(t - t_{inj}) - \beta(\xi - \xi_{inj}) = \\ = I(\xi, H) + I(\xi_{inj}, H), \end{aligned} \quad (9)$$

где обозначено

$$I(\xi, H) = \int_{\xi_{tr}(H)}^{\xi} \frac{d\eta}{\sqrt{1 - \frac{m^2 c^4}{[H + \gamma_{ph}|e|\varphi(\eta)]^2}}}. \quad (10)$$

Координата $\xi_{tr}(H)$ точки захвата электрона в кильватерной волне зависит от величины его полной энергии в кильватерном потенциале и неявно определяется соотношением

$$mc^2 - \gamma_{ph}|e|\varphi(\xi_{tr}) = H. \quad (11)$$

Соотношения (8)–(11) в неявном виде определяют траекторию каждого электрона сгустка в физи-

ческом $\xi(\xi_{inj}, H)$ и энергетическом $E(\xi_{inj}, H)$ пространствах. Различие в траекториях разных электронов сгустка связано с их распределением в момент инжекции по длине сгустка, т. е. зависимостью траекторий от ξ_{inj} , и с разбросом электронов в сгустке по их полной энергии $H(\xi_{inj}, E_{inj})$ в кильватерном потенциале в волновой системе отсчета. Полная энергия электрона зависит от его энергии инжекции E_{inj} , а также от координаты инжекции ξ_{inj} .

Предположим, что в момент инжекции и в дальнейшем в процессе захвата и ускорения в кильватерном потенциале электронный сгусток остается достаточно компактным, а энергии электронов не слишком различаются, т. е. в фазовом пространстве (ξ, E) электроны сгустка в любой момент времени располагаются достаточно близко друг к другу. Тогда анализ изменения энергетических и пространственных характеристик сгустка как целого можно осуществить согласно следующей процедуре.

Выберем электрон, который в момент инжекции попадает точно в максимум потенциала кильватерного поля и имеет при этом энергию инжекции, равную средней энергии инжекции электронов сгустка; будем в дальнейшем называть этот электрон центральным. Траектория центрального электрона и изменение всех его характеристик (энергии, импульса и т. п.) по траектории в зависимости от времени будем считать известными, т. е. они должны быть определены численно или аналитически. Далее, опираясь на эту траекторию, можно получить формулы для изменения координаты и энергии любого другого электрона сгустка. Для этого необходимо из соотношений (8)–(11) получить на любой момент времени связь вариаций координат $\delta\xi$ и энергий δE траекторий всех остальных электронов сгустка по отношению к текущей координате и энергии центрального электрона, полагая эти отклонения достаточно малыми:

$$|\delta\xi_{inj}| = |k_p \delta z_{inj}| \ll 1,$$

$$|\delta\xi| = |k_p \delta z| \ll 1, \quad |\delta H| \ll H.$$

Заметим, что согласно соотношению (8) вариация полной энергии электрона δH в кильватерном потенциале выражается через вариации $\delta\xi$ и $\delta E'$ или $\delta\xi_{inj}$ и $\delta E'_{inj}$.

В результате для отклонения по координате траектории любого электрона сгустка от траектории центрального электрона получаем выражение

$$\delta\xi = \alpha_1 \delta\xi_{inj} - \alpha_2 \delta H + O_2(\delta\xi_{inj}, \delta H), \quad (12)$$

где $O_2(\delta\xi_{inj}, \delta H)$ — функция второго порядка малости по вариациям $\delta\xi_{inj}$ и $\delta H = \delta E'_{inj} - \gamma_{ph} |e| \delta\varphi(\xi_m)$,

$$\delta\varphi(\xi_m) = \varphi(\xi_m + \delta\xi_{inj}) - \varphi(\xi_m) \approx \frac{1}{2} \frac{d^2\varphi}{d\xi_m^2} \delta\xi_{inj}^2$$

и обозначено

$$\alpha_1 = \frac{u - V_{ph}}{u_{inj} - V_{ph}}, \quad (13)$$

$$\alpha_2 = \frac{P'}{mcE} \left[\left(\frac{|e|}{mc^2} \frac{d\varphi}{d\xi_{tr}} \right)^{-1} \left(\frac{c}{u'} + \frac{c}{|u'_{inj}|} \right) + \gamma_{ph} (J(\xi, \xi_{tr}) + J(\xi_{inj}, \xi_{tr})) \right], \quad (14)$$

$$J(\zeta, \xi_{tr}) = \int_{\xi_{tr}}^{\zeta} d\eta \left[\frac{d\varphi}{d\eta} \left(\frac{d\varphi}{d\xi_{tr}} \right)^{-1} - 1 \right] \times \left[\left(\frac{H + \gamma_{ph} |e| \varphi(\eta)}{mc^2} \right)^2 - 1 \right]^{-3/2}. \quad (15)$$

Здесь и далее ξ и $u = c\sqrt{1 - m^2c^2/E^2}$ — координата и скорость центрального электрона в текущий момент времени, $\xi_{inj} = \xi_m$ и u_{inj} — координата и скорость центрального электрона в момент инжекции, ξ_m — координата максимума кильватерного потенциала, ξ_{tr} — точка захвата центрального электрона в кильватерном поле.

Выражение для отклонения энергии любого электрона сгустка в один и тот же момент времени от энергии центрального электрона, вычисляемое с необходимым порядком точности, является очень громоздким. Приведем его в системе координат, связанной с волной, и при условии, что энергия электрона в процессе ускорения в кильватерной волне становится много больше резонансной энергии, $E \gg E_{res} = \gamma_{ph} mc^2$:

$$\delta E' \approx A_0 \delta H + mc^2 (2\gamma_{ph})^{-1} \times [A_1 \delta\xi_{inj} + A_2 \delta H^2 + A_3 \delta\xi_{inj} \delta H + A_4 \delta\xi_{inj}^2], \quad (16)$$

где

$$A_0 = 1 - \gamma_{ph} \frac{|e| d\varphi}{d\xi} \alpha_2, \quad (17)$$

$$A_1 = 2\gamma_{ph}^2 \frac{|e|}{mc^2} \frac{d\varphi}{d\xi} \alpha_1, \quad (18)$$

$$A_2 = \gamma_{ph}^2 \left\{ \alpha_2^2 \frac{|e|}{mc^2} \frac{d^2\varphi}{d\xi^2} - \frac{|e|}{mc} \frac{d\varphi}{d\xi} \frac{\gamma_{ph} P'}{E} \times \left[\frac{\partial^2 I(\xi, H)}{\partial H^2} + \frac{\partial^2 I(\xi_{inj}, H)}{\partial H^2} \right] \right\}, \quad (19)$$

$$A_3 = 2\gamma_{ph}^2 \left[m \frac{|e|d\varphi}{d\xi} \frac{\gamma_{ph} P'}{E|P'_{inj}|^3} - \alpha_1 \alpha_2 \frac{|e|}{mc^2} \frac{d^2\varphi}{d\xi^2} \right], \quad (20)$$

$$A_4 = \gamma_{ph}^2 \frac{|e|}{mc^2} \frac{d^2\varphi}{d\xi^2} \alpha_1^2, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 I(\zeta, H)}{\partial H^2} &\approx \left[\frac{d\varphi}{d\xi} \left(\frac{d\varphi}{d\xi_{tr}} \right)^{-1} - 2 \right] \times \\ &\times \left\{ \gamma_{ph} mc^2 \frac{|e|d\varphi}{d\xi_{tr}} \left[\left(\frac{H + \gamma_{ph}|e|\varphi(\zeta)}{mc^2} \right)^2 - 1 \right]^{3/2} \right\}^{-1} + \\ &+ \frac{|e|}{m^3 c^6} \frac{d^2\varphi}{d\xi_{tr}^2} \left(\frac{|e|}{mc^2} \frac{d\varphi}{d\xi_{tr}} \right)^{-3} \times \\ &\times \left\{ \gamma_{ph}^2 \left[1 - \left(\frac{H + \gamma_{ph}|e|\varphi(\zeta)}{mc^2} \right)^{-2} \right]^{1/2} \right\}^{-1}. \quad (22) \end{aligned}$$

Формулы (12)–(22) справедливы для случая, когда электроны сгустка прошли точку захвата. Уточним также, что значения кильватерного потенциала и всех его производных, входящие в данные формулы, относятся к траектории центрального электрона сгустка.

