

## СВОЙСТВА ЭКСИТОННОГО ДИЭЛЕКТРИКА В СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ СОСТОЯНИИ

Э. Г. Батыев\*

*Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 23 мая 2011 г.

Изучаются свойства экситонного диэлектрика с встроенным (бездиссипативным) током. Используется приближение самосогласованного поля, так что волновая функция системы имеет вид известной пробной функции Бардина–Купера–Шриффера с коэффициентами, зависящими от времени, для которых получены уравнения. Такая постановка годится для однородного случая (нет зависимости от координат). Рассматриваются две задачи: 1) эволюция системы со временем, если в начальный момент времени имеется встроенный ток; 2) реакция системы на внезапное возмущение (векторный потенциал изменяется скачком от нуля до некоторого конечного значения). В обоих случаях состояние системы зависит от времени, но некоторые характеристики (например, незатухающий ток) стремятся к постоянному значению. Для слабого возмущения система ведет себя как диэлектрик. Если возмущение не мало (порядка щели в спектре), из-за нелинейных эффектов возникают существенные отличия: в первом случае какая-то часть встроенного тока остается; во втором случае появляется добавка к исходному току.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] было показано, что возможно новое состояние экситонного диэлектрика, именно, состояние с незатухающим (сверхпроводящим) током.

Как известно [2], в системе электронов и дырок за счет кулоновского взаимодействия возможно образование упорядоченного состояния (как в сверхпроводнике [3]), в котором имеется бозе-конденсат электрон-дырочных пар (подобно бозе-конденсату куперовских пар в сверхпроводнике). Такая система ведет себя как диэлектрик и позже получила название экситонного диэлектрика (exciton insulator).

Однако могут быть и существенные отличия, что обсуждалось в работе [1] (это обсуждение будет продолжено в данной работе).

Приведем аргументацию в пользу нового состояния, упомянутого выше. Пусть волновая функция основного состояния экситонного диэлектрика есть  $\Phi_0(\mathbf{R}_e, \mathbf{R}_h)$ , где  $\mathbf{R}_e$  и  $\mathbf{R}_h$  — это набор координат соответственно электронов и дырок. Рассмотрим пробную функцию  $\Phi$ , которая отличается от  $\Phi_0$  только фазовыми множителями:

$$\Phi(\mathbf{R}_e, \mathbf{R}_h) = \Phi_0(\mathbf{R}_e, \mathbf{R}_h) \times \exp \left\{ i\mathbf{p}_e \sum_n \mathbf{r}_n + i\mathbf{p}_h \sum_{n'} \mathbf{r}_{n'} \right\} \quad (1)$$

(суммы по координатам электронов и дырок). Определяя одночастичные и двухчастичные матрицы плотности, нетрудно убедиться, что среднее значение  $E$  энергии этого состояния отличается от энергии  $E_0$  основного состояния только на кинетическую энергию движения подсистем (энергия взаимодействия не изменяется), т. е.

$$\frac{E - E_0}{V} = \frac{p_e^2}{2m_e} n_e + \frac{p_h^2}{2m_h} n_h,$$

где  $V$  — объем (площадь в двумерном случае) системы,  $n_{e,h}$  — концентрации электронов и дырок,  $m_{e,h}$  — эффективные массы. Поскольку заряды противоположны по знаку, плотность электрического тока

$$\mathbf{j} = \frac{e\mathbf{p}_e}{m_e} n_e - \frac{e\mathbf{p}_h}{m_h} n_h$$

( $e$  — заряд электрона). Минимум энергии при заданном токе имеет место при условии

$$\mathbf{p}_e = -\mathbf{p}_h = \mathbf{p}_0. \quad (2)$$

\*E-mail: batyev@isp.nsc.ru

Это в качестве наводящего соображения. Далее представим себе такую ситуацию. Пусть исходно при температуре выше точки перехода в состояние экситонного диэлектрика (в металлической фазе) электроны и дырки движутся в противоположных направлениях, так что в системе имеется электрический ток. Это обеспечивается внешними условиями (образец в цепи с током). При понижении температуры возможен переход в упорядоченное состояние за счет образования бозе-конденсата куперовских пар. Именно такое состояние — с током — рассматривается на основе простой модели при нулевой температуре.

Пусть имеется один тип электронов (операторы рождения и уничтожения  $a_{\mathbf{p}}^{\dagger}$  и  $a_{\mathbf{p}}$ ) и один тип дырок (операторы рождения и уничтожения  $b_{\mathbf{p}}^{\dagger}$  и  $b_{\mathbf{p}}$ ) с одинаковой (изотропной) дисперсией и концентрацией ( $m_e = m_h = m$ ,  $n_e = n_h = n$ ). Гамильтониан системы

$$H_0 = \sum_{\mathbf{p}} \xi_0(\mathbf{p}) \{ a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}} + b_{\mathbf{p}}^{\dagger} b_{\mathbf{p}} \} + \frac{1}{V} \sum W(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4) a_1^{\dagger} b_2^{\dagger} b_3 a_4 + H_{e-e} + H_{h-h}. \quad (3)$$

Здесь оператор  $H_{e-e}$  означает взаимодействие электронов друг с другом (аналогично  $H_{h-h}$  — для дырок);  $\xi_0(\mathbf{p})$  — энергия частицы, отсчитанная от соответствующей энергии Ферми. В двумерном случае, когда электроны и дырки разделены барьером, их зоны могут быть разнесены по энергии, это относится и к энергиям Ферми (такое состояние поддерживается внешним потенциалом между слоями электронов и дырок).