Проанализируем качественно полученные соотношения. Соотношения (12) и (16) определяют распределение электронов сгустка на стадии ускорения относительно центрального электрона в физическом и энергетическом пространствах, т. е. фактически определяют длину сгустка и энергетический разброс в нем в зависимости от соответствующих распределений электронов в сгустке в момент инжекции.

В выражении (12) первое слагаемое для распределения электронов по длине ускоряемого сгустка возникает вследствие варьирования в соотношении (9) интегрального выражения $I(\xi_{inj}, H)$ по верхнему пределу (т. е. по ξ_{inj}) и совпадает по форме с соответствующим выражением для распределения электронов на стадии ускорения в той схеме инжекции, когда электроны изначально моноэнергетического сгустка инжектируются впереди лазерного импульса, генерирующего кильватерную волну, в область пространства, где кильватерный потенциал равен нулю [7–11]. В этой схеме инжекции электроны моноэнергетического сгустка, начинающие процесс кильватерного ускорения, характеризуются одинаковой начальной энергией и различаются только начальной координатой движения. Проводя аналогию, можно сказать, что первое слагаемое выражения (12) в схеме инжекции сгустка в окрестность максимума потенциала кильватерной волны

отражает прямое влияние координаты ξ_{inj} инжекции электрона на траекторию электрона (а следовательно, и на длину сгустка как целого) посредством того, что разные электроны сгустка начинают свое движение из разных начальных точек.

Известно [7–11], что в этом случае длина L_b сгустка на стадии ускорения при больших значениях энергии ускоренных электронов, $E \gg E_{res} = \gamma_{ph} mc^2$, становится очень малой по отношению к его длине L_{b0} в момент инжекции,

$$\frac{L_b}{L_{b0}} \sim |\alpha_1| \approx \frac{E_{inj}^2}{(mc^2 \gamma_{ph})^2} \ll 1, \quad (23)$$

если $E_{inj} \ll \gamma_{ph} mc^2$. Для значений $\gamma_{ph} \sim 100$ и значений энергии инжекции электрона $E_{inj} \approx (2-5)mc^2$ формула (23) предсказывает сжатие сгустка в несколько сот раз.

Второе слагаемое в выражении (12) возникает вследствие варьирования в соотношении (9) по полной энергии электрона (т. е. по H) интегральных выражений $I(\xi, H)$ и $I(\xi_{inj}, H)$. Отклонение в момент инжекции полной энергии в кильватерном потенциале любого электрона сгустка от значения полной энергии центрального электрона возникает вследствие двух факторов — исходной немоноэнергетичности сгустка и инжекции электронов сгустка в разные значения кильватерного потенциала из-за конечной длины сгустка. Если изначально сгусток моноэнергетический, то вклад второго слагаемого выражения (12) в длину сгустка на стадии ускорения в случае слабонелинейной кильватерной волны (незначительно отличающейся от гармонической) можно оценить по формуле

$$L_b \approx \frac{1}{2} \frac{d^2\varphi}{d\xi_m^2} \left(\frac{d\varphi}{d\xi_{tr}} \right)^{-1} k_p L_{b0}^2 \approx \frac{k_p L_{b0}^2}{2}, \quad (24)$$

так как $\alpha_2 \approx (\gamma_{ph}|e|d\varphi/d\xi_{tr})^{-1}$ при условиях $E_{inj} \ll \gamma_{ph} mc^2$, $E \gg E_{res} = \gamma_{ph} mc^2$.

Из формулы (24) видно, что для сгустков малой начальной длины ($k_p L_{b0} \ll 1$) второе слагаемое в соотношении (9) также предсказывает сжатие сгустка на стадии захвата, но для не слишком коротких сгустков ($k_p L_{b0} \geq 0.1$) степень сжатия не превышает десяти. Сопоставляя вклады слагаемых (23) и (24), замечаем, что в схеме инжекции электронов в окрестность максимума потенциала кильватерной волны длину сгустка на стадии ускорения при условии $k_p L_{b0} > E_{inj}^2 / (mc^2 \gamma_{ph})^2$ (т. е. для сгустков, не являющихся чрезвычайно короткими) определяет разброс электронов сгустка по их полной энергии H в кильватерном потенциале, а не напрямую его длину как фактор, определяющий стартовое положение

электронов перед началом их движения в кильватерной волне.

В общем случае подобная закономерность наблюдается и при анализе факторов, влияющих на разброс по энергии между электронами ускоряемого сгустка. В линейном приближении по вариациям δH и $\delta \xi_{inj}$ выражение (16) для энергетического разброса в ускоряемом сгустке имеет вид

$$\delta E' \approx A_0 \delta H + \gamma_{ph} |e| \frac{d\varphi}{d\xi} \alpha_1 \delta \xi_{inj}. \quad (25)$$

Поскольку величина $|\alpha_1|$ при условиях $E_{inj} \ll \ll \gamma_{ph} mc^2$, $E \gg E_{res} = \gamma_{ph} mc^2$ чрезвычайно мала, второе слагаемое в выражении (25) на большей части стадии ускорения электронов в кильватерной волне дает несущественный вклад в разброс по энергии электронов в сравнении с первым слагаемым выражения (25). Разброс по энергии в ускоряемом сгустке формируется в основном вследствие того, что электроны, инжектированные в окрестность максимума потенциала кильватерной волны, различаются по значению их полной энергии в кильватерном потенциале H . Коэффициент A_0 зависит от параметров траектории центрального электрона; соответственно его изменению на ней (и пропорционально величине вариации δH полной энергии электрона относительно центрального, задаваемой в момент инжекции) траектории всех остальных электронов сгустка изменяются синхронно относительно траектории центрального электрона в энергетическом пространстве. Если A_0 обращается в нуль, то траектории электронов сгустка сходятся в малую область энергетического пространства, как бы «фокусируются» [16]. После прохождения точки «фокусировки» ξ_f траектории электронов сгустка в энергетическом пространстве снова расходятся, что соответствует увеличению энергетического разброса в ускоряемом сгустке.

В точке энергетической «фокусировки» в линейном приближении аннулируется зависимость энергетического разброса в ускоряемом сгустке от разброса электронов по полной энергии в кильватерном потенциале. Но разброс по полной энергии электронов в кильватерном потенциале определяется одновременно разбросом по координате инжекции и по энергии инжекции. Таким образом, получается, что, с точки зрения минимизации влияния начальных условий инжекции на энергетический разброс в сгустке, момент группировки электронов в энергетическом пространстве оптимален одновременно для ослабления влияния как разброса по координате, так и по энергии электронов в инжектируемом

сгустке. Это было замечено в работе [16], но оставалась не вполне ясной природа этого факта.

Существование точки «фокусировки» ξ_f на траектории центрального электрона определяется наличием решения уравнения $A_0 = 0$, которое при условиях $E_{inj} \ll \ll \gamma_{ph} mc^2$, $E \gg E_{res} = \gamma_{ph} mc^2$ приводится к виду

$$A_0 = 1 - \gamma_{ph} \frac{|e| d\varphi}{d\xi_f} \alpha_2 \approx 1 - \frac{d\varphi}{d\xi_f} \left(\frac{d\varphi}{d\xi_{tr}} \right)^{-1} = 0. \quad (26)$$

Формально его решение имеет вид

$$\frac{d\varphi}{d\xi_f} = \frac{d\varphi}{d\xi_{tr}}.$$

Но физически интересен только случай, когда ξ_f не совпадает с точкой захвата ξ_{tr} . Это возможно [16], если захват сгустка происходит в области кильватерного потенциала, в которой $d^2\varphi/d\xi_{tr}^2 > 0$. Данное условие может быть удовлетворено соответствующим подбором энергии инжекции электронов сгустка. Отсюда следует вывод, что в схеме инжекции одномерного электронного сгустка в окрестность максимума потенциала кильватерной волны возможно организовать его захват и ускорение таким образом, что на некоторой длине ускорения электронов разброс по энергии между ними становится минимальным. Величина минимального разброса по энергии электронов ускоряемого сгустка определяется величиной второго слагаемого в соотношении (25) и поправками второго порядка, приведенными в выражении (16).

Заметим, что для неодномерных сгустков условие $d^2\varphi/d\xi_{tr}^2 > 0$ должно быть дополнено условием, чтобы точка захвата ξ_{tr} находилась в пределах фокусирующей области кильватерной волны. Такое сочетание возможно только для кильватерных волн с большим перекрытием областей фокусировки и ускорения.

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСКОРЕНИЯ КОРОТКОГО НЕМОНОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СГУСТКА ЭЛЕКТРОНОВ

Для демонстрации эффекта группировки электронов сгустка в энергетическом пространстве при их ускорении рассмотрим в численном моделировании ускорение немонотонного сгустка электронов в кильватерной волне с большим перекрытием фаз ускорения и фокусировки. В качестве конкретного примера поля кильватерной волны для

численного моделирования ускорения электронных сгустков используем кильватерное поле, рассчитанное ранее в работах [7–9], которое устанавливается по окончании некоторого переходного процесса после ввода в плазменный канал лазерного импульса CO₂-лазера мощностью примерно 78 ТВт, длительностью около 1.32 пс и с размером пятна фокусировки $r_L \approx 900$ мкм. Выбор для численной иллюстрации CO₂-лазера — генератора наиболее длинных кильватерных волн (примерно 1000 мкм) — обусловлен в данном случае необходимостью выполнения исходных предположений проведенного выше аналитического исследования, состоящих в том, что длина кильватерной волны должна быть много больше длины инжектируемого сгустка, которая для лучших современных инжекторов составляет примерно 200 фс [17, 18]. Относительно приведенных выше параметров CO₂-лазера заметим, что в настоящее время ведутся исследовательские работы и планируется создание подобной экспериментальной установки мощностью в десятки тераватт при длительности лазерного импульса порядка (и менее) пикосекунды [19].

Собственно расчет нелинейной структуры кильватерной волны, использованной в настоящей работе для моделирования ускорения электронов сгустка, проводился на основе уравнений, описанных в работах [14], где изучался процесс генерации кильватерного поля, возбуждаемого лазерным импульсом, распространяющимся в заранее подготовленном плазменном канале. Считается, что плотность электронов плазмы в канале, $n(r)$, изменяется в поперечном к оси канала направлении z по параболическому закону,

$$n(r) = n(r=0) \left[1 + r^2/R_{ch}^2 \right],$$

где радиус канала R_{ch} связан с размером r_L фокального пятна лазерного излучения условием $R_{ch} = k_p r_L^2/2$ [20]. Плотность плазмы на оси канала, $n_e = n(r=0)$, выбрана такой, чтобы для возбуждения кильватерной волны лазерным импульсом длительности τ_L выполнялось резонансное условие $\omega_p \tau_L = 2\sqrt{2} \ln 2$. Огибающая электрического поля E_L лазерного импульса, генерирующего кильватерную волну и фокусируемого на входе в плазменный канал, представляется в виде

$$a = \frac{|e|E_L}{mc\omega} = a_0 \exp \left[-\frac{r^2}{r_L^2} - 2\frac{(\xi - \xi_0)^2}{(\omega_p \tau_L)^2} \ln 2 \right], \quad (27)$$

где τ_L — полная длительность лазерного импульса по половине максимальной интенсивности (FWHM), ω — частота излучения.

Резонансная плотность электронов плазмы на оси канала равна при этом $n_0 = n(r=0) \approx 10^{15}$ см⁻³, а радиус согласованного канала $R_{ch} \approx 2.4$ мм, что соответствует следующим значениям безразмерных параметров: $k_p r_L = 5.35$, $k_p R_{ch} = 14.3$, $a_0 = 0.71$. При этом гамма-фактор, определяемый фазовой скоростью возбуждаемой кильватерной волны, равен $\gamma_{ph} = 1/\sqrt{1 - \beta^2} = 100$.

Важно отметить, что генерируемая в данных условиях в плазменном канале кильватерная волна имеет вид, качественно отличный от линейной кильватерной волны в однородной плазме. В частности, в ней появляется область отрицательных значений потенциала с сохранением в ней фокусирующих свойств кильватерного поля. Для данных расчетов, в которых центр лазерного импульса располагается при $\xi_0 = 10.0$, а максимум потенциала кильватерного поля $|e|\varphi(\xi_m)/mc^2 \approx 0.259$ находится при значении $\xi_m = 7.78$, фокусирующие свойства кильватерного поля в приосевой области сохраняются до граничной точки $\xi_{df} = 5.45$ на оси канала. Величина кильватерного потенциала в этой точке составляет $|e|\varphi(\xi_{df})/mc^2 = -0.104$, причем в окрестности граничной точки ξ_{df} зон фокусировки и дефокусировки характер изменения кильватерного поля на оси канала такой, что $d^2\varphi/d\xi^2 > 0$. Характеристики фокусирующей области кильватерного поля важны при исследовании захвата и ускорения неоднородных электронных сгустков.

Наглядное представление об эффекте группировки по энергии электронов короткого немоноэнергетического сгустка, ускоряющихся в кильватерной волне, можно получить из анализа динамики изменения фазового портрета сгустка в процессе ускорения. Короткий сгусток электронов длины $L_{b0} = 2\sigma_{z,inj} = 40$ мкм ($k_p L_{b0} \ll 1$) инжектируется в данное кильватерное поле таким образом, что его середина попадает в точку максимума кильватерного потенциала. Электроны сгустка в момент инжекции распределены случайным образом по длине сгустка и вблизи средней энергии инжекции согласно нормальному (гауссову) распределению с соответствующими среднеквадратичными отклонениями $\sigma_{z,inj}$ и $\sigma_{E,inj}$. Средняя энергия инжекции электронов сгустка равна $E_{inj} = 1.65mc^2 \approx 0.843$ МэВ, их абсолютный разброс по энергии характеризуется величиной $\sigma_{E,inj} = 0.016mc^2$, что соответствует относительному разбросу по энергии в момент инжекции $2\sigma_{E,inj}/E_{inj} \approx 2\%$. Энергия инжекции выбрана таким образом, чтобы захват электронов происходил в области фаз кильватерного потенциала, в которой выполняется условие $d^2\varphi/d\xi_r^2 > 0$.