Если мы накладываем дополнительное условие, что каждая из подсистем движется со своей скоростью, то с учетом дополнительного условия надо вместо гамильтониана (3) рассмотреть оператор

$$H(\mathbf{v}_{e,h}) = \sum_{\mathbf{p}} \{ \xi_e(\mathbf{p}) a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}} + \xi_h(\mathbf{p}) b_{\mathbf{p}}^{\dagger} b_{\mathbf{p}} \} + \frac{1}{V} \sum W(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4) a_1^{\dagger} b_2^{\dagger} b_3 a_4 + H_{e-e} + H_{h-h}, \quad (4)$$

$$\xi_{e,h}(\mathbf{p}) = \xi_0(\mathbf{p}) - \mathbf{p}\mathbf{v}_{e,h} + \frac{m\mathbf{v}_{e,h}^2}{2} = \xi_0(\mathbf{p} - m\mathbf{v}_{e,h}).$$

Здесь  $\mathbf{p}$  — импульс частицы в лабораторной системе отсчета (при нулевой температуре заполнены состояния с отрицательными энергиями),  $\mathbf{v}_{e,h}$  — скорость соответствующей подсистемы, отсчет энергий частиц — от фермиевских энергий покоящихся подсистем. Такие энергии  $\xi_{e,h}$  получаются, если накладывать дополнительное условие, фиксирующее им-

пульс подсистемы, например, добавляя к гамильтониану слагаемое  $-\mathbf{v}_e \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{p} a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}$  (для электронов, аналогично для дырок), что и подразумевается. А слагаемые  $m\mathbf{v}_{e,h}^2/2$  появляются из-за химических потенциалов движущихся подсистем, так чтобы в результате числа частиц были равны исходным значениям.

Если брать произвольные скорости  $\mathbf{v}_{e,h}$ , то бозе-конденсат куперовских пар образуется с нулевым импульсом. Если же  $m\mathbf{v}_e = -m\mathbf{v}_h \equiv \mathbf{p}_0$  (см. (2)), то по симметрии этот импульс заведомо нулевой. Далее будем рассматривать именно этот случай. Энергии частиц совпадают: энергия электрона с импульсом  $\mathbf{p}$  (частица типа  $a$ ) и энергия дырки с импульсом  $-\mathbf{p}$  (частица типа  $b$ ), т. е.

$$\xi_e(\mathbf{p}) = \xi_h(-\mathbf{p}) = \xi_0(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) \equiv \xi(\mathbf{p}). \quad (5)$$

В результате мы имеем в точности ту же задачу, что и для сверхпроводника, только здесь частицы различаются знаком заряда, а не спином. Поэтому далее используем модель того же типа, которая была в работе Бардина — Купера — Шриффера (БКШ) [3]: из всего взаимодействия оставляем только часть, соответствующую образованию куперовских пар с нулевым импульсом, а взаимодействие электронов друг с другом  $H_{e-e}$  и дырок друг с другом  $H_{h-h}$  не учитываем. После этого вместо гамильтониана (4) с учетом (5) имеем

$$H(\mathbf{v}_{e,h}) \rightarrow H = \sum_{\mathbf{p}} \xi(\mathbf{p}) \{ a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}} + b_{-\mathbf{p}}^{\dagger} b_{-\mathbf{p}} \} + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') a_{\mathbf{p}}^{\dagger} b_{-\mathbf{p}}^{\dagger} b_{-\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'}, \quad (6)$$

$$H_0 = H + \sum_{\mathbf{p}} (\xi_0(\mathbf{p}) - \xi(\mathbf{p})) \{ a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}} + b_{-\mathbf{p}}^{\dagger} b_{-\mathbf{p}} \}.$$

Оператор  $H$  и есть модельный гамильтониан нашей задачи с дополнительным условием ( $H_0$  без дополнительного условия).

Для этого гамильтониана идеально подходит приближение самосогласованного поля, для которого оператор взаимодействия  $H_i$  (последняя часть (6)) представляется в виде

$$H_i \rightarrow \sum_{\mathbf{p}} \{ a_{\mathbf{p}}^{\dagger} b_{-\mathbf{p}}^{\dagger} \Delta(\mathbf{p}) + \text{H.c.} \} - \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \langle a_{\mathbf{p}}^{\dagger} b_{-\mathbf{p}}^{\dagger} \rangle \langle b_{-\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'} \rangle, \quad (7)$$

$$\Delta(\mathbf{p}) \equiv \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \langle b_{-\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'} \rangle.$$

Здесь символ  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по состоянию системы.

Подчеркнем, что в данном случае для гамильтониана (6) приближение самосогласованного поля дает асимптотически точный результат (т. е. точный результат в пределе  $V \rightarrow \infty$ ). Это видно из псевдоспинового подхода, предложенного Андерсоном [4], потому что в этом подходе каждый псевдоспин взаимодействует со всеми другими, а их макроскопически много, так что флуктуации не существенны (напомним, что проекции псевдоспина соответствуют заполненной или пустой паре рассматриваемых состояний).

Вернемся к гамильтониану (6). Часть этого оператора  $h$ , соответствующая частицам с импульсами  $\mathbf{p}$  и  $-\mathbf{p}$ , имеет вид

$$h = \xi(a^\dagger a + b^\dagger b) + \Delta(a^\dagger b^\dagger + ba). \quad (8)$$

Это для вещественного параметра порядка  $\Delta$  (индексы опущены). Диагонализация проводится обычным образом (преобразованиями Боголюбова):

$$\begin{aligned} a &= u\alpha + v\beta^\dagger, & b &= u\beta - v\alpha^\dagger, \\ (u^2, v^2) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \frac{\xi}{E} \right\}, & uv &= -\frac{\Delta}{2E}, \\ E &\rightarrow E(\mathbf{p}) = \sqrt{\xi^2(\mathbf{p}) + \Delta^2(\mathbf{p})}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $E(\mathbf{p})$  — энергия квазичастиц. Оператор  $h$  через операторы квазичастиц переписется в виде

$$h \rightarrow E(\mathbf{p})(\alpha_{\mathbf{p}}^\dagger \alpha_{\mathbf{p}} + \beta_{-\mathbf{p}}^\dagger \beta_{-\mathbf{p}}) + [\xi(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p})]. \quad (10)$$

Уравнение для параметра порядка (7) при нулевой температуре имеет вид

$$\Delta(\mathbf{p}) = -\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \frac{\Delta(\mathbf{p}')}{2E(\mathbf{p}')}. \quad (11)$$

Если вспомнить определение  $\xi$  (5), то видно, что параметр порядка выражается через значение  $\Delta_0(\mathbf{p})$  для покоящихся подсистем (т. е. при  $\mathbf{p}_0 = 0$ ), именно:

$$\Delta(\mathbf{p}) = \Delta_0(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0). \quad (12)$$

То же самое относится к спектру элементарных возбуждений (спектру квазичастиц).