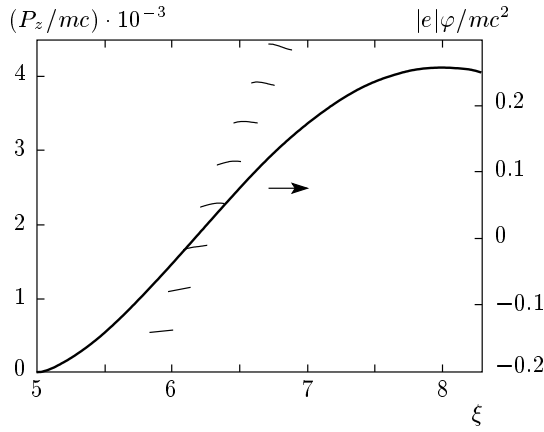


Рис. 1. Динамика изменения фазового портрета в координатах $\xi, P_z/mc$ одномерного немоноэнергетического сгустка электронов конечной длины в процессе его захвата и ускорения с шагом $\Delta L_{acc} = 500k_p^{-1}$ по длине ускорения от начала инжекции. Сплошной линией показан потенциал (правая ось ординат) кильватерной волны в зависимости от $\xi = k_p(z - V_{ph}t)$

В области захвата фазовый портрет сгустка на фазовой плоскости $(\xi, P_z/mc)$ представляется фигурой, сильно вытянутой вдоль оси ξ , проекция которой на ось импульсов мала. Дальнейшие изменения фазового портрета сгустка ускоряемых электронов видны из рис. 1, на котором представлены соответствующие изображения сгустка с шагом $k_p^{-1}\Delta L_{acc} = 500$ по длине ускорения от момента инжекции. Чтобы сопоставить характер изменений фазового портрета сгустка с движением электронов по фазе кильватерного потенциала, приведен также потенциал кильватерной волны.

Пока сгусток находится вблизи области захвата, согласно условию $d^2\varphi/d\xi_{tr}^2 > 0$, на передние электроны сгустка действует ускоряющая сила, бо́льшая, чем на электроны в хвосте сгустка. Фазовый портрет сгустка вращается против часовой стрелки, и его проекция на ось импульсов по мере ускорения электронов постепенно увеличивается, что соответствует увеличению энергетического разброса между ними. Заметим, что проекция фазового портрета на ось ξ остается неизменной, так как все электроны сгустка движутся со скоростью, близкой к световой, и длина сгустка не меняется. Когда электроны сгустка пройдут фазу кильватерного потенциала, в которой $d^2\varphi/d\xi^2 = 0$, фазовый портрет сгустка начинает поворачиваться в противоположном направлении. Наконец, когда центральный электрон достигает значения фазы ξ_f энергетической «фокусиров-

ки», проекция портрета сгустка на ось импульсов становится минимальной. В этот момент траектории электронов в энергетическом пространстве сходятся в малую область, и разброс по энергии в сгустке минимизируется. В дальнейшем разброс по энергии в сгустке снова растет, поскольку вращение фазового портрета сгустка при его ускорении продолжается. Поэтому оптимальным является прекращение ускорения электронов в тот момент, когда сгусток приходит в фазу ξ_f кильватерной волны.

Соотношения (12), (16) позволяют аналитически вычислить характеристики сгустка — его длину и разброс по энергии в нем на стадии ускорения, — если известно пространственное распределение электронов в сгустке и их распределение по энергии в нем в момент инжекции. Если распределения являются нормальными (гауссовыми), в которых $\sigma_{z,inj}$ и $\sigma_{E,inj}$ — соответствующие среднеквадратичные отклонения электронов сгустка от координаты инжекции и энергии инжекции центрального электрона, то получаем следующее выражение для длины сгустка на стадии ускорения:

$$L_b = 2\sigma_z = 2 \left\{ \frac{c^2\sigma_{z,inj}^2}{4\gamma_{ph}^4(c-u_{inj})^2} + \frac{1}{2} \left[\frac{d^2\varphi/d\xi_m^2}{d\varphi/d\xi_{tr}} \right]^2 \times \right. \\ \left. \times k_p^2\sigma_{z,inj}^4 + \left[\frac{c/u_{inj} - 1}{d\varphi/d\xi_{tr}} \right]^2 \frac{\sigma_{E,inj}^2}{(|e|k_p)^2} \right\}^{1/2}. \quad (28)$$

При неизменных характеристиках кильватерного поля и фиксированной средней энергии инжекции электронов сгустка его длина на стадии ускорения определяется длиной и энергетическим разбросом между электронами в момент инжекции сгустка. На рис. 2 показано изменение длины сгустка $L_b = 2\sigma_z$ на стадии ускорения в зависимости от исходной длины сгустка в момент инжекции $L_{b0} = 2\sigma_{z,inj}$ при средней энергии инжекции электронов $E_{inj} = 1.65mc^2$. Результаты моделирования показаны кружками для сгустка с начальным разбросом по энергии $\sigma_{E,inj} = 0.001031mc^2$, что соответствует относительному разбросу по энергии электронов $2\sigma_{E,inj}/E_{inj} = 0.125\%$, и ромбами для сгустка с $\sigma_{E,inj} = 0.00825mc^2$ ($2\sigma_{E,inj}/E_{inj} = 1\%$). Соответствующие расчеты по формуле (28) показаны штрихпунктирной и сплошной линиями. При расчетах использовались значения

$$\frac{|e|}{mc^2} \frac{d\varphi}{d\xi_{tr}} = 0.217 \quad \text{и} \quad \frac{|e|}{mc^2} \frac{d^2\varphi}{d\xi_m^2} = -0.162,$$

характеризующие кильватерное поле. Из рис. 2 видно, что формула (28) дает хорошую численную оценку даже для довольно длинных сгустков (примерно

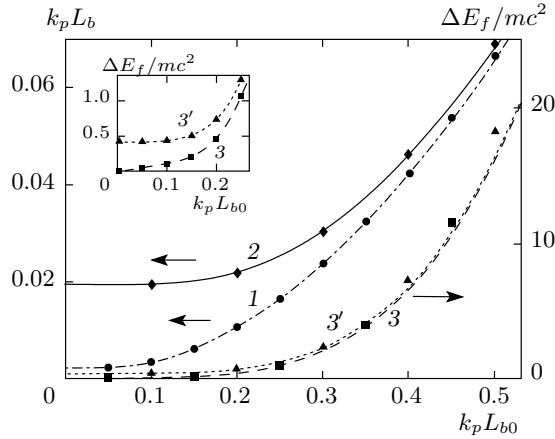


Рис. 2. Изменения на стадии ускорения длины сгустка $L_b = 2\sigma_z$ и разброса по энергии в нем ΔE_f в точке энергетической «фокусировки» ξ_f в зависимости от длины $L_{b0} = 2\sigma_{z,inj}$ инжектированного немонотонного сгустка для сгустков с начальным разбросом по энергии $\sigma_{E,inj} = 0.001031mc^2$ (кривая 1 — кружки (моделирование) и штрихпунктир (расчет по формуле (28)), и кривая 3 — квадраты (моделирование) и штрихи (расчет по формуле (29)) и с $\sigma_{E,inj} = 0.00825mc^2$ (кривая 2 — ромбы (моделирование) и сплошная линия (формула (28)), и кривая 3' — треугольники (моделирование) и пунктир (формула (29)). На вставке приведен разброс по энергии на начальном этапе

100 мкм). Заметим также, что для реально существующих инжекторов, которые не могут генерировать очень короткие сгустки, в формуле (28) при условии $E_{inj} \ll \gamma_{ph} mc^2$ первым слагаемым, как правило, можно пренебречь, так как выполняется условие

$$k_p \sigma_{z,inj} \gg E_{inj}^2 / (mc^2 \gamma_{ph})^2.$$

Отсюда следует, что в данной схеме инжекции длина сгустка на стадии ускорения обусловлена разбросом инжектированных в кильватерный потенциал электронов по их полной энергии.

Энергетический разброс в электронном сгустке на стадии ускорения, вычисленный согласно соотношению (16) по начальным распределениям электронов по длине сгустка и по энергии инжекции, представляется очень громоздкой формулой. Поэтому найдем его для наиболее важного момента процесса ускорения электронного сгустка, когда траектории электронов сгустка в энергетическом пространстве сходятся в малую область и разброс между ними становится минимальным, т. е. в окрестности точки их «фокусировки» ξ_f . Предполагая, что в этот момент

энергии электронов достаточно велики, $E \gg \gamma_{ph} mc^2$ (а также при условии $E_{inj} \ll \gamma_{ph} mc^2$), из соотношения (16) при сохранении главных слагаемых, опуская прочие члены, дающие незначительный вклад в разброс по энергии ускоряемого сгустка, получаем в лабораторной системе отсчета оценочную формулу в виде

$$\Delta E_f = 2\sigma_{E,f} \approx 2mc^2 (\chi_1^2 k_p^2 \sigma_{z,inj}^2 + 96\chi_2^2 k_p^8 \sigma_{z,inj}^8 + 3\chi_3^2 \sigma_{E,inj}^2 k_p^4 \sigma_{z,inj}^4 + 2\chi_4^2 \sigma_{E,inj}^4)^{1/2}, \quad (29)$$

где

$$\chi_1 = A_{1,f}, \quad (30)$$

$$\chi_2 = A_{2,f} \left(\frac{\gamma_{ph}}{2} |e| \frac{d^2 \varphi}{d\xi_m^2} \right)^2 - A_{3,f} \frac{\gamma_{ph}}{6} |e| \frac{d^3 \varphi}{d\xi_m^3}, \quad (31)$$

$$\chi_3 = A_{2,f} \frac{\gamma_{ph}^2 (c - u_{inj})}{u_{inj}} |e| \frac{d^2 \varphi}{d\xi_m^2}, \quad (32)$$

$$\chi_4 = A_{2,f} \left(\frac{\gamma_{ph} (u_{inj} - c)}{u_{inj}} \right)^2. \quad (33)$$

Здесь индекс «f» у величин $A_{i,f}$, где $i = 1, 2, 3$, означает, что соответствующие величины вычисляются в точке ξ_f по формулам (18)–(20).

Результаты расчетов по формуле (29) совместно с результатами численного моделирования представлены на рис. 2 в зависимости от длины инжектированного сгустка электронов при средней энергии их инжекции $E_{inj} = 1.65mc^2$. Квадратами показаны результаты моделирования ускорения сгустка с начальным разбросом по энергии $\sigma_{E,inj} = 0.001031mc^2$, треугольниками — $\sigma_{E,inj} = 0.00825mc^2$. Соответствующие этим сгусткам расчеты по формуле (29) представлены штриховой и пунктирной линиями. При расчетах использовались значения

$$\frac{|e|}{mc^2} \frac{d^3 \varphi}{d\xi_m^3} = 0.04, \quad \frac{|e|}{mc^2} \frac{d^2 \varphi}{d\xi_{tr}^2} = 0.078,$$

$$\frac{|e|}{mc^2} \frac{d^2 \varphi}{d\xi_f^2} = -0.076.$$

Рисунок 2 демонстрирует, что формула (29) не только качественно правильно предсказывает зависимость от начальной длины сгустка разброса по энергии в нем в области энергетической «фокусировки» траекторий его электронов, а также и количественно дает достаточно хорошие результаты для сгустков начальной длины вплоть до 100 мкм. Наилучшее совпадение наблюдается для сгустков длиной до 50 мкм, показанное на вставке. Такой результат был достигнут благодаря тому, что в формуле

(29) учтены поправки второго порядка разложения по вариации полной энергии инжектируемых электронов, которые для достаточно длинных сгустков оказываются более важными, чем линейные члены разложения, учтенные в работе [16] и дающие правильный результат только для коротких сгустков.

Рассмотрим различные предельные представления формулы (29). Из рис. 2 видно, что при достаточно большой длине инжектированного сгустка влияние его исходной немоноэнергетичности на разброс между электронами сгустка в точке энергетической «фокусировки» может быть незначительным. Соответствующий анализ формулы (29) дает, что при условиях

$$\sigma_{E,inj} \ll (k_p \sigma_{z,inj})^2 |e| \left| \frac{d^2 \varphi}{d\xi_m^2} \right| \left(\frac{E_{inj}}{mc^2} \right)^2, \quad (34)$$

$$\left[\frac{A_{2,f}}{A_{1,f}} \left| \left(|e| \frac{d^2 \varphi}{d\xi_m^2} \right)^2 \gamma_{ph}^2 \right. \right]^{-1/3} \ll k_p \sigma_{z,inj} \quad (35)$$

формула (29) может быть использована в виде

$$\Delta E_f = 2\sigma_{E,f} \approx 2\sqrt{96} mc^2 |\chi_2| k_p^4 \sigma_{z,inj}^4. \quad (36)$$

Условие (35) физически означает, что для достаточно длинных инжектированных сгустков разброс по энергии электронов в нем в точке «фокусировки» определяется разбросом по полной энергии инжектированных в кильватерный потенциал электронов, а не непосредственно их разбросом по длине сгустка. При этом при выполнении условия (34) инжектированный сгусток можно считать моноэнергетическим, так как разброс по полной энергии инжектируемых электронов обусловлен конечной длиной сгустка, находящегося в кильватерном потенциале, а не их разбросом по энергии инжекции.

В случае, когда кильватерная волна является слабонелинейной (близка к гармонической, так что $d^2 \varphi / d\xi_{tr}^2 \approx |d^2 \varphi / d\xi_f^2|$), неравенство (35) можно записать в более простой форме:

$$\frac{d\varphi}{d\xi_{tr}} \left[\frac{d^2 \varphi}{d\xi_{tr}^2} \left(\frac{d^2 \varphi}{d\xi_m^2} \right)^2 \frac{\gamma_{ph}^2 m^2 c^4}{E_{inj}^2} \right]^{-1/3} \ll k_p \sigma_{z,inj}, \quad (37)$$

а формула (36) приобретает вид

$$\Delta E_f = 2\sigma_{E,f} \approx \sqrt{96} |e| \gamma_{ph}^2 \frac{d^2 \varphi}{d\xi_{tr}^2} \times \left(\frac{d^2 \varphi}{d\xi_m^2} / \frac{d\varphi}{d\xi_{tr}} \right)^2 k_p^4 \sigma_{z,inj}^4. \quad (38)$$

Из вида неравенства (37) следует, что при условии малой энергии инжекции электронов сгустка, $E_{inj} \ll \gamma_{ph} mc^2$, оно обычно выполняется для большинства современных инжекторов, которые не могут производить очень короткие сгустки электронов. Например, для приведенного выше кильватерного поля и при энергии инжекции $E_{inj} = 1.65 mc^2$ из неравенства (37) получаем ограничение $\sigma_{z,inj} \gg \gg 7$ мкм. Поэтому данный предел формулы (29) является наиболее типичной ситуацией, в которой за счет рассматриваемого явления «фокусировки» траекторий электронов в энергетическом пространстве может быть реализовано моноэнергетическое ускорение сгустка электронов, полученного от современного инжектора.