Полученное состояние в точности соответствует пробной функции (1). Для того чтобы в этом убедиться, найдем, например, одночастичную матрицу плотности  $\rho(\mathbf{r}', \mathbf{r})$  для электронов:

$$\rho(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = \langle \Psi_e^\dagger(\mathbf{r}') \Psi_e(\mathbf{r}) \rangle,$$

$$\Psi_e(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}.$$

Переходя к операторам квазичастиц согласно (9) и вычисляя среднее, убеждаемся, что

$$\rho(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = \rho_0(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \exp [i\mathbf{p}_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] \quad (\rho_0 \text{ соответствует основному состоянию неподвижных подсистем}).$$

То же самое можно получить, используя функцию типа БКШ для нашего состояния:

$$\Phi = \prod_{\mathbf{p}} \left\{ u_{\mathbf{p}} + v_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}}^\dagger b_{-\mathbf{p}}^\dagger \right\} |0\rangle. \quad (13)$$

Остальные выводы такие же, как для пробной функции (1).

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, УРАВНЕНИЯ

Состояние с встроенным током возникает под влиянием внешних условий (ток в цепи, в которую входит наш образец). Это состояние (без внешнего воздействия) не является стационарным, потому что разность импульсов подсистем не является квантовым числом. Поэтому интересно выяснить, что будет с системой, если в качестве начального состояния взять состояние с током в отсутствие внешнего воздействия. Это одна из целей данной работы.

Другой вопрос, который здесь рассматривается, это влияние электрического поля на систему. Это интересно в случае, когда в цепи с током, в которой находится наш образец, происходит изменение тока. Для обычного диэлектрика такое влияние известно — в системе возникает поляризация. В экситонном диэлектрике для слабого медленноменяющегося поля будет то же самое. В других случаях, как оказывается, появляются существенные отличия. Будет рассмотрено воздействие на систему (с током или без) внезапного возмущения (векторный потенциал изменяется скачком).

Таким образом, нас будут интересовать нестационарные задачи в однородном случае. Для решения таких задач необходимо иметь нестационарные уравнения, к выводу которых мы и приступим.

Для этого можно использовать подход Андерсона [4]. В этом подходе вводятся псевдоспины 1/2 и соответствующие операторы (вместо операторов пары частиц) следующим образом:

$$\begin{aligned} a_{\mathbf{p}}^\dagger b_{-\mathbf{p}}^\dagger &\rightarrow S^+(\mathbf{p}) = S_x(\mathbf{p}) + iS_y(\mathbf{p}), \\ b_{-\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}} &\rightarrow S^-(\mathbf{p}) = S_x(\mathbf{p}) - iS_y(\mathbf{p}), \\ a_{\mathbf{p}}^\dagger a_{\mathbf{p}} + b_{-\mathbf{p}}^\dagger b_{-\mathbf{p}} &\rightarrow 1 + 2S_z(\mathbf{p}). \end{aligned} \quad (14)$$

Тогда гамильтониан  $H_0$  (см. (6)) с учетом однородного переменного поля  $\mathbf{A}(t)$  ( $\mathbf{A}(t)$  — векторный потенциал) запишется в виде

$$H_0 \rightarrow \sum_{\mathbf{p}} \left\{ \xi_0(\mathbf{p}) - \frac{e}{mc} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}) + \frac{e^2}{2mc^2} \mathbf{A}^2 \right\} \times \\ \times [1 + 2S_z(\mathbf{p})] + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') S^+(\mathbf{p}) S^-(\mathbf{p}'). \quad (15)$$

В приближении самосогласованного поля для взаимодействия  $H_i$  имеем

$$H_i \rightarrow \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') S^+(\mathbf{p}) \langle S^-(\mathbf{p}') \rangle + \\ + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \langle S^+(\mathbf{p}) \rangle S^-(\mathbf{p}') - \\ - \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \langle S^+(\mathbf{p}) \rangle \langle S^-(\mathbf{p}') \rangle.$$

Таким образом, можно написать

$$H_0 = \sum_{\mathbf{p}} H(\mathbf{p}) - \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \times \\ \times \langle S^+(\mathbf{p}) \rangle \langle S^-(\mathbf{p}') \rangle; \\ H(\mathbf{p}) = \left\{ \xi_0(\mathbf{p}) - \frac{e}{mc} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}) + \frac{e^2}{2mc^2} \mathbf{A}^2 \right\} \times \quad (16) \\ \times [1 + 2S_z(\mathbf{p})] + \tilde{\Delta}(\mathbf{p}) S^+(\mathbf{p}) + \tilde{\Delta}^*(\mathbf{p}) S^-(\mathbf{p}), \\ \tilde{\Delta}(\mathbf{p}) \equiv \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \langle S^-(\mathbf{p}') \rangle.$$

Волновая функция  $\Psi(\mathbf{p})$  — это двухкомпонентная величина (спинор), для которой пишем уравнение Шредингера:

$$\Psi(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} \tilde{v}(\mathbf{p}) \\ \tilde{u}(\mathbf{p}) \end{pmatrix}; \quad H(\mathbf{p}) \Psi(\mathbf{p}) = i \frac{d}{dt} \Psi(\mathbf{p}). \quad (17)$$

Отсюда получаются уравнения

$$i \frac{d\tilde{v}_{\mathbf{p}}}{dt} = 2 \left\{ \xi_0(\mathbf{p}) - \frac{e}{mc} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}) + \frac{e^2}{2mc^2} \mathbf{A}^2 \right\} \tilde{v}_{\mathbf{p}} + \\ + \tilde{\Delta}(\mathbf{p}) \tilde{u}_{\mathbf{p}}, \quad i \frac{d\tilde{u}_{\mathbf{p}}}{dt} = \tilde{\Delta}^*(\mathbf{p}) \tilde{v}_{\mathbf{p}}, \quad (18)$$

$$\tilde{\Delta}(\mathbf{p}) \equiv \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \tilde{u}_{\mathbf{p}'}^* \tilde{v}_{\mathbf{p}'}$$

Волновая функция системы имеет вид пробной функции БКШ (13) с переменными коэффициентами.

В качестве проверки рассмотрим случай без поля и с током ( $\xi_0 \rightarrow \xi$ ,  $\mathbf{A} = 0$ ). Ищем решение в виде  $(u, v) \sim \exp(-i\epsilon t)$ . Имеем:

$$v \Delta^* = \epsilon u, \quad 2 \xi v + u \Delta = \epsilon v$$

(индексы опущены). Здесь введено обозначение

$$\Delta(\mathbf{p}) \equiv \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') u_{\mathbf{p}'}^* v_{\mathbf{p}'}. \quad (19)$$

Условие разрешимости уравнений дает

$$\epsilon_{\mathbf{p}} = \xi(\mathbf{p}) \pm \sqrt{\xi^2(\mathbf{p}) + |\Delta(\mathbf{p})|^2} \equiv \xi(\mathbf{p}) \pm E(\mathbf{p}).$$

Нижний знак соответствует основному состоянию, а верхний — возбужденному. Отметим, что то же самое получается в операторном подходе (см. предыдущий раздел) и диагонализации квадратичного гамильтониана (в данном случае возбуждение как две квазичастицы фермиевского типа). Для коэффициентов  $u$ ,  $v$  имеем прежние соотношения (9).

### 3. ЭВОЛЮЦИЯ СИСТЕМЫ

Представим себе, что система с встроенным током замкнута сама на себя, т.е. дополнительного условия нет. Это задача с начальным условием: задана волновая функция системы с током при  $t = 0$  и надо найти, что будет с ней происходить дальше. Это значит, что необходимо решать нестационарную задачу (см. уравнения (18) при  $\mathbf{A} = 0$ ).

Итак, будем рассматривать следующие уравнения:

$$i \frac{d\tilde{u}_{\mathbf{p}}}{dt} = \tilde{\Delta}^*(\mathbf{p}) \tilde{v}_{\mathbf{p}}, \\ i \frac{d\tilde{v}_{\mathbf{p}}}{dt} = 2 \xi_0(\mathbf{p}) \tilde{v}_{\mathbf{p}} + \tilde{\Delta}(\mathbf{p}) \tilde{u}_{\mathbf{p}}, \quad (20) \\ \tilde{\Delta}(\mathbf{p}) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \tilde{u}_{\mathbf{p}'}^* \tilde{v}_{\mathbf{p}'}$$

Начальные условия:

$$\tilde{v}_{\mathbf{p}}(t = 0) = v_{\mathbf{p}}, \quad \tilde{u}_{\mathbf{p}}(t = 0) = u_{\mathbf{p}}. \quad (21)$$

Величины  $u$ ,  $v$  заданы формулами (9).

*Общие соотношения.* Используя уравнения (20), можно получить некоторые естественные соотношения. Во-первых, убеждаемся, что условие нормировки соблюдается:

$$\frac{d}{dt} (|\tilde{u}_{\mathbf{p}}|^2 + |\tilde{v}_{\mathbf{p}}|^2) = 0. \quad (22)$$

Во-вторых, сохраняются среднее число частиц и средняя энергия:

$$\begin{aligned} N &= 2 \sum_{\mathbf{p}} |\tilde{v}_{\mathbf{p}}|^2 \rightarrow \frac{dN}{dt} = 0, \\ \langle H \rangle &= 2 \sum_{\mathbf{p}} \xi_0(\mathbf{p}) |\tilde{v}_{\mathbf{p}}|^2 + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \times \\ &\times (\tilde{u}_{\mathbf{p}}^* \tilde{v}_{\mathbf{p}}) (\tilde{u}_{\mathbf{p}'} \tilde{v}_{\mathbf{p}'}^*) \rightarrow \frac{d\langle H \rangle}{dt} = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Энергия системы, отсчитанная от энергии неупорядоченного состояния:

$$\langle H \rangle - \langle H^{(0)} \rangle = N \frac{p_0^2}{2m} - V \gamma \frac{\Delta^2}{2} \quad (24)$$

( $\gamma$  — плотность состояний на поверхности Ферми). Эта величина сохраняется со временем. Она отрицательна (т.е. заведомо соответствует упорядоченному состоянию, что бы ни произошло с системой), пока выполняется условие

$$v_F p_0 < \Delta. \quad (25)$$

В линейном пределе (малое возмущение  $v_F p_0 \ll \Delta$ ) осуществляется случай, рассмотренный ранее [1] (встроенный ток, осциллируя со временем, уменьшается до нуля). Интересен нелинейный случай.