С другой стороны, согласно формуле (38), величина минимального разброса по энергии ускоряемого сгустка увеличивается с ростом начальной длины сгустка пропорционально ее четвертой степени. Отсюда следует, что моноэнергетичность ускорения за счет рассматриваемого в данной работе явления быстро ухудшается с увеличением начальной длины сгустка и предпочтительнее все же использовать для ускорения по возможности более короткие сгустки. В рассматриваемом примере сгусток начальной длины $L_{b0} = 2\sigma_{z,inj} \approx 100$ мкм будет иметь минимальный относительный энергетический разброс около 0.63 % при средней энергии электронов примерно 2.1 ГэВ.

Другой предельный случай формулы (29) возникает при выполнении неравенства

$$\sigma_{E,inj} \gg (k_p \sigma_{z,inj})^2 |e| \left| \frac{d^2 \varphi}{d\xi_m^2} \right| \left(\frac{E_{inj}}{mc^2} \right)^2.$$

В этом пределе, но при сохранении условия (37), главным фактором, определяющим длину сгустка на стадии ускорения и разброс по энергии между его электронами, сгруппированными по энергии в точке ξ_f , является разброс инжектированных электронов по полной энергии, возникающий вследствие исходной немоноэнергетичности сгустка (а не его начальной длины). В этом случае формулу (29) можно представить в виде

$$\Delta E_f = 2\sigma_{E,f} \approx \sqrt{2} |\chi_4| \sigma_{E,inj}^2 \approx \sqrt{2} \frac{m^4 c^8 \gamma_{ph}^2 d^2 \varphi / d\xi_{tr}^2}{|e| (d\varphi / d\xi_{tr})^2 E_{inj}^4} \sigma_{E,inj}^2. \quad (39)$$

Эта формула пригодна для не слишком длинных, но очень немоноэнергетичных инжектируемых сгуст-

ков. Например, оценки показывают, что для данных параметров кильватерного поля и при инжекции электронов с энергией $E_{inj} = 1.65mc^2$ и с начальным энергетическим разбросом около 1% формула (39) должна использоваться для сгустков начальной длины $L_{b0} = 2\sigma_{z,inj} < 50$ мкм.

Наконец, при условии, обратном (37), но при сохранении (34), получаем предельный случай, рассмотренный ранее в работе [16], в котором главным фактором, определяющим разброс по энергии в сгустке в области энергетической «фокусировки», является собственно длина сгустка в момент инжекции, но не разброс по полной энергии инжектированных в кильватерный потенциал его электронов. Фактически, в этом случае сгусток столь короток по отношению к длине кильватерной волны, что для сгустка, помещенного в максимум ее кильватерного потенциала, этот потенциал оказывается как бы плоским. В этом пределе формула (29) аппроксимируется формой вида

$$\begin{aligned} \Delta E_f &= 2\sigma_{E,f} \approx 2mc^2 |A_{1,f}| k_p \sigma_{z,inj} \approx \\ &\approx 4|e|k_p \frac{d\varphi}{d\xi_f} \frac{E_{inj}^2}{m^2 c^4} \sigma_{z,inj}, \quad (40) \end{aligned}$$

которая, как было показано в работе [16] прямым моделированием процесса ускорения электронов, дает для данного кильватерного поля удовлетворительные результаты в случае изначально практически моноэнергетических сгустков начальной длины не более 20 мкм.

Таким образом, одномерные немоноэнергетические сгустки электронов конечной длины при их инжекции в область максимума потенциала кильватерного поля можно ускорить таким образом, что на некоторой достаточно большой длине ускорения и при большой средней энергии ускоренных электронов может реализоваться минимум абсолютного и относительного энергетического разброса между электронами сгустка за счет группировки траекторий ускоряемых электронов в энергетическом пространстве. При этом для сгустков с параметрами, реально доступными от современных инжекторов, главным фактором, определяющим энергетический разброс в точке «фокусировки», физически является разброс по полной энергии электронов, инжектированных в кильватерный потенциал, обуславливаемый, в первую очередь, длиной сгустка. Влияние исходной немоноэнергетичности сгустка, как правило, менее значимо.

4. МОНОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ УСКОРЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ СГУСТКОВ, ШИРОКИХ И ПРОТЯЖЕННЫХ В СРАВНЕНИИ С КИЛЬВАТЕРНЫМ ПОЛЕМ

Сгустки от существующих в настоящее время инжекторов не могут считаться короткими и одномерными для их ускорения в кильватерной волне, генерируемой коротким импульсом лазера с длиной волны $\lambda_0 \approx 1$ мкм. Однако предлагаемый в настоящей работе метод кильватерного ускорения электронов для получения сгустков электронов с большой энергией и малым энергетическим разбросом применим также и в случае инжекции в кильватерную волну электронного сгустка, широкого и протяженного в сравнении с характерными размерами кильватерного поля. Для этого дополнительно нужно использовать эффект так называемого «вырезания» [21, 22], когда из инжектированного широкого и длинного сгустка захватываются для ускорения только те его электроны, которые приобретают резонансную энергию $E_{res} = \gamma_{ph} mc^2$ в области фокусирующей фазы кильватерного поля, а остальные кильватерным полем рассеиваются.

В качестве примера в настоящей работе было проведено численное моделирование процесса захвата и ускорения электронов из протяженного и широкого сгустка, инжектированного в кильватерную волну, генерируемую коротким ($\tau_L \approx 100$ фс) импульсом Ti:Sa-лазера с длиной волны $\lambda_0 = 0.8$ мкм мощностью 78 ТВт и с размером пятна фокусировки $r_L \approx 68$ мкм. Как и в ранее приведенном примере кильватерного поля от импульса CO₂-лазера, импульс фокусировался на входе в плазменный канал, радиус которого был согласован с размером фокального пятна; кильватерная волна, генерируемая в резонансном режиме, считалась стационарной с гамма-фактором $\gamma_{ph} = 100$. Плотность плазмы на оси канала $n_0 \approx 1.75 \cdot 10^{17}$ см⁻³, безразмерные параметры генерируемого кильватерного поля и все его свойства прежние.

Инжектируемый электронный сгусток характеризовался средней энергией инжекции электронов $E_{inj} = 1.65mc^2$, их распределение по энергии и в пространстве считалось гауссовым. Длина сгустка составляла 500 фс (FWHM), что соответствует среднеквадратичному отклонению $\sigma_{z,inj} \approx 51$ мкм в распределении электронов по длине сгустка; соответствующее распределение электронов сгустка в поперечном направлении характеризуется величиной $\sigma_{x,inj} = \sigma_{y,inj} = 50$ мкм. Заметим, что длина такого

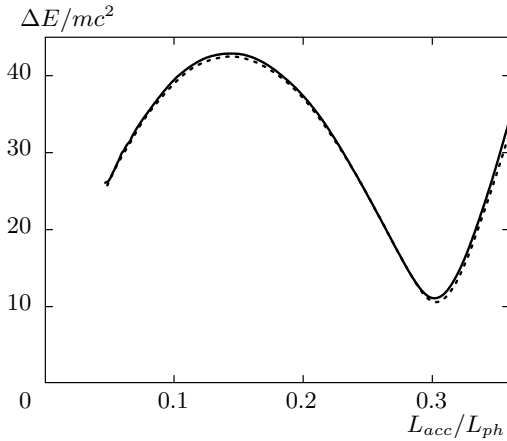


Рис. 3. Изменение в зависимости от безразмерной длины ускорения L_{acc}/L_{ph} разброса по энергии $\Delta E = 2\sigma_E$ в сгустке электронов, захваченных из инжектированного электронного сгустка, широкого и протяженного по сравнению с размерами кильватерного поля. Сплошная линия — моделирование для инжектированного сгустка с $\sigma_{E,inj} = 0.00825mc^2$, пунктир — сгусток с $\sigma_{E,inj} = 0.00103mc^2$

сгустка $L_{b0} = 2\sigma_{z,inj} \approx 102$ мкм больше длины кильватерной волны $\lambda_p = 80$ мкм, а характерный поперечный радиус сгустка превышал характерный поперечный размер кильватерного поля $R_p \approx 38$ мкм.

При моделировании рассматривался захват электронов только в первый период кильватерной волны, так как доля электронов, попадающая в другие периоды, для данного соотношения размеров сгустка и кильватерного поля относительно мала, а кроме того, в других периодах кильватерной волны процесс происходит аналогично. Расчеты проводились для электронных сгустков с начальным разбросом по энергии $\sigma_{E,inj} = 0.00825mc^2$, что соответствует относительному разбросу по энергии 1%, и с разбросом $\sigma_{E,inj} = 0.00103mc^2$, что соответствует относительному разбросу 0.125%, характерному для лучших современных электронных фотокаатодных ВЧ-инжекторов [23].

На рис. 3 показаны результаты моделирования для разброса по энергии $\Delta E = 2\sigma_E$ между электронами ускоряемого сгустка в зависимости от безразмерной длины ускорения сгустка L_{acc}/L_{ph} , где $L_{ph} = 2\pi\gamma_{ph}^2 k_p^{-1}$ — длина ускорения, на которой релятивистский электрон проходит от минимума до максимума потенциала линейной кильватерной волны.

Из результатов моделирования следует, что разброс по энергии между электронами, захваченными

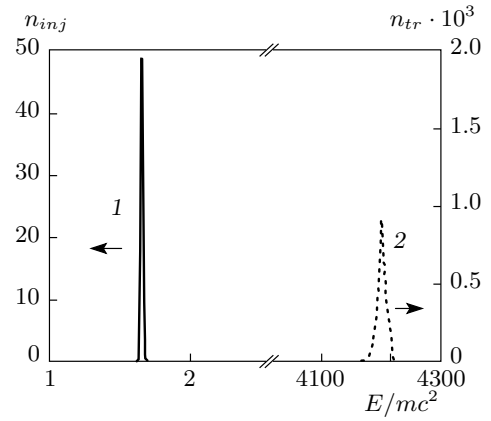


Рис. 4. Спектры инжектированных электронов с $\sigma_{E,inj} = 0.00825mc^2$ (кривая 1), а также захваченных и ускоренных электронов на оптимальной длине ускорения $L_{acc,f}$ (кривая 2)

ми кильватерной волной из широкого протяженного сгустка, изменяется на стадии ускорения с увеличением длины ускорения таким же образом, как и в случае инъекции короткого неоднородного сгустка, все электроны которого захватываются и участвуют в процессе ускорения [16]. На длине ускорения $L_{acc,f} \approx 0.3L_{ph} \approx 24$ см абсолютный разброс по энергии между электронами сгустка минимизировался, а средняя энергия электронов сгустка достигла $E_f \approx 2.1$ ГэВ, при этом относительный разброс по энергии стал равным $2\sigma_E/E_f \approx 0.25 \cdot 10^{-2}$. Влияние исходной немоноэнергетичности инжектированного электронного сгустка при выбранных параметрах процесса ускорения оказалось незначительным.

Рисунок 4 показывает энергетические спектры электронов: $n_{inj}(E)$ — спектр инжектированных электронов с $\sigma_{E,inj} = 0.00825mc^2$ и $n_{tr}(E)$ — спектр захваченных и ускоренных электронов на оптимальной длине ускорения $L_{acc,f}$. Спектр инжектированных электронов нормирован на единицу, площадь спектра ускоренных электронов соответствует доле электронов, которые были захвачены и ускорены, равной при данных исходных параметрах сгустка и кильватерного поля примерно 1% от инжектированных. Другие параметры ускоренного сгустка следующие: характерная длина 1 мкм, характерный поперечный радиус 0.83 мкм, нормализованный эмиттанс 2.9 мм·мрад. Из рис. 4 видно, что, хотя энергетический спектр захваченных электронов шире, относительный разброс по энергии между ними меньше, чем в момент инъекции, вследствие большей энергии, приобретенной электронами в кильватерной волне.

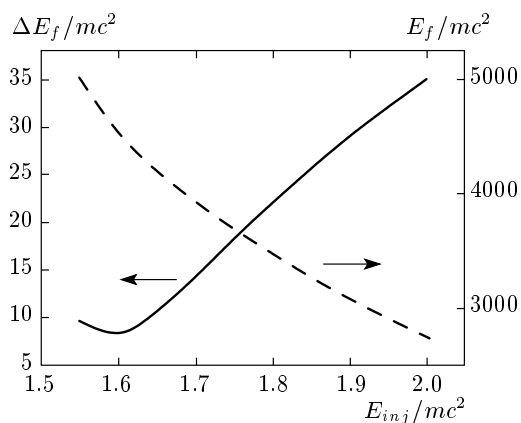


Рис. 5. Изменение в зависимости от энергии инжекции энергетических характеристик сгустка в области энергетической группировки его электронов, захваченных из широкого протяженного сгустка. Сплошная линия относится к разбросу по энергии $\Delta E_f(E_{inj})$ между электронами в тот момент, когда их траектории группируются в энергетическом пространстве, штриховая — средняя энергия электронов $E_f(E_{inj})$

Эффект «вырезания», приводящий к формированию кильватерной волной сгустка электронов, пригодного к монотонному ускорению за счет эффекта их энергетической «фокусировки», ослабляет не только требования к инжектору в плане размеров инжектируемого сгустка, но упрощает также синхронизацию процесса инжекции сгустка с процессом генерации кильватерной волны, поскольку длина сгустка может быть сопоставима или превышать длину кильватерной волны. Изменяя энергию инжекции электронов, можно управлять процессом их захвата кильватерной волной и характеристиками получаемого ускоренного сгустка захваченных электронов. На рис. 5 в зависимости от энергии инжекции показано изменение энергетических характеристик захваченного сгустка, сформированного кильватерной волной из электронов протяженного широкого сгустка с начальным разбросом по энергии $2\sigma_{E, inj}/E_{inj} = 1\%$ при $E_{inj} = 1.65mc^2$.

Уменьшение энергии инжекции увеличивает до определенного предела энергию сгустка электронов в области энергетической группировки и уменьшает энергетический разброс между ними. Связано это с тем, что увеличивается диапазон в кильватерном потенциале между фазой ξ_{tr} захвата и фазой ξ_f «фокусировки» траекторий электронов в энергетическом пространстве, что приводит к увеличению оптимальной длины ускорения в кильватерном поле. С другой стороны, уменьшение энергии инжекции укорачивает сгусток захваченных электронов вследствие

приближения фазы ξ_{tr} захвата к границе ξ_{df} областей фокусировки и дефокусировки в кильватерном поле, вследствие чего, согласно формуле (38), уменьшается энергетический разброс в сгустке захваченных и ускоренных электронов в области энергетической группировки. В результате в целом с уменьшением энергии инжекции относительный энергетический разброс в сгустке захваченных электронов уменьшается.