Удобно (из-за начальных условий) проводить разложение искомой функции (уравнения (20)) по состояниям с током. Кроме того, при этом явно виден источник нелинейности:

$$\begin{pmatrix} \tilde{v} \\ \tilde{u} \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} \exp(-iE_- t) + A_2 \begin{pmatrix} u \\ -v \end{pmatrix} \exp(-iE_+ t), \quad (26)$$

$$E_{\pm} = \xi \pm E, \quad E = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2}.$$

Начальные условия:

$$A_1(0) = 1, \quad A_2(0) = 0.$$

Подставляя выражение (26) в уравнения (20), получим

$$\left\{ i \dot{A}_1 u - \Delta_1^* A_1 v \right\} - \left\{ i \dot{A}_2 v + \Delta_1^* A_2 u \right\} \exp(-2iEt) = 0,$$

$$\begin{aligned} &\left\{ i \dot{A}_1 v - 2\xi_1 A_1 v - \Delta_1 A_1 u \right\} + \\ &+ \left\{ i \dot{A}_2 u - 2\xi_1 A_2 u + \Delta_1 A_2 v \right\} \exp(-2iEt) = 0, \end{aligned}$$

$$\Delta_1 \equiv \tilde{\Delta} - \Delta, \quad \xi_1 \equiv \xi_0 - \xi. \quad (27)$$

Здесь был использован результат, получающийся из уравнений (20) при замене  $\tilde{\Delta} \rightarrow \Delta$ ,  $\xi_0 \rightarrow \xi$ .

Задача нелинейная, и основной источник нелинейности — это величина  $\xi_1$  ( $|\xi_1| \sim v_F p_0$ ). Далее считаем, что эта величина может сравниться с параметром порядка ( $|\xi_1| \sim \Delta$ ). Что касается  $\Delta_1$ , то, как оказывается, этой величиной можно пренебречь в пределе слабого взаимодействия.

### 3.1. Основное предположение ( $\Delta_1 \rightarrow 0$ )

Из приведенных выше уравнений при условии  $\Delta_1 \rightarrow 0$  для производных  $\dot{A}_{1,2}$  имеем

$$i \dot{A}_1 - 2\xi_1 v^2 A_1 = 2\xi_1 uv A_2 \exp(-2iEt),$$

$$i \dot{A}_2 - 2\xi_1 u^2 A_2 = 2\xi_1 uv A_1 \exp(2iEt).$$

Наконец, перейдем к другим искомым величинам:

$$\begin{aligned} A_1 &= B_1 \exp\{-2i\xi_1 v^2 t\}, \\ A_2 &= B_2 \exp\{-2i\xi_1 u^2 t\}. \end{aligned} \quad (28)$$

Уравнения для величин  $B_{1,2}$  имеют вид

$$\begin{aligned} i \dot{B}_1 &= 2\xi_1 uv \exp\{-2it[E + \xi_1(u^2 - v^2)]\} B_2, \\ i \dot{B}_2 &= 2\xi_1 uv \exp\{2it[E - \xi_1(u^2 - v^2)]\} B_1. \end{aligned} \quad (29)$$

При условии  $\Delta_1 \rightarrow 0$  энергии, получающиеся из уравнений (20), известны, именно:

$$E_{\pm}^{(0)} = \xi_0 \pm E_0, \quad E_0 = \sqrt{\xi_0^2 + \Delta^2}. \quad (30)$$

Это есть энергии для состояния без тока (разницей  $\Delta$  и  $\Delta_0$  можно пренебречь). Естественно, то же самое получается и из уравнений (29), как и должно быть (см. ниже).

Из двух дифференциальных уравнений (29) можно получить одно второго порядка, например, для величины  $B_1$ :

$$\begin{aligned} \ddot{B}_1 + 2i[E + \xi_1(u^2 - v^2)] \dot{B}_1 + [2\xi_1 uv]^2 B_1 &= 0, \\ B_1(0) = 1, \quad \dot{B}_1(0) &= 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Отсюда для решения  $B_1 \sim \exp(-i\Omega t)$  получим, естественно, две частоты:

$$\Omega_{\pm} = E + \frac{\xi_1 \xi}{E} \pm E_0. \quad (32)$$

Учитывая временные множители из выражений (26), (28), убеждаемся, что действительно получаются уровни (30).

Продолжим. В результате (с учетом начальных условий) имеем

$$\begin{aligned} B_1(t) &= \frac{-\Omega_-}{2E_0} \exp(-i\Omega_+ t) + \frac{\Omega_+}{2E_0} \exp(-i\Omega_- t), \\ B_2(t) &= \frac{i\dot{B}_1(t)}{2\xi_1 uv} \exp\{2it [E + \xi_1(u^2 - v^2)]\}. \end{aligned} \quad (33)$$

Отсюда получаются следующие значения коэффициентов в выражении (26):

$$\begin{aligned} A_1 \exp(-iE_- t) &= \frac{\Omega_+}{2E^{(0)}} \exp(-iE_-^{(0)} t) - \\ &- \frac{\Omega_-}{2E^{(0)}} \exp(-iE_+^{(0)} t), \quad A_2 \exp(-iE_+ t) = \\ &= \frac{\xi_1 \Delta}{2EE^{(0)}} \left\{ \exp(-iE_-^{(0)} t) - \exp(-iE_+^{(0)} t) \right\}. \end{aligned} \quad (34)$$

Видно, что коэффициент  $A_2$  мал в меру малости  $\xi_1$ . Для величин  $\tilde{v}$ ,  $\tilde{u}$  имеем

$$\begin{aligned} \tilde{v} &= \frac{1}{2E_0} \left\{ \left[ \Omega_+ v + \frac{\xi_1 \Delta}{E} u \right] \exp(-iE_-^{(0)} t) - \right. \\ &\left. - \left[ \Omega_- v + \frac{\xi_1 \Delta}{E} u \right] \exp(-iE_+^{(0)} t) \right\}, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= \frac{1}{2E_0} \left\{ \left[ \Omega_+ u - \frac{\xi_1 \Delta}{E} v \right] \exp(-iE_-^{(0)} t) - \right. \\ &\left. - \left[ \Omega_- u - \frac{\xi_1 \Delta}{E} v \right] \exp(-iE_+^{(0)} t) \right\}. \end{aligned} \quad (36)$$