Ограничивает эту тенденцию граница областей фокусировки и дефокусировки кильватерного поля, поскольку в случае $\xi_{tr} < \xi_{df}$ захват электронов не происходит. Из графика зависимости $\Delta E_f(E_{inj})$, рис. 5, видно, что влияние границы ξ_{df} на захват электронов при $\xi_{tr} \rightarrow \xi_{df}$ заметен заранее, так как длина сгустка перестает уменьшаться с уменьшением энергии инжекции вследствие все менее стабильного захвата электронов. Для дальнейшего улучшения процесса монотонного ускорения электронов за счет энергетической «фокусировки» их траекторий необходимо сдвигать границу ξ_{df} таким образом, чтобы в кильватерной волне увеличивалось перекрытие областей фокусировки и ускорения. Это может быть достигнуто путем изменения амплитуды кильватерной волны и поперечных размеров плазменного канала. Однако оптимизация процесса ускорения и энергетической «фокусировки» захваченных электронов за счет изменения параметров лазера и волноводной структуры представляет собой отдельную задачу, выходящую за рамки настоящего исследования.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование схемы инжекции электронного сгустка в максимум кильватерного потенциала и процесса последующего ускорения в нем развивает способ монотонного лазерно-плазменного ускорения электронов за счет явления схождения их траекторий в энергетическом пространстве в малую область.

В одномерной постановке аналитически рассмотрен процесс ускорения в кильватерной волне изначально немонотонного короткого релятивистского сгустка электронов. Показано, что минимизация разброса по энергии в сгустке ускоряемых электронов при определенных условиях инжекции достигается за счет вращения фазового портрета сгустка в процессе ускорения в фазовом пространстве, так что проекция фазового портрета на ось импульсов становится минимальной на некоторой длине ускорения. Этому соответствует схождение

траекторий электронов сгустка в энергетическом пространстве, приводящее к группировке электронов по энергии. Выяснено, что в этот момент разброс по энергии в ускоряемом сгустке определяется разбросом инжектированных электронов по их полной энергии в кильватерном потенциале, а также напрямую разбросом электронов по длине сгустка. При этом найдено, что для параметров современных инжекторов главным фактором для немоноэнергетичности ускоряемого сгустка в окрестности точки энергетической группировки составляющих его электронов является разброс по полной энергии в кильватерном потенциале между ними, который в основном обусловлен длиной инжектированного сгустка при дополнительном вкладе от разброса электронов по энергии инжекции.

Посредством численного моделирования показано также, что эффект группировки траекторий электронов в энергетическом пространстве наблюдается и в случае инжекции длинных и широких по сравнению с кильватерной волной сгустков электронов. В этом случае при захвате кильватерным полем электронов из широкого протяженного сгустка «вырезается» короткий сгусток, электроны которого далее на некоторой длине ускорения группируются по своей энергии в малую область энергетического пространства. За счет этого явления возможно получение сгустков электронов, ускоренных до энергий порядка нескольких гигаэлектронвольт с относительным разбросом по энергии в десятые доли процента.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Tajima and J. M. Dawson, *Phys. Rev. Lett.* **43**, 267 (1979); Л. М. Горбунов, В. И. Кирсанов, *ЖЭТФ* **93**, 509 (1987); P. Sprangle, E. Esarey, A. Ting et al., *Appl. Phys. Lett.* **53**, 2146 (1988).
2. E. Esarey, C. B. Schroeder, W. P. Leemans et al., *Rev. Mod. Phys.* **81**, 1229 (2009).
3. A. V. Brantov, V. Yu. Bychenkov, T. Zh. Esirkepov et al., *Phys. Plasmas* **15**, 073111 (2008); M. Kando, Y. Fukuda, H. Kotaki et al., *ЖЭТФ* **132**, 1052 (2007).
4. I. Kostyukov, E. Nerush, A. Pukhov et al., *New J. Phys.* **12**, 045009 (2010).
5. I. V. Pogorelsky, *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A* **410**, 524 (1998); I. V. Pogorelsky, in *Proc. of the Int. Conf. on LASERS'97* (New-Orleans, LA, December 15–19, 1997), ed. by J. J. Carroll and T. A. Goldman, STS Press, McLean, VA (1998), p. 868.
6. S. P. D. Mangles, C. D. Murphy, Z. Najmudin et al., *Nature* **431**, 535 (2004); C. G. R. Geddes, C. Toth, J. van Tilborg et al., *Nature* **431**, 538 (2004); W. P. Leemans, B. Nagler, A. J. Gonsalves et al., *Nature Phys.* **2**, 696 (2006).
7. Н. Е. Андреев, С. В. Кузнецов, в сб. *Тез. докл. XXVIII звенигородской конф. по физике плазмы и УТС* (19–23 февраля 2001 г.), Научный совет РАН по проблеме «Физика плазмы», Москва (2001), с. 126; <http://www.fpl.gpi.ru/Zvenigorod/XXVIII/IT/ru/s1/19-Kuznezov.doc>.
8. N. E. Andreev and S. V. Kuznetsov, in *Proc. Workshop on 2nd Generation Laser and Plasma Accelerators*, France, Presqu'île de Giens (June 24–29, 2001). Newsletter, Special Issue: Giens Workshop Proc. (2001); http://bc1.lbl.gov/CBP_pages/wim/GIENS/Giens01.pdf.
9. N. E. Andreev and S. V. Kuznetsov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **45**, A39 (2003).
10. A. G. Khachatryan, F. A. van Goor, K.-J. Boller et al., *Phys. Rev. Special Topics — Accelerators and Beams* **7**, 121301 (2004).
11. С. В. Кузнецов, *Физика плазмы* **37**, 242 (2011).
12. Н. Е. Андреев, С. В. Кузнецов, *Кратк. сообщ. по физике ФИАН* **1**, 9 (1999); С. В. Кузнецов, *Физика плазмы* **32**, 1 (2006).
13. N. E. Andreev, S. V. Kuznetsov, and I. V. Pogorelsky, *Phys. Rev. Special Topics — Accelerators and Beams* **3**, 21301 (2000).
14. N. E. Andreev, E. V. Chizhonkov, A. A. Frolov et al., *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A* **410**, 469 (1998); N. E. Andreev, E. V. Chizhonkov, A. A. Frolov et al., *Plasma Phys. Rep.* **24**, 825 (1998).
15. T. Katsouleas, S. Wilks, P. Chen et al., *Particle Acceleration* **22**, 81 (1987).
16. С. В. Кузнецов, *Физика плазмы* **38**, 134 (2012).
17. I. V. Pogorelsky, M. Babzien, K. P. Kusche et al., *Laser Phys.* **16**, 259 (2006).
18. W. D. Kimura, N. E. Andreev, M. Babzien et al., *Phil. Trans. Roy. Soc. London A* **364**, 611 (2006).
19. I. V. Pogorelsky, V. Yakimenko, M. Polyanskiy et al., *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A* **620**, 67 (2010).
20. N. E. Andreev, L. M. Gorbunov, and V. I. Kirsanov, *Phys. Plasmas* **2**, 2573 (1995).
21. N. E. Andreev and S. V. Kuznetsov, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28**, 1170 (2000).
22. L. M. Gorbunov, S. Yu. Kalmykov, and P. Mora, *Phys. Plasmas* **12**, 033101 (2005).
23. X. J. Wang, X. Qiu, and I. Ben-Zvi, *Phys. Rev. E* **54**, R3121 (1996).