Нетрудно убедиться, что нормировка (см. (22)) сохраняется:

$$|\tilde{u}|^2 + |\tilde{v}|^2 = 1.$$

*Параметр порядка.* Используя выражения (35), (36), для соответствующей величины получим

$$\begin{aligned} \tilde{u}^* \tilde{v} &\rightarrow -\frac{\Delta}{2E} - \frac{\xi_1 \Delta}{2EE_0} \times \\ &\times \left\{ -i \sin(2E_0 t) + \frac{\xi_0}{E_0} [\cos(2E_0 t) - 1] \right\}. \end{aligned} \quad (37)$$

Первое слагаемое приводит к значению  $\Delta$ , а второе слагаемое дает малую поправку. Действительно, даже при  $v_F p_0 \sim \Delta$  второе слагаемое дает величину (с учетом интегрирования с взаимодействием) порядка  $|g|\Delta$ , где безразмерная константа взаимодействия  $|g|$  мала.

Это можно пояснить при помощи псевдоспиновой модели Андерсона [4]. В этой модели в приближении самосогласованного поля параметр порядка выступает как «магнитное поле» в плоскости  $(x, y)$ , действующее на псевдоспины, а  $\xi_0$  —

как  $z$ -компонента «магнитного поля». Это видно из уравнений (16). В начальном состоянии псевдоспины выстроены с учетом  $z$ -компоненты «магнитного поля»  $\xi$ . При появлении добавки  $\xi_1$  псевдоспины начинают прецессировать, но вразнобой, поэтому вклад от этого в основном уничтожается, кроме области вблизи поверхности Ферми (при малых значениях  $\xi$ ), где эти прецессии происходят более или менее в фазе. Но влияние этого оказывается малым из-за слабости взаимодействия.

Дальше будет видно, что добавка к энергии взаимодействия оказывается существенной.

*Число частиц.* Величина, дающая число частиц при суммировании по импульсам:

$$|\tilde{v}|^2 \rightarrow |v|^2 + \frac{\xi_1 \Delta^2}{2E_0^2 E} \{\cos(2E_0 t) - 1\}. \quad (38)$$

С учетом того, что

$$\xi_1 = \frac{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}_0)}{m} - \frac{p_0^2}{2m},$$

и пренебрегая последним слагаемым в  $\xi_1$ , убеждаемся, что число частиц остается неизменным (добавка в (38) изменяет знак при изменении знака импульса и  $\xi_0$ , а суммирование существенно вблизи поверхности Ферми).

*Энергия.* Изменение кинетической энергии  $\delta E_K$  дается выражением

$$\delta E_K = 2 \sum_{\mathbf{p}} \xi_0(\mathbf{p}) \delta |\tilde{v}_{\mathbf{p}}|^2,$$

$$\delta E_K = \sum_{\mathbf{p}} \frac{\xi_1 \xi_0 \Delta^2}{E_0^2 E} \{\cos(2E_0 t) - 1\}. \quad (39)$$

Изменение энергии взаимодействия:

$$\delta E_I \approx \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \{(\tilde{u}\tilde{v}^*)_{\mathbf{p}} \delta(\tilde{u}^*\tilde{v})_{\mathbf{p}'} + \text{с.с.}\}.$$

С учетом (35) получим

$$\delta E_I = - \sum_{\mathbf{p}} \frac{\xi_1 \xi_0 \Delta^2}{E_0^2 E} \{\cos(2E_0 t) - 1\}. \quad (40)$$

Это в точности компенсируется результатом (39).

Отметим, что нормировка должна остаться неизменной при любом значении параметра порядка. То, что так получилось, это просто проверка наших вычислений. Другое дело — сохранение числа частиц и энергии. При выводе общего соотношения для этих величин (см. (23)) было использовано также выражение для параметра порядка (см. (20)). Поэтому

выполнение этих условий является проверкой использованных приближений.

В пределе малых скоростей ( $v_F p_0 / \Delta \rightarrow 0$ ) обе добавки к энергии, естественно, обращаются в нуль. Интересно выяснить, что будет при возрастании скорости, например, при  $v_F p_0 \sim \Delta$ .

Рассмотрим добавку  $\delta E_I$  в пределе больших времен  $t\Delta \gg 1$ , когда остается только постоянная часть. Переходя к безразмерным переменным, имеем:

$$\frac{\delta E_I}{V} \Big|_{t \rightarrow \infty} = \frac{\gamma \Delta^2}{2} F(\alpha) \quad (\alpha \equiv \frac{v_F p_0}{\Delta}), \quad (41)$$

$$F(\alpha) = \frac{\alpha}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{x \cos(\varphi)}{x^2 + 1} \times \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x - \alpha \cos \varphi)^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \right\}.$$

(Это для двумерного случая, в трехмерном случае выражение другое.)

Такая запись (41) выбрана для удобства сравнения с энергией упорядоченного состояния (см. (24)).

Приведем некоторые значения величины  $F(\alpha)$ :

$\alpha$	0.5	1	2	3
$F(\alpha)$	0.152	0.5545	1.668	2.6924

Видно, что изменение энергии взаимодействия может стать порядка энергии упорядоченного состояния. Но по сравнению с энергией взаимодействия это малая величина, потому что энергия взаимодействия содержит большой логарифм, который уничтожается подобным вкладом кинетической энергии, так что в результате остается энергия упорядоченного состояния, которая не содержит этого логарифма.

Ток. Для плотности тока имеем

$$\mathbf{j}(t) = \frac{2e}{m} \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{p} |\tilde{v}_{\mathbf{p}}|^2 \approx \mathbf{j}(0) + \frac{e}{m} \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{p} \frac{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}_0)}{m} \frac{\Delta^2}{E_0^2 E} \{\cos(2E_0 t) - 1\}, \quad (42)$$

$$\mathbf{j}(0) = \frac{2e}{m} \mathbf{p}_0 n.$$

Напомним, что  $n$  есть концентрация электронов (или дырок). В пределе малых скоростей,  $v_F p_0 \ll \Delta$ , постоянная часть добавки к току в точности компенсирует исходное значение тока  $\mathbf{j}(0)$  (отмечено раньше [1]).

В пределе  $t\Delta \gg 1$  остается постоянная составляющая, для которой имеем

$$\mathbf{j}(t \rightarrow \infty) = G(\alpha) \mathbf{j}(0), \quad (43)$$

$$G(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \frac{\cos^2(\varphi)}{x^2 + 1} \times \left\{ \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt{(x - \alpha \cos(\varphi))^2 + 1}} \right\}.$$

Приведем некоторые значения величины  $G(\alpha)$ :

$\alpha$	0.5	1	2	3
$G(\alpha)$	0.024	0.086	0.251	0.397

Таким образом, видно, что в конце концов ток остается, но меньше исходного (осциллирующие части стремятся к нулю). Хотя состояние системы не является стационарным, усредненные характеристики в пределе оказываются постоянными.

#### 4. ВНЕШНЕЕ ПОЛЕ

Отклик на слабое низкочастотное поле был рассмотрен в работе [5], в которой была получена диэлектрическая постоянная экситонного диэлектрика. Это же можно найти и при помощи наших уравнений (18) (в однородном случае). Более того, эти уравнения можно использовать и в более общем случае.

Именно, рассмотрим случай внезапного возмущения, когда векторный потенциал скачком изменяется от нуля до постоянного конечного значения:

$$\mathbf{A}(t < 0) = 0, \quad \mathbf{A}(t > 0) = \mathbf{A}_0.$$

Оказывается, при этом можно использовать результаты предыдущего раздела. (Внезапность означает, что все происходит быстро по сравнению с характерным временем  $1/\Delta$ .)

Перепишем уравнения (18) с некоторыми новыми обозначениями:

$$\begin{aligned} i \frac{d\tilde{u}_{\mathbf{p}}}{dt} &= \tilde{\Delta}^*(\mathbf{p}) \tilde{v}_{\mathbf{p}}, \\ i \frac{d\tilde{v}_{\mathbf{p}}}{dt} &= 2 \tilde{\xi}_0(\mathbf{p}) \tilde{v}_{\mathbf{p}} + \tilde{\Delta}(\mathbf{p}) \tilde{u}_{\mathbf{p}}, \\ \tilde{\Delta}(\mathbf{p}) &= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \tilde{u}_{\mathbf{p}'}^* \tilde{v}_{\mathbf{p}'}. \end{aligned} \quad (44)$$

Эти уравнения отличаются от прежних (20) некоторыми заменами:

$$\tilde{\xi}_0 \equiv \xi + \tilde{\xi}_1, \quad \tilde{\xi}_1 \equiv -\frac{e}{mc} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}_0) + \frac{e^2}{2mc^2} \mathbf{A}_0^2. \quad (45)$$

Далее будем пренебрегать квадратичными по  $\mathbf{A}_0$  вкладками (так же как раньше квадратичными вкладками по  $\mathbf{p}_0$ , см. выражение для  $\xi_1$  после формулы (38)). Это значит, что можно в прежних результатах заменить  $\mathbf{p}_0 \rightarrow -(e/c)\mathbf{A}_0$ .

Итак, все результаты предыдущего раздела для величин  $\tilde{v}$ ,  $\tilde{u}$  годятся и в данном случае с заменами

$$\xi_0 \rightarrow \tilde{\xi}_0, \quad \xi_1 \rightarrow \tilde{\xi}_1, \quad E_0 \rightarrow \tilde{E}_0 = \sqrt{\tilde{\xi}_0^2 + \Delta^2}. \quad (46)$$

(Это же относится к величинам  $E_{\pm}^{(0)}$ ,  $\Omega_{\pm}$ ). Тогда, например, в выражении (41) надо подразумевать под параметром  $\alpha$  величину

$$\alpha \rightarrow \frac{v_F |e| A_0}{\Delta c}.$$

Здесь учтено, что заряд  $e < 0$  (впрочем,  $F(\alpha)$  есть четная функция  $\alpha$ ).

(Это все для состояния с встроенным током. В применении к основному состоянию без тока надо будет просто провести замену  $\xi \rightarrow \xi_0$ .)

Теперь о плотности тока (обозначим  $\mathbf{j}_A$ ). Естественно, в данном случае при  $t > 0$  вместо выражения (42) надо написать

$$\mathbf{j}_A(t) = \frac{2e}{m} \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}} \left( \mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A}_0 \right) |\tilde{v}_{\mathbf{p}}|^2. \quad (47)$$

Это выражение анализируется следующим образом. Во-первых, вторая часть, содержащая явно  $\mathbf{A}_0$ , не зависит от времени из-за сохранения числа частиц. Во-вторых, первая часть (с  $\mathbf{p}$ ) в начальный момент времени дает просто  $\mathbf{j}(0)$  (см. (42)), а остальное записывается по аналогии с добавкой к прежнему выражению (42) (с учетом (45), (46)). В результате в начальный момент имеем

$$\mathbf{j}_A(0) = \frac{2e}{m} \left( \mathbf{p}_0 - \frac{e}{c} \mathbf{A}_0 \right) n, \quad (48)$$

а для полного тока получим

$$\mathbf{j}_A(t) = \mathbf{j}_A(0) - \frac{e^2}{m^2 c} \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{p} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}_0) \times \times \frac{\Delta^2}{\tilde{E}_0^2 E} \left\{ \cos(2\tilde{E}_0 t) - 1 \right\}. \quad (49)$$

В пределе больших времен можно воспользоваться результатами, приведенными в (43), именно:

$$\mathbf{j}_A(t \rightarrow \infty) = \mathbf{j}(0) - \left\{ \frac{2e^2}{mc} \mathbf{A}_0 n \right\} G(\alpha), \quad (50)$$

$$\alpha \rightarrow \frac{v_F |e| A_0}{\Delta c}.$$

Напомним, что  $\mathbf{j}(0)$  — это встроенный ток (см. (42)). Если его нет (основное состояние экситонного диэлектрика), то остается только второе слагаемое в токе.

Подчеркнем, что в случае конечного скачка векторного потенциала поведение экситонного диэлектрика отличается от поведения обычного диэлектрика — в нем появляется ток (или дополнительный ток, если поначалу был встроенный), тогда как в пределе малых возмущений ( $\alpha \ll 1$ ) поведение остается таким же, как в обычном диэлектрике. Появление (дополнительного) тока можно было бы объяснить туннелированием пар носителей через запрещенную зону, но здесь нет обычной в этом случае туннельной экспоненты, а только степенные зависимости. Видимо, это просто следствие нелинейности задачи.

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ

Могут возникнуть вопросы в связи с обсуждаемыми здесь явлениями. Имеется макроскопическая система с встроенным током. Если предоставить систему самой себе (убрать внешнее воздействие), то в системе появляются колебания, в том числе и тока. Эти колебания бывают настолько велики, что при этом может изменяться направление тока (во всем образце сразу!). Дело в том, что в системе остается дальний порядок (хотя и в нестационарном состоянии), представителем которого является величина  $\Delta$  (добавки к которой оказались малыми). Кстати, в работе не делалось различия между величинами  $\Delta$  и  $\Delta_0$ , хотя, строго говоря, они различаются (см. (12)). Нетрудно убедиться, что это различие оказывается несущественным для наших целей.

В работе использовался модельный подход, в котором учитывалось только образование куперовских пар. Однако даже в приближении самосогласованного поля имеются еще вклады, которые не были учтены.

Рассмотрим для примера взаимодействие электронов друг с другом. Соответствующий оператор имеет вид

$$H_{e-e} = \frac{-1}{2V} \sum_{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4} W(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4) a_1^\dagger a_2^\dagger a_3 a_4.$$

В приближении самосогласованного поля это выглядит так:



$$H_{e-e} \rightarrow \frac{-1}{2V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(0) \langle a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}} \rangle \langle a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'} \rangle + \\ + \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \langle a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}} \rangle \langle a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'} \rangle.$$

Второе слагаемое — от обменного взаимодействия. Подобный вклад имеется и от взаимодействия дырок друг с другом, а для взаимодействия электронов с дырками, естественно, нет обменного вклада (остается только слагаемое первого типа с другим знаком и другим коэффициентом, т. е.  $-1/2 \rightarrow 1$ ). В нашем подходе

$$\langle a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}} \rangle = \langle b_{\mathbf{p}}^{\dagger} b_{\mathbf{p}} \rangle = |\tilde{v}_{\mathbf{p}}|^2.$$

Поэтому вклады первого типа уничтожают друг друга, остается только обменный вклад.

Таким образом, вклад обменного взаимодействия имеет вид

$$\langle H_{ex} \rangle = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') |\tilde{v}_{\mathbf{p}}|^2 |\tilde{v}_{\mathbf{p}'}|^2.$$

Это есть добавка к энергии (16).

В результате изменяется уравнение для  $\tilde{v}$  (см. (18)), именно, появляется добавка к величине  $\xi_0$ :

$$\xi_0 \rightarrow \xi_0 + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}'} W(\mathbf{p} - \mathbf{p}') |\tilde{v}_{\mathbf{p}'}|^2.$$

В стационарном состоянии (при  $\tilde{v} = v$  или  $\tilde{v} = v_0$ ) это дает просто перенормировку химического потенциала, т. е. добавка не существенна.

В нестационарных состояниях (см. (38)) добавка к химическому потенциалу оказывается малой по взаимодействию (много меньше щели в спектре), как в случае с параметром порядка (см. (37) и дальше), поэтому ее можно не учитывать.

О пределах применимости. Представим себе такой случай: параметр  $v_F p_0$  таков, что после всевозможных релаксационных процессов устанавливается равновесие с температурой  $T_c$  (в точке перехода, т. е. параметр порядка обратился в нуль). Подразумевается замкнутая система (без влияния термостата). В этом случае известно время жизни частиц  $\tau$  за счет столкновений с другими частицами:  $1/\tau \sim T_c^2/\epsilon_F$  (с малым коэффициентом из-за слабого взаимодействия в нашем случае). Величина  $\tau$  и есть то время, до которого наши результаты справедливы. На самом деле в упорядоченной фазе это время еще больше.

Наконец, о возможной реализации электрон-дырочной системы. В двумерном случае, видимо, можно использовать контакт двух полупроводников, разделенных слоем диэлектрика (этот вопрос обсуждался в работе [6]).

Автор благодарен А. В. Чаплику и М. В. Энтину за полезное обсуждение. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-02-00060-а).

## ЛИТЕРАТУРА

1. E. G. Batyev, Mod. Phys. Lett. B **22**, 1703 (2008).
2. Л. В. Келдыш, Ю. В. Копаев, ФТТ **6**, 2791 (1964).
3. J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
4. P. Anderson, Phys. Rev. **112**, 1900 (1959).
5. Е. В. Бакланов, А. В. Чаплик, ФТТ **7**, 2768 (1965).
6. Ю. Е. Лозовик, В. И. Юдсон, ЖЭТФ **71**, 738 (1976).